


# نظرية الآلات




**السنة : الثالثة**

**القسم : هندسة الميكانيك العام**

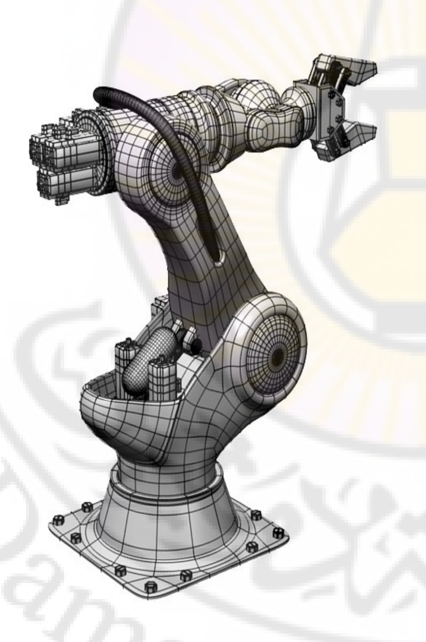
**هندسة التصميم الميكانيكي**

**هندسة السيارات والآليات الثقيلة**




منشورات جامعة دمشق
كلية الهندسة الميكانيكية والكهربائية
جامعة دمشق

# نظرية الآلات



**الدكتور سيمون عبيد**
أستاذ في قسم هندسة الميكانيك العام

**الدكتور إسكندر عمجة**
أستاذ في قسم هندسة الميكانيك العام

**الدكتور أيمن الخباز**
مدرس في قسم هندسة الميكانيك العام

1436-1437 هـ
جامعة دمشق
2015-2016 م


Damascus University

# Table of Contents الفهرس

## الفصل الأول

## Definitions and Basic Concepts تعاريف ومفاهيم أساسية


| | | | |
|---|---|---|---|
| 21 | *Introduction* | المقدمة | -1-1 |
| 22 | *Degrees of Freedom* | درجات الطلاقة | -2-1 |
| 24 | *Link* | الوصلة | -3-1 |
| 27 | *Kinematic Pair* | الازدواج الحركي | -4-1 |
| 29 | *Kinematic Pairs Classification* | تصنيف الازدواجات الحركية | -1-4-1 |
| 35 | *Kinematic Chain* | السلسلة الحركية | -5-1 |
| 37 | *Mechanism* | التركيبة الآلية | -6-1 |
| 41 | *Types of Mechanisms* | أنواع التركيبات الآلية | -1-6-1 |
| 41 | *Machine* | الآلة | -7-1 |
| 43 | *Kinematic Chain Degrees of Freedom* | درجات طلاقة السلاسل الحركية | -8-1 |
| 43 | *Turning and Sliding Pair Mechanisms* | تركيبات آلية ذات ازدواجات دورانية وانزلاقية | -1-8-1 |
| 45 | *Higher Pairing Mechanisms* | تركيبات آلية ذات ازدواجات علوية | -2-8-1 |
| 47 | *Kinematic Diagram* | المخطط الحركي | -9-1 |


## الفصل الثاني

## Linkage Mechanisms تركيبات آلية مرفقية


| | | | |
|---|---|---|---|
| 51 | *Introduction* | المقدمة | -1-2 |
| 52 | *Linkage Mechanisms Motion Types* | أنماط حركة تركيبة مرفقية | -2-2 |
| 53 | *Four-Bar Mechanism* | تركيبة رباعية القضبان | -3-2 |
| 59 | *Slider-Crank Mechanism* | تركيبة المنزلقة والمرفق | -4-2 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 62 | | تركيبة المنزلقتين والمرفق | -5-2 |
| | *Double Slider-Crank Mechanism* | | |
| 64 | *Oldham Coupling* | قارنة أولد هام | -1-5-2 |
| 65 | *Elliptical Trammel* | راسم القطع الناقص | -2-5-2 |
| 66 | *Straight-Line Mechanisms* | تركيبات الحركة المستقيمة | -6-2 |
| 66 | *Peaucellier Mechanism* | تركيبة بوسولييه | -1-6-2 |
| 68 | *Watt Mechanism* | تركيبة وات | -2-6-2 |
| 69 | *Tchebyshev Mechanism* | تركيبة تشيبشيف | -3-6-2 |
| 70 | | تركيبات الحركة سريعة الارتداد | -7-2 |
| | *Quick-Return Mechanism* | | |
| 71 | | تركيبة المرفق والذراع المشقوق | -1-7-2 |
| | *Crank Shaper Mechanism* | | |
| 73 | *Whitworth Mechanism* | تركيبة ويت وورث | -2-7-2 |
| 74 | *Drag-Link Mechanism* | تركيبة السحب أو الجر | -3-7-2 |
| 75 | | تركيبات الحركة المتقطعة | -8-2 |
| | *Intermittent-Motion Mechanisms* | | |
| 75 | *Geneva Wheel Mechanism* | تركيبة دولاب جينيفا | -1-8-2 |
| 77 | *Ratchet Mechanism* | تركيبة السقاطة | -2-8-2 |
| 78 | | تركيبات آلية ذات تطبيقات خاصة | -9-2 |
| | *Special Applications Mechanisms* | | |
| 78 | *Pantograph Mechanism* | آلية المنساخ | -1-9-2 |
| 80 | *Toggle Mechanism* | الآلية الركبية | -2-9-2 |
| 81 | *Car Steering Mechanisms* | تركيبات توجيه السيارة | -10-2 |
| 82 | *Davis Mechanism* | تركيبة ديفيس | -1-10-2 |
| 84 | *Ackerman Mechanism* | تركيبة آكرمان | -2-10-2 |
| 86 | *Governor Mechanism* | تركيبة المنظم | -11-2 |
| 87 | *Centrifugal Governors* | منظمات بالطرد المركزي | -1-11-2 |
| 91 | *Inertia Governors* | منظمات بالقصور الذاتي | -2-11-2 |
| 93 | *Basic Concepts of Governors* | المفاهيم الأساسية للمنظمات | -3-11-2 |
| 97 | *Problems* | مسائل غير محلولة | |

# الفصل الثالث

## *Kinematics of Mechanisms* حركة التركيبات الآلية


| | | | |
|---|---|---|---|
| 103 | *Introduction* | مقدمة | -1-3 |
| 104 | *Kinematic Analysis Methods* | طرائق التحليل الحركي | -2-3 |
| 106 | *Vector Diagram for Equations of Relative Motion* | التمثيل التخطيطي لمعادلات الحركة النسبية | -3-3 |
| 108 | *Relative Motion Between Two Points of Link* | الحركة النسبية بين نقطتين على وصلة | -4-3 |
| 108 | *Link Velocity Diagram* | مخطط السرعة لوصلة | -1-4-3 |
| 113 | *Link Acceleration Diagram* | مخطط التسارع لوصلة | -2-4-3 |
| 118 | *Four-Bar Mechanism Application* | تطبيق على تركيبة رباعية القضبان | -3-4-3 |
| 130 | *Relative Motion Between Two Coincident Points of Links* | الحركة النسبية بين نقطتين متطابقتين على وصلتين متحركتين | -5-3 |
| 134 | *Crank Shaper Mechanism Application* | تطبيق على تركيبة المرفق والذراع المشقوق | -1-5-3 |
| 147 | *Relative Motion at Contact Points in Rolling* | الحركة النسبية عند نقاط تماس تدحرج صرف | -6-3 |
| 158 | *Instantaneous Velocity Centre* | المركز اللحظي للسرعات | -7-3 |
| 160 | *Three Instantaneous Centers in Line Theorem* | نظرية استقامة ثلاثة مراكز لحظية | -8-3 |
| 161 | *Primary Instantaneous Centers* | المراكز اللحظية الابتدائية | -9-3 |
| 161 | *Turning Pair* | الازدواج الدوراني | -1-9-3 |
| 161 | *Sliding Pair* | الازدواج الانزلاقي | -2-9-3 |
| 162 | *Direct Contact Pair* | الازدواج بتماس مباشر | -3-9-3 |
| 165 | *Instantaneous Centre Determination in Mechanisms* | تعيين المراكز اللحظية للتركيبات الآلية | -10-3 |
| 167 | *Velocity Determination by Instantaneous Centre* | تحديد السرعة باستخدام المراكز اللحظية | -11-3 |

168 طريقة خط المراكز اللحظية -1-11-3
*Instantaneous Centre Line Method*
170 طريقة الانتقال من وصلة إلى وصلة -2-11-3
*Link to Link Method*
172 *Direct Method* طريقة مباشرة -3-11-3
183 *Problems* مسائل غير محلولة


## الفصل الرابع

## تحليل حركة التركيبات الآلية بواسطة الحاسوب

## *Computer Aided Kinematic Analysis of Mechanisms*


197 *Introduction* مقدمة -1-4
198 تحليل معادلات الحركة بتطبيق علاقات النسب المثلثية -2-4
*Equations of Motion Analysis by Trigonometry*
198 تطبيق على تركيبة المنزلقة والمرفق -1-2-4
*Slider-Crank Mechanism Application*
200 تحليل متجهات الحركة بتطبيق علاقات الأعداد المركبة -3-4
*Vectors of Motion Analysis by Complex Numbers Relations*
201 تحليل متجهات حركة نقطة من وصلة -1-3-4
*Vectors Analysis of Point Motion of Link*
204 تحليل متجهات حركة نقطتين متطابقتين -2-3-4
*Vectors Analysis of Motion of Two Coincident Points*
206 تحليل متجهات حركة تركيبة رباعية القضبان -3-3-4
*Vectors Analysis of Motion in Four-Bar Mechanism*
210 تحليل متجهات حركة تركيبة المنزلقة والمرفق -4-3-4
*Vectors Analysis of Motion of Slider-Crank Mechanism*
216 تحليل أوضاع الحركة بدلالة زاوية الدخل -4-4
*Position Analysis of Motion by Grank Angle*
217 تحليل أوضاع الحركة في تركيبة رباعية القضبان -1-4-4
*Position Analysis of Motion in Four-Bar Mechanism*
230 تحليل أوضاع الحركة في تركيبة المنزلقة والمرفق -2-4-4
*Position Analysis of Motion in Slider-Crank Mechanism*

| | | | |
|---|---|---|---|
| 238 | Coupler Curves in Linkage Mechanisms | منحنيات الوصل للآليات المرفقية | -5-4 |
| 240 | Coupler Curves in Four-Bar Mechanism | منحنيات الوصل في تركيبة رباعية القضبان | -1-5-4 |
| 241 | Coupler Curves in Slider-Crank Mechanism | منحنيات الوصل في تركيبة المنزلقة والمرفق | -2-5-4 |
| 243 | Problems | مسائل غير محلولة | |


## الفصل الخامس

## *Kinetics of Mechanisms* تحريك التركيبات الآلية


| | | | |
|---|---|---|---|
| 251 | Introduction | مقدمة | -1-5 |
| 252 | Static Forces Analysis | تحليل القوى الاستاتية | -2-5 |
| 258 | Static Forces Analysis in the Slider-Crank Mechanism | تحليل القوى الاستاتية في تركيبة المنزلقة والمرفق | -1-2-5 |
| 264 | Static Forces Analysis in the Four Bar Linkage | تحليل القوى الاستاتية في تركيبة رباعية القضبان | -2-2-5 |
| 268 | Inertia Forces Analysis | تحليل قوى العطالة | -3-5 |
| 272 | Inertia Forces Analysis in the Four Bar Linkage | تحليل قوى العطالة في تركيبة رباعية القضبان | -1-3-5 |
| 276 | Shaking Force | قوة الارتجاج | -4-5 |
| 278 | Inertia and Static Forces Analysis in a Mechanism | تحليل القوى الاستاتية والعطالية في تركيبة آلية | -5-5 |
| 278 | Inertia and Static Forces Analysis in the Slider-Crank Mechanism | تحليل القوى الاستاتية والعطالية في تركيبة المنزلقة والمرفق | -1-5-5 |
| 289 | Forces Analysis in Governors | تحليل القوى في المنظمات | -6-5 |
| 312 | Distribution of Mass | توزيع الكتل | -7-5 |
| 313 | Equivalent Dynamical Systems | الجُمل المكافئة ديناميكياً | -1-7-5 |
| 317 | Center of Mass of Rigid Bodies | مركز كتل جسم صلب | -2-7-5 |
| 319 | Mass Moment of Inertia of Rigid Body | عزم عطالة جسم صلب | -3-7-5 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 324 | *Turning Moment Diagram* | مخطط عزم الدوران | -8-5 |
| 328 | *Fluctuation of Energy* | تراوح القدرة | -1-8-5 |
| 330 | *Fluctuation of Speed* | تراوح السرعة | -2-8-5 |
| 331 | *Maximum and Minimum Energy* | القدرة العظمى والصغرى | -3-8-5 |
| 333 | *Flywheel* | الدولاب المعدل | -4-8-5 |
| 346 | *Flywheel Applications* | تطبيقات الدولاب المعدل | -5-8-5 |
| 355 | *Flywheel Design* | تصميم الدولاب المعدل | -6-8-5 |
| 361 | *Problems* | مسائل غير محلولة | |


## الفصل السادس

## *Cams* الكامات


| | | | |
|---|---|---|---|
| 379 | *Introduction* | مقدمة | -1-6 |
| 379 | *Types of Cams* | أنواع الكامات | -2-6 |
| 380 | *Plane Cams* | الكامات المستوية | -1-2-6 |
| 382 | *Space Cams* | الكامات الفراغية | -2-2-6 |
| 383 | *Types of Followers* | أنواع التوابع | -3-6 |
| 384 | *Basic Variables of Cam Mechanism* | المتغيرات الأساسية لتركيبة الكامة | -4-6 |
| 389 | *Basic Follower Motions* | الحركات الأساسية لتابع | -5-6 |
| 390 | *Constant Velocity Motion* | حركة ذات سرعة منتظمة | -1-5-6 |
| 391 | *Constant Acceleration and Deceleration Motion* | حركة ذات تسارع منتظم وتباطؤ منتظم | -2-5-6 |
| 398 | *Simple Harmonic Motion* | حركة توافقية بسيطة | -3-5-6 |
| 401 | *Cycloidal Motion* | حركة دويرية | -4-5-6 |
| 404 | *Follower Motion Choice* | اختيار حركة تابع | -6-6 |
| 408 | *Disk Cam Profile Construction* | الإنشاء التخطيطي لجانبية كامة قرصية | -7-6 |
| 409 | *Disk Cam with Knife-Edge Follower* | كامة قرصية ذات تابع مدبب ترددي قطري | -1-7-6 |

| | | |
|---|---|---|
| 6-7-2- | كامة قرصية ذات تابع دحروجي ترددي قطري<br>*Disk Cam with Roller Follower* | 411 |
| 6-7-3- | كامة قرصية ذات تابع دحروجي ترددي مجنب<br>*Disk Cam with Offset Roller Follower* | 413 |
| 6-7-4- | كامة قرصية ذات تابع دحروجي تأرجحي<br>*Disk Cam with Pivoted Roller Follower* | 414 |
| 6-7-5- | كامة قرصية ذات تابع ابتدائي وثانوي<br>*Disk Cam with Primary and Secondary Follower* | 416 |
| 6-7-6- | كامة قرصية ذات تابع مسطح ترددي قطري<br>*Disk Cam with Flat-Faced Follower* | 418 |
| 6-7-7- | كامة قرصية ذات تابع مسطح متأرجح<br>*Disk Cam with Pivoted Flat-Faced Follower* | 420 |
| 6-8- | الحدود العملية لتصميم جانبية الكامة<br>*Practical Limits of Cam Profile Design* | 421 |
| 6-9- | زاوية الضغط *Pressure Angle* | 423 |
| 6-10- | التصميم التحليلي لجانبية الكامة<br>*Analytic Design of Cam Profile* | 427 |
| 6-10-1- | كامة قرصية ذات تابع مسطح ترددي<br>*Disk Cam with Flat-Faced Follower* | 427 |
| 6-10-2- | كامة قرصية ذات تابع دحروجي ترددي<br>*Disk Cam with Roller Follower* | 433 |
| 6-11- | كامات ذات جانبية محددة *Cams with Specified Contours* | 442 |
| 6-11-1- | كامة مكونة من أقواس دائرية وخطوط مستقيمة *Tangent Cam* | 442 |
| 6-11-2- | كامة مكونة من أقواس دائرية *Circular-Arc Cam* | 450 |
| 6-11-3- | كامة دائرية *Eccentric-Circle Cam* | 456 |
| 6-12- | كامات صمامات محرك سيارة<br>*Automobile-Engine Valve Cams* | 463 |
| 6-13- | القوى المؤثرة في تركيبة كامة قرصية<br>*Effective Forces in a Disk Cam* | 464 |
| 6-14- | الكامات ذات الحركة الإيجابية *Positive-Motion Cams* | 495 |
| 6-14-1- | الكامة الانتقالية *Translation Cam* | 495 |

496 *Disk Cam* الكامة القرصية -2-14-6
500 *Cylindrical Cam* الكامة الاسطوانية -3-14-6
502 *Inverse Cam* الكامة العكسية -4-14-6
503 نظرية التركيبات الآلية المكافئة -15-6
*Equivalent Mechanisms Theorem*
506 *Equivalent Mechanisms* التركيبات الآلية المكافئة -16-6
511 *Problems* مسائل غير محلولة

## الفصل السابع

## المســــننات **Gears**

520 *Introduction* مقدمة -1-7
521 *Classification of Gears* تصنيف المسننات -2-7
522 *Spur Gears* المسننات العدلة -1-2-7
522 *Helical Gears* المسننات الحلزونية -2-2-7
525 *Bevel Gears* المسننات المخروطية -3-2-7
527 *Worm Gears* المسننات الدودية -4-2-7
528 *Fundamental Law of Gearing* القانون الأساسي للمسننات -3-7
529 *Principal Terms* المصطلحات الأساسية -4-7
534 إنشاء أسنان المسننات العدلة -5-7
*Spur Gears Teeth Construction*
535 *Involute Teeth Construction* إنشاء الأسنان الأنفليوتية -1-5-7
537 ميزات الأسنان الأنفليوتية -2-5-7
*Involute Gear Teeth Characteristics*
539 تحليل حركة المسننات العدلة الأنفليوتية -6-7
*Motion Analysis of Involute Spur Gears*
542 المقومات الحركية للمسننات العدلة الأنفليوتية -1-6-7
*Motion Features of Involute Spur Gears*
547 تداخل أسنان المسننات العدلة الأنفليوتية -2-6-7
*Involute Spur Gear Teeth Interference*

-3-6-7 الحد الأدنى لعدد الأسنان دون تداخل 550
*Minimum Teeth Number without Interference*

-4-6-7 طرائق تلافي التداخل بين الأسنان 555
*Methods of Interference Prevention*

-7-7 إنشاء أسنان المسننات الحلزونية الأنفليوتية 559
*Construction of Involutes Helical Gear Teeth*

-1-7-7 تحليل حركة المسننات الحلزونية المتوازية 560
*Motion Analysis of Parallel Helical Gears*

-2-7-7 تحليل حركة المسننات الحلزونية المتصالبة 563
*Motion Analysis of Crossed Helical Gears*

-3-7-7 تشكيل أسنان المسننات الحلزونية وتداخلها 566
*Forming and Interference of Helical Gear Teeth*

-8-7 إنشاء المسننات المخروطية *Construction of Bevel Gears* 569

-1-8-7 تحليل حركة المسننات المخروطية 571
*Motion Analysis of Bevel Gears*

-9-7 إنشاء المسننات الدودية *Construction of Worm Gears* 575

-10-7 القوى المؤثرة في أسنان المسننات 579
*Effective Forces in Gears Teeth*

-1-10-7 المسننات العدلة *Spur Gears* 579

-2-10-7 المسننات الحلزونية المتوازية *Parallel Helical Gears* 581

-3-10-7 المسننات المخروطية المستقيمة *Straight Bevel Gears* 587

-4-10-7 المسننات الدودية *Worm Gears* 592

مسائل غير محلولة *Problems* 595


## الفصل الثامن

## مجموعات المسننات **Gears Trains**


-1-8 مقدمة *Introduction* 602

-2-8 مجموعة المسننات البسيطة *Simple Gear Trains* 602

-3-8 مجموعة المسننات المركبة *Compound Gear Trains* 604

| | | | |
|---|---|---|---|
| 8-4- | مجموعة المسننات ذات المحاور غير المتوازية | *Non-Parallel Axes Gear Trains* | 609 |
| 8-5- | مجموعة المسننات الكوكبية | *Planetary Gear Trains* | 611 |
| 8-5-1- | المجموعات الكوكبية البسيطة | *Simple Planetary Trains* | 612 |
| 8-5-2- | المجموعات الكوكبية المركبة | *Compound Planetary Trains* | 615 |
| 8-5-3- | المجموعات الكوكبية التفاضلية | *Planetary Differential Trains* | 617 |
| | مسائل غير محلولة | *Problems* | 623 |

## الفصل التاسع

### إنشاء التركيبات الآلية — *Mechanism Synthesis*

| | | | |
|---|---|---|---|
| 9-1- | مقدمة | *Introduction* | 628 |
| 9-2- | مفهوم نقاط الدقة | *Concept of Accuracy Points* | 629 |
| 9-3- | إنشاء تركيبة رباعية القضبان لقيم آنية للسرعة والتسارع | *Synthesis of Four-bar Mechanism for Instantaneous Values of Speed and Acceleration* | 631 |
| 9-4- | إنشاء تركيبة رباعية القضبان لتوليد تابع ما | *Synthesis of Four-bar Mechanism to Generate a Function* | 636 |
| 9-5- | نظرية القيم العظمى والصغرى | *Maxima and Minima Theorem* | 641 |
| 9-6- | إنشاء تركيبة ذات تماس مباشر تدحرجي | *Synthesis of Rolling Contact Mechanism* | 645 |
| | مسائل غير محلولة | *Problems* | 649 |
| | **المراجع العلمية** | ***References*** | 651 |
| | **دليل المصطلحات العلمية** | ***Scientific Terms Dictionary*** | 655 |

## مقدمة *Introduction*

يعد علم نظرية الآلات علماً راسخاً متكاملاً تصله بالعلوم الهندسية الأخرى روابط متينة ؛ لذا فهو يشكل حلقة رئيسة في خطة تأهيل مهندس الميكانيك ، وركيزة أساسية يعتمدون عليها في دروب العمل الهندسي المبدع ، ولا عجب من ذلك ، إذ يتضمن هذا العلم الأسس اللازمة لتخطيط منهج تصميم آلة ما ، انطلاقاً من التحليل الحركي والديناميكي لأنظمة تحويل الحركة ونقلها ، إضافة إلى طرائق إنشاء تركيبات آلية تحقق حركة مطلوبة ما .

لقد أسهم التطور العلمي والتقاني في إحداث تقدم هائل وسريع في مجال تطوير الآلات ؛ وبخاصة أنظمة الأتمتة والتحكم التي تستلزم توافقاً حركياً بين العناصر المكونة لها .

يتلقى الطلاب في السنة الأولى والثانية محاضرات في الميكانيك الهندسي بعلم التوازن وعلم الحركة وعلم التحريك ، ويتلقون في السنة الثالثة محاضرات بعلم نظرية الآلات الذي هو علم هندسي يطبق فيه طلاب الهندسة ما سبق أن درسوه من مبادئ الميكانيك على الآلات الميكانيكية ؛ لذا فقد رأينا تعديل كتاب نظرية الآلات الذي صدرت طبعته الأولى عام 1981 ، وتعديله مرة ثانية الذي صدرت طبعته عام 1988 ، وليس الكتاب الحالي تأليفاً حقاً ، شأنه في ذلك شأن الكثير من الكتب العلمية والهندسية العربية ، ولكنه منقول بشيء من التعديل عن الطبعة الأخيرة من كتاب نظرية الآلات بالدرجة الأولى ، وعن مصادر علمية عدة متخصصة بعلم نظرية الآلات ؛ بالإضافة إلى خبرتنا التدريسية السابقة ، كما أننا أضفنا بحثاً يتضمن تحليل الحركة في التركيبات الآلية بواسطة الحاسوب ، وبعض الموضوعات المتطورة الأخرى بشكل يواكب التطور ، ويؤهل القارئ للتعمق في دراسة الأبحاث المستجدة التي تساعده على الإبداع والابتكار ، وبحيث يمكن استخدامه كمقرر دراسي ومرجع علمي في الآن ذاته .

يحوي هذا الكتاب تسعة فصول ، عرضنا من خلالها المفاهيم الأساسية لعلم نظرية الآلات بطريقة منهجية ، وبأسلوب مترابط رصين يتميز بالصياغة اللغوية السهلة والواضحة قدر الإمكان ، تقود القارئ تدريجياً وبسهولة إلى استيعاب طرائق التحليل الحركي والإنشاء ، بحيث تتكون لديه القاعدة العلمية اللازمة لاختيار الحل الأمثل والمنطقي للنظام الحركي المطلوب .

استهل الكتاب في الفصل الأول تعريف العناصر المكونة للمفهوم الحركي للآلة ، ويلي ذلك الفصل الثاني بإعطاء وصف وجيز ، لا يعدم الوضوح والترابط لأهم التركيبات الآلية البسيطة التي تشغل حيزاً مهماً من أركان هذا العلم ، مع بيان الأسس المتبعة في تطويرها لتوسيع مجالات تطبيقاتها .

ومن ثم انتقلنا إلى الفصل الثالث لتوضيح طرائق التحليل الحركي ، وذلك من خلال دراسة بعض التركيبات النموذجية . وتبعه الفصل الرابع المتضمن الطرق الرياضية لتحليل حركة التركيبات الآلية وبعض التطبيقات الخاصة ، والتركيز على وضع الهيكل الرياضي اللازم لاستخدام الحاسوب في هذا المجال . بينما اهتم الفصل الخامس بشرح طرائق التحليل الديناميكي .

ونظراً لأن الحدبات أو ما يعرف بالكامات ، والمسننات التي هي عناصر رئيسة في أنظمة نقل الحركة في معظم الآلات ، فقد أفردنا لدراسة كل منها فصلاً مستقلاً أوضحنا من خلاله أسس تحليلها وإنشائها ، كما أتبعنا بعد ذلك الفصل الثامن الذي يبحث في الميزات الحركية لمجموعات المسننات والآليات المسننة الكوكبية الأكثر استعمالاً في التطبيقات العملية . أما الفصل التاسع والأخير فإنه يشكل مدخلاً إلى إنشاء التركيبات الآلية ، بالطرق التخطيطية والتحليلية .

ولقد رأينا من المناسب أن يتضمن كل فصل عدة تطبيقات وأمثلة محلولة تساعد على استيعاب الأسس النظرية ، كما أضفنا عدداً من التمارين غير المحلولة في نهاية كل فصل ، مما يتيح للقارئ أن يختبر إمكاناته الذاتية على فهم الأبحاث ومدى تمكنه منها ؛ معتمدين في ذلك على الجملة الدولية لوحدات القياس ، وكذلك فقد حرصنا قدر الإمكان على استيعاب الرموز الفيزيائية المصطلح عليها دولياً ، مع تعريف كل منها عند وروده ضمن سياق النص ؛ مما يسهل على القارئ تتبع الموضوع بشكل سلس وواضح .

توجهنا إلى اعتماد المصطلحات الهندسية المعربة والمعتمدة في أهم المعاجم والمصادر العربية ، إضافة إلى إسهامات متواضعة من قبلنا في تعريب بعض المصطلحات الجديدة ، وقد كتبت باللغتين العربية والإنكليزية ، كما أوردنا في نهاية الكتاب قائمة بمعاني الكلمات والمصطلحات الإنكليزية المستخدمة .

لقد توخينا من هذا الكتاب الذي لا يمثل سوى حصيلة مقتضبة لعلم رحيب أن يكون مرشداً للطالب في دراسته ، وعوناً للمهندس الممارس على طريق العلم والبحث والإنتاج ، فنرجو أن نكون قد وفقنا في تحقيق بعض ما هدفنا إليه ، ونتوجه بالشكر إلى كل من أسهم في إصدار وطباعة هذا الكتاب .

دمشق - حزيران 2015

د أيمن الخباز - أ د اسكندر عمجة - أ د سيمون عبيد

# تمهيد *Preface*

إن لعلم نظرية الآلات (*Theory of Machines*) أو علم ميكانيك الآلات (*Mechanics of Machinery*) منزلة خاصة بين العلوم الهندسية ، ويعد من أوسع العلوم الهندسية انتشاراً نتيجة للتطور الفني الذي طرأ في هذا العصر ، ويشغل حيزاً كبيراً مهماً في الصناعات الخفيفة والثقيلة وفي الطب والفضاء الخارجي ، وهو في تطور مستمر ، ويعد الركيزة الأولى من مراحل تصميم الآلات . فمن أجل تصميم آلة ما لابد من معرفة طبيعة حركتها أولاً ثم دراسة هذه الحركة لتحديد الخواص الحركية من سرعات وتسارعات لعناصر التركيبات المكونة لها ، وتحديد القوى والعزوم المؤثرة في وصلات هذه الآلة ، وما ينتج عنهم من إجهادات ديناميكية واهتزازات ؛ وبالتالي فإن علم نظرية الآلات يتناول دراسة الحركة والقوى والاهتزازات في أنواع التركيبات الآلية المختلفة ، كما يتناول دراسة بنى أنواع التركيبات الآلية المختلفة ؛ بغية تصنيفها وإنشائها وتطويرها وفق تركيبها البنيوي . ولا يتناول دراسة تأثير المرونة والتغير الحاصل في شكل أجزاء الآلية بسبب القوى المؤثرة عليها ؛ لأن هذا البحث يدخل في موضوع علم مقاومة المواد (*Strength of Materials*) ، كما أن البحث لا يتناول تعيين حجم أجزاء التركيبة الآلية وشكلها لحمل ثقل معين أو لنقل قوى معينة ؛ لأن ذلك يدخل في موضوع تصميم الآلات (*Machine Design*) .

استعملت التركيبات الآلية أو الآليات من أجل توليد الحركة في العصور الأولى لوجود الإنسان ، وقد بدأت باختراع العتلة والقرص المتدحرج ومن ثم الدولاب ، وبمزيد من التطوير والتعديل ولدت التركيبة الآلية والآلة وتطورت وتنوعت ، حتى عصر ليوناردو دافنشي (1519-1452) كانت أنواع التركيبات الآلية جميعها معلومة بأنواعها وأشكالها شتى تقريباً ، وأخذ علم نظرية الآلات يتبلور ، ويتجسد تدريجياً مع تطور علوم الرياضيات والميكانيك النظري ، حتى أصبح علماً راسخاً متكاملاً ، تصله بالعلوم الهندسية الأخرى روابط متينة ، وقوية ذات معالم واضحة .

تتواجد التركيبات الآلية في الآلات والأجهزة الميكانيكية المختلفة التي تقوم بتنفيــذ وظائف حركية معينة أو عمليات تقنية محددة ، وبغض النظر عن ماهية العملية التقنية المنفذة فعلياً ، فإنه يلاحظ أنه للتركيبات الآلية جميعها وظيفة رئيسة ، وبنية أساسية مشتركتين ؛ مما يمكّن منها تعريف التركيبة الآلية كالآتي:

التركيبة الآلية هي منظومة ميكانيكية لنقل كل من الحركة والقــوى وتحويلهــا ، أو لتوجيه حركة نقاط جسم ما على مسارات معينة ، وتتكوّن من وصلات متحركــة ومتصــلة بعضها ببعض بوسيلة ربط بحيث تتحدد إمكانات حركاتها المتبادلة بنوع المفاصل . وإن أقل عدد ممكن للوصلات يساوي ثلاثة بما في ذلك الوصلة الثابتة أي الهيكل .

يمكن تصنيف التركيبات الآلية حسب وظيفتها إلى نوعين أساسيين:

- تركيبات آلية لنقل الحركة أو القدرة ؛ وتدعى اختصاراً بـــ آليــات النقــل ، وهــي تركيبات يتم فيها نقل الحركة والقوى وتحويلها.
- تركيبات آلية لتوجيه جسم ما أو نقطة ما ؛ وتدعى اختصاراً بـــ آليــات التوجيــه ، وهي تركيبات يتم فيها توجيه وصلة ما بحيث تشغل وضعيات معينة ، أو تقوم نقاطها برســم مسارات معينة .

لكن التطور الذي حصل لتقنية التركيبات الآلية لم يكن عن طريق تكوين مخططات وخطط جديدة ؛ بل كان عن طريق إعطائها وإكسابها نوعية حديثة ، حيث نذكر على سبيل المثال:

- التركيبات الآلية التي حلت محل يد الإنسان في تنفيذ الأعمال الآلية المؤتمتة كالمفاعلات النووية والتركيبات الآلية المستخدمة في الصناعات الكيميائية .
- التركيبات الآلية المتغيرة ذاتياً التي تتغير بها معادلات الحركة بشكل آلي كتغيير عدد دورات محرك .
- التركيبات الآلية الطبية التي تقوم بالوظائف الفيزيولوجية لأعضاء جسم الإنسان كالقلب الاصطناعي ، والرئة ، والكلية الاصطناعية .

مما تقدم نلاحظ أنه ليس بالإمكان أن نحصي جميع التركيبات الآلية ذات التقنية الحديثة ، ولكن المفهوم هو ليس فقط حل المعضلات الجديدة للتقنية ؛ بل بقدر ما نُحسن من نوعية التقنية الحديثة .

وأصبحت مسائل نظرية الآلات متعددة ومختلفة ، ولكن الأهم فيها أن نقسمها إلـــى ثلاث مجموعات:

1. تحليل التركيبات الآلية *Mechanisms Analysis*

يتم في تحليل التركيبات الآلية دراسة التركيبـــات ذات الأبعـــاد المعلومـــة ضـــمن المجالات الثلاثة الآتية:

- تصنيف التركيبات الآلية

يتم في هذا المجال تصنيف التركيبات الآلية وفقاً لمنطلقات مختلفة كالبنية الإنشـــائية للتركيبة وللوصلات المكونة لها ، أو حسب وظيفتها ، أو نوع تحويل الحركة وطبيعتها وغير ذلك من العوامل .

- التحليل الحركي للتركيبات الآلية

يتم في هذا المجال دراسة الحركة في التركيبات الآلية لتعيين الخـــواص الحركيـــة كالإزاحة والسرعة والتسارعات الخطية والزاوية للوصلات المكونة لها .

- التحليل التحريكي للتركيبات الآلية

يتم في هذا المجال تحليل القوى بأنواعها المختلفة ودراستها ، والعزوم المؤثرة فـــي وصلات التركيبات المكونة لها .

2. إنشاء التركيبات الآلية *Mechanism Synthesis*

يعدّ إنشاء التركيبات الآلية عملية معاكسة لتحليل التركيبات الآلية ؛ إذ يتناول الأول البحث في تعيين بنية التركيبة الآلية وأبعادها التي تلبي شروط حركية ما ، وتدخل هنا أيضاً مسائل موازنة الكتل والاستطاعة . ويلاحظ أن مسائل إنشاء التركيبات الآلية أكثر تعقيداً ، وتحتاج إلى جهد أكبر من مسائل تحليل التركيبات ، ويتطلب إنجازها في كثير من الحالات تدخل الحاسوب .

هنالك مسائل في إنشاء التركيبات الآلية يحتاج حلها إلى استعمال بعض الأساليب الرياضية الخاصة ، مثل التحسين بواسطة الحاسوب ، حيث تعتمد هذه الطريقة على التحليل المتكرر للآلية مع تغيير أبعادها بشكل دوري حتى الحصول على الأبعاد اللازمة لتحقيق الشروط المفروضة ، وتدعى مثل هذه العملية: الإنشاء بواسطة التحليل المتكرر .

أصبح هذا التطور الأخير يبين العلاقة الوثيقة بين مجالي تحليل التركيبات الآلية وإنشائها بحيث يصبح الفصل بينهما غير ذي فائدة عملياً .

3. نظرية الآلات لتركيبات آلية ذاتية الحركة

يرتبط تطور نظرية الآلات لتركيبات آلية ذاتية الحركة بتحديث طرق بناء مخططات دارات القيادة والتحكم المحددة وتطويرها لتوافق حركة وصلات التركيبات الآلية .

وكما هو الحال في علم مقاومة المواد وعلم المعادن وميكانيك السوائل ، يتداخل علم نظرية الآلات في جميع أركان التقنية ، ويمثل بالتالي إحدى دعامات العلوم التقنية ، ويشـــمل مجال تطبيقها نواحي الميكانيك والأجهزة الدقيقة كافة ؛ ولذا فإن الحركات المتشابكة في أنوال النسيج ، والعمليات التحكمية في محرك ما ، وآليات المسننات الكوكبيـــة ، وطـــرق توجيـــه الحركة في الإنسان الآلي وغيرها تشكل موضوعات متنوعة من علم نظرية الآلات .

تشاهد التركيبات الآلية المتنوعة في آلات المكاتب والآلات الزراعية والنسيجية وآلات التعليب والتغليف والرفع وآلات التشغيل الميكانيكي ، كما تستخدم أيضاً في الأجهزة الطبية والأجهزة الميكانيكية في الطائرات والأقمار الصناعية والمركبات الفضائية .

لاشك في أنه من المهم في النشاط العملي للمهندس الانطلاق من الأســـس العلميـــة للمنظومات التقنية بهدف إيجاد الحلول المثلى . هذا يعني أن علـــى المهنـــدس أن يســـعى ، ويحاول حل المسائل التقنية ليس بواسطة تركيبات آلية ميكانيكية فقط ؛ بل عن طريق استخدام عناصر كهربائية ، هيدروليكية ، هوائية أو غيرها من التركيبات المشتركة .

على سبيل المثال يمكن من أجل توليد حركة مستقيمة ترددية لأداة عمـــل مـــا فـــي وضعيات معينة استخدام المحركات الخطية ، المغناطيس ، المحركات الخطية ذات الحركـــة المتقطعة أو العناصر الهيدروليكية أو الهوائية إلى جانب الآليات الميكانيكية .

# الفصل الأول

## تعاريف ومفاهيم أساسية *Definitions and Basic Concepts*

### 1-1- المقدمة *Introduction*

تكمن الغاية من التحليل الميكانيكي للآلات في دراسة حركات أجزائها المختلفة ، وتحديد القوى المؤثرة فيها من دون التطرق إلى دراسة تأثير المرونة والتغيرات الحاصلة في شكل هذه الأجزاء بسبب القوى المطبقة عليها ؛ إذ إن هذه الدراسة هي مجال بحث مقاومة المواد (*Strength of Materials*) . كما أن تعيين حجم أجزاء الآلة اللازمة وأشكالها لتحمل القوى المطبقة عليها أو نقلها يدخل في موضوع تصميم الآلات (*Machine Design*) .

يقتصر البحث هنا على دراسة الحركة المستوية للجسم الصلب ، حيث تتحرك نقاط الجسم جميعها في مستويات متوازية أو منطبق بعضها على بعضها ، أي: تُهمل سماكة الأجزاء العمودية على مستوي الحركة ؛ مما يبسط الدراسة ، ولا يقلل من قيمة المعلومات التي يتم الحصول عليها ؛ لأن النقاط جميعها على أي عمود على مستوي الحركة تتحرك بطريق مماثلة ، مع الإشارة إلى أن أغلب الأسس والمفاهيم المعتمدة في دراسة الحركة المستوية ، هي ذات فائدة كبيرة في تحليل أنماط الحركة الفراغية ، وبخاصة اللولبية والكروية منها ، حيث يمكن دراسة هذه الحركة انطلاقاً من إسقاط مركباتها في مستويين أو أكثر ، ومن ثم تحليل الحركة الفعلية لهذه المركبات ، كما هو الحال في دراسة حركة بعض أنواع المسننات ، والمساند ، والمحامل التدحرجية ، والوصلات الكروية .

من الضروري قبل التطرق إلى بحث الوسائل المستخدمة في التحليل الميكانيكي للآلات وبيان تطبيقاتها المختلفة إعطاء فكرة موجزة عن أهم المفاهيم المتعلقة بالمكونات الحركية للآلات ، من حيث تحديد أوضاعها الهندسية وأشكال الاتصال فيما بينها لتأمين حركة ما .

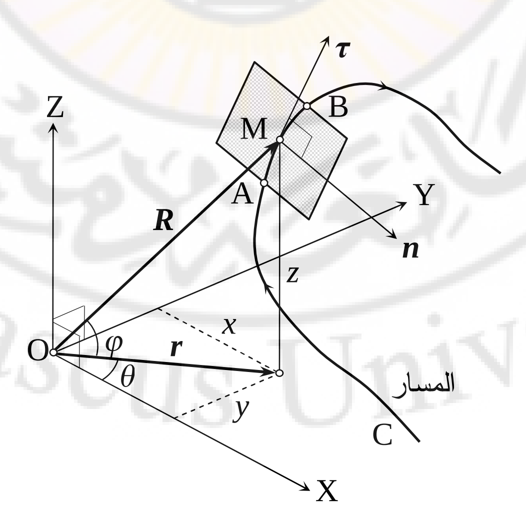
## 1-2- درجات الطلاقة *Degrees of Freedom*

إن مفهوم درجات الطلاقة ذو فائدة كبيرة في التعبير عن الأبعاد أو الإحداثيات اللازمة لتوصيف مواضع الأجسام المتحركة جميعها ؛ إذ إن عدد الإحداثيات المستقلة عن بعضها عن بعض ، واللازمة لتحديد وضع نظام ميكانيكي في أي لحظة يساوي عدد درجات الطلاقة لهذا النظام ، تسمى هذه الإحداثيات المستقلة بالإحداثيات المكانية ، ويساوي عددها العدد الكلي للإحداثيات مطروحاً منه عدد العلاقات الهندسية التي تربط بينها .

يلاحظ من (الشكل-1-1) أن وضع نقطة M تتحرك بطلاقة في الفراغ ، تتحدد بثلاث قيم جبرية مستقل بعضها عن بعض ، تمثل إحداثيات هذه النقطة بالنسبة إلى جملة محاور إحداثية ثابتة . يمكن أن تكون هذه الإحداثيات ديكارتية $x , y , z$ أو أسطوانية $r , \theta, z$ أو أي إحداثيات أخرى . إذن للنقطة طليقة الحركة في الفراغ ثلاث درجات طلاقة .

لكن إذا قيدت النقطة بالحركة على سطح أو بشكل خاص في مستوى ، فإنه توجد بين الإحداثيات الثلاثة علاقة هندسية هي تابع السطح المقيد للحركة ؛ وبالتالي فإن وضع النقطة يحدد عندئذ بإحداثيين مستقلين فقط ، أي: إن لها درجتي طلاقة .

أما إذا قيدت النقطة بمنحنٍ فإنه يبقى إحداثي مكاني واحد فقط ؛ لأن المنحني بشكل عام ، هو خط تقاطع سطحين ، وهذا يعني أن للنقطة في هذه الحالة درجة طلاقة واحدة .

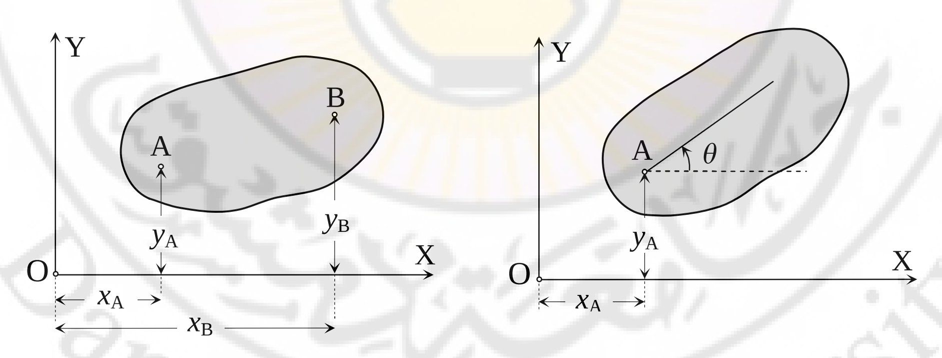



(الشكل-1-1) وضع نقطة M تتحرك بطلاقة في الفراغ .

أما في حالة جسم صلب عندما يتحرك بطلاقة في الفراغ بالنسبة إلى محاور ثابتة ، فإن وضعه يتعين بشكل كامل بوضع ثلاث نقاط منه لا تقع على استقامة واحدة ؛ إذ إن وضع أي نقطة إضافية من الجسم يحدد بالاستناد إلى أن بعدها عن النقاط الثلاث ثابت لا يتغير كيفما تحرك الجسم ؛ إضافةً إلى كون الأبعاد بين النقاط ثابتة أيضاً .

يتضح من ذلك أن الإحداثيات التسعة اللازمة لتعيين وضع النقاط الثلاث من الجسم ليست مستقلة عن بعضها بعضاً ؛ إذ إنها ترتبط فيما بينها بثلاث علاقات للأبعاد الثابتة بين هذه النقاط ؛ وبالتالي فإنه يبقى ست قيم مستقلة تمثل الإحداثيات المكانية للجسم ، أي: إن للجسم الصلب الطليق في الفراغ ست درجات طلاقة .

لكن إذا تحرك جسم صلب بحركة مستوية طليقة ، فإن وضعه يتعين بالنسبة إلى المستوي الثابت بإحداثيات نقطتين منه A و B ، كما هو مبين في المخطط a في (الشكل-1-2) ؛ لأن حركة الجسم في هذه الحالة هي دوماً موازية للمستوي الثابت OXY . يتحدد وضع النقطة A بالإحداثيين $x_A$ و $y_A$ ، بينما يتحدد وضع النقطة B بالإحداثيين $x_B$ و $y_B$ ؛ وبالتالي فإن وضع الجسم يعين في المستوي بأربعة إحداثيات ، لكن هذه الإحداثيات ليست مستقلة تماماً ، إنما توجد بينها علاقة: هي البعد الثابت بين النقطتين A و B .




b- تعيين الجسم بإحداثيات نقطة وميل خط مار منها. a- تعيين الجسم بإحداثيات نقطتين.

(الشكل-1-2) تعيين جسم صلب يتحرك حركة مستوية طليقة .

كما يمكن تحديد وضع الجسم في المستوي بـــ $x_A$ و $y_A$ إحداثيي النقطة A ، والزاوية $\theta$ ميل الخط AB على المحور OX ، حيث تكون الإحداثيات $\theta$ و $x_A$ و $y_A$ مستقلة تماماً ، كما هو مبين في المخطط b في (الشكل-1-2) .

## 3-1- الوصلة Link

هي أي جزء من آلة يربط بين الأجزاء الأخرى ، ويتحرك بالنسبة إليها ، يمكن للوصلة أن تكون ثابتة لتشكل هيكل الآلة الذي تتحرك بالنسبة إليه بقية الأجزاء ، أو أن تكون دليلاً للحركة أو ناقلاً لها ، أو للقيام بهذه الأوضاع معاً مجتمعة .

ليس من الضروري أن تتكوّن الوصلة من قطعة واحدة ؛ وإنما يمكن أن تتكوّن من قطع عدة من مواد مختلفة جمعت بشكل وثيق لكي تتحرك كوحدة واحدة متماسكة . مثال ذلك ذراع التوصيل في محرك الاحتراق الداخلي الذي يتكوّن من مجموعة قطع صنعت منفصلة ، لكنها بعد تجميعها في الآلة تعدّ وصلة واحدة لانعدام الحركة النسبية بين مكوناتها المختلفة ، من الواضح أنه يمكن للوصلة أن تتصل بأي عدد من الوصلات الأخرى شريطة وجود حركة نسبية بين الوصلات المختلفة .

يمكن أن تكون الوصلة جسماً صلباً وتأخذ أشكالا تصميمية مختلفة ، فقد تكون بشكل قضيب أو قرص أو مسنن أو حدبة أو منزلقة وغير ذلك . ويجب أن تتميز الوصلة الصلبة بمقاومة كافية للقوى والإجهاد المتولد في أثناء الحركة ، مثل إجهاد الشد والضغط واللي والثني ، ويفترض بالتالي عند دراسة الآليات إهمال التشوهات الصغيرة في الوصلات الصلدة الناتجة عن الانفعالات ، حيث يفترض أن التغيرات العظمى للأبعاد تكون بحدود 0.001 من طول الوصلة .

كما أنه ليس من الضروري أن تكون الوصلة جسماً صلباً ؛ إنما يجب أن تكون جسماً مقاوماً قادراً على نقل الحركة دون تغير ملحوظ في أبعاده ، فالوصلة الصلبة (*Rigid Link*) هي قادرة على نقل قوى الشد أو الضغط أو كليهما معا كذراع التوصيل المذكور سابقاً ، أما الوصلة المرنة (*Flexible Link*) أو الطليقة فهي تبدي مقاومة وتنقل الحركة بطريقة معينة واحدة فقط . فمنها الوصلات الشدية (*Tension Links*) كالسيور والسلاسل والحبال التي تنقل قوى الشد لكنها لا تقاوم قوى الضغط . في حين تنقل الوصلات الضغطية (*Pressure Links*) قوى الضغط فقط كالسوائل غير القابلة للانضغاط المستعملة في المكابس والمكابح والروافع الهيدروليكية . أما الوصلات النابضية فهي تنقل قوى الشد أو الضغط بحسب نوعها وطريقة تصميمها حيث تصنف كنوابض شد أو نوابض انضغاط ، وتعمل بالتالي على تأمين الانغلاق بين الوصلات لنقل الحركة بشكل مستمر .

تجدر الإشارة إلى أننا في مجال بحثنا سنستعمل تعبير الوصلة للدلالة على الوصلات الصلبة حصراً مع التنويه ، حيث يلزم ، عن الأنواع الأخرى من الوصلات .

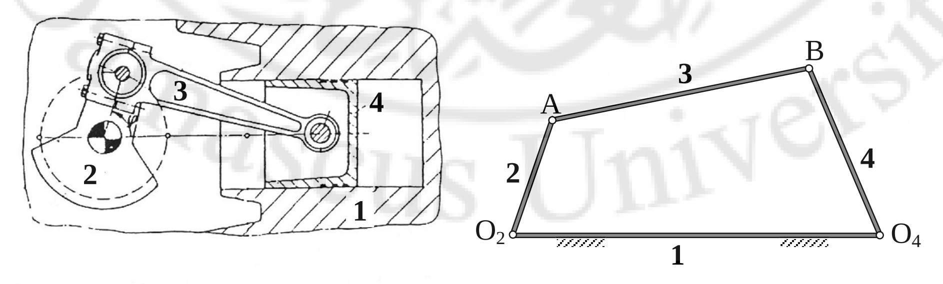
قبل الاستفاضة في البحث لا بد من تعريف الوظائف الحركية لوصلات التركيبة الآلية وتمييزها ، وتتلخص هذه الوظائف وفق إمكانيتها في نقل الحركات المختلفة وتحويلها ، فالحركة المتولدة عند الوصلة القائدة تنتقل بواسطة ذراع التوصيل مثلاً إلى الوصلة المقودة ، عبر وصلات التركيبة التي تؤدي خلالها حركات محددة متكررة وقسرية بسبب الأبعاد والازدواجات الحركية لتلك الوصلات ، بالنتيجة تحصل التغيرات في خواص الحركة المنقولة ، فقد يتغير نوع الحركة من دورانية إلى انسحابية ، وقد يتغير مقدار السرعة زيادةً أو نقصاناً . وتبعاً لوظائف الوصلات تستخدم التسميات الآتية:

- الوصلة الثابتة *Fixed Link*

أو الهيكل (*Structure*) ، وهي تلك الوصلة التي تُعدُّ ثابتة في التركيبة الآلية ، وتقاس بالتالي حركة باقي الوصلات بالنسبة لها حتى ولو كانت هي نفسها متحركة أي منتمية لجملة متحركة كهيكل السيارة مثلاً ، أو كالوصلة رقم 1 ، كما في المخطط a في (الشكل-1-3) ، وفي المخطط b في (الشكل-1-3) .

- الوصلة القائدة *Driving Link*

أو المرفق (*Crank*) ، وهي وصلة الدخل في التركيبة الآلية مثل عمود المرفق رقم 2 في تركيبة المنزلقة والمرفق ، كما في المخطط a في (الشكل-1-3) ، وفي رباعية القضبان ، كما في المخطط b في (الشكل-1-3) ، وهي الوصلة التي تتلقى الحركة التي تتحول إلى الحركة التي على التركيبة تحويلها ، ويكون عمل القوى الخارجية المطبق عليها موجباً .




a- تركيبة المنزلقة والمرفق .     b- تركيبة رباعية القضبان .

(الشكل-1-3)

• الوصلة الناقلة للحركة *Coupler Link*

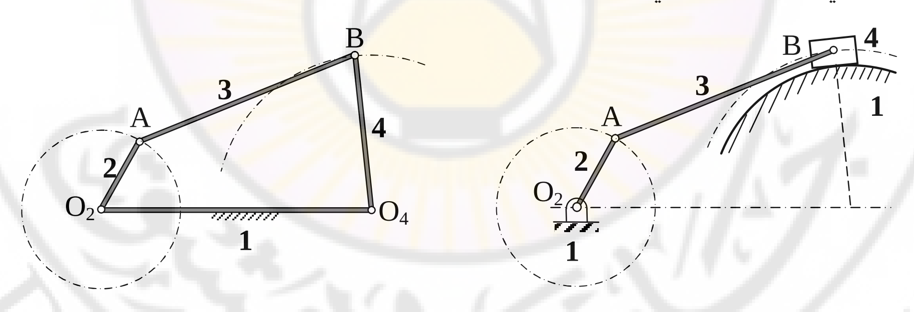
أو ذراع التوصيل (*Connecting Rod*) ، وهي الوصلة التي تنقل الحركة وتربط بين الوصلات المتحركة في التركيبة الآلية ، وليس لها اتصال مباشر مع الهيكل . مثل ذراع توصيل الحركة رقم 3 في تركيبة المنزلقة والمرفق ، كما في المخطط a في (الشكل-1-3) ، والوصلة رقم 3 في تركيبة رباعية القضبان ، كما في المخطط b في (الشكل-1-3) .

• الذراع *Lever*

وهو وصلة على شكل قضيب يهتز في زاوية ، ويغير اتجاه حركته في فترات معينة ، كالوصلة رقم 4 في تركيبة رباعية القضبان ، كما في المخطط a في (الشكل-1-4) .

• المنزلقة *Slider*

وهي وصلة على شكل قضيب أو كتلة تنزلق على سطح وصلة أخرى ، وقد تتحرك على خط مستقيم كالرأس المنزلق (*Crosshead*) رقم 4 في آلية المنزلقة والمرفق ، كما في المخطط a في (الشكل-1-3) ، أو قد يتحرك على منحنٍ ، كما تفعل الكتلة رقم 4 المبينة في المخطط b في (الشكل-1-4) .




b- منزلقة رقم 4 تتحرك على منحنٍ. a- الذراع رقم 4 في تركيبة رباعية القضبان.

(الشكل-1-4)

• الوصلة المقودة *Driven Link*

هي وصلة الخرج في التركيبة الآلية ، وهي التي تقوم بالحركة التي خصصت التركيبة من أجل الحصول عليها ، ويكون عمل القوى الخارجية المطبق عليها سالباً أو مساوياً للصفر . مثل المنزلقة رقم 4 في تركيبة المنزلقة والمرفق ، كما في المخطط a في (الشكل-1-3) ، أو كالوصلة رقم 4 في تركيبة رباعية الوصلات كما في المخطط a في (الشكل-1-4) .

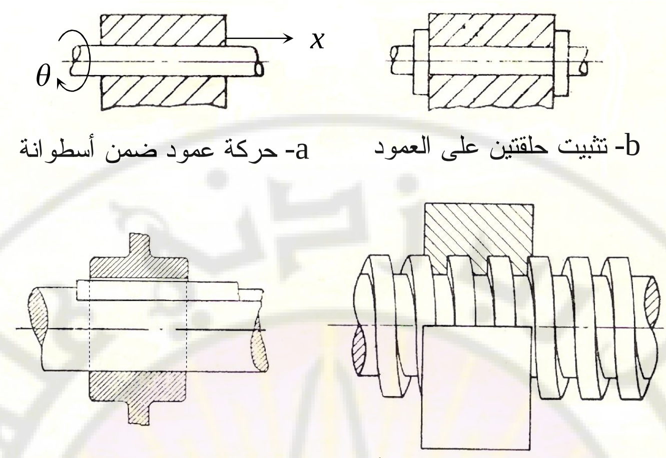
## 4-1- الازدواج الحركي *Kinematic Pair*

إذا وصلنا وصلتين بعضهما ببعض بحيث تكون الحركة النسبية بينهما مقيدة تقيداً تاماً فإننا نحصل على ازدواج حركي . هذا يعني أن الحركة النسبية المستوية بين الوصلتين يجب أن تكون ذات درجة طلاقة واحدة ، أي: إنها تُحَدد بإحداثي مستقل واحد فقط ، وبما أن للوصلة الطليقة التي تتحرك حركة مستوية بالنسبة لوصلة أخرى ثلاث درجات طلاقة ، كما ورد سابقاً في الفقرة (1-2) ، فإنه يجب - لتحقيق ازدواج حركي - تقييد حركة كل من الوصلتين بشكل يؤمن بينهما حركة نسبية ذات درجة طلاقة واحدة .

بالنسبة للوصلات التي تدخل في ازدواج حركي يكون عدد درجات الطلاقة أقل من ست درجات طلاقة ؛ بسبب شرط التماس والوصل الدائم لوصلات الازدواج الذي يخفض من عدد الانتقالات الممكنة ، ويمكن تقسيم الازدواجات الحركية بالنسبة لعدد درجات الطلاقة بأنها أحادية ، وثنائية ، وثلاثية ، ورباعية ، وخماسية . وإن عدد درجات الطلاقة وعدد درجات التقييد يساوي الستة دائماً أي: إنه يساوي عدد درجات الطلاقة لجسم يتحرك في الفراغ .

لفهم المقصود من الحركة النسبية المقيدة تقيداً تاماً ، ندرس حركة عمود ضمن أسطوانة ثابتة بينهما توافق دقيق ، كما في (الشكل-1-5) . نلاحظ في الحالة a في (الشكل-1-5) أنه يمكن تحريك العمود بالنسبة للأسطوانة بإحدى الحركات الآتية : دوران ، أو انزلاق ، أو دوران مع انزلاق ؛ وبالتالي فإن الحركة النسبية بينهما ليست مقيدة تقيداً تاماً ؛ إذ إن التلامس المغلق بين سطحي العمود والأسطوانة قد ألغى درجة طلاقة واحدة للعمود ؛ لأن درجة طلاقة الأسطوانة تساوي الصفر لكونها ثابتة ؛ إذ من الواضح أنه يلزم - بشكل عام - إحداثيان مستقلان $x , \theta$ لتحديد وضع العمود بالنسبة للأسطوانة في أية لحظة ، ولا يمكن ، من حيث الشكل الهندسي للازدواج الحركي بين الوصلتين ، تحديد حدوث أية من الحركات المذكورة سابقاً بشكل قاطع .

لكن إذا رغبنا أن تكون الحركة بين العمود والأسطوانة مقيدة تقيداً تاماً ، فعلينا عندئذ إدخال بعض التعديلات على هذا الشكل بحيث تؤمن قيداً إضافياً يلغي إحدى درجتي الطلاقة للعمود . يمكن على سبيل المثال ، إما:




a- حركة عمود ضمن أسطوانة   b- تثبيت حلقتين على العمود

d- لولبة سطحي تماس كل من العمود والأسطوانة.   c- تثبيت خابور غاطس في الأسطوانة.

(الشكل-1-5) الحركة بين العمود والأسطوانة .

- تثبيت حلقتين على العمود ، كما في الحالة b في (الشكل-1-5) ، بحيث تصبح حركة العمود بالنسبة للأسطوانة حركة دورانية فقط .
- أو تثبيت خابور غاطس في الأسطوانة ، كما في الحالة c في (الشكل-1-5) ، يشكل مع مجرى ملائم في العمود توافقاً انزلاقياً بحيث يسمح للعمود بالانزلاق فقط .
- أو لولبة سطحي تماس كل من العمود والأسطوانة ، كما في الحالة d في (الشكل-1-5) ، وتكون الحركة الناتجة مقيدة تقيداً تاماً رغم وجود دوران وانزلاق بآن واحد ؛ إذ إنه لكل دورة هناك انزلاقاً محدد القيمة بخطوة اللولب .

تجدر الإشارة إلى أن التحليل السابق لمفهوم التقييد التام للحركة بين وصلتين يبقى صحيحاً فيما لو كانت الأسطوانة غير ثابتة ؛ إذ إن الحركة النسبية بين الوصلتين لن تتغير ؛ وبالتالي فإن تثبيت إحدى الوصلتين أو تحريكها لا يغير نوعية الازدواج الحركي بينهما ؛ لأنه يتحدد بطبيعة الحركة النسبية فقط دون غيرها .

لما كانت الغاية من الوصلات المشكلة لآلة ما هي أداء حركة معينة يمليها العمل الذي صممت هذه الآلة من أجله ، فإنه من الواضح أن الازدواجات الحركية جميعها بين هذه الوصلات يجب أن تكون مقيدة تقيداً تاماً ؛ وبالتالي فإن تعبير ازدواج أينما ورد يعني ازدواجاً حركياً ما لم يُذكَر خلاف ذلك .

### 1-4-1- تصنيف الازدواجات الحركية *Kinematic Pair Classification*

نظراً لتباين أنماط الأداء في الآلات ، ولتنوع التقنيات المستخدمة في تحقيق حركة ما ، فإنه من الصعب تصنيف الازدواجات ضمن مجموعات محددة مستقلة لا تداخل بينها ؛ وبالتالي فإن هذا التصنيف يتم وفق منطلقات مختلفة ، نبين أهمها في الآتي:

**1. وفق طبيعة الحركة النسبية** *According to Relative Motion*

بما أن للحركة النسبية أهمية خاصة في تحديد مفهوم الازدواج الحركي ، فإنه من الطبيعي تصنيف الازدواجات تبعاً لنوع هذه الحركة بين وصلتي الازدواج . نميز في هذا المجال أربعة أنواع ، وهي:

- ازدواج حركي دوراني *Turning Pair*

حيث تقيد نقاط إحدى الوصلتين بالدوران على مسارات دائرية حول محور ثابت يمر في الوصلة الأخرى . مثال ذلك الحالة b في (الشكل-1-5) ، والمفاصل الدورانية والمحامل الارتكازية .

- ازدواج حركي انزلاقي *Sliding Pair*

حيث تكون الحركة النسبية بين نقاط تماس الوصلتين انزلاقية . يمكن للانزلاق أن يتم على مسارات مستقيمة ، مثال ذلك الحالة c في (الشكل-1-5) ، مكبس وأسطوانة ، منزلقة ومجرى مستقيم ، أو يمكن أن تنزلق إحدى الوصلتين على مسارات منحنية محددة في الوصلة الأخرى كما في حالة منزلقة ضمن مجرى منحن ، أو تابع مسطح وكامة قرصية .

- ازدواج حركي لولبي *Screw Pair*

حيث الحركة النسبية لولبية ، أي: إنها دوران بحت حول محور يرافقه انزلاق بحت موازٍ للمحور نفسه مع وجود علاقة محددة بين الدوران والانزلاق . مثال ذلك الحالة d في (الشكل-1-5) .

- ازدواج حركي تدحرجي *Rolling Pair*

إذا تحركت وصلة على وصلة أخرى بحيث لا تمس نقطة من إحداهما نقطتين متتابعتين على الأخرى ، فإن الحركة الناتجة هي تدحرج صرف ، والازدواج الحركي بينهما هو ازدواج حركي تدحرجي ، يعني ذلك أن شرط حدوث الحركة التدحرجية هو عدم وجود سرعة نسبية عند نقاط تماس الوصلتين . مثال ذلك تدحرج قرص على مستقيم أو على قرص آخر ، محامل الكرات (*Rolling Balls*) ، ومحامل الدحاريج ، وتعشيق زوج من أسنان مسننين .

2. **وفق طبيعة التقييد التام للحركة**

***According to Complete Constraint of Motion***

نميز في هذا المجال نوعين من الازدواجات ، وهما:

- ازدواج حركي مغلق ذاتياً *Self-Closed Kinematic Pair*

حيث يكون الشكل الهندسي للازدواج بين الوصلتين كافياً لتقييد الحركة بشكل تام ، ويتم تأمين الاتصال الدائم بواسطة تشكيل عناصر الازدواج الحركي ، بحيث لا يسمح إلا لنوع واحد من الحركة النسبية بالحدوث بين الوصلتين ، كما في الازدواجات الدورانية والانزلاقية واللولبية المبينة في الحالات b , c , d في (الشكل-1-5) ، فهي مغلقة ذاتياً حيث يحيط عنصر إحدى الوصلات بالأخرى . كذلك الأمر بالنسبة للكامات ذات الحركة الإيجابية ، ولمنزلقة تتحرك ضمن مجرى محدد وغيرها .

- ازدواج حركي مغلق قسرياً *Force-Closed Kinematic Pair*

يلاحظ في الكثير من الآلات أن شكل الازدواج لا يؤمن حركة مقيدة تماماً ، لكن ينتج تقييد تام للحركة من تأثير قوى خارجية ، يقال عن ازدواج من هذا النوع: إنه مغلق قسرياً ، وهناك وسائل عدة لغلق الازدواج ، وهي:

- الازدواجات الحركية المغلقة بقوى الثقالة

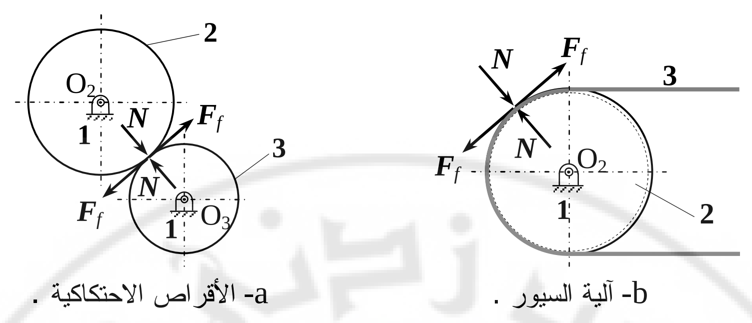
*Kinematic Pairs Closed by Gravity Force*

كما في حالة العنفات الشاقولية ، حيث لا يمنع الازدواج بين العمود ومحمل الدفع الحركة إلى الأعلى ، إلا أن وزن العنفة الكبير نسبياً يمنع إمكان حدوث هذه الحركة .

- الازدواجات الحركية المغلقة بقوى الاحتكاك

*Kinematic Pairs Closed by Friction Force*

يتم نقل الحركة من وصلة لأخرى عن طريق قوى الاحتكاك التي تؤثر في سطوح التماس ، مثل: الأقراص الاحتكاكية 2 و 3 الموضحة في المخطط a في (الشكل-1-6) ، حيث تتولد قوى الاحتكاك $F_f$ بين هذه الأقراص ، وآلية السيور حيث تتولد قوى الاحتكاك $F_f$ بين السير 3 والبكرة 2 الموضحة في المخطط b في (الشكل-1-6) .



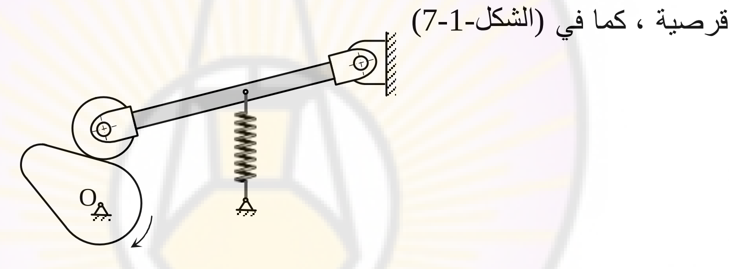
a- الأقراص الاحتكاكية .　　　　　　b- آلية السيور .

(الشكل-1-6) ازدواجات حركية مغلقة بقوى الاحتكاك

- الازدواجات الحركية المغلقة بقوة نابض

*Kinematic Pairs Closed by Spring Force*

يمكن أن تكون القوى الخارجية المقيدة للحركة نابضية ، كما في حالة تابع وكامة قرصية ، كما في (الشكل-1-7)




(الشكل-1-7) ازدواج حركي مغلق بقوة نابض .

- الازدواجات الحركية المغلقة بسبب الأوضاع النسبية للوصلات

*Closed Kinematic Pairs by Relative Position of Links*

يتم في بعض الحالات إغلاق الازدواج الحركي قسرياً بسبب الأوضاع النسبية لوصلات أو ازدواجات أخرى . مثال ذلك الازدواج الحاصل بين المكبس والأسطوانة في محرك الاحتراق الداخلي كما في المخطط a في (الشكل-1-3) حيث الحركة النسبية غير مقيدة تماماً ، لكن بسبب وجود ذراع التوصيل ، فإن محوري إصبع المكبس ووتد المرفق متوازيان دوماً ؛ وبالتالي فإن الحركة النسبية بين الأسطوانة والمكبس هي حركة انزلاقية فقط .

من الواضح أن تأمين ازدواجات مغلقة ذاتياً يستوجب دقة عالية في تشغيل سطوح تماس الوصلات وإنهائها ؛ لذا فإن التصميم الحركي للازدواجات يتم عادة بالاعتماد على إحدى وسائل الإغلاق القسري منعاً لحدوث انحرافات في الحركة النسبية بين الوصلات ؛ لأنه لا يمكن إنهاء سطوح التماس إلا ضمن حدود تفاوت معينة .

### 3. وفق شكل التماس *According to Contact Form*

تصنف الازدواجات من حيث شكل تماس الوصلتين في نوعين:

- ازدواج حركي سفلي *Lower Pairing*

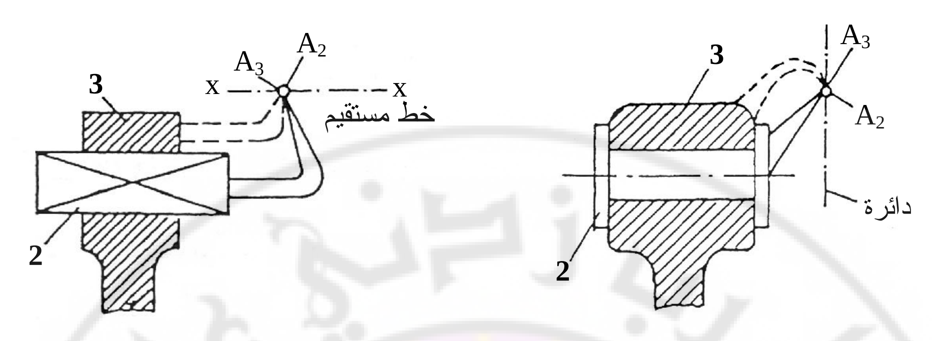
هو الازدواج الذي تتم الحركة النسبية بين وصلاته عن طريق التماس بين سطوحه ، ويكون تماس الوصلتين عبر سطحي تماس متطابقين هندسياً ، ويغلف أحدهما الآخر كلياً . والأمثلة من هذا النوع كثيرة ، نذكر منها مفصلاً دورانياً ، مكبساً وأسطوانة ، منزلقة ومجرى ، ولولباً مع عزقة . من الواضح أن للازدواج السفلي في الحركة المستوية درجة طلاقة واحدة ، بينما يكون له في الحركة الفراغية ثلاث درجات طلاقة ، كما في المفصل الكروي .

- ازدواج حركي علوي *Higher Pairing*

هي تلك الازدواجات التي تتم الحركة النسبية بين وصلاتها عن طريق التماس في نقاط معينة أو خطوط مستقيمة أو منحنية ، كما في حالة التوابع والكامات ، والمحامل ذات الكرات والدحاريج ، وتعشيق أسنان المسننات وغيرها . يلاحظ في هذه الازدواجات - بشكل عام - أن إحدى الوصلتين لا تغلّف تماماً الوصلة الأخرى ؛ إضافة إلى أنه لا يوجد بينهما تطابق تام بالشكل الهندسي ؛ لذا فإنه يلزم عادة تطبيق إغلاق قسري لتقييد الحركة النسبية تقيداً تاماً ، أو على الأقل ، لحفظ التماس بين الوصلتين .

من الواضح أن الازدواج العلوي ، بحد ذاته يلغي درجة طلاقة واحدة فقط ، وهي التي في اتجاه الناظم المشترك للوصلتين عند التماس . ينتج من ذلك أن للازدواج العلوي في الحركة المستوية درجتي طلاقة ، بينما يكون له في الحركة الفراغية خمس درجات طلاقة ، كما في حالة تدحرج مخروطين بعضهما على بعض ؛ لذا يتم عملياً تطبيق إغلاق قسري لتحقيق حركة معينة ما .

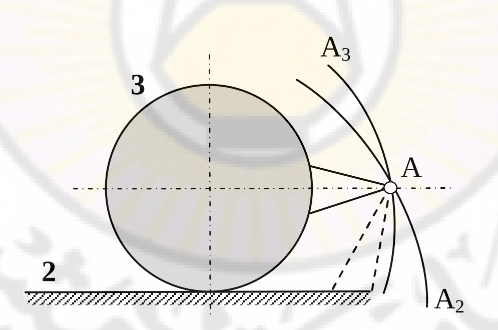
كما أن هناك فرقاً أساسياً بين هذين النوعين من الازدواجات ، وهو أن السطوح المتماسة في الازدواجات السفلية متطابقة هندسياً ، حيث تسري خاصية قابلية التعاكس الحركي بين الوصلات . هذا يعني أنه عند الحركة النسبية للوصلتين المتمفصلتين 2 و 3 ترسم مثلاً النقطة $A_2$ أو $A_3$ المسار نفسه ، كما هو مبين في (الشكل-1-8) سواء كانت تابعة للوصلة 2 أو 3 .




b- ازدواج حركي دوراني سفلي .                    a- ازدواج حركي انزلاقي سفلي .

(الشكل-1-8) قابلية التعاكس الحركي في الازدواجات السفلية .

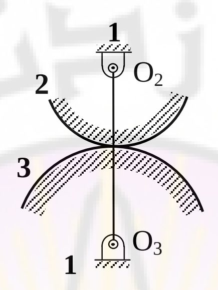
أما الازدواجات العلوية ، فهي عادة غير قابلة للتعاكس كما تبين الدراسات ، فإذا ما تدحرجت الوصلة 3 على الوصلة 2 ، فإن النقطة $A_3$ ترسم منحنياً دويرياً ، أما إذا تدحرجت الوصلة 2 على الوصلة 3 ، فإن النقطة $A_2$ ترسم انفراد الدائرة أي منحنياً إنفوليوتياً ، كما هو مبين في (الشكل-1-9) .




(الشكل-1-9) عدم قابلية التعاكس في الازدواجات العلوية .

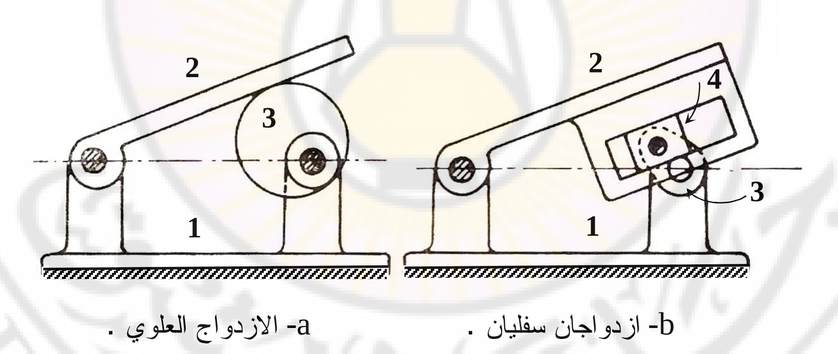
بما أن الازدواجات الحركية السفلية تتم عبر تماس سطوح ، فإن ميزة وصلاتها أنها تتحمل إجهادات ، وتقاوم التآكل أكثر من وصلات الازدواجات الحركية العلوية ؛ أي قدرتها على تقبل نقل وإعادة إعطاء قوى كبيرة بأقل تآكل ممكن ؛ لذا فإنه يفضل قدر الإمكان ، تجنب استعمال الازدواجات العلوية أو الاستعاضة عنها بازدواجات سفلية مكافئة حركياً ، ويتم ذلك عادة باستعمال وصلة إضافية ذات ازدواجين سفليين .

يبين (الشكل-1-10) مثالاً يوضح عملية الاستعاضة عن الازدواج العلوي بقضيب ومفصلين دورانيين حيث توضع المفاصل الدورانية في مراكز تقوّس المنحنيات المتماسة ، ويتم وصل بعضها ببعض بواسطة وصلة جديدة طولها يساوي مجموع نصفي قطري تقوس المنحنيين .




(الشكل-1-10) الاستعاضة عن الازدواج العلوي بقضيب ومفصلين دورانيين .

ويبين (الشكل-1-11) مثالاً يوضح عملية الاستعاضة عن الازدواج العلوي في المخطط a بازدواجين سفليين في المخطط b .




a- الازدواج العلوي .            b- ازدواجان سفليان .

(الشكل-1-11) الاستعاضة عن الازدواج العلوي في a بازدواجين سفليين في b .

إن التماس المباشر في الحالة a في (الشكل-1-11) بين الوصلتين 2 و 3 يشكل ازدواجاً علوياً لأنه يتم خطياً ، أما في الحالة b في (الشكل-1-11) فقد أضيفت الوصلة 4 التي تتصل من جهة ، بالوصلة 3 بازدواج سفلي دوراني ، بينما تتصل من جهة أخرى ، بالوصلة 2 عبر ازدواج سفلي انزلاقي .

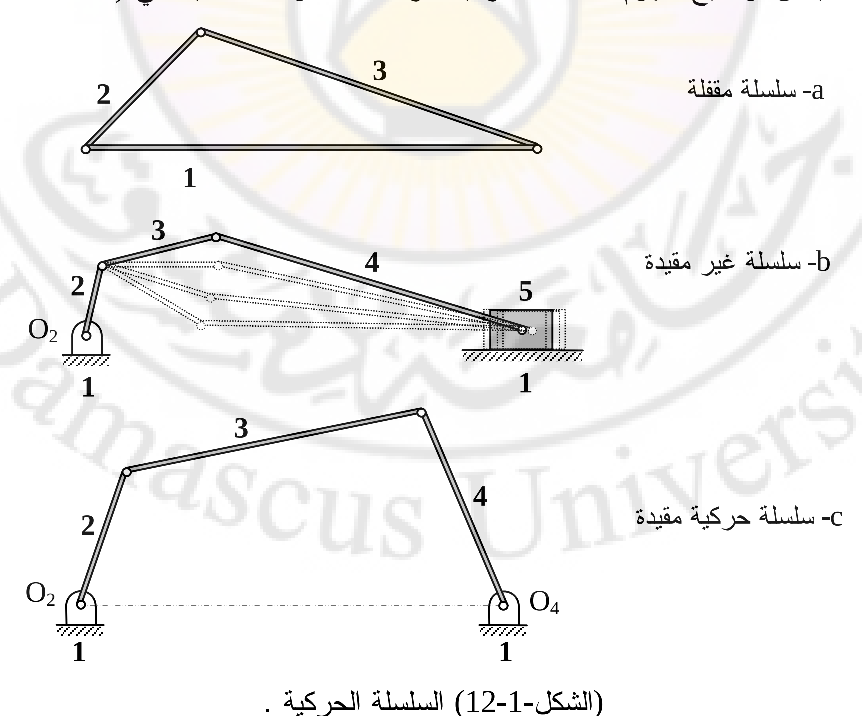
من الواضح أن هذا الاستبدال لم يغير طبيعة الحركة الأصلية حيث دوران الوصلة 3 مثلاً يؤدي إلى حركة تأرجحية للوصلة 2 في كلتا الحالتين ، أي: إنهما متكافئتان حركياً .

يتضح مما سبق أنه من الصعب بوجه عام إعطاء أفضلية لطريقة تصنيف الازدواجات الحركية على أخرى ؛ نظراً لوجود تداخل بينها . مثال ذلك الازدواج الحاصل بين تابع مسطح وكامة قرصية هو ازدواج علوي - انزلاقي - مغلق قسرياً ، بينما الازدواج في حالة منزلقة تتحرك ضمن مجرى هو ازدواج سفلي - انزلاقي - مغلق ذاتياً ، أما الازدواج عند تدحرج قرصي احتكاك فهو علوي - تدحرجي - مغلق قسرياً ؛ أي: إن التسمية المتكاملة لازدواج ما تشمل عادة نوعين أو أكثر من الأنواع المختلفة المذكورة آنفاً . إلا أننا في مجال بحثنا سنستعمل - بشكل رئيس - التسمية وفق طبيعة الحركة النسبية ؛ لاهتمامنا بالتحليل الميكانيكي للآلات دون التطرق إلى النواحي التصميمية والإنتاجية .

## 1-5- السلسلة الحركية *Kinematic Chain*

تتكون السلسلة الحركية من مجموعة ازدواجات حركية مرتبطة بعضها ببعض ، حيث كل وصلة فيها جزء في ازدواجين أو أكثر ، والحركة النسبية بين مختلف وصلاتها مقيدة تقييداً تاماً .

يمكن توضيح مفهوم السلسلة الحركية بدراسة المجموعات المبينة في (الشكل-1-12):




(الشكل-1-12) السلسلة الحركية .

تتكون المجموعة a في (الشكل-1-12) ، من ثلاث وصلات ذات ازدواجات دورانية فيما بينها ، حيث يتحقق القسم الأول من تعريف السلسلة الحركية ، لكن من الواضح أنه لا يمكن أن ينتج عنها أية حركة نسبية بين الوصلات الثلاث ؛ وإنما تشكل هيكلاً صلباً يستعاض عنه عند الدراسة الحركية بوصلة واحدة . يسمى هذا النوع من المجموعات بالسلسلة المقفلة ، ودرجة الطلاقة في هذه الحالة تساوي الصفر .

تتكون المجموعة b في (الشكل-1-12) ، من خمس وصلات تصل بينها أربعة ازدواجات دورانية وازدواج انسحابي واحد ، حيث يتحقق هنا أيضاً القسم الأول من التعريف ، لكن الحركة النسبية بين الوصلات غير مقيدة تماماً ، باعتبار أنه إذا ثبتنا الوصلة 1 مثلاً وأعطينا حركة محددة للوصلة 2 ، فإن هنالك عدة احتمالات ممكنة لحركة كل من الوصلات 5 , 4 , 3 كما هو مبين بالخطوط المتقطعة . يسمى هذا النوع من المجموعات بالسلسلة غير المقيدة ، ويكون لها أكثر من درجة طلاقة واحدة .

أما المجموعة c في (الشكل-1-12) ، فمن الواضح أنها تحقق الشرطين معاً ، من حيث ترابط الوصلات وكون الحركة النسبية بينها مقيدة تقييداً تاماً ، فهي إذن سلسلة حركية ، لأنه إذا ثبتنا الوصلة 1 مثلاً ، وأعطينا حركة معينة للوصلة 2 فإن كلاً من الوصلتين 4 , 3 تتحرك بحركة محددة وحيدة . أي: إن الحركات النسبية بين وصلات سلسلة حركية تحدد بوسيط مستقل واحد ، هو مثلاً الزاوية بين وصلتين ؛ وبالتالي فإن لها درجة طلاقة واحدة فقط .

يقال عن وصلة في سلسلة حركية إنها بسيطة أو ثنائية إذا اتصلت بازدواجين فقط ، وتكون الوصلة مركّبة إذا اتصلت بأكثر من ازدواجين ، وتسمى عندئذ وصلة ثلاثية ، أو رباعية ، بحسب عدد الازدواجات المتصلة بها ؛ وبالتالي تكون السلسلة بسيطة إذا تكونت من وصلات بسيطة فقط ، وإلا فهي سلسلة مركّبة .

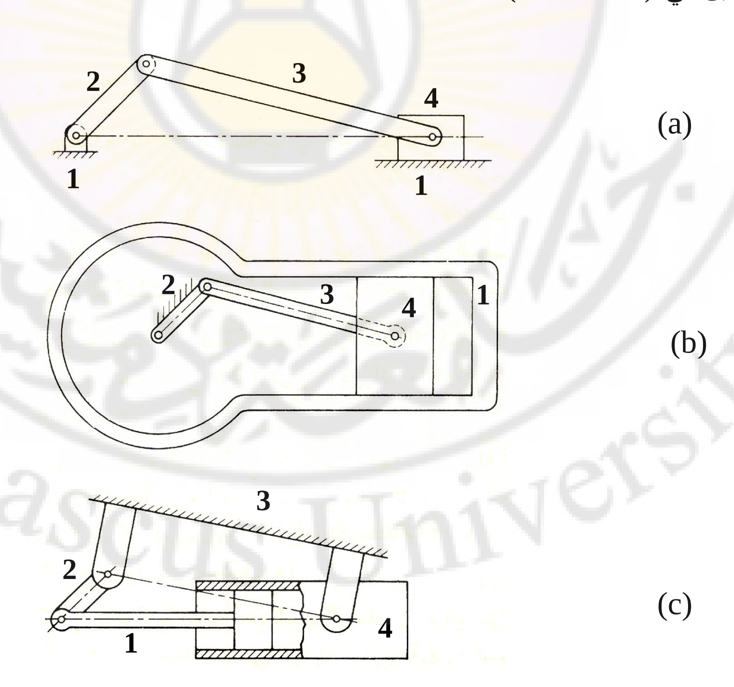
من الواضح أنه يمكن للسلسلة الحركية أن تتكون من أي عدد من الوصلات تتصل فيما بينها بأي نوع من الازدواجات ، شرط أن تحقق هذه المجموعة من الوصلات والازدواجات سلسلة مستمرة مغلقة لها حركة نسبية مقيدة تماماً . كما يمكن أن يكون فيها بدلاً من الازدواجات البسيطة والتي تربط بين وصلتين ، ازدواجات مضاعفة تربط بين ثلاث وصلات أو أكثر ، وتسمى السلسلة مستوية إذا وقعت مسارات الحركات النسبية للوصلات جميعها في مستويات متوازية ، وإلا فهي فراغية . سنتطرق في دراستنا بوجه عام إلى السلاسل المستوية ، مع الإشارة - حيث يلزم - إلى السلاسل الفراغية . ستوضح الأمثلة اللاحقة مجمل هذه المفاهيم .

## 1-6- التركيبة الآلية *Mechanism*

إذا ثبتت إحدى وصلات سلسلة حركية فإنه ينتج لدينا ما يسمى بالتركيبة الآلية أو الآلية ، ويمكن عندئذ استعمال المجموعة في نقل الحركة أو تحويلها ، وعندما نتحدث عن الآلية فإننا نفكر في الوسيلة التي نحصل بها على حركات ميكانيكية معينة ، ولا يهمنا البحث في مقدرة هذه الوسيلة على القيام بأي عمل مفيد .

نلاحظ أنه يمكن الحصول على تركيبات آلية مختلفة من سلسلة حركية واحدة حسب الوصلة المثبتة ، وإن عدد هذه التركيبات يساوي عدد الوصلات المكونة للسلسلة ، لكن ليس من الضروري أن تكون كلها ذات فائدة أو تطبيقات عملية ، وتسمى كل تركيبة من هذه التركيبات بالتركيبة العكسية أو متحول الآلية (*Inversion of a Mechanism*) للسلسلة الأصلية .

ويمكن توضيح مفهوم التركيبة العكسية بدراسة التركيبات الناتجة من سلسلة المنزلقة والمرفق المكونة من أربع وصلات ، بينها ثلاثة ازدواجات دورانية وازدواج انزلاقي كما هو مبين في (الشكل-1-13) .




(الشكل-1-13) التركيبات الناتجة من سلسلة المنزلقة والمرفق .

تعد التركيبة الآلية المبينة في المخطط a في (الشكل-1-13) حيث تثبت الوصلة 1 من أهم تطبيقات هذه السلسلة ؛ لأنها أساس التصميم الحركي للآلات الترددية كمحركات الاحتراق الداخلي ، والضواغط .

إذا استعضنا عن ذلك بتثبيت الوصلة 2 ، فإننا نحصل على تركيبة ويت وورث (*Whitworth*) المبينة في المخطط b في (الشكل-1-13) ، وهي تستعمل في المقاشط وبعض آلات قطع المعادن لتأمين الحركة سريعة الارتداد التي سنتطرق إليها لاحقاً .

أما التركيبة الآلية المبينة في المخطط c في (الشكل-1-13) فإنها تنتج من تثبيت الوصلة 3 ، حيث يؤدي دوران الوصلة 2 إلى حركة ترددية للوصلة 1 ضمن الوصلة 4 المتأرجحة حول المفصل الدوراني بينها والوصلة الثابتة 3 . تستعمل هذه التركيبة كأساس في المحرك متأرجح الأسطوانة ، وكذلك في تركيبة المرفق والذراع المشقوق لتأمين حركة سريعة الارتداد مشابهة للحالة b في (الشكل-1-13) .

أما المتحول الرابع الذي ينتج من تثبيت الوصلة المنزلقة 4 فلن نتطرق إليه نظراً لتضائل تطبيقاته العملية حالياً ، بعد أن كان يستعمل في المضخات اليدوية الترددية النطاحة وفي المضخات النواسة .

تجدر الإشارة إلى أنه أياً كانت الوصلة الثابتة ، فإن الحركة النسبية بين الوصلات كما هي دون تغيير ، أي إن لجميع متحولات سلسلة حركية ما الحركات النسبية نفسها ، بينما تتغير الحركات المطلقة لوصلاتها . يبقى هذا صحيحاً رغم أننا نضطر غالباً ، عند تطبيق متحول ما عملياً ، إلى تغيير شكل بعض الازدواجات أو وظيفتها ، أو تغيير نسب أبعاد بعض الوصلات بما يلائم المتطلبات العملية ؛ لأن أي متحول هو مشتق أساساً من سلسلة حركية مقيدة الحركة تقيداً تاماً .

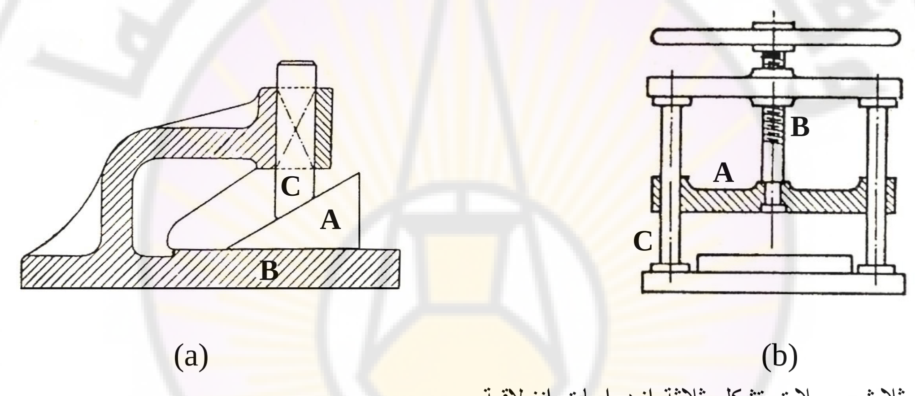
يتضح من تعريف السلسلة الحركية الوارد في الفقرة (1-5) أن توصيف حركة وصلة واحدة منها يحدد حركة بقية الوصلات ؛ وبالتالي فإن التركيبات الآلية المشتقة منها هي ذات درجة طلاقة واحدة ، وتسمى الوصلة التي تحدد حركة تركيبة ما بالوصلة القائدة . لكن هذا لا يعني بالضرورة أنه لا يمكن إنشاء تركيبات آلية ذات تطبيقات عملية انطلاقاً من سلاسل غير مقيدة . إلا أنه يجب في هذه الحالة توصيف حركة وصلتين أو أكثر ، وفق عدد درجات طلاقة السلسلة الأصلية ، لكي تحدد حركة بقية الوصلات . مثال ذلك ، التركيبة التفاضلية المستعملة في السيارات هي أساساً سلسلة ذات درجتي طلاقة ؛ وبالتالي يجب عند تصميمها حركياً توصيف حركة وصلتين فيها سرعة دوران عجلتين مثلاً ؛ لتحديد حركة بقية الوصلات .

تستعمل التركيبات ذات درجات الطلاقة المتعددة في عدة تطبيقات عملية ، منها دارات التحكم وأنظمة توليد التوابع الرياضية ، حيث تحدد الحركة عادة بأكثر من متغير مستقل واحد .

يجب إذن عند دراسة تركيبة ما تعيين عدد درجات طلاقتها ؛ وبالتالي تحديد الشروط التي ينبغي تحققها كي تكون هذه التركيبة قابلة للتطبيق عملياً . لقد تم ايجاد عدة علاقات لتعيين درجة طلاقة تركيبة ما بحسب عدد الوصلات المكونة لها عدد الازدواجات وعدد درجات الطلاقة التي يسمح بها كل من هذه الازدواجات ، لكن لكل من هذه العلاقات شروطاً محددة لتطبيقها بحيث لا يمكن - بوجه عام - اعتماد علاقة معينة لتشمل الحالات جميعها . تعد طريقة الإنشاء العددي التي وضعها الباحث كروبلير (*Grübler*) من أهم الطرائق المطبقة في هذا المجال نظراً لكونها الأكثر شمولية ، وبخاصة في دراسة تركيبات الحركة المستوية .

بينا في الفقرة (1-5) أن ثلاث وصلات بينها ازدواجات دورانية لا تشكل سلسلة حركية ؛ وإنما تكافئ وصلة صلبة واحدة . لكن يجب ألا يفهم من ذلك عدم وجود سلاسل حركية ؛ وبالتالي تركيبات آلية ، مكونة من ثلاث وصلات أو وصلتين فقط .

يبين (الشكل-1-14) مثالين لتركيبة آلية ذات ثلاث وصلات ، ففي الحالة a في (الشكل-1-14) لدينا ثلاثة ازدواجات انزلاقية بين الوصلات A , B , C ، بحيث إذا ثبتت الوصلة B وأعطيت إزاحة معينة للوصلة A فإن الوصلة C تتحرك بإزاحة محددة تتناسب مع الازاحة المعطاة ، وتسمى هذه التركيبة الإسفين .




(a) (b)

a- ثلاث وصلات تشكل ثلاثة ازدواجات انزلاقية .

b- ثلاث وصلات تشكل ازدواجاً دورانياً ، وانزلاقياً ، وازدواجاً لولبياً .

(الشكل-1-14) تركيبات آلية ذات ثلاث وصلات .

أما الحالة b في (الشكل-1-14) فيمثل تخطيطاً لتركيبة مكبس يدوي لولبي حيث الازدواج A-B دوراني ، الازدواج A-C انزلاقي ، والازدواج B-C لولبي . إذا ثبتت الوصلة C وتم تدوير الوصلة B حول محورها ، فإن إزاحة الوصلة A بالنسبة إلى الوصلة C تتناسب مع دوران B .

كما يمكن لوصلتين بينهما ازدواج دوراني أن تشكلا تركيبة كالملفاف ، أو الرافعة البسيطة والمقص . أما إذا كان بينهما ازدواج انزلاقي ، فنحصل على المستوي المائل مثلاً ، وفي حالة ازدواج لولبي بين الوصلتين نحصل على تركيبة المرفاع اللولبي المستعمل لرفع السيارات .

### 1-6-1- أنواع التركيبات الآلية *Types of Mechanisms*

يفضل عادة تقسيم التركيبات الآلية وفق نمط حركتها:

- التركيبات الآلية المستوية *Plane mechanisms*

تتميز التركيبات الآلية المستوية بأن المحاور الدورانية جميعها فيها تكون متوازية ، وتتحرك كل نقاط التركيبة الآلية في مستويات متوازية ، وبشكل عام يمكن وصف حركة كل وصلة بأنها ذات بعدين .

- التركيبات الآلية الفراغية *Spatial mechanisms*

عندما لا تتم الحركة في مستويات متوازية ، فإنها تدعى بالحركة الفراغية وهي الحالة الأكثر عمومية ، وتكون المحاور الدورانية متصالبة . وتسمى التركيبة الآلية عندئذ بالآلية الفراغية أو الآلية ثلاثية الأبعاد . فالإنسان الآلي الصناعي هو آلية فراغية . وهناك حالة خاصة للآليات الفراغية تدعى بالآليات الكروية التي تتميز بأن كل محاورها الدورانية تتقاطع في نقطة واحدة .

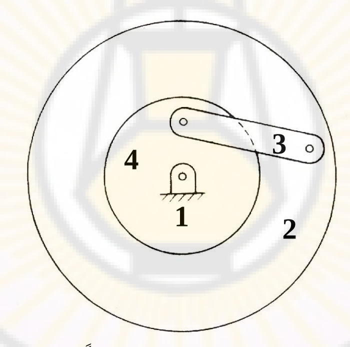
سنقتصر في هذا الفصل على دراسة الآليات المستوية ، لأن هذا النوع هو الأكثر استعمالاً في التطبيقات الميكانيكية والآلات المختلفة .

### 1-7- الآلة *Machine*

تتألف الآلة من تركيبة آلية واحدة أو مجموعة تركيبات آلية ، قادرة على نقل الطاقة أو تحويلها من مصدر الطاقة إلى المقاومة المراد التغلب عليها بغية أداء عمل معين . وبالتالي فإن الآلة يجب أن تقوم بنقل حركة نسبية محددة ، وبنقل الطاقة التي تزود بها من مصدر خارجي ، وفائدتها محصورة في قدرتها على تغيير الطاقة المعطاة لها ، وجعلها صالحة للقيام بغرض معين ، بينما في التركيبة الآلية نهتم فقط بقدرتها على نقل حركة معينة ، وقد لا تنقل كمية محسوسة من الطاقة ، بينما الآلة يجب أن تنقل كمية محسوسة منها ، فالآلة إذن هي التنفيذ العملي للتركيبة الآلية .

فالتركيبة الآلية المبينة في المخطط a في (الشكل-1-13) تحول الحركة الترددية للمكبس إلى حركة دورانية للمرفق ، لكنها تصبح آلة محرك الاحتراق الداخلي ، عندما تقوم بتحويل طاقة الضغط في الغازات الناتجة من الاحتراق إلى عمل ميكانيكي مفيد ينتقل بواسطة عمود المرفق . يتم ذلك نتيجة تأثير ضغط الغازات على المكبس بقوة تنتقل خلال ذراع التوصيل والمرفق لتدوير عمود المرفق بعزم يستفاد منه في أداء عمل معين .

قد يتساءل بعضهم عما إذا كان المحرك الكهربائي هو آلة من خلال المفهوم السابق ذكره ، في الواقع إنه يمثل حركياً تركيبة رباعية الوصلات تكافئ تلك المبينة في (الشكل-1-15) ، حيث يدور القرصان 2 و 4 حول محور مشترك ، ويتصل بعضهما ببعض عبر الوصلة القارنة 3 . في المحرك الكهربائي ، تماثل القطبية الدوارة في ملف التحريض القرص 2 ، بينما يعمل المجال المغناطيسي عمل الوصلة 3 ، ويكافئ المتحرض حركياً القرص المقود 4 .




(الشكل-1-15) تمثيل المحرك الكهربائي حركياً بتركيبة رباعية الوصلات .

من الواضح أن كل الآلات هي أساساً تركيبات آلية ، لكن العكس ليس من الضروري ؛ إذ إن بعض الأجهزة الدقيقة كالساعات والأجزاء الميكانيكية في أجهزة القياس والآلات الكاتبة وغيرها ، تقع وفقاً للتعريف على الحد الفاصل بين الآلات والتركيبات الآلية . لكنه من الأكثر ملاءمة تصنيف هذه الأجهزة كتركيبات آلية ؛ لأنها تنقل طاقة صغيرة جداً تكفي فقط للتغلب على الاحتكاك ، ولإعطاء الحركة النسبية المطلوبة ، أي: إن العمل المفيد هو تغيير الأوضاع النسبية للأجزاء دون الحاجة إلى أداء عمل خارجي . فالآلة إذن ، بمفهومها العملي ، يجب أن تنقل كمية محسوسة من الطاقة كافية لأداء عمل خارجي معين ، وللتغلب على المقاومات المؤثرة في أجزائها المتحركة .

## 8-1- درجات طلاقة السلاسل الحركية ***Kinematic Chain Degrees of Freedom***

يمكن توضيح الأسس المتبعة في تحديد عدد درجات طلاقة سلسلة حركية ؛ وبالتالي تركيبة آلية ، استناداً إلى كون درجة طلاقة مجموعة ما من الازدواجات الحركية تساوي عدد الإحداثيات المكانية المستقلة التي تحدد وضع المجموعة المتكاملة بالنسبة إلى جملة إحداثيات ثابتة تمثل مستوي الإسناد الثابت .

إذا كان عدد الأجسام الصلبة أو الوصلات المكونة للمجموعة الحركية هو $n$ ، فإنه يكون لكل جسم منها لو فرضنا أنه يتحرك حركة طليقة $b$ درجة طلاقة ، حيث $b$ هو عدد الإحداثيات التي تحدد وضع الجسم وهو في حالة الحركة الفراغية $(b = 6)$ ، وفي الحركة المستوية $(b = 3)$ كما ورد في الفقرة (1-2) . ينتج من ذلك أن درجة طلاقة مجموعة أجسام تتحرك جميعها بطلاقة هي $(b . n)$ .

إلا أنه في حالة سلسلة تحوي ازدواجات أو وسائل تربط هذه الأجسام بعضها بعضاً ؛ وبالتالي تقيد هذه الازدواجات حركة السلسلة بحيث ينقص عدد درجات الطلاقة تبعاً لعدد القيود الحركية عند كل ازدواج $C_i$ ، ويصبح عدد درجات طلاقة السلسلة $F$ ، هو:

$$F = b . n - \Sigma C_i \qquad (1\text{-}1)$$

أي بمعنى آخر تصبح درجة طلاقة كل ازدواج $f_i$ مساوية عدد الإحداثيات في الحركة الطليقة مطروحاً منه عدد القيود الحركية عند كل ازدواج $C_i$ ، ومنه فإن:

$$f_i = b - C_i \quad \Rightarrow \quad C_i = b - f_i \qquad (2\text{-}1)$$

وفي حالة تثبيت إحدى وصلات السلسلة فإن عدد الوصلات المتحركة عبر الازدواجات يصبح $(n - 1)$ ، حيث يمكن كتابة العلاقة التالية عندئذ:

$$F = b(n-1) - \Sigma(b - f_i) \qquad (3\text{-}1)$$

إن العلاقة (1-3) صحيحة في حالة كون درجة طلاقة الازدواجات مستقل بعضها عن بعض ، إلا أنه يحدث أحياناً وجود شروط خاصة لحركة السلسلة بحيث تصبح درجة طلاقة السلسلة أو التركيبة الآلية غير مستقلة تماماً . يمكن أن يتم ذلك عند:

1. انطباق درجات الطلاقة عند الازدواجات بعضها على بعض .
2. وجود أوضاع خاصة لمحاور الازدواجات .
3. وجود أبعاد خاصة للوصلات .

يجب في هذه الحالة إنقاص عدد درجات الطلاقة $F$ للسلسلة تبعاً لعدد هذه الشروط الخاصة وليكن $F_d$ ، حيث يصبح عدد درجات الطلاقة المستقلة $(F\text{-}F_d)$ .

استناداً إلى هذا التحليل استنتج الباحث كروبلير (*Grübler*) علاقات عددية لتعيين درجة طلاقة التركيبات الآلية ، حيث تعد هذه العلاقات من أهم الأسس المستعملة في الإنشاء العددي (*Number Synthesis*) للحصول على تركيبات مقيدة تقيداً تاماً ، أو بمعنى آخر تحديد عدد الوصلات التي يلزم تصميم التركيبة على أساسها تبعاً لعدد المعطيات الحركية .

سنبين هنا هذه العلاقات في حالة تركيبات ذات ازدواجات دورانية وانزلاقية فقط ، أي ازدواجات سفلية ، وفي حالة وجود ازدواجات عليا في التركيبة .

**1-8-1- تركيبات آلية ذات ازدواجات دورانية وانزلاقية**

*Turning and Sliding Pair Mechanisms*

نعلم أن تقييد الحركة المستوية بازدواج دوراني أو انزلاقي يبقي على درجة طلاقة $(f_i = 1)$ للازدواج ، حيث تعين الحركة عندئذ بإحداثي مكاني واحد فقط ، دوران أو انزلاق . فإذا كان عدد الازدواجات الدورانية والانزلاقية معا هو $p$ ، فإنه ينتج من المعادلة (1-3) أن درجة طلاقة التركيبة في هذه الحالة ، هي:

$$F = 3(n-1) - 2p \qquad (4\text{-}1)$$

على أساس أن حركة التركيبة مستوية $(b = 3)$ . أما في حالة التركيبات الفراغية $(b = 6)$ فإن عدد درجات طلاقة الازدواجات الكروية هو $(f_i = 3)$ ، ويمكن حساب درجة طلاقة تركيبة فراغية عندئذ بالتعويض من قيم $b , f_i$ في المعادلة (1-3) .

يمكن تطبيق المعادلة (1-4) مباشرة في تركيبة مستوية عند عدم وجود ازدواجات مضاعفة ، أي عدم وجود أكثر من وصلتين يتصل بعضهما ببعض عند كل ازدواج . إن وجود ازدواج مضاعف يضع قيداً أو قيوداً ، بحسب عدد الوصلات المتصلة به ، يجب حسابها عند تعيين $F$ .

يكافيء الازدواج المضاعف وجود شروط خاصة يجب تعيينها . إلا أن أبسط طريقة لتعيين درجة طلاقة التركيبة $F$ في مثل هذه الحالة هي تطبيق المعادلة (1-4) مع الانتباه إلى أن العدد $p$ هو العدد الفعلي للازدواجات البسيطة ، وليس العدد الظاهري في المخطط الحركي . ينتج من ذلك أن ازدواجاً مضاعفاً يصل بين ثلاث وصلات هو في الواقع ازدواجان بسيطان منطبقان ، بينما في حالة أربع وصلات فهو ثلاثة ازدواجات بسيطة .

مثال ذلك إذا أردنا تعيين درجة طلاقة تركيبة بوسولييه (*Peaucellier*) لتوليد حركة مستقيمة صحيحة المبينة لاحقاً في (الشكل-2-16) ، فإننا نجد أن ($n = 8$) ، أما عدد الازدواجات البسيطة فهو 2 ، بينما عدد الازدواجات المضاعفة التي يصل كل منها بين ثلاث وصلات فهو 4 ، أي: إنه يكافىء عدد 8 ازدواجات بسيطة بحيث يصبح العدد ($p = 10$) عند تطبيق المعادلة (1-4) ، ونحصل على:

$$F = 3(8-1) - 2\times10 = 1$$

وهذا متوقع لأن هذه التركيبة تنتج من سلسلة مقيدة تقيداً تاماً ($F = 1$) . أما في حالة آلية المنساخ المبين لاحقاً في (الشكل-2-24) ، فإن عدد الازدواجات البسيطة المكافىء هو ($p = 8$) وعدد الوصلات ($n = 5$) بحيث ينتج أن ($F = 2$) . إلا أنه يجب الانتباه إلى تقييد إضافي عند التطبيق العملي لهذه التركيبة ، وهو تحديد إحدى النقطتين D أو F بالتحرك على مسار معين ؛ مما يؤدي إلى ($F = 1$) .

تجدر الإشارة إلى أن التركيبات الآلية التي سيتم التعرض إليها من خلال مجمل الفصول اللاحقة هي بشكل عام ذات درجة طلاقة واحدة . أما التركيبات التفاضلية فهي تصمم أساساً للمفاضلة بين قيمتين ، أي: إن استثمارها عملياً يستلزم ($F = 2$) .

### 1-8-2- تركيبات آلية ذات ازدواجات علوية *Higher Pairing Mechanisms*

نعلم أن الازدواج العلوي يقيد بشكل عام إحداثياً واحداً للحركة ، وبالتالي فإن أغلب أشكال هذه الازدواجات ذات ($f_i = 2$) ، كما أننا أوضحنا ضرورة تطبيق إغلاق قسري للحفاظ على التماس بين الوصلتين في أغلب التطبيقات العملية لهذه الازدواجات . وبالتالي فإن الازدواجات العلوية تحسب عند تعيين درجات الطلاقة على أساس أن درجة طلاقتها ($f_i = 2$) ، إضافة إلى إنقاص عدد الشروط الخاصة $F_d$ ، اللازمة لتحقيق الحركة الصحيحة إن وجدت ، من العدد F المحسوب وفقاً للمعادلة (1-3) ، أي: إن في الحركة المستوية:

$$F = 3(n-1) - 2p_1 - p_2 - F_d \qquad (1\text{-}5)$$

حيث :

$p_1$ تمثل عدد الازدواجات الدورانية والانزلاقية في التركيبة .

$P_2$ تمثل عدد الازدواجات العلوية .

يلاحظ عند تطبيق المعادلة (1-5) على كامة قرصية ذات تابع دحروجي المبينة لاحقاً في الفقرة (1-11-6) أن عدد الوصلات (n = 4) وهي الهيكل ، والكامة ، والدحروج ، والتابع ، وأن ($p_1 = 3$) و ($p_2 = 1$) ، أما ($F_d = 1$) ؛ لأن الدحروج مقيد بالدوران حول محوره دوماً ، حيث ينتج في هذه الحالة أن:

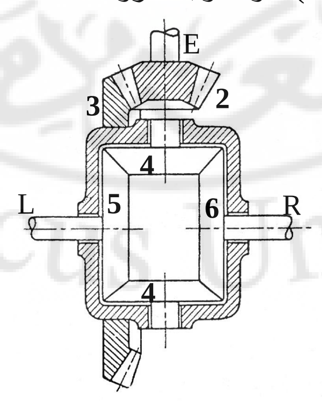
$$F = 3(4-1) - 2\times 3 - 1 - 1 = 1$$

لتفادي الخطأ أو السهو عند تحديد $F_d$ ، يفضل عادة ، تعيين درجة طلاقة تركيبية ذات ازدواج علوي انطلاقاً من التركيبية المكافئة لها حركياً ، والتي تحوي ازدواجات دورانية وانزلاقية فقط وفق الفقرة (6-16) .

إن تحليل الباحث كروبلير (*Grübler*) والعلاقات التي استنتجها تخضع عند تطبيقها إلى شروط تتعلق ببنية التركيبية ، حيث يجب حساب الوصلات الحركية فقط ، أي تلك اللازمة لأداء الحركة وإهمال الوصلات والازدواجات التي قد تضاف لتأمين متانة للمجموعة مثلاً ، كما في حالة الجهاز التفاضلي المبين في (الشكل-1-16) حيث يجب إهمال أحد المسننين 4 والازدواجات المتصلة به ؛ إضافة إلى إهمال ازدواج الذراع 3 مع أحد المحورين R ، أو L لعدم الضرورة الحركية لهذه الإضافات ؛ وبالتالي فإن درجة طلاقة الجهاز التفاضلي في (الشكل-1-16) ، هي:

$$F = 3(6-1) - 2\times 5 - 1\times 3 = 2$$

وهذا متوقع لأنه تركيبية تفاضلية فيها (n = 6) , ($p_1 = 5$) , ($p_2 = 3$) ، حيث الازدواجات الدورانية هي بين (1-5 , 3-5 , 1-6 , 3-4 , 1-2) ، والازدواجات العلوية هي بين المسننات (2-3 , 4-5 , 4-6) ، ولا توجد شروط خاصة .

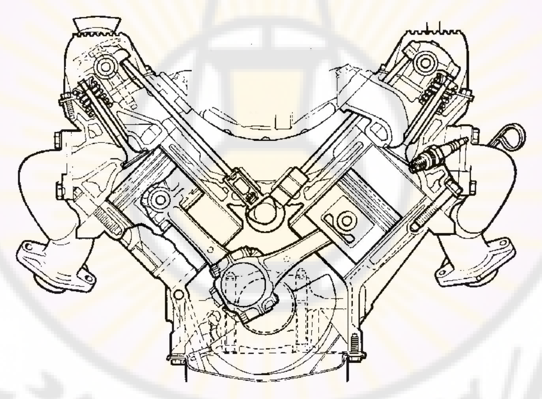



(الشكل-1-16) جهاز تفاضلي يستعمل في المركبات الآلية .

يتضح مما تقدم أنه رغم بساطة العلاقات ، إلا أنه يجب تطبيقها بحذر وبعد دراسة جيدة لحركة التركيبة لتدارك أية شروط تقييد خاصة ممكنة ، ولتحديد درجة طلاقة كل ازدواج بخاصة في حالة الازدواجات العلوية .

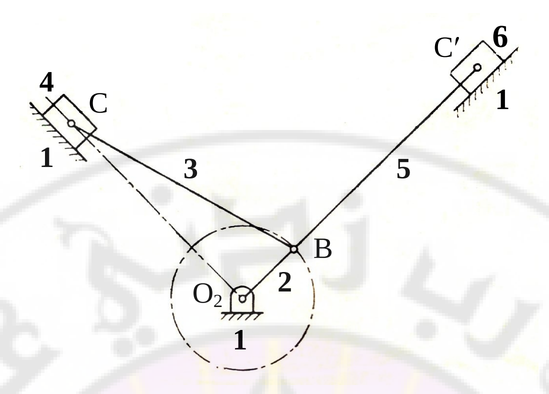
### 1-9- المخطط الحركي *Kinematic Diagram*

يبين (الشكل-1-17) مقطعاً رأسياً في محرك احتراق داخلي على شكل V . يلاحظ من هذا الشكل وجود عدة أجزاء في هذا المحرك لا تؤثر في تحليل الحركة الدورانية لعمود المرفق الناتجة من الحركة الترددية للمكابس ؛ لذا يفضل غالباً عند دراسة حركة آلة ما ، تمثيل أجزائها تخطيطياً على مخطط يبين المعلومات الهندسية اللازمة جميعها لتحديد الحركات النسبية بين هذه الأجزاء التي هي ، في الواقع وصلات التركيبة المستخدمة في تحقيق عمل الآلة . يسمى هذا المخطط بـــ المخطط الحركي ، أو كما تسميه بعض المراجع بـــ المخطط الهيكلي (*Skeleton Diagram*) .



(الشكل-1-17) مقطع رأسي في محرك احتراق داخلي على شكل V .

يمكن إذن - استناداً إلى مفهوم المخطط الحركي - تحليل حركة المحرك المبين في (الشكل-1-17) عن طريق مخطط بسيط وواضح يتم في البداية ترقيم وصلات المحرك كما في (الشكل-1-18) ، حيث تمثل الأجزاء الثابتة في المحرك كافة ، مثال ذلك جسم الأسطوانات وحوض عمود المرفق ، بالوصلة 1 المرقنة عرضيا أي المهشرة . أما الوصلة 2 فإنها تمثل عمود المرفق حيث الطول $O_2B$ هو طول المرفق ، بينما يمثل الذراع التوصيل بالوصلة 3 والمكبس بالوصلة 4 ، آخذين بالحسبان أن البعد BC يساوي طول ذراع التوصيل . يستكمل المخطط برسم الوصلة 5 لتمثل ذراع التوصيل الآخر حيث $(BC = BC')$ ، وكذلك الوصلة 6 التي تمثل المكبس الآخر .




(الشكل-1-18) المخطط الحركي لمحرك احتراق داخلي على شكل V .

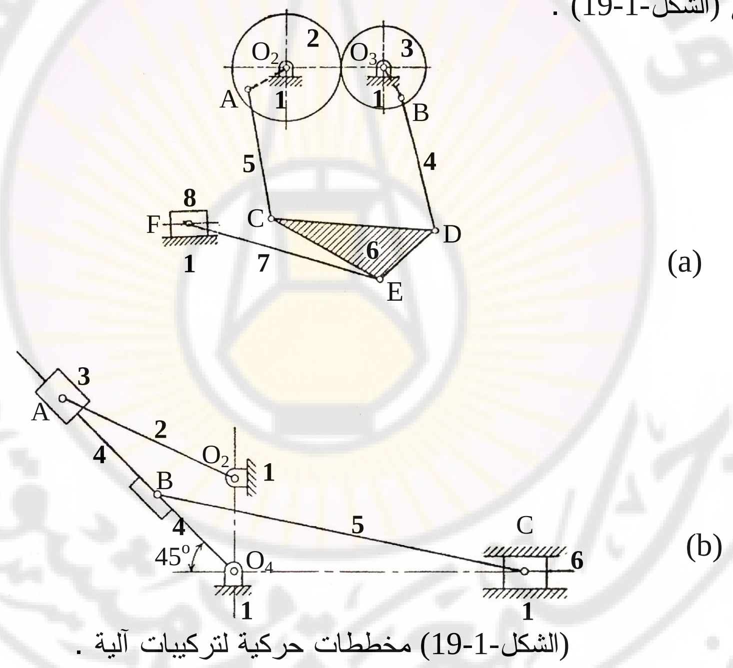
من الواضح أن المخطط في (الشكل-1-18) ، على ما فيه من بساطة يبين طبيعة الحركات النسبية الحاصلة بين مختلف أجزاء المحرك ، كما يبين الأوضاع النسبية جميعها والأبعاد العائدة للوصلات التي تؤثر في تحديد الحركة من حيث الإزاحة ، السرعة والتسارع .

يحدد وضع المرفق 2 ، في كل وضع من الأوضاع المراد دراستها ، بزاوية ميله على محور إحدى الأسطوانتين ؛ إذ إن الزاوية بين محوري الأسطوانتين ثابتة أساساً ولا تتغير خلال كامل مجال الحركة . يكفي بعدئذ معرفة طول كل من المرفق وذراع التوصيل لرسم المخطط الحركي للمحرك عند أي وضع من أوضاع المرفق .

يلاحظ من ذلك أننا لا نحتاج إلى أية معلومات أخرى من حيث حجم الأسطوانة وشكلها أو أية أبعاد أخرى ؛ إضافةً إلى عدم حاجتنا إلى الدخول في تفاصيل أوضاع الأجزاء الثابتة وأبعادها المتصلة بها كافةً .

يرسم المخطط الحركي عادة بمقياس رسم مناسب وتوضح عليه الأبعاد اللازمة للتحليل الميكانيكي ، دون الحاجة إلى بيان الأبعاد الأخرى لهذه الوصلات كالسماكة أو العرض وغير ذلك مما لا يؤثر في الحركات النسبية بين الوصلات . يحدث أحياناً أن تحوي الآلة أكثر من تركيبة واحدة حيث يلزم عندئذ رسم مخطط حركي لكل واحدة منها . مثال ذلك نجد أن المحرك في (الشكل-1-17) يحوي لكل أسطوانة تركيبة تابع وكامة لفتح صمام الدخول وإغلاقه وأخرى لصمام العادم . أما إذا كانت التركيبات متماثلة فإنه يكتفي برسم مخطط حركي واحد لها .

يمكن توضيح أغلب الرموز في إنشاء المخطط الحركي لآلة من خلال المخططين a و b المبينين في (الشكل-1-19) . ليس من الضروري تمثيل الوصلة الثابتة إلا بجوار الازدواجات المتصلة بها ، حيث يكتفى برسم خط مستقيم قصير وترقين أي تهشير عرضي ، كما هو مبين في حالة الوصلة 1 . إذا اتصلت الوصلة الثابتة بازدواج دوراني ، فإنها تمثل كما في $O_2$ , $O_3$ , $O_4$ ، بينما إذا اتصلت بازدواج انزلاقي فإنه يكتفى بالخط المرقن ، أو يُرسَم خطان متوازيان مع ترقين ، كما عند C في المخطط الحركي b . تمثل الوصلة المتصلة بازدواجين دورانيين بخط مستقيم يصل بين محوري الازدواجين ، مثال ذلك الوصلات 7 , 5 , 4 في المخطط الحركي a ، والوصلتين 5 , 2 في المخطط الحركي b في (الشكل-1-19) .




(الشكل-1-19) مخططات حركية لتركيبات آلية .

أما الوصلة المنزلقة ، فإنها تمثل بمستطيل صغير ينطبق طوله على الازدواج الانزلاقي أو يوازيه كالوصلة 8 في المخطط الحركي a ، والوصلتين 6 , 3 في المخطط الحركي b في (الشكل-1-19) . لكن إذا اتصلت وصلة بثلاثة ازدواجات أو أكثر ، ليست على استقامة واحدة ، وتدعى بالوصلة المركبة ، فإنها تمثل بالشكل الهندسي الناتج من وصل محاور الازدواجات ؛ إضافةً إلى ترقين السطح الممثل للوصلة عرضياً ، كما في حالة الوصلة 6 في المخطط الحركي a في (الشكل-1-19) .

أما إذا كانت الازدواجات المرتبطة بالوصلة المركبة على استقامة واحدة ، فإنها تمثل كالوصلة 4 في المخطط الحركي b في (الشكل-1-19) ، حيث يشير المستطيل الصغير B إلى استمرار كون الوصلة 4 وصلة واحدة ، رغم اتصالها بازدواج دوراني مع الوصلة 5 .

أما الوصلات التي تحوي ازدواجات عليا ، فإنها تمثل عادةً في المخطط الحركي بإسقاط شكلها الحقيقي على مستوي الحركة ؛ وبخاصة في حالة الكامات وتوابعها . إلا أن المسننات تمثل في أغلب الحالات بمسقط دوائر الخطوة العائدة لها على مستوي الحركة ، مثال ذلك المسننات 3 , 2 في المخطط الحركي a في (الشكل-1-19) . يجب الانتباه إلى أن كلاً من الخطين المتقطعين $O_2A$ , $O_3B$ في المخطط الحركي a لا يمثل أية وصلة إضافية ؛ وإنما يفيد فقط في تعيين أوضاع الازدواجات عند رسم المخطط الحركي .

تجدر الإشارة إلى أننا قد بينا هنا مجمل وسائل التمثيل الحركي للمكونات التي تصادف في أغلب التطبيقات ، آخذين بالحسبان أن الفقرات اللاحقة ستتيح التعرف إلى نماذج أخرى من المخططات الحركية .

يتضح لنا من هذا العرض الموجز لأهم المفاهيم المؤثرة في التحليل الميكانيكي للآلات أن حركات أجزاء الآلة المختلفة ؛ وبالتالي القوى المؤثرة فيها ، يتعلق كلياً بالأوضاع النسبية للازدواجات ، ولا تأثير مطلقاً لحجم الوصلات المكونة لها وأشكالها ؛ إذ إن هذه الازدواجات ، هي التي يتم بوساطتها نقل الحركات والقوى أو تحويلها من مصدر الطاقة الخارجي إلى مأخذ العمل المطلوب تنفيذه ؛ لذا فإننا عند تحليل الحركات والقوى في الآلات ، نكتفي بالمخطط الحركي للأجزاء دون الاهتمام بمسائل تصميم أجزاء الآلة وتصنيعها .

إن مفهوم التركيبة العكسية أو المتحول لسلسلة حركية ذو أهمية بالغة في التحليل الميكانيكي ؛ إذ إن معرفة العلاقات الحركية بين وصلات سلسلة ما تحدد بشكل كامل حركات المتحولات جميعها الناتجة منها ؛ لأن انعكاس التركيبة لا يغير على الاطلاق الحركات النسبية بين وصلات السلسلة الأصلية . كما أن مفهوم التكافؤ الحركي - أي تساوي ميزات حركة وصلتين أو تركيبتين مختلفتين - يساعد كثيراً في تحليل بعض الآلات المعقدة .

لذا فإن تطبيق هذه المفاهيم يبسط الدراسة جداً ، ويوفر الوقت المهدور في دراسة تركيبات عدّة متكافئة حركياً ؛ إذ ليس من الضروري عندئذ تكرار التحليل ؛ وإنما يكفي فقط تحليل السلسلة الأصلية لهذه التركيبات .

# الفصل الثاني

## تركيبات آلية مرفقية ***Linkage Mechanisms***

### 2-1- المقدمة ***Introduction***

إن الغاية من أية تركيبة آلية أو مجموعة تركيبات آلية - هي بوجه عام - الحصول على حركة محددة للوصلة المقودة نتيجة حركة معينة تعطى للوصلة القائدة . يمكن أن يتم نقل الحركة أو تحويلها في التركيبات الآلية ، إما:

1. باستعمال وصلات صلبة كالأذرع والقضبان والمنزلقات ، تصل بينها بشكل عام ازدواجات دورانية وانزلاقية ، وتسمى التركيبات المرفقية (*Linkage Mechanisms*) .
2. بالتماس المباشر للوصلتين القائدة والمقودة ، كما في حالة كل من تركيبات الكامات والمسننات .
3. باستعمال وصلات مرنة كالسيور والحبال والجنازير في تركيبات الشد ، والسوائل غير القابلة للانضغاط في تركيبات الضغط .

من المفيد - قبل التطرق إلى بحث طرائق تحليل حركة التركيبات وتحديد القوى المؤثرة في وصلاتها المختلفة - التعرف إلى بعض التركيبات المرفقية النموذجية وبيان بعض من تطبيقاتها العملية . أما دراسة تركيبات الكامات والمسننات فإنها ستتم لاحقاً نظراً لكون كل منها يشكل بحثاً متكاملاً وظيفياً وحركياً وتحريكياً . بينما لن نتطرق إلى التركيبات ذات الوصلات المرنة ؛ إذ إنها تبحث عادة في موضوع تصميم الآلات ؛ إضافةً إلى أن أغلبها يكافئ حركياً تركيبات مرفقية بسيطة .

إن التركيبات التي سيتم بحثها هي عموماً ذات درجة طلاقة واحدة ، أي تحدد حركتها الوصلة القائدة فقط ، مع الإشارة ، حيث يلزم إلى بعض التطبيقات لتركيبات ذات درجتي طلاقة .

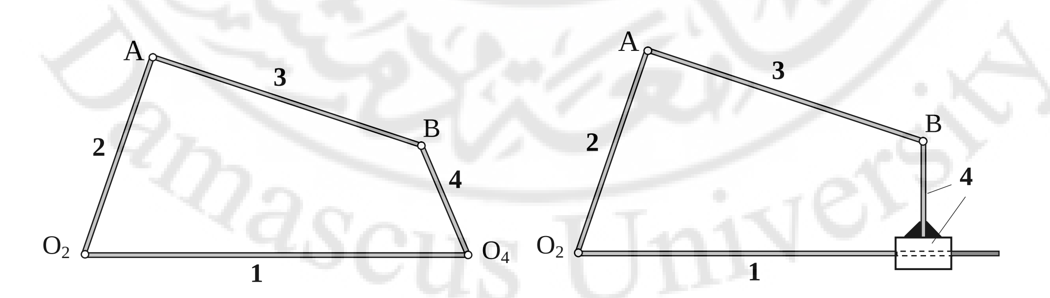
## 2-2- أنماط حركة تركيبة مرفقية *Linkage Mechanisms Motion Types*

يمكن في تركيبة مرفقية الحصول على حركة دورانية ، تأرجحية أو ترددية نتيجة دوران الوصلة القائدة ، تسمى عادة مرفقاً ، أو العكس بالعكس . يعني ذلك أنه يمكن للتركيبة أن تقوم بتحويل الحركة وفقاً لأحد الأنماط الآتية:

1. من حركة دورانية مستمرة إلى حركة دورانية مستمرة .
2. من حركة دورانية مستمرة إلى حركة تأرجحية أو ترددية أو العكس بالعكس .
3. من حركة تأرجحية إلى حركة تأرجحية ، أو من حركة ترددية إلى حركة ترددية .

وفي الحالات كلها يمكن لنسبة سرعتي الوصلتين اللتين يتم نقل الحركة بينهما أن تكون ثابتة أو متغيرة .

إن أبسط التركيبات القادرة على تحقيق مجمل أنماط الحركة المذكورة أعلاه تنتج من السلسلة رباعية الوصلات (*Four-Link Chain*) . تتألف هذه السلسلة من أربعة ازدواجات سطحية التماس ؛ أي ازدواجات سفلية ، حيث يمكن أن تكون الازدواجات كافة دورانية أو يكون بعضها دورانياً والآخر انزلاقياً ؛ وبالتالي يمكن الحصول على الكثير من التركيبات العملية بإدخال بعض التعديلات على هذه السلسلة كتغيير طبيعة بعض الازدواجات ، ونسب أبعاد الوصلات وغيرها ، فمثلاً باستبدال المفصل الدوراني $O_4$ في السلسلة الموضحة في المخطط a في (الشكل-2-1) بآخر انسحابي نحصل على سلسلة مرفقية ترددية أي سلسلة المنزلقة والمرفق المبينة في المخطط b في (الشكل-2-1) .




a- سلسلة بأربع ازدواجات دورانية .　　　b- سلسلة مرفقية ترددية .

(الشكل-2-1) سلسلة رباعية الوصلات .

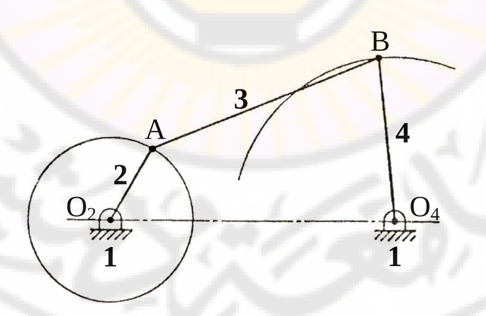
إن الكثير من الآلات المعقدة تتكون أساساً من مجموعة من هذه التركيبات البسيطة أو من متحولاتها التي سندرس بعضاً منها في الفقرات التالية .

تجدر الإشارة إلى أنه سيتم - إلى حد ما - تصنيف التركيبات الآلية تبعاً لتطبيقاتها ، مع التنويه حيث يلزم ، عن المتحولات التي تصادف في تطبيقات مختلفة .

## 3-2- تركيبة رباعية القضبان *Four-Bar Mechanism*

تنتج هذه التركيبة من سلسلة رباعية الوصلات مؤلفة من أربعة ازدواجات دورانية تربط وصلاتها الأربع . تبين التركيبة a في (الشكل-2-1) التركيبة الأساسية الناتجة من تثبيت الوصلة 1 التي تمثل عملياً هيكل الآلة ، وتمثل الوصلة 3 القارنة التي تنقل الحركة من الوصلة القائدة 2 إلى الوصلة المقودة أو التابع 4 .

توجد إمكانيتان لحركة كل من الوصلتين 2 و 4 المتصلتين بالهيكل . عندما تؤدي الوصلة حركة دورانية مستمرة فإنها تسمى بالمرفق ، أما إذا كانت حركتها اهتزازية بين وضعين حديين ذهاباً وإياباً على قوس دائري ؛ فتسمى حينئذ بالمتأرجحة ، مثال ذلك : لدينا في (الشكل-2-2) مرفق قائد وتابع متأرجح .




(الشكل-2-2) مرفق قائد وتابع متأرجح .

يمكن تصميم تركيبات ذات أنماط حركة مختلفة استناداً إلى السلسلة رباعية القضبان . وتتم عادة تسمية التركيبات من منطلق تحويل الحركة وفقاً للآتي:

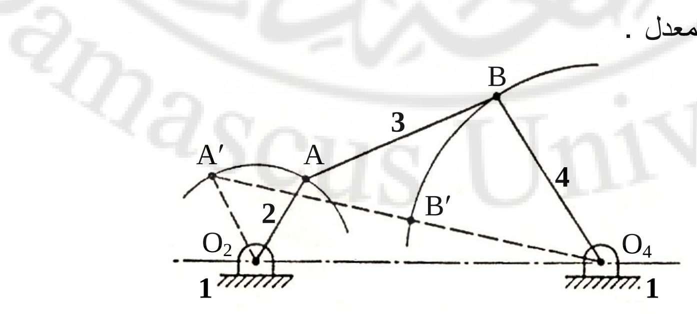
1. الوصلتان 2 و 4 تدوران كلياً نحصل على تركيبة آلية المرفق المضاعف ، حيث يتم تحويل الحركة الدورانية إلى حركة دورانية ، كما في التركيبة b في (الشكل-2-6) ، وفي التركيبة a في (الشكل-2-7) .

2. الوصلة 2 تدور كلياً والوصلة 4 تتأرجح ذهاباً وإياباً نحصل على تركيبة آلية المرفق المتأرجح ، حيث يتم تحويل الحركة الدورانية إلى حركة تأرجحية وبالعكس ، كما في (الشكل-2-2) ، وفي (الشكل-2-5) .

3. الوصلتان 2 و 4 تقومان بحركة تأرجحية نحصل على تركيبة آلية المتأرجح المضاعف ، حيث يتم تحويل الحركة التأرجحية إلى حركة تأرجحية ، كما هو مبين في تركيبة وات (*Watt Mechanism*) للخط المستقيم المبينة في (الشكل-2-17) .

إن حدوث هذه الحالات يعتمد على أطوال وصلات السلسلة الرباعية ، وبما أن ازدواجات السلسلة الأصلية جميعها هي من طبيعة واحدة دورانية ، فإن تغيير الوصلة الثابتة للحصول على متحولات هذه السلسلة ، يكافئ في الواقع ، تغيير نسب أطوال الوصلات وأوضاعها النسبية مع المحافظة على الوصلة 1 ثابتة . يمكن إذن باختيار مناسب لأطوال الوصلات ولأوضاعها النسبية ، أن تحقق التركيبة الأساسية أغلب أنماط الحركة النسبية المذكورة . إلا أنه يجب الانتباه - عند إجراء هذه التغييرات - إلى تجنب حدوث نقاط ميتة خلال حركة التركيبة . تحدث هذه النقاط الميتة عندما تصبح الوصلتان 3 و 4 على استقامة واحدة ، كما هو مبين في (الشكل-2-3) .

من الواضح في هذه الحالة أن خط عمل القوة المنتقلة من الوصلة القائدة 2 عبر القارنة 3 إلى الوصلة المقودة 4 ينطبق على هذه الوصلة ؛ وبالتالي يجب تطبيق قوة خارجية لكي تتمكن الوصلة من تجاوز هذه النقطة الميتة ، يتم ذلك عادة بتركيب حذافة مناسبة ؛ أي دولاب معدل .




(الشكل-2-3) الوصلتان 3 و 4 على استقامة واحدة .

لقد استنتج الباحث غراسهوف (*Grashoff*) طريقة لتحديد نوع التركيبة حركيـــاً . تعتمد هذه الطريقة على العلاقات الممكن وجودها بين أطوال وصلاتها الأربع ، حيث تميـــز الحالات الآتية:

a. مجموع طولي أقصر وصلة وأطول وصلة أصغر من مجموع طـــولي الوصــــلتين الأخريين . يمكن عندئذ تشكيل التركيبات الآتية:

1. مرفق متأرجح *Rocker Crank*

أقصر وصلة هي المرفق القائد وإحدى الوصلتين المجاورتين لها هي الوصلة الثابتة . يلاحظ وجود تركيبتين مختلفتين من هذا النوع بحسب الوصلة الثابتة .

2. مرفق مضاعف *Double Crank*

أقصر وصلة هي الوصلة الثابتة .

3. متأرجح مضاعف *Double Rocker*

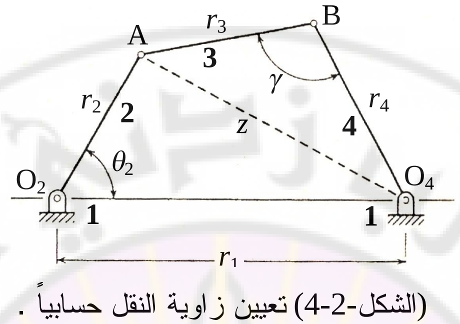
الوصلة المقابلة لأقصر وصلة هي الوصلة الثابتة .

b. مجموع طولي أقصر وصلة وأطول وصلة يســـاوي مجمـــوع طـــولي الوصــــلتين الأخريين .

يمكن عندئذ تشكيل تركيبات مماثلة لتلك المـــذكورة فـــي (1 , 2 , 3) أعـــلاه . إن التركيبة b في (الشكل-2-6) هي حالة خاصة عندما تشكل الوصلات متـــوازي أضــــلاع . يجب الانتباه إلى إمكانية حدوث نقاط تبديل اتجاه دوران الوصلة المقودة عندما تمر التركيبـــة بوضع تصبح فيه محاور الازدواجات على استقامة واحدة ؛ لذا يجب تأمين وسيلة عند تصميم التركيبات الناتجة تضمن تقييد الحركة بالاتجاه المطلوب ، يتم ذلك عـــادة بتركيـــب حذافـــة مناسبة .

c. مجموع طولي أقصر وصلة وأطول وصلة أكبر من مجمـــوع طـــولي الوصــــلتين الأخريين . تنتج عندئذ تركيبات من نوع متأرجح مضاعف فقط .

كما أن لزاوية النقل تأثيراً كبيراً في تأمين أداء سلس للتركيبة ، تعرف زاوية النقل بالزاوية بين القارنة والوصلة المقودة ، كما في (الشكل-2-4-2) ، ويرمز لها عادة بالرمز $\gamma$ .




(الشكل-2-4-2) تعيين زاوية النقل حسابياً .

من استخدام قانون التجيب في المثلث المشكل من القطر $z$ والوصلتين 1 و 2 ، ينتج أن طول القطر $z$ :

$$z^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1.r_2.\cos q_2$$

وبتطبيق قانون التجيب مرة أخرى في المثلث المشكل من $z$ والوصلتين 3 و 4 ، ينتج أن:

$$z^2 = r_3^2 + r_4^2 - 2r_3.r_4.\cos g$$

من تساوي العلاقتين:

$$r_1^2 + r_2^2 - 2r_1.r_2.\cos q_2 = r_3^2 + r_4^2 - 2r_3.r_4.\cos g$$

نحصل على:

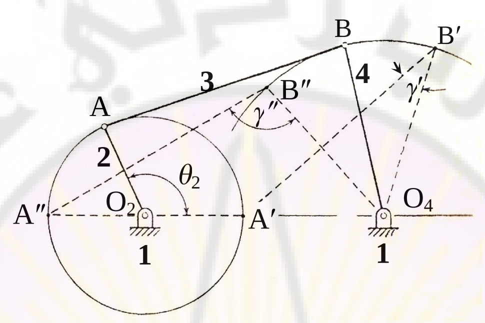
$$g = \cos^{-1}\left[\frac{r_1^2 + r_2^2 - r_3^2 - r_4^2 - 2r_1.r_2.\cos q_2}{-2r_3.r_4}\right] \qquad (1\text{-}2)$$

تكتب بشكل آخر:

$$g = \cos^{-1}\left[\frac{z^2 - r_3^2 - r_4^2}{-2r_3.r_4}\right] \qquad (2\text{-}2)$$

يفضل أن يحدد مجال عمل التركيبة بحيث تبقى قيمة زاوية النقل محصورة بين $(40^o < \gamma < 140^o)$ ؛ وبخاصة عند استعمالها في نقل قوى كبيرة نسبياً . يؤدي كون الزاوية خارج مجال هاتين القيمتين إلى إعاقة حركة التركيبة بسبب الاحتكاك في الازدواجات ؛ إضافة إلى احتمال حدوث نقاط ميتة ؛ نظراً لاقتراب الوصلتين 3 و 4 من حالة كونهما على استقامة واحدة .

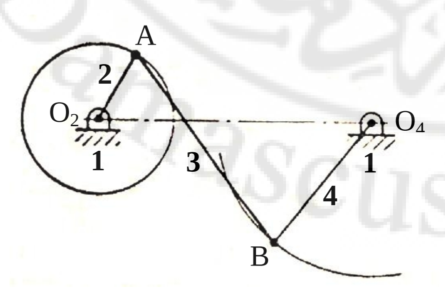
يلاحظ من العلاقة (2-1) أن قيمة زاوية النقل تتعلق في تركيبة معينة بالوضع النسبي بين الوصلة القائدة والهيكل ، يعين هذا الوضع في أي لحظة بالزاوية $\theta_2$ ؛ وبالتالي فإن زاوية النقل سيكون لها ضمن مجال حركة التركيبة قيمة صغرى $\gamma'$ ، وأخرى عظمى $\gamma''$ ، كما هو مبين في (الشكل-2-5) ، حالة تركيبة ذات مرفق قائد يدور دوراناً كاملاً مستمراً ليحرك تابعاً بحركة تأرجحية .

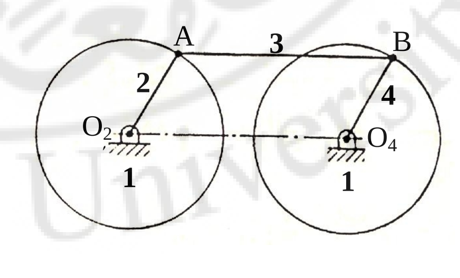



(الشكل-2-5) القيمة الصغرى والعظمى لزاوية النقل .

ذكرنا سابقاً أنه يمكن للتركيبة الأساسية في a في (الشكل-2-1) أن تأخذ عدة أشكال لأداء أنماط مختلفة من الحركة. يبين (الشكل-2-6) و (الشكل-2-7) بعضاً من أهم متحولات التركيبة من الناحية التطبيقية .

تسمى الحالة a في (الشكل-2-6) التركيبة المتصالبة حيث تكون حركة الوصلة 4 تأرجحية مهما كانت حركة الوصلة القائدة دورانية مستمرة أو تأرجحية ، ويبين الشكل حالة تحويل الدوران إلى تأرجح ، أما حالة تحويل التأرجح إلى تأرجح ، فإننا سنتطرق إليها في فقرة لاحقة بتركيبة وات (*Watt Mechanism*) .




a- التركيبة المتصالبة .

b- تركيبة تدوير عجلات القاطرة البخارية .

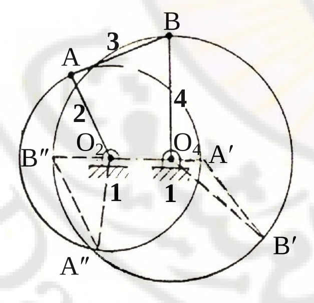
(الشكل-2-6)

أما الحالة b في (الشكل-2-6) فإنها تبين التركيبة التي تميزت بها آلية تدوير عجلات القاطرة البخارية ، حيث تشكل الوصلات الأربع متوازي أضلاع ، وأحد طوليه هو الهيكل . إن الحركة الناتجة هي دوران كل من المرفقين بالسرعة الزاوية نفسها . بينما تتحرك القارنة بحركة انتقالية موازية لنفسها . إن لهذه التركيبة المتوازية عدة تطبيقات في آلات تصنيع الحبال ، في الموازين الميكانيكية كميزان روبرفال ، وفي تجهيزات آلات النسخ .

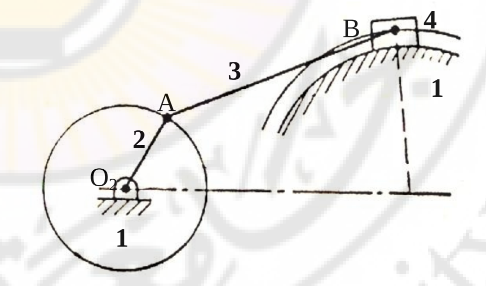
وتبين الحالة a في (الشكل-2-7) تركيبة السحب أو الجر المستعملة في الحصول على حركة ترددية سريعة الارتداد كما سنبين لاحقاً . تكون الوصلة الثابتة في هذه التركيبة هي أقصر الوصلات وينتج من ذلك ، أنه عند دوران أحد المرفقين بسرعة ثابتة فإن المرفق الآخر يدور بالاتجاه نفسه لكن بسرعة متغيرة ، بحيث يؤدي كل منهما دورة واحدة بالزمن نفسه . ولضمان حركة جيدة لهذه التركيبة دون حدوث نقاط ميتة ، يجب أن تحقق أطوال وصلاتها المتراجحتين التاليتين معاً:

$$\begin{aligned} AB &> O_2O_4 + O_4B - O_2A \\ AB &< O_2A + O_4B - O_2O_4 \end{aligned} \qquad (3\text{-}2)$$

تستنتج هاتان العلاقتان من المثلثين $O_4A'B'$ و $O_2A''B''$ مع ملاحظة أن مجموع ضلعين في مثلث يجب أن يكون أكبر من الضلع الثالث .



a- تركيبة السحب أو الجر.



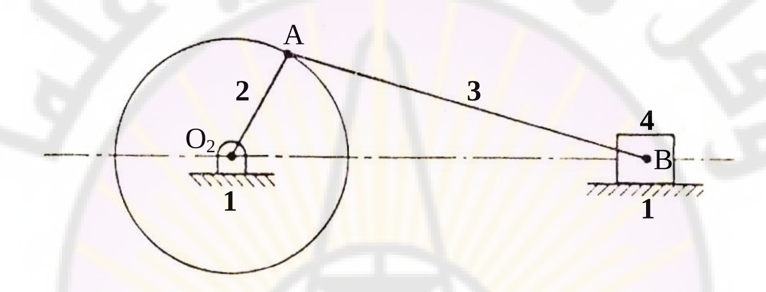
b- الاستعاضة عن الوصلة المتأرجحة بكتلة منزلقة.

(الشكل-2-7)

أما الحالة b في (الشكل-2-7) فإنها تبين تركيبة تكافئ حركياً التركيبة الأساسية التي سبق توضيحها في b في (الشكل-2-1) ، حيث استعيض عن الوصلة المتأرجحة 4 بكتلة منزلقة ضمن مجرى نصف قطره يساوي طول هذه الوصلة ومركزه $O_4$ . يستعمل هذا التصميم عادة عندما يكون طول الوصلة المتأرجحة كبيراً نسبياً .

## 2-4- تركيبة المنزلقة والمرفق *Slider-Crank Mechanism*

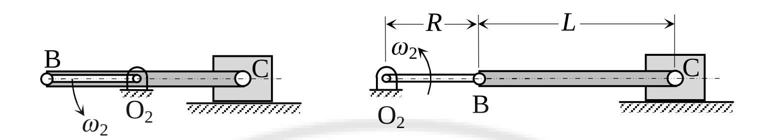
تنتج هذه التركيبة من سلسلة رباعية الوصلات ذات ثلاثة ازدواجات دورانية وازدواج انزلاقي . يبين (الشكل-2-8) المخطط الحركي لتركيبة المنزلقة والمرفق الأساسية حيث تمثل الوصلة 1 الهيكل ، الوصلة 2 المرفق ، الوصلة 3 ذراع التوصيل ، والوصلة 4 المنزلقة أو المكبس . ويلاحظ أنها تكافئ حركياً التركيبة b في (الشكل-2-7) عندما تصبح الوصلة 4 لا نهائية الطول .




(الشكل-2-8) المخطط الحركي لتركيبة المنزلقة والمرفق (*Slider-Crank Mechanism*).

تستعمل هذه التركيبة عموماً لتحويل الحركة الدورانية لعمود المرفق إلى حركة ترددية انزلاقية للمكبس وبالعكس . ففي الضواغط الترددية تنتقل حركة المرفق الدورانية عبر ذراع التوصيل إلى المكبس الذي يتحرك حركة ترددية . أما في محركات الاحتراق الداخلي ، فإن الحركة الترددية للمكبس تنتقل عبر ذراع التوصيل إلى المرفق الذي يدور دوراناً مستمراً . لكن يلاحظ في هذه الحالة وجود نقطتين ميتتين خلال كل دورة كاملة للمرفق . يمكن تدوير المرفق عبر هذين الوضعين بتركيب حذافة مناسبة على عمود المرفق .

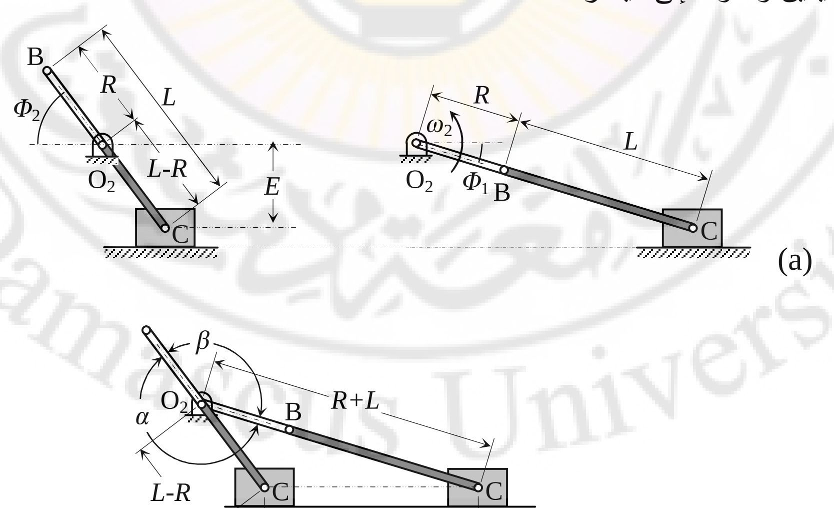
في النسب العادية لأطوال الوصلات لمثل هذه التركيبة الآلية ، أي عندما يكون ذراع التوصيل أكبر طولاً من المرفق ، يوجد وضعان حديان ، وهما يظهران عندما تكون المنزلقة في وضعيها النهائيين الأيمن والأيسر ، أي عندما يصبح المرفق وذراع التوصيل على استقامة واحدة ، سواء كانت الآلية مركزية حيث يمر خط عمل المنزلقة C من مركز دوران المرفق $O_2$ ، كما في (الشكل-2-9) ، أو ذات إزاحة لا مركزية $E$ تساوي بعد مركز دوران المرفق $O_2$ عن خط عمل المنزلقة C ، كما في المخطط a في (الشكل-2-10) .




(الشكل-2-9) تركيبة المنزلقة والمرفق المركزية وأوضاعها الحدية .

إن الأوضاع الحدية للتركيبة الآلية لها أهمية خاصة لعدة أسباب ، فهي التي تحدد شوط المكبس . كذلك تنعدم سرعة المكبس في اللحظة التي يبلغ فيها أحد وضعيه الحديين ، من ناحية أخرى يزداد مقدار تسارع المكبس ، وبالتالي قوة عطالته في تلك اللحظة ، ولا يمكن أن تقاد آلية المنزلقة والمرفق إلا بتطبيق قوة ما من جهة المكبس عند الوضعية الحدية .

في التركيبة الآلية ذات المكبس الواحد تساعد قوى العطالة للمرفق على تجاوز الأوضاع الحدية إذا كان المكبس هو الوصلة القائدة فيها . إن الشوط ؛ أي مدى الحركة للمكبس في التركيبة المركزية يساوي $2R$ أي ضعفي طول المرفق . فالمرفق يدور $180^o$ بينما يتحرك المكبس من اليسار إلى اليمين ثم يدور $180^o$ ليعود المكبس إلى اليسار . وإذا دار المرفق بسرعة زاوية ثابتة ، فإن المرفق يستغرق الوقت نفسه اللازم للحركة من اليسار إلى اليمين والعودة إلى اليسار .




(الشكل-2-10) تركيبة المنزلقة والمرفق اللامركزية وأوضاعها الحدية .

أما الأوضاع الحدية للمكبس ذات السرعة المعدومة في تركيبة المنزلقة والمرفق اللامركزية المبينة في المخطط b في (الشكل-2-10) ، فإن الزوايا التي يقطعها المرفق بين الأوضاع الحدية تكون غير متساوية . فإذا دار المرفق باتجاه عكس دوران عقارب الساعة ، فإنه يقطع زاوية أكبر من $180^o$ ، بينما يتحرك المكبس من اليسار إلى اليمين ، ويقطع زاوية أصغر من $180^o$ حينما يعود إلى اليسار . فإذا كان المرفق يدور بسرعة زاوية ثابتة باتجاه معاكس لدوران عقارب الساعة ، فإن المكبس يستغرق وقتاً أطول في شوطه نحو اليمين من الوقت اللازم لعودته نحو اليسار . فمن وضعه الحدي يساراً إلى وضعه الحدي يميناً يدور المرفق بزاوية:

$$a = 180^o + f_1 - f_2$$

ويقطع المرفق خلال شوط العودة زاوية:

$$b = 180^o - f_1 + f_2$$

حيث:

$$f_1 = \sin^{-1}\frac{E}{L-R} \qquad , \qquad f_2 = \sin^{-1}\frac{E}{L+R}$$

مع افتراض أن $R$ طول المرفق و $L$ طول ذراع التوصيل و $(E < L\text{-}R)$ البعد اللامركزي يكون طول الشوط:

$$S = \sqrt{(L+R)^2 - E^2} - \sqrt{(L-R)^2 - E^2}$$

برسم الأوضاع الحدية للتركيبة مع بعض ، يتشكل مثلث ، كما في المخطط b من (الشكل-2-10) ، وباستخدام عدم المساواة في المثلث بأن مجموع أي ضلعين فيه أكبر طولاً من الضلع الثالث ، ينتج:

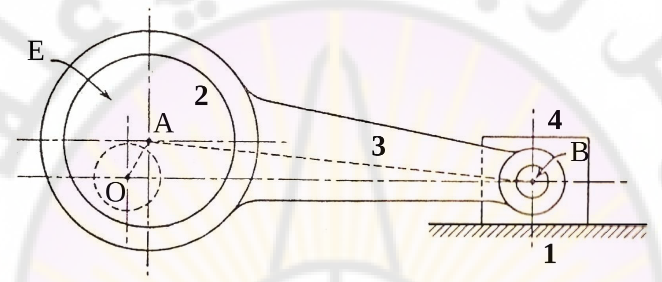
$$L - R + S > L + R \qquad \Rightarrow \qquad S > 2R$$

أي أن طول الشوط سيكون دائماً أكبر من $2R$ في حال وجود اللامركزية $E$ . وتسري العلاقات السابقة إذا تحقق الشرطان التاليان:

$$E < L - R \qquad \Rightarrow \qquad R < L$$

كذلك يمكن إيجاد الزوايا $\alpha$ و $\beta$ ببساطة من خلال رسم الأوضاع الحدية للتركيبة وقياس الزوايا من الشكل . ويستخدم هذا الحل التخطيطي للتحقق من الحل التحليلي ، أو كما هو الأمر غالباً تكون دقة الحل التخطيطي كافية .

إن بعض التطبيقات العملية لهذه التركيبة تستلزم أحياناً تعديل أبعاد الازدواجات ؛ مما يؤدي ظاهرياً إلى تغيير الشكل الهندسي للتركيبة دون أن يؤثر ذلك في الحركة النسبية بين وصلاتها . يمكن توضيح ذلك استناداً إلى (الشكل-2-11) حيث تم توسيع الازدواج بين المرفق وذراع التوصيل بشكل يغلف عمود الدوران الذي محوره O . يكافئ هذا التعديل الاستعاضة عن المرفق بقرص لا مركزي E يبعد مركزه الهندسي A عن محور الدوران مسافة OA تساوي طول المرفق . من الواضح أن التركيبة في هذه الحالة تكافئ حركياً التركيبة الأساسية المبينة بالخطوط المتقطعة .




(الشكل-2-11) ذراع التوصيل 3 يغلف عمود الدوران الذي محوره O .

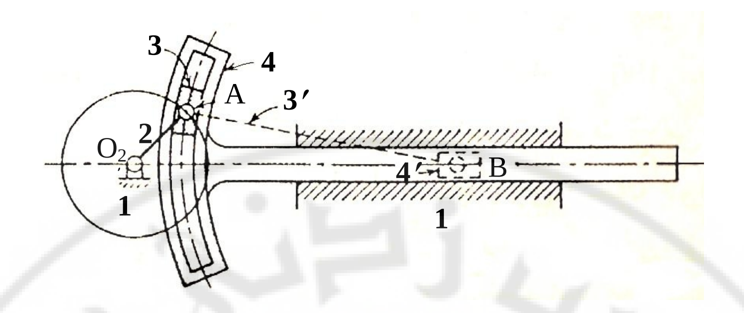
يستعمل هذا التعديل في بعض الآلات كالمطارق الميكانيكية ومكابس التخريم والتشكيل اللامركزية . إلا أن من سيئات هذا التصميم ضرورة تأمين تزييت فاعل عند الازدواج بين القرص والذراع ؛ مما يحد من كمية الطاقة التي يمكن نقلها .

تجدر الإشارة إلى أن لتركيبة المنزلقة والمرفق ثلاثة متحولات نوهنا عنها بإيجاز في الفقرة (1-6) ؛ إضافة إلى أن أهم تطبيقات بعض منها ستبين لاحقاً .

### 2-5- تركيبة المنزلقتين والمرفق *Double Slider-Crank Mechanism*

إذا تم في تركيبة المنزلقة والمرفق - المبينة سابقاً في (الشكل-2-8) - توسيع الازدواج عند B ليغلف الازدواج A ، فإن ذلك يكافئ حركياً الاستعاضة عن ذراع التوصيل ، بكتلة منزلقة ضمن مجرى منحن نصف قطره يساوي طول هذا الذراع ، ومركزه B ، كما هو مبين في (الشكل-2-12).

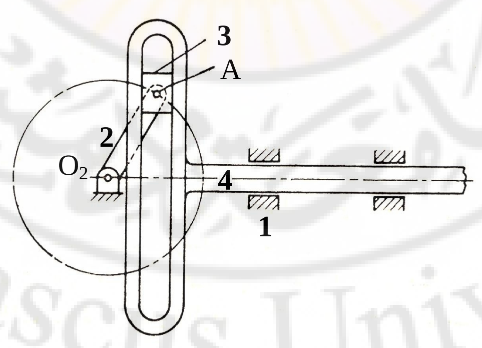
في حال ازداد طول ذراع التوصيل ليصبح لا نهائياً ، فإن المجرى المنحني يتحول إلى مجرى مستقيم ، وتنتج تركيبة المنزلقتين والمرفق المؤلفة من ازدواجين دورانيين وازدواجين انزلاقيين . يجب الانتباه إلى أن هذه التركيبة ليست متحولاً للتركيبة السابقة ، إذ إنه حصل تعديل طبيعة أحد الازدواجات دون تغيير الوصلة الثابتة 1 .




(الشكل-2-12) الاستعاضة عن ذراع التوصيل $3'$ بكتلة منزلقة 3 ضمن مجرى منحن .

يبين (الشكل-2-13) المخطط الحركي للتركيبة الأساسية التي تسمى أحياناً (*Scotch Yoke*) ، وتتألف من ازدواجين دورانيين وازدواجين انزلاقيين ، حيث تتصل الوصلة الثابتة 1 بازدواج دوراني من جهة ، وبآخر انزلاقي من الجهة الأخرى ، فإذا دار المرفق 2 بسرعة زاوية منتظمة ، فإن المنزلقة 4 تتحرك حركة توافقية بسيطة .

يمكن البرهان على ذلك بالرجوع إلى النظرية التي نصها: إذا تحرك جسيم مادي على محيط دائرة بسرعة زاوية منتظمة ، فإن حركة مسقطه على أي من محوري الإحداثيات هي حركة توافقية بسيطة . وبما أنه يلاحظ في (الشكل-2-13) أن حركة المنزلقة 4 مماثلة لحركة مسقط الجسيم A على المحور الأفقي ، فإن حركة هذه المنزلقة هي توافقية بسيطة عندما يدور المرفق بسرعة زاوية منتظمة .




(الشكل-2-13) تركيبة المنزلقتين والمرفق (*Scotch Yoke*) .

تستخدم هذه الآلية في آلات الاختبار لتوليد اهتزازات توافقية بسيطة ، وكذلك كمولد حركة جيبيه – تجيبيه صحيحة في عناصر الحاسبات التمثيلية الميكانيكية .

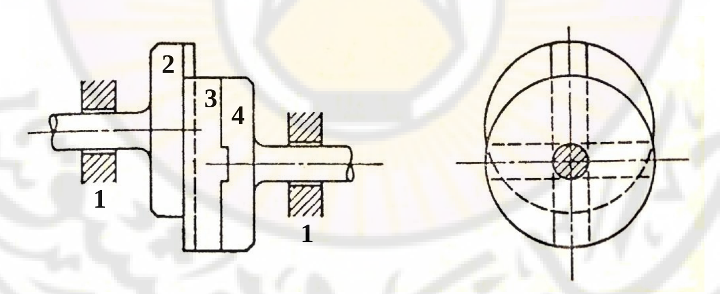
إن المتحول الناتج من تثبيت المنزلقة 3 والسماح للوصلة 1 بالحركة في (الشكل-2-13) ، يعطي للمنزلقة 4 حركة توافقية بسيطة في اتجاه عمودي على الحركة الأولى - شاقولي في هذه الحالة - عند دوران المرفق بسرعة زاوية منتظمة .

إضافة إلى ذلك فإن لمتحولات هذه التركيبة الأساسية عدة متحولات ذات تطبيقات عملية من أهمها قارنة أولد هام وراسم القطع الناقص .

### 2-5-1- قارنة أولد هام *Oldham Coupling*

تستعمل هذه القارنة لوصل عمودين متوازيين غير متسامتين .

يبين (الشكل-2-14) المخطط الحركي لهذه القارنة حيث تتصل الوصلة الثابتة 1 بازدواجين دورانيين من كلتا جهتيها ، وبالمقارنة مع (الشكل-2-13) فإن هذه التركيبة تنتج من تثبيت المرفق 2 في التركيبة الأساسية للمنزلقتين والمرفق . إن للقرص 3 لسيناً من كل جهة ، يتعامد هذان اللسينان فيما بينهما ، وينزلقان بتوافق دقيق في مجريين مناسبين في العمودين 2 و 4 ، كما يمكن في بعض الحالات أن تكون الوصلة 3 كتلة ذات مقطع مربع تنزلق ضمن مجريين مناسبين في العمودين .



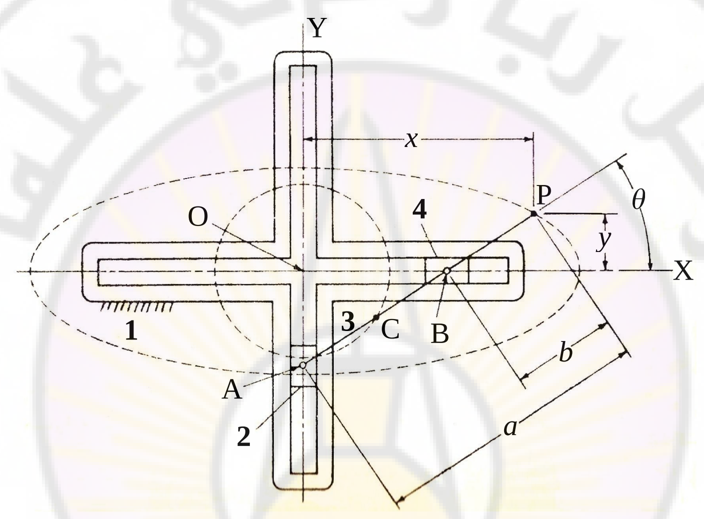

(الشكل-2-14) قارنة أولد هام (*Oldham Coupling*) .

بما أنه لا يوجد أية حركة دورانية نسبية بين الوصلات 2 ، 3 و 4 ، فإن هذه القارنة ستنقل الحركة من العمود القائد إلى العمود المقاد بالسرعة الزاوية نفسها ؛ أي: إن نسبة سرعتي العمودين تساوي الواحد .

من الواضح أن استخدام هذه القارنة ممكن عملياً عندما يكون عدم التسامت بين العمودين صغيراً ، وإلا فإن أقراص الوصل اللازمة تصبح كبيرة الحجم وكذلك قوى التحاك ، ومن المفضل عندئذ استعمال وسيلة أخرى كالسيور أو المسننات .

## 2-5-2- راسم القطع الناقص *Elliptical Trammel*

يبين (الشكل-2-15) المخطط الحركي للتركيبة المستعملة لرسم القطوع الناقصة ، حيث الوصلة الثابتة 1 تتصل بازدواجين انزلاقيين من كلتا جهتيها ، بينما الوصلة 3 فهي متمفصلة مع هاتين المنزلقتين . من الواضح أن ذلك يكافئ تثبيت الوصلة المشقوقة 4 في التركيبة المبينة في (الشكل-2-13) ؛ أي: إنها متحول لها .




(الشكل-2-15) راسم القطع الناقص (*Elliptical Trammel*) .

يمكن البرهان أنه عند انزلاق الوصلتين 2 و 4 ، فإن النقطة P الواقعة على الوصلة 3 أو امتدادها ترسم قطعاً ناقصاً ؛ إذ يمكن كتابة المعادلات الآتية:

$$x = a.\cos q \qquad , \qquad y = b.\sin q$$

ومنه:

$$\cos^2 q + \sin^2 q = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \qquad (4\text{-}2)$$

وهي معادلة قطع ناقص مركزه في O ، طول محوره الأكبر 2a ، وطول محوره الأصغر 2b . يلاحظ أنه يمكن الحصول على عدة قطوع ناقصة بتغيير وضع P ، وفي حالة كون هذه النقطة في منتصف المسافة AB ، فإن المعادلة (2-4) تصبح:

$$x^2 + y^2 = a^2$$

وهي معادلة دائرة مركزها O ، ونصف قطرها $a$ يساوي نصف الطول AB .

## 2-6- تركيبات الحركة المستقيمة    *Straight-Line Mechanisms*

تصمم هذه التركيبات بحيث تتحرك نقطة من إحدى وصلاتها حركة مستقيمة ضمن مجال حركة التركيبة ، من الواضح أنه يمكن الحصول على ذلك بــالتحكم بحركــة وصــلة منزلقة بين دليلين مستقيمين . مثال ذلك حركة المكبس في تركيبة المنزلقة والمرفــق . لكــن نظراً لكبر حجم الدليلين عموماً ، ونتيجة للاحتكاك والتآكل السريع الحاصــل فــي الوصــلة المنزلقة ، فمن المحبذ الحصول على حركة مستقيمة باستعمال ازدواجات دورانية فقط .

لقد صُمِّمَ الكثير من هذه التركيبات ، حيث حقق عدد قليل منها حركة مستقيمة تماماً ، بينما يعطي معظمها حركة مستقيمة تقريبية ضمن مجال محدد ، كتركيبــة وات ، وتركيبــة تشيبشيف وتركيبة هوكن ، وبالمقابل هناك تركيبات آلية مرفقية أكثر تعقيــداً تولــد مســاراً مستقيماً دقيقاً ، كتركيبة بوسولييه ، وتركيبة هارت ، وتركيبة سكوت روسل ، ، وسنبين هنا بعضاً منها .

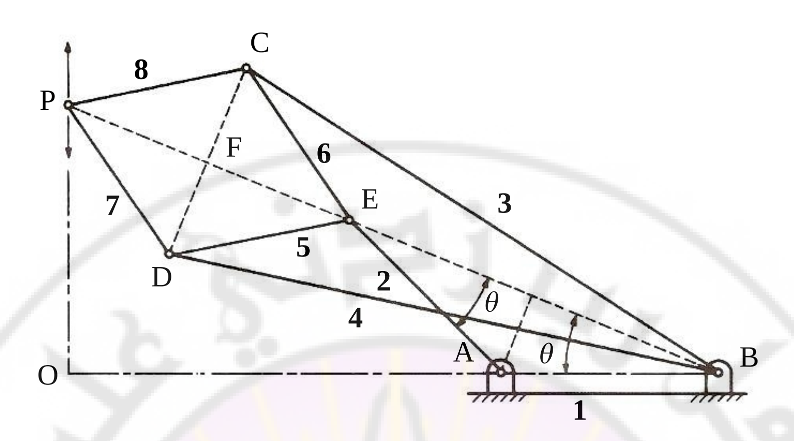
### 2-6-1- تركيبة بوسولييه    *Peaucellier Mechanism*

لقد أوجد بوسولييه التركيبة الشهيرة باسمه للحصول على حركة مستقيمة صــحيحة تماماً ، وهي تتألف من ثماني وصلات ذات ازدواجات دورانية فيما بينها .

يبين (الشكل-2-16) المخطط الحركي لتركيبة بوسولييه ، حيث الأبعاد فيها:

$$AB = AE \quad , \quad BC = BD \quad , \quad PC = PD = CE = DE$$

يلاحظ من الشكل أن الوصلة الدوارة EA والوصلة الثابتة BA لهمــا الطــول نفسه ، ويقع المفصلان E و P على زاويتين متقابلتين من سلسلة رباعية ذات الوصــلات متساوية الطول EC , CP , PD , DE ، والمفصلان D و C يتصلان بالمفصل الثابــت B بواسطة الوصلتين CB و DB المتساويتين طولاً ، بحيث يبقى مسقط المفصل P على الخط المار من AB هو نقطة ثابتة O ، ويمكن إثبات ذلك على النحو الآتي .




المخطط الحركي لتركيبة بوسولييه (*Peaucellier Mechanism*) للخط المستقيم .

(الشكل-2-16)

لتكن F نقطة تقاطع قطري السلسلة الرباعية ECPD ، ومن المثلثين القائمين BFC و EFC ، لدينا:

$$\overline{BF}^2 = \overline{BC}^2 - \overline{CF}^2 \qquad , \qquad \overline{EF}^2 = \overline{CE}^2 - \overline{CF}^2$$

وبطرح العلاقتين نجد:

$$\overline{BF}^2 - \overline{EF}^2 = \overline{BC}^2 - \overline{CE}^2$$

$$(BF + EF)\,(BF - EF) = \overline{BC}^2 - \overline{CE}^2$$

لكن:

$$BF + EF = \frac{OB}{\cos q} \qquad , \qquad BF - EF = 2AB\,.\cos q$$

إذن:

$$\frac{OB}{\cos q}\,.\,2AB\,.\cos q = \overline{BC}^2 - \overline{CE}^2$$

$$OB = \frac{\overline{BC}^2 - \overline{CE}^2}{2AB} = \text{const.}$$

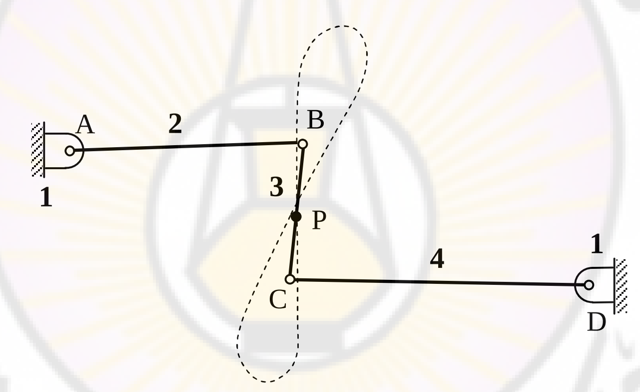
أي إن مسقط المفصل P على الخط المار من AB هو نقطة ثابتة O ؛ وبالتالي فإن المفصل P يتحرك دوماً على الخط المستقيم OP العمودي على AB .

## 2-6-2- تركيبة وات *Watt Mechanism*

تعدّ تركيبة وات الشكل النموذجي من الآليات التي استخدمها العالم وات للقيام بعمل دليل لمكبس آلته البخارية في بداية اختراعاته ، وتستعمل لتوليد حركة مستقيمة تقريبية .

يبين (الشكل-2-17) المخطط الحركي لتركيبة وات ، وهي عبارة عن تركيبة متصالبة رباعية القضبان ذات متأرجح مضاعف ، حيث تتحرك كل من الوصلتين CD و AB حركة تأرجحية . تصمم هذه التركيبة بحيث تكون هاتان الوصلتان متوازيتين عند الوضع الوسطي ، بينما تكون الوصلة BC متعامدة معهما ، وتقسم النقطة P هذه الوصلة بحيث إن:

$$BP / PC = CD / AB$$




المخطط الحركي لتركيبة وات (*Watt Mechanism*) للخط المستقيم .

(الشكل-2-17)

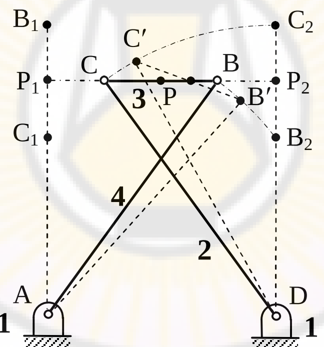
وجد عملياً أن النقطة P ترسم المسار المنقط الذي هو في جزء كبير منه خط مستقيم دقيق نسبياً ، فيما لو تأرجحت الوصلة CD بزاوية صغيرة حول الوضع الوسطي لا تزيد على $14^o$ من كل جهة .

## 3-6-2- تركيبة تشيبشيف *Tchebyshev Mechanism*

تعدّ تركيبة تشيبشيف من أكثر التركيبات استعمالاً لتوليد حركة مستقيمة تقريبيـــة . يبين (الشكل-2-2-18) المخطط الحركي لتركيبة تشيبيشيف ، وهي عبارة عن رباعي قضـــبان متصالب فيه الوصلتان AB و CD متساويتان . وتقع النقطة p في منتصـــف الوصـــلة BC ، وترسم خلال الحركة مساراً مستقيماً تقريباً على امتداد هذه الوصلة موازيـــاً للهيكـــل AD ، إذا تحققت الأطوال النسبية الآتية:

$$AD = 2\,BC \quad , \quad AB = CD = 1.25\,AD$$

إن طول المسار المستقيم الممكن رسمه $P_1P_2$ يســـاوي البعـــد بـــين المفصـــلين الدورانيين A و D . يبين التحليل الرياضي بأن الاختلاف الأعظمي عن الخـــط المســـتقيم عندئذ يساوي فقط 0.24% من هذا البعد . من الواضح أن الوضع الحـــدي $P_1$ يوافـــق الوضع الشاقولي للوصلة AB ، بينما ينتج الوضع الحدي $P_2$ عندما تصبح الوصلة DC شاقولية .




المخطط الحركي لتركيبة تشيبشيف (*Tchebyshev Mechanism*) للخط المستقيم .

(الشكل-2-2-18)

يمكن الحصول على متحول لهذه التركيبة بتثبيت النقطة P ، وتدوير المرفق BC حولها بزاوية بحدود $180^o$ ؛ مما يعطي للوصلة AD حركة سلسة مستقيمة تقريباً لا يزيد الخطأ فيها على 0.25% من طول الخط المستقيم ، أي يمكن إهماله في أغلب التطبيقـــات العملية . تستعمل هذه الطريقة في تحويل حركة زاوية إلى حركة خطية تناســـبية أو العكـــس بالعكس ؛ إذ إنها طريقة أبسط وأرخص من استعمال تريس وجريدة مســـننة ؛ إضـــافة إلـــى تحقيق توزيع ملائم للقوى ، وعدم وجود دفع جانبي على الدليل عند التأثير بقوة محورية .

## 7-2- تركيبات الحركة سريعة الارتداد *Quick-Return Mechanism*

تستعمل هذه التركيبات في بعض آلات التشغيل كالمقاشط والمناشير الآلية ، وكذلك في الكثير من العمليات التكنولوجية المتكررة ، مثل دفع أجزاء ما على امتداد خط التجميع ، وتثبيت قطعتين معدنيتين مع بعض ريثما يتم لحامهما ، أو ثني علب الكرتون في آلات الرزم والتعبئة الآلية .

في مثل هذه العمليات المتكررة تكون التركيبة الآلية عادة خلال جزء من دورة العمل تحت الحمل ، وهذا يدعى وفق عمل التركيبة بشوط التقدم ، شوط العمل أو شوط التشغيل ، وفي الجزء الآخر من دورة العمل الذي يسمى شوط العودة ، الرجوع أو الارتداد فلا تبذل التركيبة الآلية عملاً ؛ ولكن تعود ببساطة لتكرار العملية .

ففي آلات التشغيل مثلاً تعطى عدة القطع حركة بطيئة خلال شوط التشغيل ، وحركة سريعة خلال شوط الارتداد بينما يدور المرفق القائد بسرعة زاوية ثابتة . إن نسبة الزمن اللازم لشوط التشغيل إلى زمن شوط الارتداد تسمى النسبة الزمنية (*Carnal ratio*) ، ويرمز لها بـ $C_R$ :

$$C_R = \frac{\text{زمن شوط التشغيل}}{\text{زمن شوط الارتداد}} \qquad (5\text{-}2)$$

ويجب أن تكون قيمة $C_R$ أكبر من الواحد لكي يتحقق الغرض المطلوب من الآلية ؛ ولذلك فإن جميع الآليات التي تعطي قيمة لـ $C_R$ أكبر من الواحد تدعى آليات الرجوع السريع .

بما أن المرفق يدور بسرعة منتظمة ، فمن السهل تعيين النسبة الزمنية ، حيث نعين أولاً الأوضاع الحدية للمرفق - كما في (الشكل-2-10) - التي تحدد بداية شوط العمل ونهايته ، بعد ذلك ومع الأخذ بالحسبان اتجاه دوران المرفق ، نقيس زاوية المرفق $\alpha$ المقطوعة خلال شوط العمل ، وتكون الزاوية المتبقية $\beta$ هي زاوية المرفق خلال شوط الرجوع .

إذا كان $\tau$ هو دور مرفق المحرك ينتج أن:

$$\text{زمن شوط العمل} = (a / 2p)\, t \qquad (6\text{-}2)$$

$$\text{زمن شوط الرجوع} = (b / 2p)\, t \qquad (7\text{-}2)$$

بتعويض العلاقتين (2-6) و (2-7) في العلاقة (2-5) نحصل على:

$$C_R = \frac{a}{b} \qquad (8\text{-}2)$$

ومن الملاحظ أن النسبة الزمنية لا تتعلق بمقدار العمل المبذول أو سرعة المرفق القائد فهي خاصية حركية للتركيبة الآلية ذاتها ، ويمكن تعيينها من الأبعاد الهندسية لها ، ويلاحظ أيضاً من ناحية أخرى أنه يوجد اتجاه مناسب ، واتجاه غير مناسب لدوران مثل هذه التركيبات .

فإذا دار المرفق باتجاه دوران عقارب الساعة في التركيبة المبينة في (الشكل-2-10) ، فإن أدوار الزوايا $\alpha$ و $\beta$ تتعكس ، وتصبح النسبة الزمنية أقل من الواحد ؛ بالتالي يجب أن يدور المرفق باتجاه معاكس لدوران عقارب الساعة في هذا المثال لكي نحصل على خاصية الرجوع السريع .

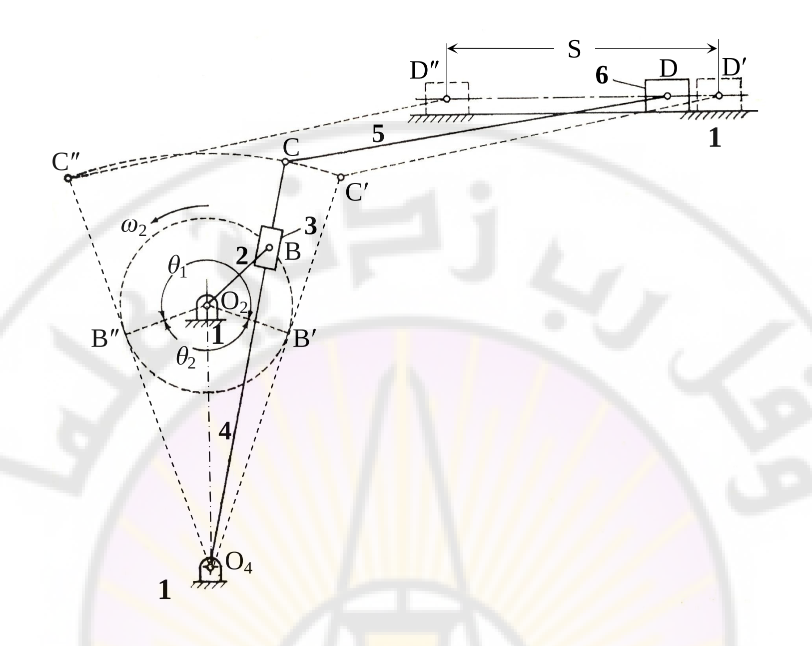
يوجد أنواع كثيرة من الآليات تتمتع بهذه الخاصية ، ولكل نوع طريقة مختلفة لإيجاد نسبته الزمنية ، ولكن العلاقة (2-8) تسري في الحالات كلها ، واستخدام التركيبات التي تحوي أكثر من 4 وصلات ، تتيح مجالاً أوسع في قيمة النسبة الزمنية ؛ إضافةً إلى إمكانية التحكم في مقدار الشوط الكلي حسب اللزوم .

سندرس فيما يلي أهم التركيبات المطبقة عملياً في توليد الحركة سريعة الارتداد .

### 2-7-1- تركيبة المرفق والذراع المشقوق *Crank Shaper Mechanism*

هي تركيبة تنتج استناداً إلى متحول التركيبة الأساسية للمنزلقة والمرفق الناتج من تثبيت ذراع التوصيل .

يبين (الشكل-2-19) المخطط الحركي لهذه التركيبة ، حيث يدور المرفق 2 بسرعة زاوية منتظمة باتجاه عكس دوران عقارب الساعة ؛ مما يؤدي إلى تأرجح الوصلة المشقوقة 4 ؛ وبالتالي انتقال الحركة إلى المنزلقة 6 عبر الوصلة 5 ، وتتحرك المنزلقة في هذه الحالة ببطء نحو اليسار ثم تعود وترتد بسرعة نحو اليمين ، حيث النسبة الزمنية تساوي إلى $(C_R = q_1 / q_2)$ والشوط $S$ .




المخطط الحركي لتركيبة المرفق والذراع المشقوق (*Crank Shaper Mechanism*) .
(الشكل-2-19)

يلاحظ من الشكل أن الشوط يساوي طول الوتر $C'C''$ ؛ إذ إن المنزلقة التي تحمل عدة القطع مقيدة بالحركة على مسار عمودي على امتداد الخــط $O_2O_4$ ؛ وبالتـــالي يمكــن البرهان بسهولة أن:

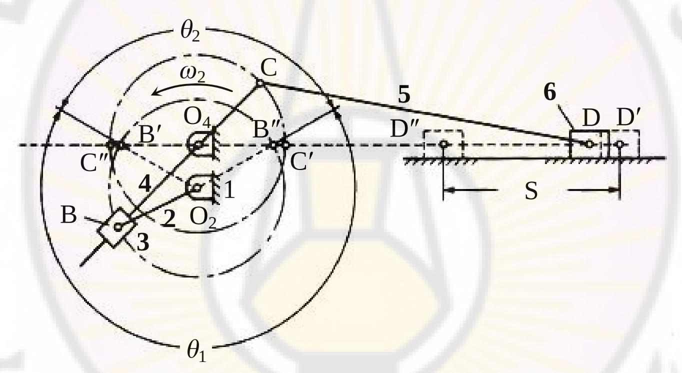
$$S = 2\,O_4C\,\frac{O_2B}{O_2O_4}$$

يمكن إذن تغيير الشوط من خلال تعديل هذه الأبعاد ، إلا أنه في التطبيقات العملية يتم ذلك عادة بتعديل طول المرفق $O_2B$ عن طريق تغيير وضع الوتد $B$ . يجب الانتباه إلى أن تغيير طول المرفق يؤدي إلى تغيير النسبة الزمنية عند المحافظة على بقية الأبعاد الثابتة ، كما أن تصغير المرفق ينتج منه نقصان الشوط ، لكن زيادة الزاوية $\theta_2$ ؛ وبالتالي انخفاض قيمة النسبة الزمنية ، والعكس بالعكس ؛ لذلك فإنه يفضل استعمال هذه التركيبة في الحالات التي تستلزم شوطاً طويلاً نسبياً كالمقاشط الأفقية مثلاً .

## 2-7-2- تركيبة ويت وورث *Whitworth Mechanism*

هي تركيبة تنتج استناداً إلى متحول التركيبة الأساسية للمنزلقة والمرفق الناتج من تثبيت المرفق ؛ وبالتالي فهي تشابه تركيبة المرفق والذراع المشقوق مع جعل المسافة بين المركزين الثابتين $O_2$ و $O_4$ أقل من طول المرفق $O_2B$ ؛ مما يؤدي إلى دوران كلتا الوصلتين 2 و 4 دوراناً كاملاً .

يبين (الشكل-2-2-20) المخطط الحركي لهذه التركيبة ، حيث يدور المرفق القائد 2 بسرعة زاوية ثابتة عكس اتجاه دوران عقارب الساعة ؛ بالتالي فإن الوصلة المشقوقة 4 تدور بسرعة زاوية متغيرة بالاتجاه نفسه ، بينما تتحرك المنزلقة 6 ببطء نحو اليسار ثم تعود وترتد بسرعة نحو اليمين .




(الشكل-2-2-20) المخطط الحركي لتركيبة ويت وورث (*Whitworth Mechanism*) .

يحدد شوط حركة المنزلقة بالوضعين $C'$ و $C''$ ؛ أي عندما تصبح الوصلتان على استقامة واحدة ، وبالتالي فإن طول الشوط هو:

$$S = 2\,O_4C$$

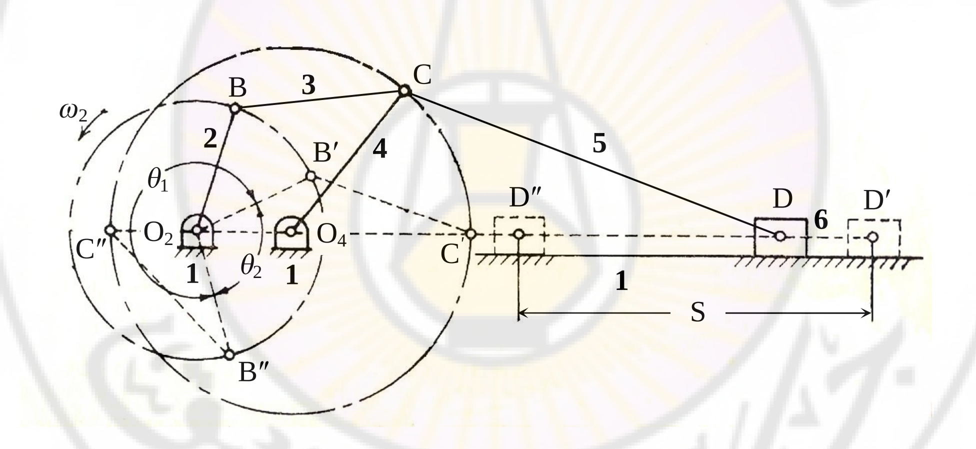
أي إن طول الشوط لا يتعلق بطول المرفق القائد ، ويمكن تغييره فقط من خلال تغيير وضع الوتد C بالنسبة للمركز الثابت $O_4$ .

أما النسبة الزمنية فتساوي $(C_R = q_1 / q_2)$ ، فهي لا تتأثر بطول الشوط بخلاف ما بيناه في تركيبة المرفق والذراع المشقوق ؛ لذلك فإن هذه التركيبة هي أكثر ملاءمة للمقاشط الرأسية المستعملة في قطع الأخاديد ؛ إذ إن الشوط المطلوب في هذه الحالات يكون عادةً قصيراً نسبياً .

## 3-7-2- تركيبة السحب أو الجر *Drag-Link Mechanism*

هي تركيبة تعتمد في مبدئها على التركيبة رباعية القضبان عندما تكــون الوصــلة الثابتة هي أقصر الوصلات ، بشرط أن تحقق أطوال وصلاتها المتــراجحتين (2-3) اللتــين سبق ذكرهما .

يبين (الشكل-2-21) المخطط الحركي لهذه التركيبة ، حيث يدور المرفق القائــد 2 بسرعة زاوية ثابتة عكس اتجاه دوران عقارب الساعة ، وتنتقل الحركة عبر وصلة الســحب 3 إلى الوصلة 4 التي تدور بالاتجاه نفسه ، لكن بسرعة زاوية متغيرة ، لتتحرك المنزلقة عبر الوصلة 5 ببطء نحو اليسار خلال شوط التشغيل ، ومن ثم تعود وترتد بسرعة نحــو اليمين .




(الشكل-2-21) المخطط الحركي لتركيبة السحب أو الجر (*Drag-Link*) .

يحدد شوط حركة المنزلقة بالوضعين بدلالة طول الوصلة 4 ، حيث:

$$S = 2\,O_4C$$

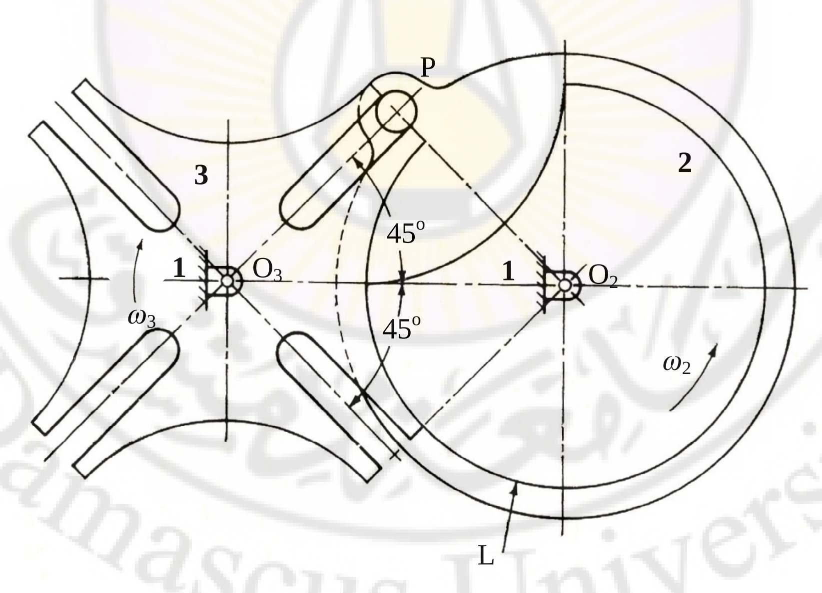
أما النسبة الزمنية فتساوي $(C_R = q_1/q_2)$ ، وتكون في أغلب الحــالات بحــدود 1 : 2 ، كما أن حركة المنزلقة خلال معظم شوط القطع هــي حركــة منتظمــة تقريبــاً ، وتستعمل هذه التركيبة في المقاشط الصغيرة ؛ وبخاصة آلات تشكيل مجاري الخوابير .

## 2-8- تركيبات الحركة المتقطعة *Intermittent-Motion Mechanisms*

هي تركيبات آلية تحول الحركة المستمرة إلى حركة متقطعة ، وتستخدم بشكل عام في آلات التشغيل لوضع القطع المراد تشغيلها أمام عدة القطع ، أو في إجراء عمليات التعليم أو التقسيم أو التفريز .

### 2-8-1- تركيبة دولاب جينيفا *Geneva Wheel Mechanism*

يبين (الشكل-2-22) المخطط الحركي لهذه التركيبة المفيدة جداً في توليد حركة متقطعة ، حيث الدولاب القائد 2 يحوي مسماراً P يعشق بالشقوق المفتوحة في الدولاب المقود 3 . إذا دار الدولاب 2 بسرعة زاوية منتظمة حول محوره ، فإن حركة المسمار في الشق تعمل على دوران الدولاب 3 بسرعة زاوية متغيرة حتى لحظة خروج المسمار من هذا الشق . يبقى الدولاب المقود بعد ذلك متوقفاً ، بينما يتابع الدولاب القائد دورانه حتى يعشق المسمار في الشق الثاني ، وتتكرر الحركة المتقطعة .




المخطط الحركي لتركيبة دولاب جينيفا (*Geneva Wheel Mechanism*) .

(الشكل-2-22)

توضع الشقوق بحيث يدخل المسمار إليها ، ويخـــرج منهـــا مماســـياً ؛ أي تكـــون الزاوية $O_2PO_3$ عندئذ قائمة ، وهذا يعطي هذه الآلية ميزة التقطيع أو التقســـيم دون حمـــل صدم عملياً ؛ لذا فهي تستعمل بشكل واسع في الآلات عالية السرعة ؛ إضافة إلى الآلات ذات السرعة المنخفضة .

في الحالة المبينة في (الشكل-2-22) يحوي الدولاب المقود أربعة شقوق ؛ وبالتالي فإنه يدور ربع دورة لكل دورة كاملة يؤديها الدولاب القائد 2 ، إلا أنه يمكن تصميم آليـــات مشابهة ذات نسب تقطيع مختلفة تبعاً لعدد الشقوق التي توزع بانتظام على محيط الـــدولاب . فإذا كان عدد الشقوق N فإن نسبة التقطيع تساوي 1/N ، وتكون الزاوية بين محوري كل شقين متتاليين 360/N .

يبين الشكل وضع الآلية لحظة دخول المسمار في أحد الشقوق ، حيث يدور الدولاب القائد بسرعة زاوية ثابتة $\omega_2$ عكس اتجاه دوران عقارب الساعة . ينتج من ذلـــك أن يبـــدأ الدولاب 3 بالدوران باتجاه دوران عقارب الساعة بسرعة زاوية متغيرة $\omega_3$ ، تزداد قيمة هذه السرعة من صفر في الوضع المبين ، حتى قيمة عظمى عندما يصبح المسمار على الخط بين المركزين $O_2O_3$ ، ثم تتناقص حتى تعود إلى الصفر عند خروج المسمار من الشـــق . يؤدي هذا التغير في السرعة إلى ظهور تسارع زاوي وبالتالي قوى عطالة ، يجب أخذها في الحسبان عند التصميم منعاً لتآكل جانبي الشقوق بسرعة . يتم ذلك عادةً بوساطة تعديل مسار المسمار بشكل يخفف من قيم التسارع الزاوي الناتج . مثال ذلك الاستعاضة عـــن الـــدولاب القائد بتركيبة رباعية القضبان ، حيث يوضع المسمار على الوصلة القارنة فيهـــا ؛ وبالتـــالي يكون مسار حركته منحنياً مغلقاً .

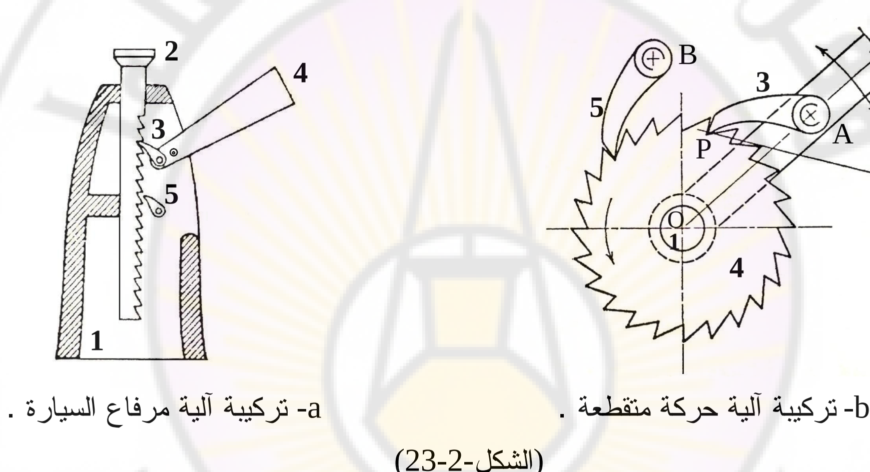
إن لوحة الإحكام L المثبتة إلى الدولاب القائد تمنع الوصلة المقودة من الـــدوران خارج فترة التقسيم ، ويتم ذلك بجعل هذه اللوحة تتزاوج بتوافق دقيق مع الوصلة المقـــودة ، كما في الشكل ، مع قطع تجويف فيها يحصر زاوية تساوي ضعف الزاوية $O_3O_2P$ ليسمح بدوران الدولاب 3 خلال فترة العمل .

إذا أغلق أحد شقوق الدولاب 3 ، فإنه يمكن للدولاب 2 أن يدور عدداً محـــدوداً من الدورات قبل أن يصدم المسمار P هذا الشق المغلق ، وعندئذ تتوقف الحركة . يســـمى هذا التعديل آلية إيقاف جينيفا ، ويستعمل في الساعات وما شابهها لمنع اللف الزائد للنوابض .

## 2-8-2- تركيبة السقاطة *Ratchet Mechanism*

وهي تركيبات تستعمل في تحويل حركة انسحابية أو تأرجحية إلى حركة متقطعة دورانية أو انسحابية .

تبين التركيبة a في (الشكل-2-23) آلية مرفاع السيارة ، حيث يمكننا بتخفيض الوصلة 4 تعشيق اللسين 3 مع السن على الوصلة 2 ؛ مما يؤدي إلى رفع هذه الوصلة بشكل متقطع ، وأما لسين الإيقاف 5 ، فإنه يمنع الحركة العكسية للوصلة 2 خلال فترة التعشيق .




b- تركيبة آلية حركة متقطعة . a- تركيبة آلية مرفاع السيارة .

(الشكل-2-23)

أما التركيبة b في (الشكل-2-23) ، فإنه يبين نوعاً آخر يؤدي فيها تأرجح الذراع 2 الذي يحمل اللسين القائد 3 إلى حدوث حركة دورانية متقطعة للدولاب 4 باتجاه عكس دوران عقارب الساعة ، وإن لسين الايقاف 5 يمنع الحركة العكسية للدولاب خلال فترة التعشيق .

إن الناظم المشرك أو خط العمل PN للسين القائد والسن ، يجب أن يمر بين المركزين O , A ، كما هو مبين في b في (الشكل-2-23) ؛ لكي يحافظ على التماس بين اللسين والسن ، كما أن خط العمل للسين الإيقاف والسن يجب أن يمر بين المركزين O , B .

تصمم تركيبات السقاطة بأشكال متنوعة لتناسب التطبيقات العملية الكثيرة ، إذ نجدها في آلات الرفع ، وآليات التغذية والإيقاف في آلات التشغيل ، ووسائط التغذية في السيور الناقلة وأجهزة القياس وغيرها .

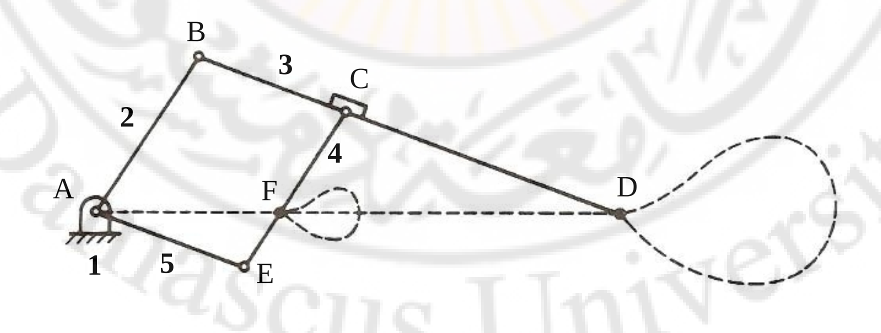
## 2-9- تركيبات آلية ذات تطبيقات خاصة

من الجدير بالاهتمام إعطاء لمحة عن مميزات بعض التركيبات المستخدمة بشكل عام قبل البدء بتحليل الآليات وتركيبها . يلزم عملياً في أثناء تصميم آلة ما جمع تركيبات بسيطة وأجزاء من آلات أخرى للحصول على العلاقة المطلوبة بين الدخل والخرج . وعلى المصمم أن يكون على دراية بمختلف أشكال الآليات والتركيبات المستخدمة عموماً ، وكذلك أجزاء الآلات المتاحة للاستخدام . عندها يمكن للمصمم القيام بتجميع بعضها للحصول على أفضل النتائج ، ويتم الحصول على هذه المعرفة لمختلف أنواع الآليات المستخدمة من خلال الاطلاع على كتب تصميم الآلات والآليات .

### 2-9-1- آلية المنساخ *Pantograph Mechanism*

تُعد آلية المنساخ أو البانتوغراف التركيبة الأساسية في مجموعة التركيبات الآلية الناسخة التي تستعمل في الحصول على حركة موازية لحركة معينة ، ويستخدم في نسخ الأشكال بمقياس مصغر أو مكبر .

يبين (الشكل-2-24) المخطط الحركي لآلية المنساخ ، حيث تشكل الوصلات 5 , 4 , 3 , 2 متوازي أضلاع والازدواجات فيما بينها دورانية . أحدها ازدواج مضاعف يربط الوصلات الثلاث 5 , 2 , 1 .




المخطط الحركي لآلية المنساخ – البانتوغراف (*Pantograph Mechanism*) .

(الشكل-2-24)

تمدد الوصلة 3 بحيث تحوي النقطة D ، بينما تمثل F نقطة تقـاطع الخطـين AD و CE . إذا ما تحركت النقطة D على مسار معين فإن النقطة F ترسـم مسـاراً بمقياس مصغر ، كما يمكن أن يتم العكس عند تحريك F على المسار ، فترسم D مساراً مماثلاً بمقياس مكبر .

يلاحظ أن الشرط اللازم لتكون حركتا النقطتين D و F متوازيتين هو:

$$AD / AF = const.$$

ويمكن لهذه التركيبة تحقيق ذلك ، إذ إنه للأوضاع كافة لدينا من تشابه المثلثين ABD و FCD :

$$AD / FD = BD / CD = const. \qquad (9\text{-}2)$$

ومن تشابه المثلثين AEF و DCF :

$$AF / FD = AE / CD = const. \qquad (10\text{-}2)$$

ومنه بقسمة العلاقتين (2-9) و (2-10) ينتج:

$$AD / AF = BD / AE = const.$$

إذن يمكن اختيار أطوال مناسبة AE و BD للحصول على مقياس تكبير أو تصغير مطلوب حيث:

$$\frac{AD}{AF} = \frac{\text{مقاس المسار عند } D}{\text{مقاس المسار عند } F} \qquad (11\text{-}2)$$

بينما تحدد أطوال بقية الوصلات مجال عمل تركيبة المنساخ .

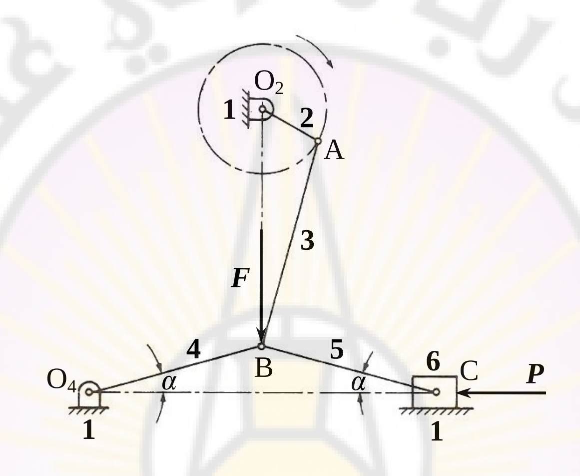
يستخدم المنساخ في مجالات عدة منها: تكبير أو تصغير المصـورات ، أو كـدليل على عدد القطع في الآلات لنسخ الأشكال المعقدة ، كما يعد التركيبة الأساسية فـي تصـميم راسم منحني المحرك . قد يكون المخطط الحركي في بعض الحالات التطبيقية مختلفاً عما هو عليه في (الشكل-2-24) ، لكن يبقى التحليل الحركي المذكور هو الأساس في الدراسة .

تجدر الإشارة إلى أن التركيبات الناسخة هي - بوجه عام - ذات درجتـي طلاقـة استناداً إلى عدد وصلاتها وازدواجاتها ، إلا أنها تصبح عند استعمالها في نسخ مسار معين ، ذات درجة طلاقة واحدة بسبب تقييد نقطة من أحد وصلاتها بالحركة على هذا المسار .

## 2-9-2- الآلية الركبية *Toggle Mechanism*

تستخدم الآلية الركبية أو المفصلية عندما يكون المطلوب التغلب على مقاومة كبيرة $P$ لمسافة قصيرة نتيجة تطبيق عزم صغير نسبياً على المرفق .

يبين (الشكل-2-25) المخطط الحركي للآلية الركبية ، حيث الوصلتان 4 و 5 متساويتان بالطول وتميل كل منهما بزاوية $\alpha$ على مسار المنزلقة C .




(الشكل-2-25) المخطط الحركي للآلية الركبية (*Toggle Mechanism*) .

ينتج من تطبيق عزم دوران على المرفق 2 قوة تنتقل عبر الوصلة 3 إلى المفصل المضاعف B . إذا كانت المركبة العمودية لهذه القوة هي $F$ ، فإن القوة المنتقلة على طول الوصلة 5 إلى المنزلقة تساوي $(F/2 \sin\alpha)$ ؛ وبالتالي فإن تحليل القوى المؤثرة في المنزلقة عندما تصبح الزاوية $\alpha$ صغيرة يعطي العلاقة:

$$P = (F/2)\tan a$$

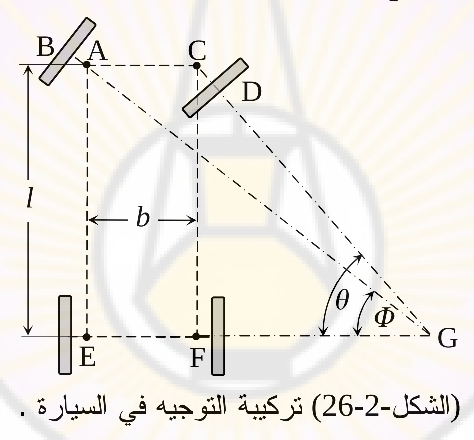
أي إنه عندما تتناقص الزاوية $\alpha$ تقترب الوصلتان 4 و 5 كونهما على استقامة واحدة ، فإننا نحصل لقيمة معينة للمركبة $\boldsymbol{F}$ ، على قيمة متزايدة بسرعة للقوة المقاومة $\boldsymbol{P}$ .

إن لهذه الآلية تطبيقات عملية كثيرة إذ نجدها في المماسك المفصلية ، وآلات التبشيم ، ومكابس التخريم ، وكسارات الصخور .

## 10-2- تركيبات توجيه السيارة *Car Steering Mechanisms*

إن تركيبة التوجيه أو القيادة في السيارة تقوم عادة بتغيير اتجاه محـــوري العجلتـــين الأماميتين بالنسبة للهيكل ، بينما يبقى المحور المشترك للعجلتين الخلفيتين ثابتاً في الاتجاه .

يشترط في مثل هذه التركيبة الآلية أن تكون حركة العجلات بالنسبة للأرض حركة تدحرج صرف ، أي دون انزلاق بين الإطارات والطريق في أثناء تحـــرك الســـيارة علـــى منحن . لتحقيق هذا الشرط ، يجب أن تتحرك العجلتان الأماميتان علـــى مســـارين دائـــريين متحدي المركز في G على امتداد المحور الخلفي المشترك ، كما يجب أن يـــدور محـــور العجلة الداخلية بالنسبة لمنحني الدوران ، زاوية $\theta$ أكبر من الزاويـــة $\Phi$ التـــي يـــدورها محور العجلة الخارجية . يوضح (الشكل-2-26) تخطيطاً لمبدأ عمل هذه التركيبة الآلية .




(الشكل-2-26) تركيبة التوجيه في السيارة .

نلاحظ من الشكل أن:

$$\cot q = \mathrm{GF/FC} \qquad , \qquad \cot f = \mathrm{GE/EA} = \mathrm{GE/FC}$$

ومنه:

$$\cot f - \cot q = (\mathrm{GE} - \mathrm{GF})/\mathrm{FC} = \mathrm{EF/FC}$$

أي:

$$\cot f - \cot q = b / l \qquad (12\text{-}2)$$

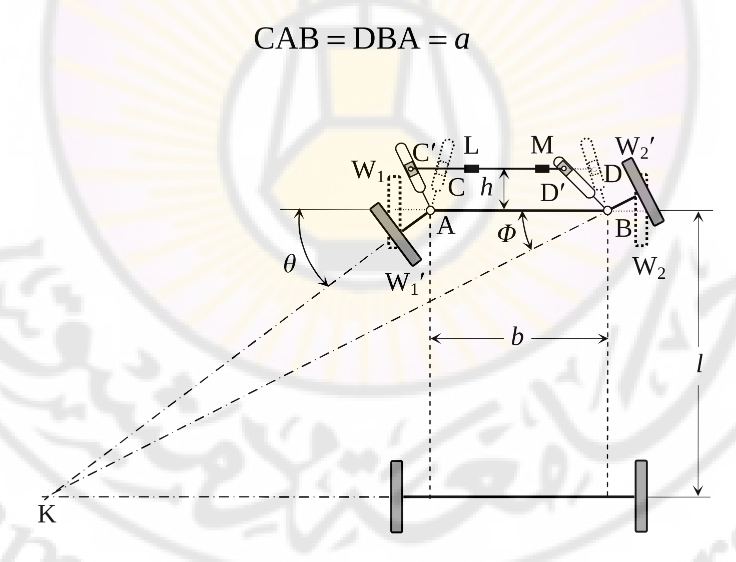
وبالتالي فإن آلية التوجيه يجب أن تحقق العلاقة (2-12) ؛ لضمان توجيه صـــحيح دون انزلاق العجلات مهما كان نصف قطر المسار المنحني الذي تتحرك عليـــه الســـيارة ، وسيتم فيما يلي شرح آليتين مختلفتين من حيث التصميم والأداء .

### 2-10-1- تركيبة ديفيس ***Davis Mechanism***

هي تصميم لتركيبة آلية تؤدي حركة توجيه صحيحة تحقق شرط اتحاد مركز مساري الدوران المذكور أعلاه .

يبين (الشكل-2-27) المخطط الحركي لهذه الآلية ، حيث إن كلاً من الذراعين المشقوقين AC و BD يشكل مع كل من محوري العجلتين الأماميتين $W_1$ و $W_2$ رافعة مرفقية متمفصلة عند A و B على التتالي ، وبحيث إن الزاويتين $W_1AC$ و $W_2BD$ متساويتان . إن الوصلة CD توازي AB ومقيدة الحركة طولياً بالمنزلقتين عند L و M ، بينما تتصل نهايتاها بالذراعين AC و BD عبر ازدواج دوراني ، وآخر انزلاقي عند كل من نهايتيها ، وتتحرك السيارة على مسار مستقيم عندما تكون العجلتان الأماميتان في وضعهما الوسطي المبين بالخطوط المنقطة ، بحيث إن الرباعي ABDC يشكل شبه منحرف متساوي الساقين فيه:

$$CAB = DBA = a$$




(الشكل-2-27) تركيبة ديفيس (*Davis Mechanism*) لتوجيه السيارة .

يتم توجيه السيارة بتحريك الوصلة CD إلى يمين الوضع الوسطي أو يساره المبين بالخطوط المتقطعة ، ويبين الشكل الوضع C′D′ لدوران نحو اليسار مما يؤدي إلى دوران المحور $W_1$ بالزاوية $\theta$ ، ودوران المحور $W_2$ بالزاوية $\Phi$ ، حيث يمكن كتابة العلاقتين الآتيتين:

$$D'D = x = h\,.\cot(a - f) - h\,.\cot a \qquad (13\text{-}2)$$

$$C'C = x = h\,.\cot a - h\,.\cot(a + q) \qquad (14\text{-}2)$$

باستعمال العلاقات المثلثية والاختصار ينتج من (13-2) أن:

$$\cot f = \frac{1}{\sin^2 a}\left(\frac{h}{x} + \sin a\,.\cos a\right) \qquad (15\text{-}2)$$

وكذلك ينتج من (14-2) أن:

$$\cot q = \frac{1}{\sin^2 a}\left(\frac{h}{x} - \sin a\,.\cos a\right) \qquad (16\text{-}2)$$

ومنه:

$$\cot f - \cot q = 2\cot a \qquad (17\text{-}2)$$

بمقارنة (17-2) مع (12-2) ينتج أنه لكي تؤدي هذه الآلية توجيهاً صحيحاً في أوضاعها كافة ، يجب أن تتحقق العلاقة:

$$\cot a = b/2l \qquad (18\text{-}2)$$

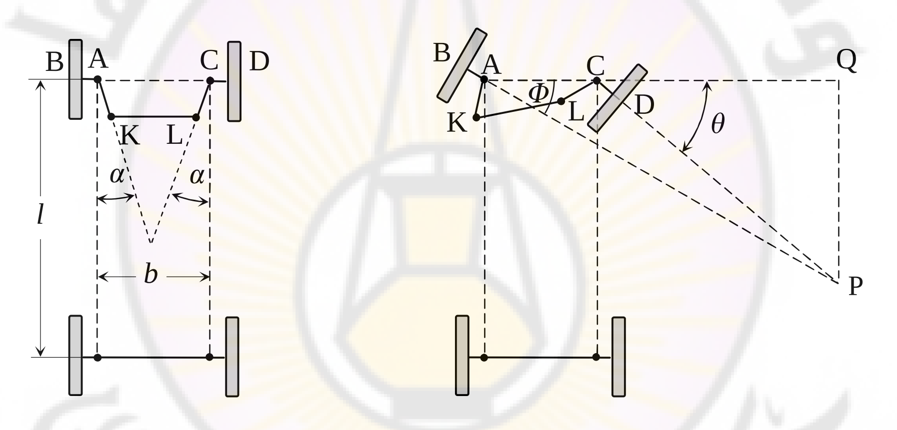
أي إنه يجب عند الوضع الوسطي أن يتقاطع الذراعان AC , BD في نقطة تقع على بعد يساوي $h$ أمام الوصلة AB . يمكن تحقيق ذلك باختيار مناسب لأبعاد الوصلات وزواياها التي تتألف منها هذه الآلية .

رغم أن هذه الآلية صحيحة التوجيه نظرياً ، إلا أن وجود عدة ازدواجات منزلقة في تصميم هذه الآلية يؤدي إلى تآكل سطوح التماس بسرعة ؛ وبالتالي إلى انهيار سريع لدقة أدائها مما يجعلها غير صحيحة عملياً ، ويحد من تطبيقاتها العملية .

## 2-10-2- تركيبة آكرمان *Ackerman Mechanism*

هذه الآلية أبسط كثيراً من حيث التصميم من الآلية الســابقة إذ تتكــون فقــط مــن ازدواجات دورانية .

يبين (الشكل-2-28) المخطط الحركي لهذه التركيبة الآلية ، حيث AKLC سلسلة رباعية الوصلات فيها ( AK = CL ) ، بينما الوصلتان AC و KL متوازيتان في الوضع الوسطي للآلية ، أي عندما تتحرك السيارة على مسار مستقيم . تشكل كــل مــن الوصــلتين AK و CL مع كل من محوري العجلتين الأماميتين وصلة مرفقية ، كما في آلية ديفــيس ، وتميل كل منهما بزاوية $\alpha$ بالنسبة للمحور الطولي للسيارة .




(الشكل-2-28) تركيبة آكرمان (*Ackerman Mechanism*) لتوجيه السيارة .

تختلف هذه التركيبة عن سابقتها بأنها لا تحقق شرط التوجيــه الصــحيح إلا فــي وضعين فقط ؛ إضافة إلى الحركة على مسار مستقيم ، إذ يمكن برسم الآلية في عدة أوضاع دوران نحو اليمين أن نلاحظ وجود قيمة واحدة للزاوية $\theta$ تحقق شرط التوجيــه الصــحيح دون انزلاق ، أي تقاطع محوري العجلتين الأماميتين CD , AB في نقطة تقع على امتداد المحور المشترك للعجلتين الخلفيتين ، كذلك الأمر عند الدوران نحو اليسار ينتج وضع واحد للزاوية $\theta$ نفسها لكن في الجهة المناظرة بالنسبة للمحور الطولي للسيارة . أما فــي بقيــة الأوضاع ، فإن مركز دوران العجلتين الأماميتين P سيكون خارج امتداد هذا المحور ، كما هو مبين في (الشكل-2-28) ، ولن تحقق عندئذ الزاويتان $\theta$ و $\Phi$ العلاقــة (2-12) التــي تحدد شرط التوجيه الصحيح .

يمكن توضيح ذلك بفرض تركيبة آلية معينة فيها:

$$AC / AK = 8.5 \quad , \quad b / l = 0.4 \quad , \quad a = 18^{o}$$

حيث هذه القيم تساوي تقريباً تلك المعتمدة في أغلب التطبيقات العملية .

يمكن بالتحليل الرياضي أو بالرسم التخطيطي للتركيبة عند أوضاع مختلفة للزاوية $\theta$ تعيين قيم الزاوية $\Phi$ الموافقة ، وتنظيم الجدول الآتي:

| $\theta$ | $10^{o}$ | $20^{o}$ | $30^{o}$ | $40^{o}$ |
|---|---|---|---|---|
| $\Phi$ | $9^{o}25'$ | $17^{o}43'$ | $24^{o}49'$ | $30^{o}34'$ |
| $\cot f - \cot q$ | 0.356 | 0.383 | 0.431 | 0.501 |
| $\Phi_{c}$ | $9^{o}21'$ | $17^{o}38'$ | $25^{o}8'$ | $32^{o}8'$ |

حيث:

$$\cot\ f - \cot\ q = AC\ / QP$$

أما $\Phi_C$ فهي تساوي قيمة $\Phi$ اللازمة للتوجيه الصحيح وفق العلاقة (2-12).

نستنتج من هذا الجدول:

- عندما تكون الزاوية $\theta$ صغيرة ، فإن الخطأ في قيم الزاوية $\Phi$ صغير جداً ، ويمكن إهماله .
- عندما تكون الزاوية $\theta$ كبيرة ، فإن الخطأ كبير نسبياً ، مما يؤدي إلى انزلاق بين الإطارات والطريق ، لكن في هذه الحالة من الضروري عادة تخفيف سرعة السيارة ؛ وبالتالي فإن الضرر الناتج من هذا الانزلاق يكون قليلاً ، ولن يؤثر كثيراً في تآكل الإطارات .
- إن هناك قيمة واحدة لـــ ( $\theta = 24^{o}$ ) تتحقق عندها العلاقة (2-12)، أي في المثال أعلاه:

$$\cot f - \cot q = b / l = 0.4$$

نلاحظ أخيراً أننا نحصل على أحسن النتائج فيما لو كانت نقطة تقاطع الضلعين AK و CL في الوضع الوسطي (مسار مستقيم) تقع على مسافة من AC تساوي تقريباً $0.7\ l$ ، كما وأن زيادة هذه المسافة تزيد من قيمة $\theta$ التي تعطي توجيهاً صحيحاً دون انزلاق .

لا بد من الإشارة إلى أن هذه الآلية تخضع من الناحية التطبيقية إلى بعض التعديلات بما يلائم المؤثرات المختلفة في التوجيه كالسرعة ، ونوع الإطارات ، وكيفية توزيع وزن السيارة ، ونوع آلية التعليق ، وغيرها .

## 11-2- تركيبة المنظم *Governor Mechanism*

يعرف المنظم بأنه وسيلة تنظيم آلي للقدرة الناتجة من آلة بما يلائم تغيرات الحمل أو العزم المقاوم المطبق عليها . يعدّ المنظم حركياً تركيبة مرفقية بين وصلاتها ازدواجات دورانية وانزلاقية يختلف عددها بحسب نوع المنظم . إذا كان الحمل ثابتاً فمن البديهي أن السرعة الوسطية للآلة تبقى ثابتة ، بينما في حال تغير الحمل ، فإن هذه السرعة ستتغير إلا إذا تم تعديل القدرة الناتجة من الآلة بما يناسب التغير الحاصل في الحمل . يقوم المنظم بإجراء هذا التعديل في القدرة آلياً من خلال تحسس تغير السرعة الوسطية . يسبب هذا التغير في السرعة تغيراً موافقاً في الأوضاع النسبية لوصلات المنظم ؛ مما يؤدي إلى انتقال حركة محددة إلى نظام التحكم الذي يعدل القدرة المبذولة في الآلة ؛ وبالتالي القدرة الناتجة منها ، بما يناسب الحمل المؤثر فيها .

يلاحظ من ذلك أنه من الضروري أن يتم التغير في السرعة قبل إمكان إجراء التعديل الآلي اللازم في القدرة ؛ مما ينتج منه أن السرعة الوسطية ستجنح إلى الزيادة أو النقصان تبعاً لنقصان الحمل أو زيادته ؛ لذا يجب تصميم تركيبة المنظم بحيث يكون التغير في السرعة الوسطية أصغر ما يمكن ؛ إضافة إلى ذلك فإنه لابد أيضاً من حدوث تأخر في استجابة تغير القدرة الناتجة من الآلة بالنسبة للتغير الحاصل في الحمل .

تجدر الإشارة إلى ضرورة التمييز بين وظيفة كل من المنظم والحذافة حيث يتحكم المنظم في السرعة الوسطية لعمود الدوران ، بينما تتحكم الحذافة في التراوح الدوري للسرعة خلال كل دورة عمل ، كما سنبين لاحقاً في الفصل الخامس . كما أن عمل المنظم يتم بشكل متقطع بينما تؤدي الحذافة عملها بشكل مستمر .

تصنف المنظمات - بشكل عام - حسب مبدأ عملها في نوعين:

1- منظمات بالطرد المركزي .
2- منظمات بالقصور الذاتي .

سنبين فيما يأتي بعضاً من النماذج التطبيقية لكل من هذين النوعين .

## 2-11-1- منظمات بالطرد المركزي *Centrifugal Governors*

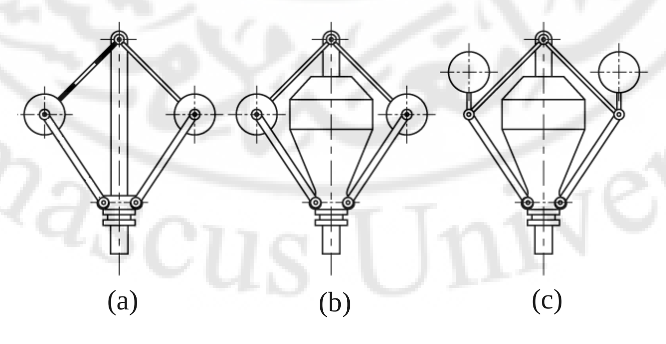
يعمل هذا النوع بتأثير موازنة القوى النابذة الناتجة من دوران كرتين أو أكثر حول محور المنظم ؛ لذا غالباً ما تسمى بـــ المنظمات النابذة . يتصل محور المنظم عادة بعمود دوران المحرك المراد تنظيم سرعته بوساطة جملة مسننات ملائمة ، بينما تتصل كرات المنظم - عبر وصلات مناسبة - بمحور المنظم من جهة ، وبجلبة منزلقة من جهة أخرى ، بحيث تدور الكرات في مستو عمودي على المحور .

يتغير نصف قطر دوران الكرات حول المحور وفقاً لتغيرات سرعة المحرك ؛ مما ينتج منه انزلاق الجلبة بالنسبة للمحور بحركة تحدد قيمةً واتجاهاً من المعطيات التصميمية للمنظم . تؤثر حركة هذه الجلبة في الأوضاع النسبية لوصلات تركيبية آلية بحيث تعدل القدرة المبذولة في المحرك بما يناسب الحمل المؤثرة فيه .

رغم أن هذه المنظمات تشترك مبدئياً في مفهوم عملها تحت تأثير تغير سرعة الدوران ، إلا أنها تختلف من حيث الوسيلة المستخدمة في موازنة القوى النابذة المؤثرة في الكرات إذ يمكن تقسيمها وفقاً لذلك إلى ثلاثة أنواع:

### 1.منظمات محملة بحمل ميت *Gravity-Controlled Governors*

وتسمى أحياناً بـــ المنظمات ثقالية التحكم . يبين (الشكل-2-29) ثلاثة نماذج تخطيطية لهذا النوع حيث تتم موازنة القوة النابذة تحت تأثير القوى الناتجة في وصلات المنظم ، نتيجة وزن الجلبة المنزلقة ، وما يتصل بها من أحمال ميتة .




(a)

منظم برويل (*Proell*) ، منظم بورتر (*Porter*) ، منظم وات (*Watt*)

(الشكل-2-29) منظمات محملة بحمل ميت .

يمثل النموذج a من (الشكل-2-29) المنظم البدائي الذي استعمله وات (*Watt*) للتحكم بالآلات البخارية ورغم أنه قد أهمل عملياً إلا أن هذا المنظم يعد أساساً لتصميم الكثير من المنظمات ، حيث الكرات متصلة من الأعلى بذراعين متمفصلين مع محور ، بينما من الأسفل متصلة بمنزلقة أسطوانية حرة الحركة على المحور .

يمكن تحسين أداء منظم وات ، من حيث الحساسية ومجال سرعات الاتزان ، بزيادة وزن الجلبة لينتج منظم بورتر (*Porter Governor*) المبين في النموذج b من (الشكل-2-29) ، والذي يعدّ مناسباً فقط لمدى سرعات تتراوح بين (60-80 r.p.m) ، وللسرعات الأكبر من ذلك ، فإنه من الضروري إضافة كتلة إلى الجلبة لزيادة مجال السرعات لمدى محدد من نصف قطر دوران الكرتين .

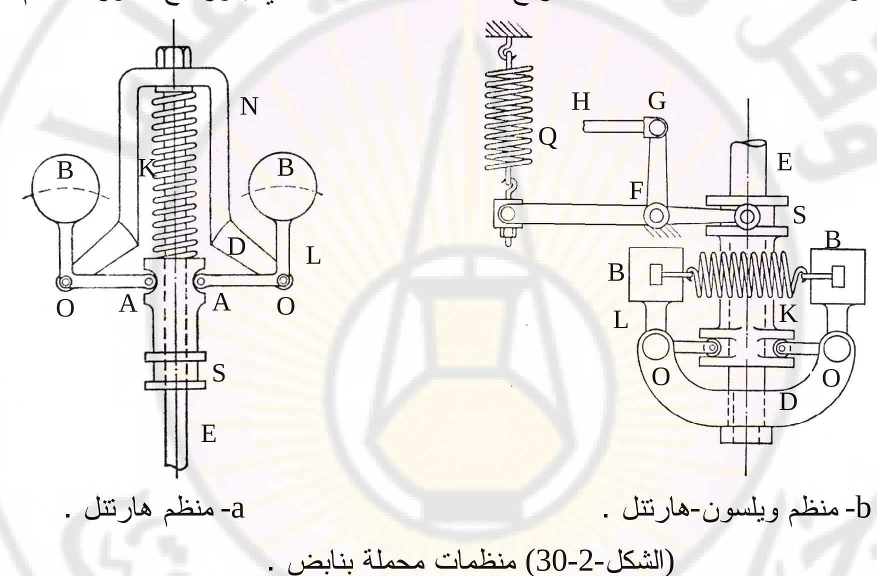
أما النموذج c من (الشكل-2-29) فإنه يمثل منظم برويل (*Proell Governor*) الذي يختلف عن النوع السابق في وضع الكرتين حيث تتصل كل كرة بالجلبة عبر وصلة مرفقية منفرجة الزاوية . يؤدي هذا التغيير في وضع كل من الكرتين إلى تخفيض مقدار التغير اللازم في السرعة لإكساب الجلبة الأسطوانية إزاحة معينة ؛ أي تحسين الحساسية عما كانت عليه في منظم بورتر .

### 2. منظمات محملة بنابض ***Spring-Controlled Governors***

يتضح من تحليل المنظمات المحملة بحمل ميت أنه لا يمكن تحقيق حساسية مقبولة إلا بزيادة قيمة الحمل الميت ؛ أي بزيادة حجم الحيز الذي يشغله المنظم . قد لا يسمح تصميم المحرك وطبيعة عمله بتوفير الحيز اللازم ؛ وخاصة في حال سرعات دوران عالية ؛ لذا يفضل استخدام النابض للحصول على القوة المنظمة اللازمة لأداء جيد للمنظم .

يتم التحكم بعمل المنظمات المحملة بنابض باستعمال نابض انضغاط أو شد ينظم مقدار الانتقال في الكرات الناتج عن قوى العطالة ، وعبر وصلات خاصة يتم تغير كمية القدرة المبذولة إلى المحرك . من الواضح أن المنظمات المحملة بنابض تمتاز عن المنظمات المحملة بحمل ميت بإمكانية التحكم بسرعات الاتزان خلال عمل المنظم ؛ وبالتالي تحسين أدائها من حيث الحساسية والاستقرار وسرعة الاستجابة لتغيرات الحمل .

يبين الرسم التوضيحي a في (الشكل-2-30) تخطيطاً لمنظم هارتنل (*Hartnell Governor*) ، حيث تتم موازنة القوة النابذة من تأثير انضغاط النابض K الذي تنتج منه قوة تؤثر في الجلبة S بحيث يمكن ضبطها بواسطة الغطاء N مع عزقتي ضبط وتثبيت ؛ مما يسمح ذلك بتغير مجال عمل المنظم وضبطه خلال دوران المحرك ، كما تنتقل قوة النابض إلى كل من الوصلتين المرفقيتين AOB اللتين تحملان كرتي المنظم B . بينما تتصل في نهايتها الأخرى بدحروج مركب ضمن مجرى محزوز على محيط الجلبة ، تتصل الوصلة L عند النقطة O بذراع D مثبت بالغطاء الذي يدور مع محور المنظم .



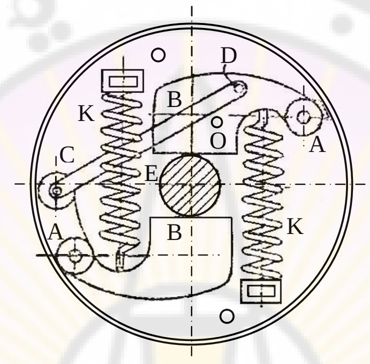

a- منظم هارتنل .

b- منظم ويلسون-هارتنل .

(الشكل-2-30) منظمات محملة بنابض .

كما يبين الرسم التوضيحي b في (الشكل-2-30) تخطيطاً لنموذج آخر يسمى منظم ويلسون – هارتنل (*Wilson-Hartnell Governor*) ، حيث يتم التحكم الرئيسِ بوساطة نابضي شد K , متصلين بالكتلتين B المركبتين على وصلتين L من كلتا جهتي محور المنظم E . تنتقل حركة دوران المحور إلى الكرتين عبر الذراع D المتصل بالوصلتين L عند O . من الواضح أن هذا الترتيب يقلل كثيراً من قوى الدفع الناتجة عند نقاط الارتكاز O التي تصل الوصلات الحاملة للكرات بهيكل المنظم . إلا أن هذا النوع يستلزم تركيب نابض مساعد Q لضبط مجال عمل المنظم . يركب هذا النابض على امتداد محور المنظم ، أو يوصل في نهايته إلى الذراع F الناقل لحركة الجلبة S ، كما في الشكل . يتم ضبط الشد في النابض المساعد بوساطة عزقتي ضبط ، وتثبيت تركبان عند نهايته .

يلاحظ في النموذجين السابقين أن نقاط الارتكاز O للوصلات الحاملة للكرات لا تقع في مستوي دوران الكرات ؛ مما يحد أحياناً من القدرة التي يمكن للمنظم أن ينقلها إلى آلية التحكم بالآلة المراد تنظيم سرعتها . يفضل عندئذ تصميم المنظم بحيث تقع نقاط الارتكاز في مستوي دوران الكرات ، كما هو مبين في (الشكل-2-31) . يركب المنظم في هذه الحالة على عمود الدوران مباشرة ؛ وبخاصة عمود المرفق في الآلات الترددية ؛ لذا فإنه يسمى بـــ المنظم النابذ المرفقي (*Shaft Governor*) .




(الشكل-2-31) منظم النابذ المرفقي (*Shaft Governor*) .

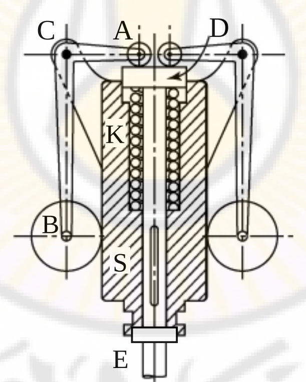
ترتكز كل من الكتلتين B إلى هيكل المنظم عند A ، وتتصل بينهما عادة وصلة قارنة CD . إن الهيكل مثبت إلى عمود الدوران E ويدور معه ، وتكون نقطتا الارتكاز على محيطه الخارجي أو قريبة جداً منه . يتم التحكم بوضع الكتلتين بوساطة نابضي شد S ، تثبت نهاية كل منهما بنقطة على الهيكل ، بينما تتصل النهاية الأخرى بكل من الكتلتين . يبين (الشكل-2-31) وضع المنظم عند أصغر سرعة اتزان ، بحيث إذا ازدادت السرعة بسبب تغير الحمل على الآلة ، فإن الكتلتين تتحركان نحو المحيط الخارجي للهيكل ؛ مما يؤدي إلى انتقال الحركة إلى آلية التحكم المتصلة بالمنظم عند النقطة K ، (هذه الآلية غير مبينة بشكل) .

من الواضح أن حركة الكتل أو الكرات الدوارة في أنواع المنظمات النابذة جميعها ، تنتج من تغير السرعة الذي يؤدي إلى تغير قيمة التسارع الجاذب لمراكز ثقل هذه الكتل ، ينشأ عن هذا التغير قوة نابذة باتجاه نصف قطر الدوران ، وبما أن مراكز ثقل الكتل الدوارة تتحرك تقريباً باتجاه نصف قطر الدوران خلال تغير السرعة ، فإن القوى الفاعلة في تحريك آلية التحكم هي قوى نابذة . أما تأثير مركبة التسارع المماسي الناتج من تغير السرعة ، فهو مهمل إن لم يكن معدوماً .

### 3. منظمات مشتركة التحميل *Governor with Gravity and Spring*

يمكن عملياً عند تحليل القوى في المنظمات المحملة بنابض إهمال وزن الجلبة بالنسبة لبقية القوى نظراً لصغر حجمها ، إلا أنه في منظم مشترك التحميل سيكون لوزن الجلبة أثر كبير ؛ لكونها كبيرة الحجم ، وتحتوي على النابض نفسه .

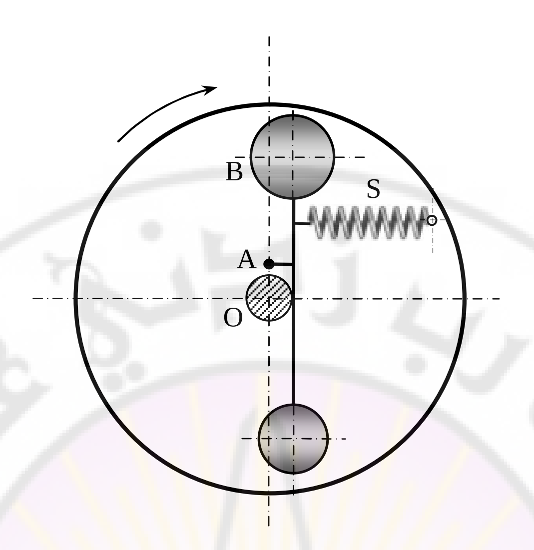
يبين (الشكل-2-32) تخطيطاً لمنظم مشترك التحميل محوره E مقيد الحركة في الاتجاه الشاقولي . تتم موازنة القوة النابذة من التأثير المشترك لانضغاط النابض K وثقالة الجلبة S التي تنتج كل منها قوة تنتقل إلى كل من الوصلتين المرفقيتين ACB قائمتي الزاوية اللتين تحملان كرتي المنظم B . ومجهزة بدحروجين في A ، عند ازدياد السرعة يضغط الدحروج A على قرص السطح العلوي للمحور ضاغطاً النابض المحصور بين الجلبة والمحور E ؛ مما ينتج عنه حركة الجلبة إلى الأعلى . تتصل الوصلة المرفقية بالجلبة عند C التي تتحرك على طول محور المنظم ، بينما يكون النابض داخل الجلبة ومغلقاً عليه من الأعلى بقرص D متصل بالمحور E بشكل صلب . الشكل يبين حالة السكون حيث تعمل قوة النابض وثقل الجلبة على حفظ الكرتين في وضعهما .




(الشكل-2-32) منظم مشترك التحميل (*Governor with Gravity and Spring*) .

### 2-11-2- منظمات بالقصور الذاتي *Inertia Governors*

يعمل هذا النوع بتأثير موازنة قوى العطالة الناتجة من تسارع محور المنظم أو تباطئه ؛ لذا فإنها غالباً ما تسمى بـــ المنظمات العطالية . إن هذه المنظمات هي بوجه عام من النوع المرفقي ، أي الذي يثبت هيكله إلى عمود الدوران مباشرة ، ويختلف عن النوع السابق المبين في (الشكل-2-31) ، من حيث وضع نقطة الارتكاز A التي تكون في المنظم العطالي قريبة جداً من محور عمود الدوران O ، كما هو موضح في (الشكل-2-33) .




(الشكل-2-33) منظم عطالي (*Inertia Governor*) .

يبين (الشكل-2-33) تخطيطاً مبسطاً لمنظم عطالي مؤلف من وصلة صلبة ذات كتلتين B ، حيث إن مركز ثقلها قريب جداً من مركز الدوران O . تمثل A نقطة ارتكاز الوصلة على هيكل المنظم ، بينما تتصل إحدى نهايتي نابض الشد S بالوصلة الصلبة ، وتثبت نهايته الأخرى بالهيكل الدوار .

إذا تغيرت سرعة الدوران ، فإن تأثير القوة النابذة صغير بسبب كون المرتكز A قريباً جداً من O . يؤثر التسارع الزاوي لعمود الدوران في ظهور قوة عطالة بالاتجاه المماسي لمسار الكتلتين . تؤدي هذه القوة إلى تأخر الكتلتين عن اللحاق بالوضع الجديد للهيكل ؛ وبالتالي تحدث حركة نسبية بين الهيكل والوصلة B . تنتقل هذه الحركة عبر آلية التحكم لتعدل مقدار القدرة المبذولة في الآلة المراد تنظيمها تبعاً لتغير السرعة .

من الواضح أن المنظمات العطالية تمتاز عن المنظمات النابذة بسرعة الاستجابة لتغيرات الحمل ، لأن عملها يعتمد على معدل تغير سرعة الدوران عوضاً عن مقدار التغير الفعلي لهذه السرعة ، كما هو الحال في المنظمات النابذة . إلا أن هذه الميزة تعاكسها صعوبة التحقيق العملي لموازنة تامة للأجزاء المتحركة في جملة المنظم وآلية التحكم ؛ لذا يتم عند تصميمها اختيار الأوضاع والأطوال النسبية بحيث تؤمن استجابة سريعة بتأثير قوى العطالة ، إلى جانب الحفاظ على تأثير معين للقوى النابذة بما يكفي لتحقيق استقرار المنظم .

## 3-11-2- المفاهيم الأساسية للمنظمات *Basic Concepts of Governors*

لإجراء التحليل الحركي والديناميكي على تركيبة المنظم ، لا بد من تعريف بعض المفاهيم الأساسية المتعلقة بالمنظمات:

- سرعة الاتزان *Balance Velocity*

هي كل سرعة لمحور المنظم يكون عندها نصف قطر دوران الكرات ثابتاً بحيث يحقق الاتزان . ينتج من ذلك أن لكل منظم عدة سرعات اتزان تحدد مجال عمله ، وتسمى السرعة الوسطية التي يقوم المنظم بالتحكم بها بـــ سرعة الاتزان الوسطية .

- الاستقرار *Stability*

يعّد المنظم مستقراً إذا زاد نصف قطر دائرة دوران الكرة كلما زادت السرعة وبالعكس ، وإذا كان لكل سرعة دوران وضع اتزان واحد للمنظم عند إهمال الاحتكاك بين مختلف وصلاته ، أما إذا لم يتحقق هذان الشرطان ، فيعد المنظم غير مستقر .

- الحساسية *Sensitiveness*

للحفاظ على سرعة متوسطة ثابتة للمنظم بقدر الإمكان مهما كان الحمل على المحرك ، فمن الواضح أن يكون انتقال الجلبة أكبر ما يمكن ، وأن يكون التغير في سرعة الاتزان أقل ما يمكن . وبقدر ما يقل تغير السرعة الجزئي ، وهو نسبة تغير السرعة على السرعة الوسطية لانتقال معين للجلبة ، أو يكبر هذا الانتقال لتغير معين في السرعة ، بقدر ما تكون حساسية المنظم كبيرة .

هذا التعريف صحيح تماماً كون المنظم تركيبة آلية مستقلة بحد ذاتها ، أما عندما يكون متصلاً بالمحرك فيكفي أن يكون التغير في سرعة الاتزان بين الحمل الكامل وعدم التحميل أصغر ما يمكن . إن الانتقال الفعلي للجلبة غير مهم طالما يعمل على تغيير القدرة المبذولة للمحرك بالكمية المطلوبة .

لذلك تعرف الحساسية $\mu_s$ بأنها النسبة بين سرعة الاتزان الوسطية $\omega_{av.}$ وفرق سرعة الاتزان العظمى $\omega_{\max.}$ الموافقة لحالة الحمل الكامل على المحرك ، وسرعة الاتزان الصغرى $\omega_{\min.}$ الموافقة لحالة اللاحمل على المحرك ، أي:

$$m_s = \frac{w_{av.}}{w_{\max.} - w_{\min.}} \qquad (19\text{-}2)$$

- ثبات السرعة *Isochronism*

يقال عن منظم إنه ثابت السرعة أو وحيد السرعة ، عندما تكون سرعة الاتزان لكل أنصاف أقطار الدوران ضمن الحدود العملية للمحرك ثابتة ، ينتج عن ذلك ، بالاستناد لتعريف الحساسية السابق أن منظم وحيد السرعة عبارة عن منظم لا نهائي الحساسية . إلا أنه عديم الاستخدام عملياً لأن أي تغير ضئيل في سرعة الاتزان ينشأ عنه انزلاق الجلبة إلى أحد وضعيها الحديين . إذ تبقى الجلبة في وضعها السفلي حتى تبلغ السرعة سرعة الاتزان ، وعندما تزداد هذه السرعة بمقدار جزئي ترتفع كرتا المنظم مباشرة إلى نصف قطرهما الأعظمي محركة الجلبة إلى وضعها العلوي . ينتج من التحرك المستمر للجلبة من أخفض إلى أعلى وضع ، عدم اتزان المنظم ، إذ ما إن تنزلق الجلبة إلى أحد هذين الوضعين إلا وتكون جملة التحكم قد أثرت في قدرة المحرك بحيث تتغير سرعته ؛ مما يؤدي إلى انزلاق الجلبة إلى الوضع الحدي الآخر . تستمر هذه الحركة دون حدوث التنظيم الفعلي المطلوب للمحرك .

- القوة المنظمة *Controlling Force*

عندما تكون سرعة الدوران منتظمة فإن كل كرة تخضع مباشرة أو غير مباشرة إلى قوة جذب نحو الداخل . هذه القوة تمثل محصلة القوى الخارجية المؤثرة في الكرة التي تعاكس وتساوي القوة النابذة الناتجة من دوران المحور . يسمى هذا الجذب بالقوة المنظمة . يختلف منشأ القوة المنظمة باختلاف وسيلة تحميل المنظم ، فإما أنها تنتج من تأثير حمل ميت أو من نوابض تتحكم بعمل المنظم ، كما سبق وبينا سابقاً .

- جهد المنظم *Governor Effort*

يمثل جهد المنظم $Q$ القوة التي يمكنه أن يؤثر بها عند الجلبة - لتغير جزئي معين في السرعة - على تركيبة التحكم الآلية التي تتحكم بالطاقة المبذولة للمحرك ، فعندما تكون سرعة الاتزان ثابتة يكون الجهد معدوماً . لكن إذا ما حدث تغير مفاجئ في السرعة يؤدي إلى انزلاق الجلبة إلى وضع توازنها الجديد ، تنشأ عندئذ قوة آنية $Q_m$ تؤثر في تركيبة التحكم الآلية . هذه القوة تتناقص تدريجياً إلى الصفر بينما الجلبة تتحرك إلى وضع توازنها الموافق للسرعة الجديدة . متوسط القوة الآنية خلال هذا التغير يسمى الجهد ، أي:

$$Q = Q_m / 2 \qquad (20\text{-}2)$$

- قدرة المنظم *Governor Power*

تعرف قدرة المنظم بمقدار العمل الناتج من المنظم خلال انزلاق الجلبة الموافق لتغيير معين في السرعة ، وأنه يساوي إلى جداء جهد المنظم في انتقال الجلبة . من الواضح أن القدرة اللازمة تتعلق بشكل تركيبة التحكم الآلية المتصلة بالمنظم . فعندما تكون القدرة اللازمة كبيرة ، فغالباً ما يستعمل الهواء أو الزيت المضغوط لتحريك صمام أو صمامات التحكم في الطاقة المبذولة للمحرك . عندئذ يعمل المنظم على تحريك صمام صغير لإدخال الهواء أو الزيت المضغوط إلى أسطوانة ، يتردد داخلها مكبس متصل بصمامات المحرك عبر وصلات مناسبة .

- الشطط *Hunting*

أو الاهتزاز المستمر ، وتطلق هذه الخاصية على الحالة التي يكون فيها سرعة المحرك المتصل به المنظم مستمرة الاهتزاز أو التغيير فوق وتحت السرعة الوسطية . يحصل هذا في منظم عالي الحساسية ؛ مما يؤدي إلى تغيير القدرة المبذولة بمقدار كبير عندما تتغير سرعة الدوران بكمية صغيرة . كما أنه يؤدي إلى تغير السرعة باستمرار مع ثبات الحمل ، ولا يتحكم المنظم عندئذٍ إلا بالقدرة العظمى أو الصغرى للمحرك دون إمكانية التحكم بالقدرة فيما بين هذين الحدين .

مثال على ذلك نختار الحالة الحدية لمنظم وحيد السرعة متصل بمحرك محمل بحمل ميت . إذا ما ازداد الحمل قليلاً نقصت سرعة الدوران ، وانزلقت جلبة المنظم إلى أخفض وضع لها ؛ مما يسبب فتح صمام التحكم على مداه ، وعليه تكون كمية القدرة المبذولة أكبر من المطلوب ؛ مما ينتج عنه ارتفاع الجلبة إلى أعلى وضع لها . نتيجة لذلك يغلق الصمام كلياً وتنقص القدرة المبذولة فتنخفض السرعة ثانية ، وتتكرر الدورة بصورة لا نهائية . مثل هذا المنظم يعطي أعظم أو أقل قدرة ، ولا يمكنه أن يعطي أية كمية قدرة بينهما . بسبب ذلك يحصل الاهتزاز المستمر في السرعة ، أو بمعنى آخر يكون المنظم في حالة شطط أو تأرجح .

- الاحتكاك *Friction*

مهما فرض أن المنظم عديم الاحتكاك ، فالحالة الواقعية لا تخلو من وجود الاحتكاك في مفاصل المنظم وتركيبة التحكم الآلية التي يحركها . حيث إن قوة الاحتكاك تعاكس دوماً اتجاه الحركة ، من الواضح إذن أن الاحتكاك يمنع حركة الجلبة إلى أعلى ، والكرات إلى الخارج عند ازدياد السرعة وبالعكس عند نقصانها .

يتضح لنا جلياً تأثير الاحتكاك في حركة الجلبة ، فعندما يدور المنظم بسرعة زاوية $\omega$ ، تكون كل كرة متزنة بالنسبة للمستوي الرأسي عند نصف قطر الدوران $r$ ، فإذا زادت السرعة زيادة بسيطة نسبياً ، فإن الجلبة لن تتحرك إلا عندما تصبح سرعة المنظم $\omega''$ عند نصف القطر $r$ نفسه ، ثم بعد ذلك تتحرك الجلبة ، ويزداد نصف القطر تبعاً لزيادة السرعة ، أما إذا انخفضت السرعة بمقدار بسيط فإن الجلبة لن تتحرك أيضاً ، ويستمر انخفاض السرعة بدون تحرك الجلبة من موضعها حتى تصل السرعة إلى $\omega'$ ، فإذا انخفضت السرعة بعد ذلك تتحرك الجلبة إلى أسفل ، ويقل نصف القطر تبعاً لانخفاض السرعة .

- عدم الحساسية *Insensitiveness*

يلاحظ من تأثير الاحتكاك في حركة الجلبة ، أنه عند كل نصف قطر $r$ توجد سرعتان $\omega''$ و $\omega'$ لا يشعر بينهما المنظم بالتغير في السرعة ، وذلك نتيجة لقوى الاحتكاك بين الازدواجات الحركية المختلفة ؛ بالتالي يحدد معامل عدم الحساسية $\mu_n$ بالعلاقة:

$$m_n = \frac{w' - w''}{w_{av}} \qquad (21\text{-}2)$$

حيث $w_{av}$ تمثل السرعة المتوسطة عند نصف القطر $r$ وتعطى بالعلاقة:

$$w_{av} = \frac{w' + w''}{2} \qquad (22\text{-}2)$$

كما يمكن تحديد معامل عدم الحساسية بنسبة قوة الاحتكاك على القوة المنظمة ، ويجب ألا يقل عن معامل تغير السرعة خلال الدورة ، وإلا يصبح المنظم في حالة اهتزاز مستمر .

تجدر الإشارة إلى أن ما أوردناه هو أمثلة لأهم التركيبات شائعة الاستعمال في الكثير من التطبيقات الميكانيكية ؛ بخاصة آلات التشغيل والمحركات . كما حاولنا قدر الإمكان توضيح كيفية الانتقال من بنية معينة لتركيبة إلى تركيبة أخرى مختلفة عن الأولى شكلاً ووظيفة ، وذلك باستعمال مفهوم توسيع الازدواجات الذي يساعد كثيراً في إنشاء تركيبات متباينة عملياً لكن متكافئة حركياً . لقد تم التركيز على دراسة التركيبة رباعية الوصلات ؛ لأنها تشكل مع متحولاتها المختلفة الركيزة الأساسية للكثير من التركيبات المعقدة التي تنتج ببساطة من تجميع أو تداخل وصلات تركيبتين أو أكثر من هذا النوع . لا يعني ذلك بأي حال من الأحوال عدم وجود عدة تركيبات أخرى لكل حركة أو تصميم وظيفي تطرقنا إليه ، إضافة إلى الأبحاث المستمرة دوماً لإيجاد تركيبات جديدة بغية تحسين أداء آليات معروفة وتخفيض تكاليفها أو تحقيق أنماط حركية جديدة تواكب التطور التكنولوجي المتزايد بسرعة .

## مسائل غير محلولة ***Problems***

**م-2-1**

تعطى أطوال وصلات تركيبة آلية رباعية القضبان كما يأتي:

المرفق $l_2$ = 100 mm . ذراع الوصل $l_3$ = 200 mm . الوصلة التابعة $l_4$ = 300 mm .

المطلوب إيجاد مجال قيم طول الهيكل $l_1$ في كل من الحالات الآتية:

1. التركيبة الآلية خاضعة لقانون غراسهوف .
2. تركيبة آلية المرفق المتأرجح .
3. تركيبة آلية المرفق المضاعف .
4. تركيبة آلية تأرجحية .

*

**م-2-2**

المطلوب تصميم تركيبة آلية الرجوع السريع ، آلية المقشطة ، إذا كانت النسبة الزمنية تساوي 2 ، بحيث يكون مقدار الشوط أعظمياً ضمن المجال:

من 75 mm وحتى 200 mm

*

**م-2-3**

تعطى أطوال تركيبة آلية المرفق المتأرجح كما يأتي:

الهيكل 100 mm ، المرفق 25 mm ، ذراع الوصل 90 mm ، المتأرجح 75 mm .

المطلوب:

1. رسم التركيبة الآلية ، وإيجاد القيم العظمى والصغرى لزاوية النقل .
2. رسم الأوضاع الحدية للتركيبة الآلية ، وإيجاد قيم زاوية النقل الموافقة .
3. رسم المسار التام للنقطة C الواقعة في منتصف ذراع الوصل .

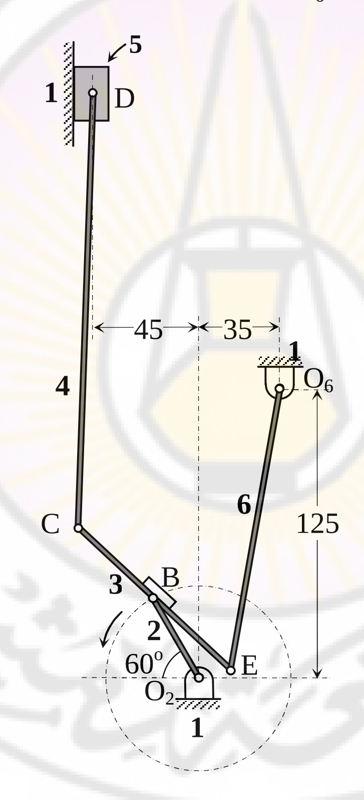
**م-2-4**

يبين الشكل (م-2-4) المخطط الحركي لتركيبة مضخة هوائية تحقق للمكبس شوطاً يساوي أربعة أمثال طول المرفق $O_2B$ .

المطلوب تعيين مسار كل من النقطتين E , C ، ورسم مخطط إزاحة المكبس D وذلك عند 12 وضعاً للمرفق .

علماً أن:

$$O_2B = 40\,mm \;\;,\;\; BC = BE = 45\,mm \;\;,\;\; O_6E = 125\,mm \;\;,\;\; DC = 190\,mm$$




المخطط الحركي لتركيبة مضخة هوائية .

الشكل (م-2-4)

**م-2-5**

يبين الشكل (م-2-5) المخطط الحركي للتركيبة المستعملة في آلة خياطة لتحريك الساق الحاملة للإبرة . يدور المرفق القائد 2 باتجاه عقارب الساعة ليعطي الوصلة 6 حركة ترددية .

المطلوب بعد رسم المخطط الحركي بمقياس 1 : 2 في الوضع المبين في الشكل:

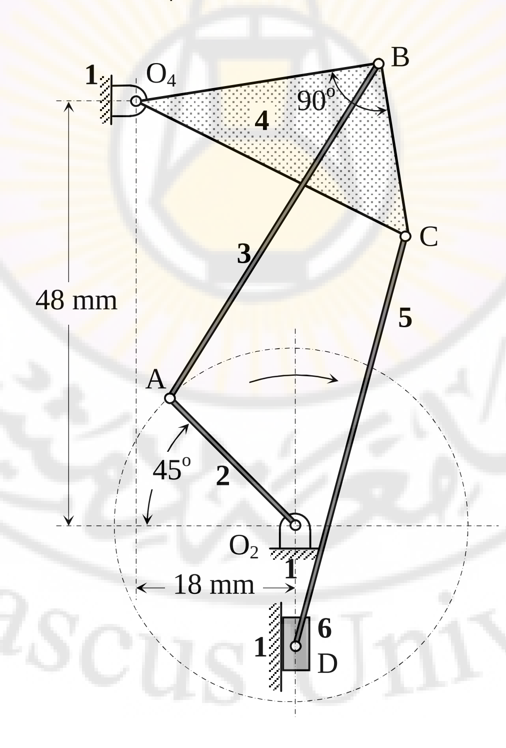
1- رسم مخطط إزاحة للنقطة D بدءاً من أخفض وضع لها وباستعمال 16 وضعاً للمرفق .

2- تحديد عدد أشواط النقطة D خلال دورة عمل كاملة للإبرة وطول كل منها .

علماً أن:

$$O_2A = BC = 20\,mm$$

$$AB = 45\ mm \quad , \quad O_4B = 28\ mm \quad , \quad CD = 48\ mm$$




المخطط الحركي للتركيبة المستعملة في آلة خياطة .

الشكل (م-2-5)

**م-2-6**

يبين الشكل (م-2-6) المخطط الحركي لتركيبة ويت وورث (*Whitworth*) ، المستعملة في الحصول على حركة سريعة الارتداد لعدة القطع في مقشطة صغيرة .

المطلوب:

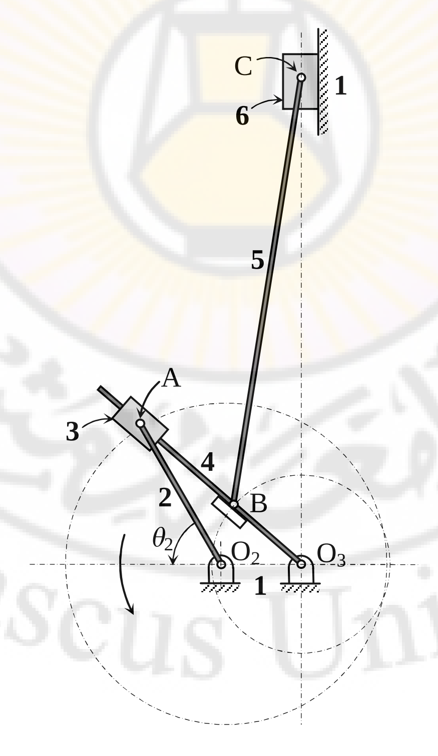
1- رسم مخطط يبين تغيرات إزاحة المنزلقة C بالنسبة لإزاحات زاوية متساوية للوصلة القائدة 2 ، ومن ثم تعيين طول الشوط .

2- تحديد النسبة الزمنية لهذه التركيبة .

علماً أن الوصلة 2 تصنع زاوية ($\theta_2 = 60^o$) مع المحور الأفقي $O_2O_3$ في الوضع المبين في الشكل ، وأن:

$$O_2O_3 = 90 \text{ mm} \quad , \quad O_2A = 180 \text{ mm}$$

$$O_3B = 96 \text{ mm} \quad , \quad BC = 490 \text{ mm}$$




المخطط الحركي لتركيبة ويت وورث (*Whitworth*) .

الشكل (م-2-6)

**م-2-7**

يبين الشكل (م-2-7) المخطط الحركي لتركيبة روبير (*Roberts*) للحصول على حركة مستقيمة تقريبية للنقطة C .

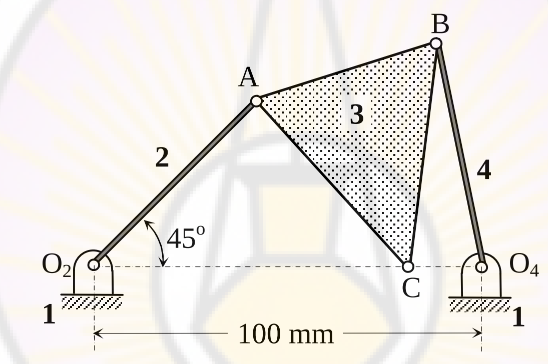
المطلوب بعد رسم المخطط الحركي بمقياس مناسب:

1- تعيين المسار الكامل الحقيقي للنقطة C ، وتعيين الوضعين الحديين لها .

2- تحديد قيمة الخطأ النسبي الأعظمي وموقع حدوثه .

علماً أن:

$$O_2A = AC = BC = O_4B = 60\ \text{mm} \qquad , \qquad AB = 50\ \text{mm}$$




الشكل (م-2-7) المخطط الحركي لتركيبة روبير (*Roberts*) .

*

**م-2-8**

يبين الشكل (م-2-8) المخطط الحركي لتركيبة تشغيل قاطع كهربائي زيتي ، حيث تتحرك النقطة C على خط مستقيم خلال مجال عملها .

المطلوب بعد اختيار مقياس رسم مناسب:

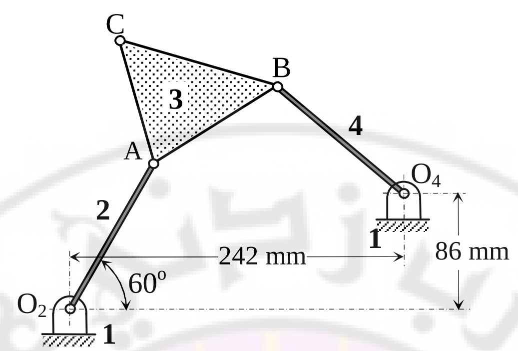
1-رسم مسار كل من النقاط A , B , C بدءاً من الوضع المبين في الشكل ، وبالتالي تعيين المسار الحقيقي الكامل للنقطة C الذي هو منحن مغلق .

2-تعيين مواقع النقاط الميتة عندما يكون 2 هو المرفق القائد والوصلة 4 هي المقودة .

علماً أن:

$$O_2A = O_4B = 124\,\text{mm}$$

$$AB = 106\,\text{mm} \quad , \quad AC = 93\,\text{mm} \quad , \quad BC = 119\,\text{mm}$$



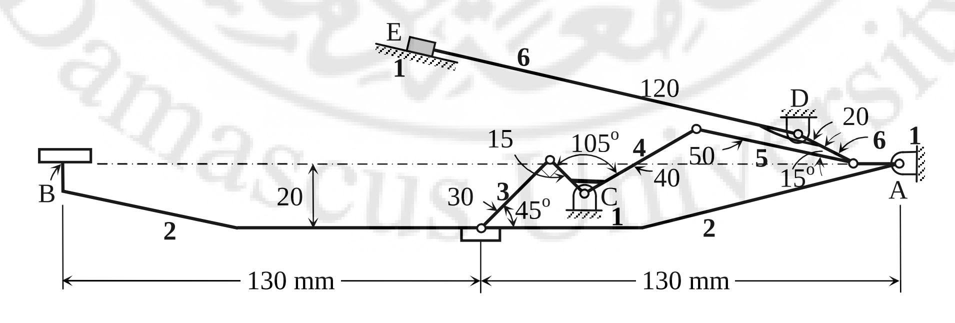

الشكل (م-2-8) المخطط الحركي لتركيبة تشغيل قاطع كهربائي زيتي .

*

**م-2-9**

يبين الشكل (م-2-9) المخطط الحركي لتركيبة آلة كاتبة يدوية تتكون من ست وصلات وفقاً للأبعاد المبينة في الشكل . الوصلة 4 مرفقية زاويتها $105^o$ وتتأرجح حول المفصل C ، كما أن الوصلة 6 هي مرفقية أيضاً حيث ذراعها DE توازي الوصلة 5 وتتأرجح حول المفصل D . يجب أن تدور ذراع الوصلة 6 الحاملة لحرف الطباعة زاوية $90^o$ باتجاه دوران عقارب الساعة .

المطلوب تعيين المسافة اللازم أن تتحركها النقطة B لتحقيق ذلك . علماً أن الأبعاد المبينة في الشكل هي بالمليمتر .




الشكل (م-2-9) المخطط الحركي لتركيبة آلة كاتبة يدوية .

# الفصل الثالث

## حركة التركيبات الآلية *Kinematics of Mechanisms*

### 3-1- مقدمة *Introduction*

يمكن تصنيف مراحل تصميم آلة ما على الشكل الآتي:

- § تحديد الخواص الحركية للتركيبات المكونة لها .
- § تحديد القوى و العزوم المؤثرة في وصلات هذه الآلة .
- § تحديد الأبعاد النسبية لمختلف أجزاء الآلة .

قد لا تكون هذه المراحل الثلاث مستقلة بعضها عن بعض دوماً ؛ إذ إن كتل الأجزاء المتحركة تؤثر مثلاً في تعيين قوى العطالة ؛ مما قد ينتج منه أحيانا ضرورة تعديل المخطط الحركي للآلة بغية تخفيض قيم التسارعات ، لكن من الأنسب عادة دراسة المرحلتين الأولى والثانية بشكل مستقل ، ومن ثم استعمال النتائج في تحديد الأبعاد اللازمة لأجزاء الآلة . إن هذه المرحلة الثالثة تدخل في نطاق دراسة مقاومة المواد وتصميم عناصر الآلات ، ولن نتطرق إليها في بحثنا ، بينما سنبحث من خلال هذا الفصل في تحديد الخواص الحركية للتركيبات الآلية بشكل مستقل عن القوى والعزوم المؤثرة في وصلاتها التي ستبحث في فصل لاحق ، آخذين في الحسبان أن القارئ ملم إلماماً جيداً بالمفاهيم الأساسية لعلم الحركة .

يشمل التحليل الحركي لتركيبة آلية دراسة حركة نقطة أو أكثر من نقاط الوصلات المكونة لها ، أي تعيين المميزات الأساسية لهذه الحركة ، وهي الإزاحة أو الانتقال الخطي ، والسرعة والتسارع الخطي لها ؛ بالإضافة إلى دراسة حركة وصلة أو أكثر من الوصلات المكونة لهذه التركيبة الآلية ، أي تعيين المميزات الأساسية لهذه الحركة ، وهي الإزاحة أو الانتقال الزاوي ، والسرعة والتسارع الزاوي لها .

ستقتصر هذه الدراسة على التركيبات الآلية ذات الحركة المستوية ؛ أي تلك التي تتحرك نقاطها كافة في مستويات موازية لمستوي إرجاع ثابت يسمى مستوي الحركة ، وذلك لكون حركات وصلات معظم الآلات هي من هذا النوع . يمكن لهذه الحركة أن تكون انسحابية أو دورانية أو مستوية عامة . كما سيفترض أن وصلات التركيبة الآلية كافة هي أجسام صلبة ؛ أي إن المسافة بين أي نقطتين على أية وصلة متحركة تبقى ثابتة .

## 2-3- طرائق التحليل الحركي *Kinematic Analysis Methods*

لقد تبين في الفصل الأول أن الحركة النسبية بين وصلات تركيبية آلية هـي مقيدة تقييداً تاماً ؛ لذا فإن إزاحة وصلة ما من هذه التركيبية بحركة معينة تنتج منها إزاحات متناسبة للوصلات الأخرى ، وعليه فإن كل نقطة من كل وصلة ستتحرك على مسار محدد . يعّبر عن حركة كل من وصلات التركيبية بدلالة الإزاحات والسرعات والتسارعات الخطية للنقاط المكونة للوصلة ، كما يمكن توصيف حركة الوصلات التي تتحرك حركة دورانية أو مستوية عامة بدلالة الإزاحات والسرعات والتسارعات الزاوية لهذه الوصلات بالنسبة للوصلة الثابتة .

هناك طرائق عدة لتحليل حركة التركيبات الآلية ، أهمها هي الآتية:

1. التفاضل البياني لمنحنيات الحركة بالنسبة للزمن .
2. التحليل الرياضي لمعادلات الحركة بالنسبة لجملة محاور إحداثية ثابتة .
3. تحليل معادلات الحركة بتطبيق علاقات النسب المثلثية .
4. تحليل متجهات الحركة بتطبيق علاقات الأعداد المركبة .
5. تحليل أوضاع الحركة بدلالة زاوية الدخل .
6. التمثيل التخطيطي لمعادلات الحركة النسبية .
7. تطبيق مفهوم المركز اللحظي ، أي الآني في تحديد السرعات .

من الواضح أن تطبيق طرائق التحليل الحركي يعتمد على كون مميزات الحركة لوصلة في التركيبية ، تسمى عادة الوصلة القائدة ، محددة كلياً قيمةً واتجاهاً . يمكن أن تعطى حركة هذه الوصلة بمميزاتها الزاوية أو من خلال المميزات الخطية لحركة نقطة منها تبعاً لطبيعة حركة الوصلة وللاستثمار العملي للتركيبة . تعين مميزات حركة بقية النقاط والوصلات المختلفة انطلاقاً من المميزات المعلومة للوصلة القائدة ؛ إذ يتم تطبيق إحدى طرائق التحليل في الانتقال تدريجياً من وصلة إلى أخرى .

تعتمد الطريقة الأولى على إنشاء منحنٍ بياني للإزاحة بالنسبة للزمن ، ومن ثم استنتاج منحني السرعة بالنسبة للزمن باعتبار أنه تفاضل منحني الإزاحة ، حيث إن السرعة هي معدل تغير الإزاحة بالنسبة للزمن ؛ وذلك بتعيين ميل المماس لمنحني الإزاحة عند نقاط متعددة . كذلك الأمر بالنسبة لإنشاء منحني التسارع من تفاضل منحني السرعة بالنسبة للزمن .

إنها طريقة بسيطة ، حتى عند كون التركيبة معقدة ، لكن بما أن مسـارات حركـة نقاط بعض الوصلات أو كلها في الحالة العامة هي مسارات منحنية ، فإن شـعاع السـرعة عندئذ يكون متغير القيمة والاتجاه ، كما أن شعاع التسارع ينتج له مركبتان إحداهما مماسـية للمسار ، والأخرى ناظمية باتجاه مركز الانحناء ، بينما يمثل تفاضل المنحنيات بهذه الطريقة قيم كل من السرعة والتسارع المماسي فقط دون تحديد الاتجاه ؛ بالتالي تعد هذه الطريقة سهلة ومقبولة في حال كون مسار الحركة مستقيماً ، أو عندما لا نهتم بتأثير تغير اتجاه الإزاحة في كل من السرعة والتسارع ؛ إضافة إلى ذلك فإن دقة نتائج هذه الطريقة تعتمد إلى حد كبيـر على دقة رسم المماسات عند نقاط منحني الإزاحة ، وعلى مقدار تباعد هـذه النقـاط علـى المنحني ، مع ملاحظة كون الخطأ النسبي من رسم منحنٍ إلى آخر هو تراكمي يصـل فـي الحالات العادية من الدقة إلى حدود 20% .

أما الطريقة الثانية ، فإنها تقوم على تحليل معادلات حركة عناصر التركيبات الآلية رباعية الوصلات بطريقة تحليلية . حيث يتم الحصول على مميزات حركة كل نقطة من نقاط الوصلات المكونة لهذه التركيبة عند وضع زاوي للوصلة القائدة ، من إسقاط معادلتي السرعة والتسارع الموافقة لها على محورين متعامدين للحصول على معادلتين يُحدد بهمـا مميـزات حركة كل من النقطة والوصلة التي تنتمي إليها . تم توضيح هذه الطريقة عند دراسة الحركة في محاضرات الميكانيك الهندسي - علم الحركة . تعد هذه الطريقة الأكثـر دقـة وشـمولية لدراسة حركة التركيبات الآلية .

أما الطريقة الثالثة ، فإنها تقوم على كتابة معادلات الإزاحة لمختلف نقاط المخطـط الحركي للتركيبة الآلية ، وذلك باستعمال علاقات الهندسة المستوية والنسب المثلثية . يمكـن توضيح هذه الطريقة عند دراسة الحالة المبينة في الفصل الرابع الفقرة (4-2) .

أما الطريقة الرابعة ، فإنها تعتمد على علاقات الأعداد المركبة ، وتساعد في تبسيط تحليل الحركة في الآليات المعقدة ، وكذلك في وضع الهيكل الرياضي اللازم إعداده للحاسوب . يمكن توضيح هذه الطريقة التحليلية عند دراسة الحالة المبينة في الفصل الرابع الفقرة (4-3) .

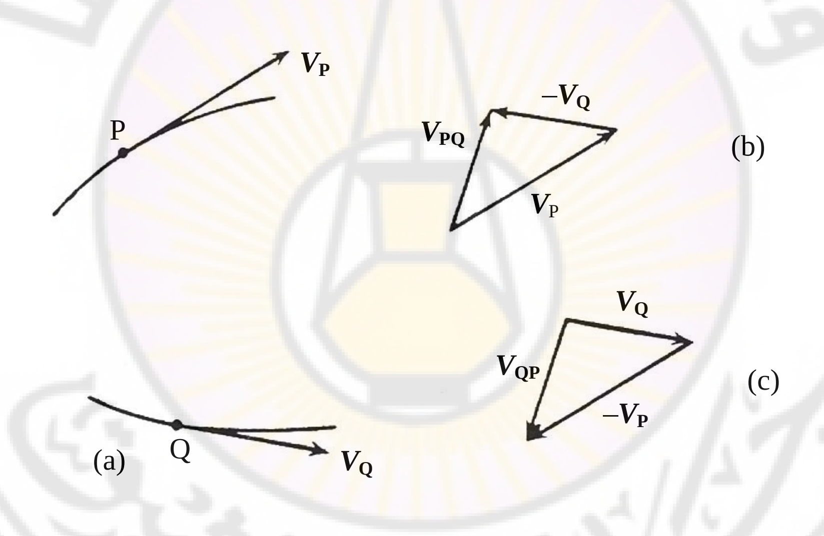
أما الطريقة الخامسة ، وهي طريقة تحليل أوضاع الحركة بدلالة زاويـة الـدخل ، فإنها تعتمد على ايجاد العلاقات التي تربط زوايا وأطوال الوصلات مع زاوية الـدخل ؛ أي زاوية المرفق تساعد هذه الطريقة في صياغة برنامج للحاسوب . يمكن توضيح هذه الطريقة أيضاً عند دراسة الحالة المبينة في الفصل الرابع الفقرة (4-4) .

### 3-3- التمثيل التخطيطي لمعادلات الحركة النسبية

***Vector Diagram For Equations of Relative Motion***

تسمى أحياناً بـ طريقة الحركة النسبية ؛ نظراً لاعتمادها على دراسة الحركة النسبية بين نقطتين على وصلة في تعيين حركة نقاط هذه الوصلة ، من المفيد قبل البدء بدراسة هذه الطريقة أن نوضح المفهوم العام للحركة النسبية .

يبين المخطط a في (الشكل-3-1) نقطتين P , Q تتحركان على مسارين مطلقين مختلفين ، بالنسبة لمستوى إسناد ثابت بسرعتين $\boldsymbol{V_P}$ , $\boldsymbol{V_Q}$ على التوالي ، والمطلوب تعيين السرعة النسبية (*Relative Velocity*) بينهما $\boldsymbol{V_{PQ}}$ .




(الشكل-3-1) التمثيل التخطيطي لمعادلات الحركة النسبية .

إن التأثير بسرعة ($\boldsymbol{-V_Q}$) مساوية ومعاكسة بالاتجاه لسرعة النقطة Q في كل من النقطتين لن يغير من السرعة النسبية بينهما ، لكن تصبح النقطة Q ثابتة بينما تصبح سرعة النقطة P المطلقة ($\boldsymbol{V_P} - \boldsymbol{V_Q}$) هي السرعة النسبية ، كما هو مبين على المخطط الشعاعي b في (الشكل-3-1) ، حيث يمكن كتابة المعادلة الشعاعية:

$$\boldsymbol{V_{PQ}} = \boldsymbol{V_P} - \boldsymbol{V_Q} \quad (1\text{-}3)$$

يمكن تعيين السرعة النسبية $\boldsymbol{V}_{\mathbf{QP}}$ بطريقة مماثلة كما هو مبين على المخطط الشعاعي c في (الشكل-3-1) ، حيث تنتج المعادلة الشعاعية:

$$\boldsymbol{V}_{\mathbf{QP}} = \boldsymbol{V}_{\mathbf{Q}} - \boldsymbol{V}_{\mathbf{P}} = -\boldsymbol{V}_{\mathbf{PQ}} \quad (2\text{-}3)$$

كما أن تحليل التسارع النسبي (*Relative Acceleration*) بطريقة مماثلة يؤدي إلى المعادلة الشعاعية:

$$\boldsymbol{A}_{\mathbf{PQ}} = \boldsymbol{A}_{\mathbf{P}} - \boldsymbol{A}_{\mathbf{Q}} = -\boldsymbol{A}_{\mathbf{QP}} \quad (3\text{-}3)$$

كذلك الأمر عند دراسة الحركة الزاوية لوصلة 2 بالنسبة لوصلة أخرى 3 ، فإنه يمكن البرهان بسهولة على أن السرعة الزاوية النسبية (*Relative Angular Velocity*) بينهما ، هي الفرق الشعاعي بين السرعتين الزاويتين المطلقتين لكل منهما بالنسبة لمستوى إسناد ثابت ؛ أي إن:

$$\boldsymbol{\Omega}_{32} = \boldsymbol{\Omega}_{3} - \boldsymbol{\Omega}_{2} \quad (4\text{-}3)$$

كما أن التسارع الزاوي النسبي (*Relative Angular Acceleration*) هو الفرق الشعاعي بين التسارعين الزاويين المطلقين لكل من الوصلتين ؛ أي:

$$E_{32} = E_{3} - E_{2} \quad (5\text{-}3)$$

رغم ما ذكرناه سابقاً من أن الطريقة التحليلية هي الأكثر دقة وشمولية في دراسة حركة التركيبات الآلية وتصميمها ؛ إذ إنها تبين بوضوح تأثير مختلف البارامترات ، كأطوال الوصلات وأوضاعها الزاوية مثلاً ، في الأداء الحركي للتركيبة ، إلا أن طريقة الحركة النسبية تعد من أكثر طرائق التحليل الحركي استخداماً .

تسمح هذه الطريقة التخطيطية بدراسة حركة الكثير من التركيبات المعقدة بشكل سهل وسريع وبدقة مقبولة عملياً ؛ بخاصة عندما يكون الاهتمام مركزاً على تعيين حركة نقاط التركيبة في أوضاع محددة للوصلات ، حيث يكفي عندئذ رسم المخطط الحركي للتركيبة في هذه الأوضاع لتعيين مسارات الإزاحة لمختلف النقاط بيانياً ، ومن ثم رسم كل من مخططات السرعة والتسارع للتركيبة في كل وضع على حدة .

تبين لنا في الفصل الأول ، أن شكل الازدواجات الحركية بين وصلات تركيبة يؤثر في طبيعة الحركة النسبية عند نقاط الازدواج ؛ لذا فإنه من الطبيعي أن يعتمد تحليل حركـة التركيبات - استناداً إلى مفهوم الحركة النسبية - على دراسة خصائص هذه الحركة . نميز في مجال الحركة النسبية بين نقطتين ثلاث حالات رئيسة هي:

- الحركة النسبية بين نقطتين على وصلة واحدة .
- الحركة النسبية بين نقطتين متطابقتين على وصلتين متحركتين .
- الحركة النسبية عند نقطة تماس تدحرج صرف .

سنبين في الفقرات الآتية الخصائص الحركية المميزة لكل من هذه الحالات ؛ إضافة إلى توضيح كيفية تطبيقها في التحليل الحركي للتركيبات ، من خلال دراسة بعض التطبيقات النموذجية .

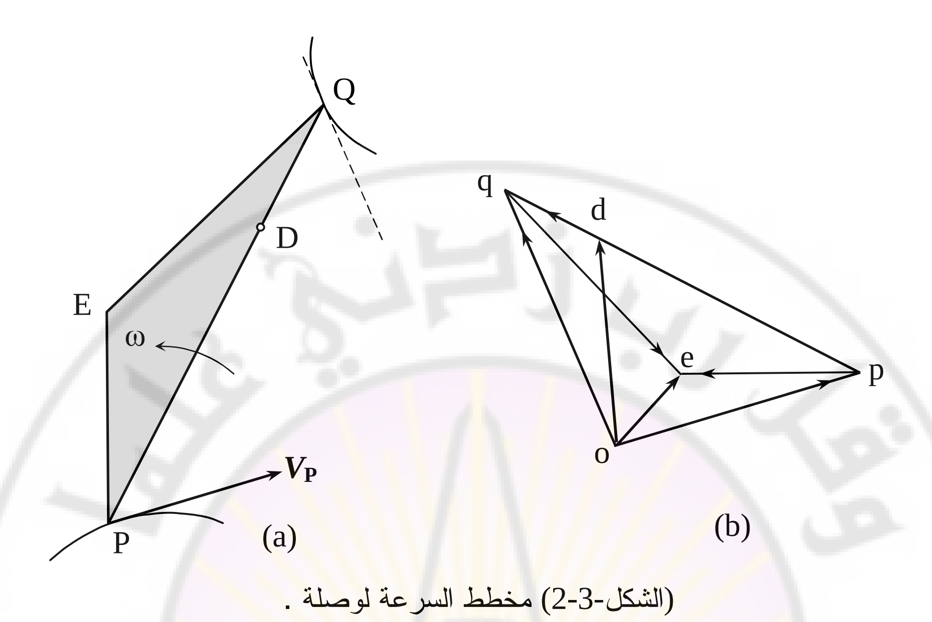
### 3-4- الحركة النسبية بين نقطتين على وصلة واحدة

### *Relative Motion between Two Points of Link*

يعد تحليل الحركة النسبية بين نقطتين على وصلة واحدة أساساً لتعيين حركة نقـاط ووصلات تركيبة ما ؛ إذ يمكن بسهولة تطبيق نتائج هذا التحليل على الوصلات جميعها التي تتكون منها التركيبة ، بخلاف تلك التي تؤدي طبيعة تقييد الحركة فيها إلى نشوء نقاط متطابقة ، إلا أن هذه الحالة تحدث عادة عند نقطة معينة في التركيبة ، كما سيتضح لاحقاً .

#### 3-4-1- مخطط السرعة لوصلة *Link Velocity Diagram*

سنبين الآن كيف يمكن باستعمال مفهوم الحركة النسبية تعيين سرعة كل من نقـاط وصلة صلبة تخطيطاً من دون الحاجة إلى تحليل رياضي معقد . لنفرض أن P , Q همـا نقطتان على وصلة متحركة صلبة ، المسافة بينهما ثابتة بينما تتحرك كل من النقطتين علـى مسار معين ، كما في المخطط a في (الشكل-3-3-2) ، لا يمكن عندئذ إعطاؤهما معاً سرعات اختيارية قيمة واتجاهاً ؛ نظراً لكون المسافة PQ ثابتة دوماً ؛ أي إن النقطة Q تتحـرك دوماً بالنسبة إلى النقطة P على مسار دائري مركزه النقطة P ، ونصـف قطـره PQ ، وعليه فإن السرعة النسبية $\boldsymbol{V}_{\mathbf{QP}}$ عمودية دوماً على الوصلة .




(الشكل-3-2-2) مخطط السرعة لوصلة .

يمكن تمثيل المعادلة الشعاعية (3-2) بالمخطط b في (الشكل-3-2-2) ، فيما لو حددت السرعة المطلقة $\boldsymbol{V_P}$ قيمة واتجاهاً ؛ إضافة إلى معرفة منحى السرعة المطلقة $\boldsymbol{V_Q}$ ، وهو المماس لمسار الحركة المطلقة ، وذلك باتباع الخطوات التالية:

1. نختار في مستوي الوصلة نقطة o تسمى القطب ، لتمثل نقاط مستوي الإسناد الثابت كافة ، والتي سرعتها صفر .
2. نرسم من القطب o الشعاع **op** بمقياس رسم مناسب ، ليمثل السرعة المطلقة $\boldsymbol{V_p}$ .
3. نرسم من النقطة p خطاً عمودياً على الوصلة PQ ، ليمثل منحى السرعة النسبية $\boldsymbol{V_{QP}}$ .
4. نرسم من القطب o خطاً موازياً لمنحى السرعة المطلقة $\boldsymbol{V_Q}$ ، أي موازياً للمماس لمسار الحركة عند النقطة Q .

يتقاطع هذان الخطان في النقطة q ، حيث ينتج بعد قياس أطوال الأشعة وتحويلها إلى قيم حقيقية بدلالة مقياس رسم المخطط ، أن:

$$\boldsymbol{V_{QP}} \equiv \mathbf{pq} \quad , \quad \boldsymbol{V_Q} \equiv \mathbf{oq} \quad , \quad \boldsymbol{V_P} \equiv \mathbf{op} \quad , \quad w = V_{QP} / PQ$$

وبالاتجاهات المبينة في المخطط b في (الشكل-3-2-2) .

يسمى المثلث $\Delta opq$ في المخطط b في (الشكل-3-2-3) بـــــ مخطـــط ســـرعة الوصلة ، بينما يسمى الخط pq خيال سرعة الوصلة (*Velocity Image*) ؛ إذ يمكن مـــن خلاله - وبالاستناد إلى مفهوم السرعة النسبية - إيجاد سرعة أية نقطة من نقاط الوصلة PQ ؛ نظراً لأن السرعة الزاوية المطلقة للوصلة تبقى ثابتة في هذه اللحظة لنقاط الوصـــلة كافـــة ، يمكن لهذه النقاط أن تقع على الخط الواصل بين النقطتين P , Q ، أو خارجه لأن الوصـــلة عملياً هي جسم صلب ذو أبعاد ، وليست خطاً بسيطاً .

إذا كان المطلوب تعيين سرعة نقطة E في الوصلة لا تقع على الخط PQ ، فإن قيمة سرعة هذه النقطة بالنسبة للنقطة P ، هي:

$$V_{\mathrm{EP}} = w \,.\, \mathrm{EP}$$

ومنحاها عمودي على الخط EP . وقيمة سرعة هذه النقطة بالنسبة للنقطة Q ، هي:

$$V_{\mathrm{EQ}} = w \,.\, \mathrm{EQ}$$

ومنحاها عمودي على الخط EQ .

يكفي عندئذ - في مخطط السرعة - إنشاء خط عمودي على الخط PE من النقطة p ، وخط آخر عمودي على الخط EQ من النقطة q ليتقاطع هذان الخطان في النقطة e ، حيث السرعة النسبية $\boldsymbol{V_{EP}}$ تمثل على مخطط السرعة بالشعاع **pe** ، والســـرعة النســـبية $\boldsymbol{V_{EQ}}$ تمثل على مخطط السرعة بالشعاع **qe** ، وينتج بدلالة مقياس رسم المخطط أن:

$$\mathrm{pe} \equiv V_{\mathrm{EP}} = w \,.\, \mathrm{PE} \qquad , \qquad \mathrm{qe} \equiv V_{\mathrm{EQ}} = w \,.\, \mathrm{QE}$$

وبما أن لدينا:

$$\mathrm{pq} \equiv V_{\mathrm{QP}} = w \,.\, \mathrm{PQ}$$

ومنه يمكن أن نكتب:

$$\frac{\mathrm{pe}}{\mathrm{PE}} = \frac{\mathrm{qe}}{\mathrm{QE}} = \frac{\mathrm{pq}}{\mathrm{PQ}} = w \qquad (6\text{-}3)$$

ومنه نستنتج أن:

- المثلث $\Delta epq$ في مخطط السرعة يشابه المثلث $\Delta EPQ$ في الوصلة ونسبة التشابه $\omega$ ، وأضلاعه تعامد على الترتيب أضلاع المثلث $\Delta EPQ$ في اتجاه دوري .
- اتجاه دوران قراءة المثلث $\Delta epq$ في مخطط السرعة هو باتجاه دوران قراءة المثلث $\Delta EPQ$ في الوصلة .

أما السرعة المطلقة للنقطة E فتنتج من إحدى العلاقتين الشعاعيتين:

$$\boldsymbol{V}_{\mathbf{E}} = \boldsymbol{V}_{\mathbf{P}} + \boldsymbol{V}_{\mathbf{EP}} \equiv \mathbf{op} + \mathbf{pe} = \mathbf{oe}$$

$$\boldsymbol{V}_{\mathbf{E}} = \boldsymbol{V}_{\mathbf{Q}} + \boldsymbol{V}_{\mathbf{EQ}} \equiv \mathbf{oq} + \mathbf{qe} = \mathbf{oe}$$

وذلك بعد تحويل أطوال الأشعة في مخطط السرعة بدلالة مقياس رسم هذا المخطط .

أما إذا كان المطلوب تعيين سرعة نقطة D في الوصلة تقع على الخط PQ ، فإن قيمة سرعة هذه النقطة بالنسبة للنقطة P ، هي:

$$V_{\mathrm{DP}} = w \,.\, \mathrm{DP}$$

ومنحاها عمودي على الخط DP المنطبق على الخط PQ ، وبالتالي فإن هـذه السـرعة النسبية $\boldsymbol{V}_{\mathbf{DP}}$ تمثل على مخطط السرعة بالشعاع **pd** الذي ينطبق اتجاهه على الشعاع **pq** ، وينتج بدلالة مقياس رسم المخطط أن:

$$\mathrm{pd} \equiv V_{\mathrm{DP}} = w \,.\, \mathrm{PD}$$

وبما أن لدينا:

$$\mathrm{pq} \equiv V_{\mathrm{QP}} = w \,.\, \mathrm{PQ}$$

فإنه يكفي عندئذ تعيين النقطة d على مخطط السرعة ، بحيث تقسم الشعاع وفق التناسب:

$$\frac{\mathrm{pd}}{\mathrm{pq}} = \frac{\mathrm{PD}}{\mathrm{PQ}}$$

أما السرعة المطلقة للنقطة D فتنتج من العلاقة الشعاعية:

$$\boldsymbol{V}_{\mathbf{D}} = \boldsymbol{V}_{\mathbf{P}} + \boldsymbol{V}_{\mathbf{DP}} \equiv \mathbf{op} + \mathbf{pd} = \mathbf{od}$$

وذلك بعد تحويل أطوال الأشعة في مخطط السرعة بدلالة مقياس رسم هذا المخطط .

من الواضح أن علاقة التناسب تبقى صحيحة في حال كون النقطة D على امتداد الخط PQ ، مع الانتباه إلى وضع هذه النقطة بالنسبة إلى كل من النقطتين P , Q ، بحيث يبقى تتابع النقاط الثلاث P , Q , D نفسه في كل من الوصلة والمخطط p , q , d .

يمكن توضيح هذا الإنشاء استناداً إلى مفهوم السرعة النسبية الذي يتضمن الآتي:

1. إن منحى السرعة النسبية بين أي نقطتين على وصلة صلبة تتحرك بسرعة زاوية مطلقة ما - في لحظة معينة - هو عمودي على الخط الواصل بينهما ، وقيمتها تساوي حاصل جداء قيمة هذه السرعة الزاوية في المسافة بين النقطتين ، أما اتجاهها فيحدد بما يتفق واتجاه السرعة الزاوية لهذه الوصلة . تمثل هذه السرعة النسبية ، في مخطط السرعة بالشعاع المنطلق من النقطة الثانية إلى النقطة الأولى ؛ أي من النقطة المنسوب لها الحركة إلى النقطة المطلوب إيجاد سرعتها ، مثال ذلك $(\boldsymbol{V_{DP}} \equiv \mathbf{pd})$ .

2. بما أن السرعة المطلقة لنقطة هي في الواقع سرعتها بالنسبة إلى مستوي إسناد ثابت ، سرعته صفر ، فإنها تمثل على مخطط السرعة بالشعاع المنطلق من القطب إلى النقطة الموافقة لها على هذا المخطط ، مثال ذلك $(\boldsymbol{V_E} \equiv \mathbf{oe})$ .

3. إن السرعة المطلقة لنقطة هي حاصل الجمع الشعاعي للسرعة المطلقة لنقطة أخرى ، والسرعة النسبية بين هاتين النقطتين ، مثال ذلك $(\boldsymbol{V_E} = \boldsymbol{V_P} + \boldsymbol{V_{EP}})$ .

يجب الانتباه إلى أنه في حالة كون السرعة الزاوية المطلقة للوصلة معدومة ، تساوي الصفر ، فإن السرعة النسبية بين أي نقطتين على الوصلة هي معدومة ؛ أي إن نقاط الوصلة جميعها تتحرك بسرعة مطلقة واحدة هي سرعة إحدى نقاطها ، وهي حالة وصلة تتحرك حركة انسحابية مستقيمة صرفة .

نلاحظ مما تقدم أنه يمكن - تأسيساً على مخطط سرعة وصلة - رسم مخطط سرعة لكل من الوصلات المكونة لتركيبة آلية وبشكل متتال ، انطلاقاً من الحركة المعلومة لإحدى وصلاتها ، الوصلة القائدة مثلاً ، للحصول على مخطط سرعة متكامل يستعمل في تعيين سرعة أية نقطة من نقاط التركيبة ، إضافة إلى تعيين السرعات الزاوية لوصلاتها . يعتمد إنشاء هذا المخطط - بوجه عام - على أن حركة مختلف وصلات التركيبة مقيدة ، بحيث إن السرعة المطلقة للنقطة التي تربط وصلتين أو أكثر ، هي نفسها فيما لو عدّت هذه النقطة على أية من هذه الوصلات . تحقق الازدواجات الدورانية عموماً هذا الشكل من تقييد الحركة بين وصلتين متحركتين أو أكثر .

### 3-4-2- مخطط التسارع لوصلة *Link Acceleration Diagram*

تبين لنا في الفقرة السابقة أن مسار الحركة النسبية بين نقطتين على وصلة صلبة واحدة هو مسار دائري نصف قطره يساوي البعد الثابت بين النقطتين ، ومركزه النقطة التي تنسب إليها الحركة ، وبما أن الوصلة في الحالة العامة تتحرك بسرعة زاوية متغيرة ، فإن السرعة النسبية بين أي نقطتين منها هي متغيرة بالقيمة والاتجاه ؛ إذ إن قيمتها تتغير وفقاً لقيمة السرعة الزاوية ، واتجاهها يتغير بحيث يبقى مماسياً للمسار أي عمودياً على الخط الواصل بين النقطتين . يؤدي ذلك إلى نشوء مركبتين للتسارع النسبي $A_r$ بين كل نقطتين من الوصلة هما:

- مركبة ناظمية للتسارع (*Normal acceleration*)

تنشأ بسبب تغير اتجاه السرعة النسبية ، وتتجه دوماً نحو مركز المسار الدائري للحركة النسبية ، يرمز لها بـ $A_r^n$ وقيمتها تساوي $(A_r^n = l.w^2)$ .

- مركبة مماسية للتسارع (*Tangential Acceleration*)

تنشأ بسبب تغير قيمة السرعة النسبية ويكون منحاها مماسياً للمسار الدائري ؛ أي عمودياً على الخط الواصل بين النقطتين ، وباتجاه يوافق اتجاه التسارع الزاوي للوصلة ، يرمز لها بـ $A_r^t$ وقيمتها تساوي $(A_r^t = l.e)$ .

حيث:

$l$ تمثل البعد بين النقطتين على الوصلة .

$\omega$ تمثل السرعة الزاوية (*Angular Velocity*) للوصلة .

$\varepsilon$ تمثل التسارع الزاوي (*Angular Acceleration*) للوصلة .

أما التسارع النسبي الكلي بين النقطتين ، فهو المجموع الشعاعي لهاتين المركبتين ، وقيمته العددية:

$$A_r = [(A_r^n)^2 + (A_r^\tau)^2]^{1/2} = \mathrm{PQ}(w^4 + e^2)^{1/2} \qquad (7\text{-}3)$$

ويميل على نصف قطر الدوران PQ بزاوية $\alpha$ باتجاه دوران التسارع الزاوي $\varepsilon$ :

$$a = \mathrm{arctg}\, |e| / w^2 \qquad (8\text{-}3)$$

يمكن توضيح الطريقة التخطيطية لتعيين تسارع نقاط وصلة - استناداً إلى مفهوم التسارع النسبي بين نقطتين - بدراسة المخطط a في (الشكل-3-3) الذي يبين نقطتين P , Q على وصلة تتحرك بسرعة زاوية $\omega$ وتسارع زاوي $\varepsilon$ . لنفرض أن التسارع المطلق للنقطة P بالنسبة لمستوى إسناد ثابت هو $\boldsymbol{A}_{\mathbf{P}}$ ، محدد القيمة والاتجاه ، كما في المخطط a في (الشكل-3-3) ، بما أن البعد PQ ثابت خلال حركة الوصلة ، فإن تسارع النقطة Q بالنسبة إلى النقطة P يتألف من مركبتين ، هما:

- المركبة الناظمية $\boldsymbol{A}^{n}_{\mathbf{QP}}$

تنطبق على الوصلة PQ وتتجه من النقطة Q إلى النقطة P ، وقيمتها العددية $(A^{n}_{\text{QP}} = \text{PQ} \,.\, w^{2})$ .

- المركبة المماسية $\boldsymbol{A}^{t}_{\mathbf{QP}}$

هي عمودية على الوصلة PQ باتجاه التسارع الزاوي $\varepsilon$ ، وقيمتها العددية $(A^{t}_{\text{QP}} = \text{PQ} \,.\, e)$ .

أما التسارع النسبي الكلي بين النقطتين فهو المجموع الشعاعي لهاتين المركبتين:

$$\boldsymbol{A}_{\mathbf{QP}} = \boldsymbol{A}^{n}_{\mathbf{QP}} + \boldsymbol{A}^{t}_{\mathbf{QP}} \qquad (9\text{-}3)$$

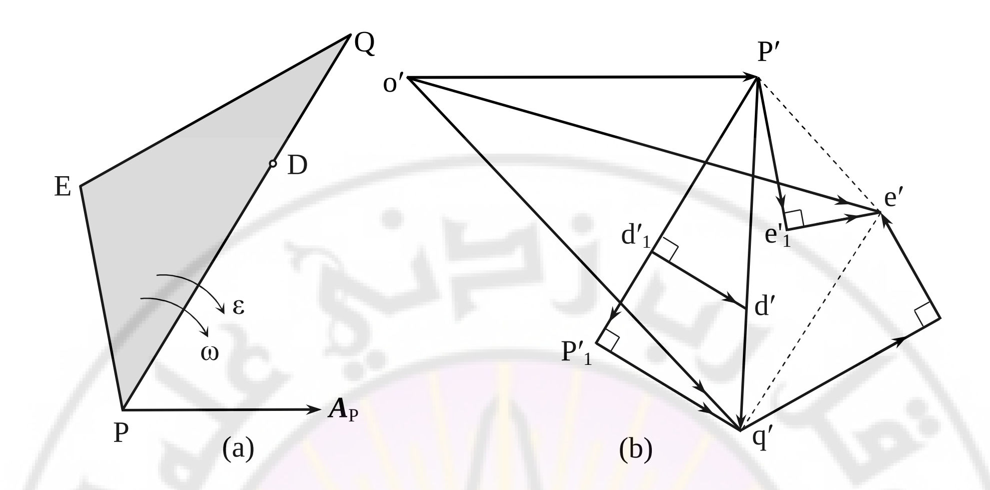
وبالتالي ينتج من المعادلة الشعاعية (3-3) ، أن:

$$\boldsymbol{A}_{\mathbf{Q}} = \boldsymbol{A}_{\mathbf{P}} + \boldsymbol{A}_{\mathbf{QP}} = \boldsymbol{A}_{\mathbf{P}} + \boldsymbol{A}^{n}_{\mathbf{QP}} + \boldsymbol{A}^{t}_{\mathbf{QP}} \qquad (10\text{-}3)$$

يمكن تمثيل المعادلة (3-10) بالمخطط b في (الشكل-3-3) على الشكل الآتي:

1. نختار في مستوي الوصلة القطب $o'$ ، ليمثل نقاط المستوي الثابت كافة والتي تسارعها صفر .
2. نرسم من القطب $o'$ الشعاع $\mathbf{o'p'}$ بمقياس رسم ، ليمثل التسارع المطلق $\boldsymbol{A}_{\mathbf{P}}$ .
3. نرسم من النقطة $P'$ الشعاع $\mathbf{P'P'_1}$ بالاتجاه من النقطة Q إلى النقطة P ، ليمثل التسارع الناظمي النسبي $\boldsymbol{A}^{n}_{\mathbf{QP}}$ .
4. نرسم من النقطة $P'_1$ الشعاع $\mathbf{p'_1q'}$ عمودياً على الوصلة PQ ، وباتجاه التسارع الزاوي $\varepsilon$ ، ليمثل التسارع المماسي النسبي $\boldsymbol{A}^{t}_{\mathbf{QP}}$ .
5. نصل $p'q'$ وكذلك $o'q'$ ، حيث ينتج بقياس أطوال الأشعة ، وتحويلها إلى قيم حقيقية بدلالة مقياس رسم المخطط أن:

$$\boldsymbol{A}_{\mathbf{Q}} \equiv \mathbf{o'q'} \qquad , \qquad \boldsymbol{A}_{\mathbf{QP}} \equiv \mathbf{p'q'}$$




(الشكل-3-3-3) مخطط التسارع لوصلة .

يسمى المثلث $\Delta o'p'q'$ في المخطط b في (الشكل-3-3-3) بـ مخطط تسارع الوصلة ، بينما يسمى الخط $p'q'$ بخيال تسارع الوصلة (*Acceleration Image*) ؛ إذ يمكن بواسطته إيجاد تسارع أية نقطة على هذه الوصلة ؛ لأن قيمة كل من $\varepsilon , \omega$ تبقى ثابتة في هذه اللحظة لنقاط الوصلة كافة .

إذا كان المطلوب تعيين تسارع نقطة E في الوصلة لا تقع على الخط PQ ، فإن تسارعها يعين باتباع الخطوات السابقة لرسم مركبات التسارع ، بحيث يحقق المعادلتين الشعاعيتين:

$$\boldsymbol{A}_{\mathbf{E}} = \boldsymbol{A}_{\mathbf{P}} + \boldsymbol{A}_{\mathbf{EP}} = \boldsymbol{A}_{\mathbf{P}} + \boldsymbol{A}^{n}_{\mathbf{EP}} + \boldsymbol{A}^{\tau}_{\mathbf{EP}}$$

$$\boldsymbol{A}_{\mathbf{E}} = \boldsymbol{A}_{\mathbf{Q}} + \boldsymbol{A}_{\mathbf{EQ}} = \boldsymbol{A}_{\mathbf{Q}} + \boldsymbol{A}^{n}_{\mathbf{EQ}} + \boldsymbol{A}^{t}_{\mathbf{EQ}}$$

يكفي عندئذ تمثيل إحدى هاتين العلاقتين تخطيطاً ، كما هو موضح على مخطط التسارع . ففي العلاقة الأولى ترسم المركبة الناظمية انطلاقاً من النقطة $p'$ وباتجاه من النقطة E إلى النقطة P ، ومن ثم المركبة المماسية باتجاه عمودي عليها لتحدد النقطة $e'$ ، علماً أن طول كل من المركبتين يتناسب مع البعد PE . يمكن رسم العلاقة الثانية بالطريقة نفسها ، لكن انطلاقاً من النقطة $q'$ . ينتج من استعمال مقياس رسم المخطط أن:

$$\boldsymbol{A}_{\mathbf{EQ}} \equiv \mathbf{q'e'} \quad , \quad \boldsymbol{A}_{\mathbf{EP}} \equiv \mathbf{p'e'} \quad , \quad \boldsymbol{A}_{\mathbf{E}} \equiv \mathbf{o'e'}$$

يمثل التسارع النسبي الكلي ، في مخطط التسارع بالشعاع المنطلق من النقطة الثانية إلى النقطة الأولى ، أي من النقطة المنسوب لها الحركة إلى النقطة المطلوب إيجاد تسارعها ، مثال ذلك ($\boldsymbol{A}_{\mathbf{QP}} \equiv \mathbf{p'q'}$) ، وقيمته العددية وفق العلاقة (3-7) تكافئ طويلة الشعاع $\mathbf{p'q'}$ :

$$\mathrm{p'q'} \equiv A_{\mathrm{QP}} = \mathrm{PQ}(w^4 + e^2)^{1/2}$$

بالتالي:

$$\mathrm{p'c} = A_{EP}\mathrm{PE}(w^4 + e^2)^{1/2} \qquad , \qquad \mathrm{q'e'} = \mathrm{QE}(w^4 + e^2)^{1/2}$$

ومنه يمكن أن نكتب:

$$\frac{\mathrm{p'e'}}{\mathrm{PE}} = \frac{\mathrm{q'e'}}{\mathrm{QE}} = \frac{\mathrm{p'q'}}{\mathrm{PQ}} = (w^4 + e^2)^{1/2} \tag{12-3}$$

ومنه نستنتج أن:

- § المثلث $\Delta \mathrm{e'p'q'}$ في مخطط التسارع يشابه المثلث $\Delta \mathrm{EPQ}$ في الوصلة ونسبة التشابه $(w^4 + e^2)^{1/2}$ ، وأضلاعه تميل بزاوية $\alpha$ باتجاه دوران التسارع الزاوي $\varepsilon$ على أضلاع المثلث $\Delta \mathrm{EPQ}$ في الوصلة بالترتيب .
- § اتجاه دوران قراءة المثلث $\Delta \mathrm{e'p'q'}$ في مخطط التسارع هو باتجاه دوران قراءة المثلث $\Delta \mathrm{EPQ}$ في الوصلة .

يمكن التحقق من صحة الإنشاء بملاحظة تتابع النقاط المتقابلة على كل من الوصلة ومخطط التسارع ، إن اتجاه هذا التتابع يجب أن يكون نفسه بحيث إذا كانت النقاط P , E , Q تتابع على الوصلة باتجاه عقارب الساعة ، كما في الشكل ، فإن النقاط p , e , q يجب أن تتابع على مخطط التسارع بالاتجاه نفسه .

إذا أردنا مثلاً تعيين تسارع نقطة D تقع على الخط PQ ، فإن تسارعها بالنسبة إلى النقطة P ينتج من رسم شعاعي مركبتيه الناظمية والمماسية انطلاقاً مـن النقطـة $\mathrm{P'}$ على مخطط التسارع b في (الشكل-3-3) ، بحيث تعين النقطة $\mathrm{d'}$ . بما أن طول هـاتين المركبتين يتناسب مع البعد PD ، واتجاه المركبة الناظمية ينطبق على الخط $\mathrm{p'p'_1}$ ، أمـا اتجاه المركبة المماسية فهو يوازي الخط $\mathrm{p'_1q'}$ ، فإن النقطة $\mathrm{d'}$ تقع على الخـط $\mathrm{p'q'}$ ، وإنه من الواضح أن المثلثين $\Delta \mathrm{p'p'_1q'}, \Delta \mathrm{p'd'_1d'}$ متشابهان لكونهما قائمين فيهما:

$$\frac{\mathrm{p'd'_1}}{\mathrm{p'p'_1}} = \frac{\mathrm{d'_1d'}}{\mathrm{p'_1q'}} = \frac{\mathrm{PD}}{\mathrm{PQ}}$$

ومنه ينتج أن:

$$\frac{p'd'}{p'q'} = \frac{PD}{PQ} \qquad (11\text{-}3)$$

أي:

$$\frac{A_{DP}}{A_{QP}} = \frac{PD}{PQ}$$

وبالتالي فإنه يمكن تعيين النقطة $d'$ على المخطط مباشرة بحيث تقسم الشعاع $\mathbf{p'q'}$ بالتناسب وفق العلاقة (11-3) ، ويكون لدينا باستعمال مقياس رسم مخطط التسارع:

$$\boldsymbol{A_{DP} \equiv p'd'} \quad , \quad \boldsymbol{A_{D} \equiv o'd'}$$

من الواضح أن التناسب (11-3) يبقى صحيحاً في حال كون النقطة D تقع على امتداد الخط PQ ، شرط أن يبقى تتابع النقاط الثلاث P , Q , D نفسه في كل من الوصلة ومخطط التسارع p , q , d .

كما ذكرنا في حالة مخطط السرعة ، فإنه يمكن تطوير مخطط التسارع لوصلة للحصول على مخطط متكامل لتركيبة آلية على أساس أنها مكونة من وصلات مقيدة الحركة ، بحيث إن التسارع المطلق للنقطة التي تربط وصلتين أو أكثر ، هو نفسه فيما لو عُدّت هذه الوصلة على أية من هذه الوصلات ، تكون هذه النقاط بوجه عام هي مراكز الازدواجات الدورانية بين الوصلات .

من الواضح أن المركبة الناظمية للتسارع النسبي بين نقطتين على كل وصلة معلومة قيمة واتجاهاً ؛ لأن السرعة الزاوية للوصلة تعين من مخطط السرعة ؛ وبالتالي تحسب قيمة هذه المركبة بدلالة البعد بين النقطتين ، ويكون اتجاهها دوماً نحو مركز الدوران النسبي . أما المركبة المماسية فإن منحاها عمودي دوماً على المركبة الناظمية ، أما قيمتها فهي عادة غير معلومة ؛ وإنما تعين إما بواسطة تحليل حركة وصلة أخرى ، أو بمعرفة منحى التسارع المطلق للنقطة ، يمكن بعدئذ تعيين التسارع الزاوي للوصلة استناداً إلى قيمة المركبة المماسية ، سنوضح ذلك في الفقرة الآتية .

## 3-4-3- تطبيق على تركيبة رباعية القضبان

## *Four-Bar Mechanism Application*

يمكن توضيح مجمل المفاهيم التي أوردناها في دراسة الحركة النسبية لنقاط وصلة من خلال تحليل حركة التركيبة رباعية القضبان التي تعدّ أساساً للكثير من التطبيقات العملية ، كما بينا في الفصل الثاني . يتم عادة عند تطبيق طريقة التمثيل التخطيطي رسم المخطط الحركي للتركيبة عند وضع معين للوصلة القائدة ذات الحركة المعلومة ، يمكن عندئذ رسم كل من مخططي السرعة والتسارع للتركيبة على التوالي ؛ وبالتالي تعيين السرعات والتسارعات الخطية والزاوية لمختلف نقاط التركيبة ، ووصلاتها عند هذا الوضع للمخطط الحركي .

إذا كان المطلوب دراسة المميزات الحركية للتركيبة عند أوضاع أخرى للوصلة القائدة ، فإنه يتم رسم المخطط الحركي عند كل من هذه الأوضاع وإنشاء مخططي السرعة والتسارع الموافقين لكل وضع منها . تعين مسارات الإزاحة الخطية أو الزاوية لمختلف نقاط التركيبة بيانياً من المخطط الحركي ، أما السرعات والتسارعات ، فإنها تعين في كل وضع من المخططات ، ويمكن بعدئذ تمثيل تغيراتها لنقطة أو أكثر ، بالنسبة لوضع الوصلة القائدة في مخطط بياني .

سنقتصر هنا على تحليل حركة أي من التطبيقات عند وضع معين واحد ؛ إذ إن الأسس المعتمدة في إنشاء المخططات عند هذا الوضع هي نفسها ، ولن يختلف تحليل الحركة في أوضاع أخرى إلا من حيث الأوضاع النسبية للوصلات ؛ وبالتالي تغير أشعة الحركة قيمة واتجاهاً وفقاً لذلك دون حدوث أي تغير في المفاهيم الأساسية للحركة النسبية التي سبق ذكرها .

يبين المخطط a في (الشكل-3-4) ، أحد أنواع تركيبة رباعية القضبان في وضع $\theta_2$ للوصلة القائدة 2 التي تدور في هذه اللحظة بسرعة زاوية معلومة $\omega_2$ وتسارع زاوي معلوم $\varepsilon_2$ بالاتجاهين المبينين على المخطط a في (الشكل-3-4) . تتم دراسة الحركة عند هذا الوضع كما يأتي:

**a. المخطط الحركي**

يمكن اختيار مقياس مناسب لرسم المخطط الحركي للتركيبة في الوضع المطلوب ، بدلالة أطوال الوصلات وأوضاعها النسبية المعلومة التي تكون كافية لرسم المخطط كـــاملاً ، إذا احتاج التحليل إلى أية قيمة طولية أو زاوية غير معلومة ، فإنه يمكن قياسها بدقـــة مـــن المخطط وتحويلها إلى قيمتها الحقيقية بدلالة مقياس الرسم المختار قبل استعمالها في تعيين أية معلومات أخرى . يفضل ترقيم الوصلات بحيث تكون الوصلة الثابتة 1 ، حيث يساعد ذلـــك في بيان اتجاهات السرعات والتسارعات الزاوية للوصلات على المخطط نفسه .

**b. دراسة السرعة بطريقة مخطط السرعة**

إن المعادلات الشعاعية لسرعة كل من النقطتين B , C ، هي:

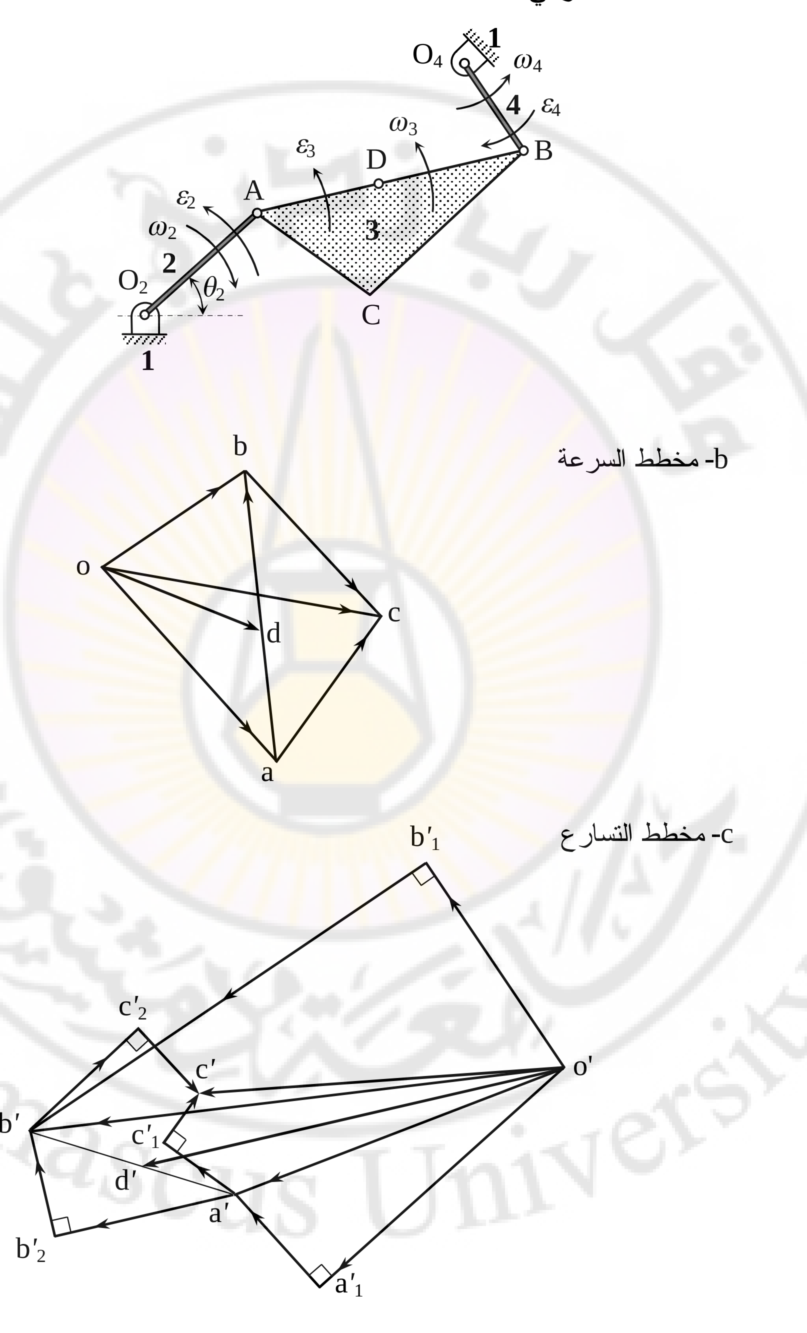
$$\boldsymbol{V}_{\mathbf{B}} = \boldsymbol{V}_{\mathbf{A}} + \boldsymbol{V}_{\mathbf{BA}}$$

$$\boldsymbol{V}_{\mathbf{C}} = \boldsymbol{V}_{\mathbf{A}} + \boldsymbol{V}_{\mathbf{CA}}$$

$$\boldsymbol{V}_{\mathbf{C}} = \boldsymbol{V}_{\mathbf{B}} + \boldsymbol{V}_{\mathbf{CB}}$$

حيث:

- $\boldsymbol{V}_{\mathbf{A}}$ تمثل السرعة المطلقة للنقطة A على الوصلة 2 ، معلومة القيمة ($V_A = O_2A.\omega_2$) ، وباتجاه عمودي على الوصلة $O_2A$ يوافق اتجاه دوران $\omega_2$ .
- $\boldsymbol{V}_{\mathbf{B}}$ تمثل السرعة المطلقة للنقطة B على الوصلة 4 ، مجهولة القيمة ، وبمنحى عمودي على الوصلة $O_4B$
- $\boldsymbol{V}_{\mathbf{BA}}$ تمثل سرعة النقطة B بالنسبة إلى النقطة A على الوصلة 3 ، مجهولة القيمـــة ، وبمنحى عمودي على الوصلة AB .
- $\boldsymbol{V}_{\mathbf{C}}$ تمثل السرعة المطلقة للنقطة C على الوصلة 3 ، مجهولة القيمة والمنحى والاتجاه .
- $\boldsymbol{V}_{\mathbf{CA}}$ تمثل سرعة النقطة C بالنسبة إلى النقطة A على الوصلة 3 ، مجهولة القيمـــة ، وبمنحى عمودي على الوصلة AC .
- $\boldsymbol{V}_{\mathbf{CB}}$ تمثل سرعة النقطة C بالنسبة إلى النقطة B على الوصلة 3 ، مجهولة القيمة ، وبمنحى عمودي على الوصلة BC .




(الشكل-3-4) مخططات الحركة لتركيبة رباعية القضبان .

تجدر الإشارة إلى أن النقطة A هي نقطة مشتركة بين الوصلتين 3 , 2 ؛ وبالتالي فإن سرعتها المطلقة واحدة أينما عدّت لانعدام الحركة النسبية فيها ، كذلك الأمر بالنسبة للنقطة B المشتركة بين الوصلتين 4 , 3 ، من هذا المنطلق يمكن رسم مخطط سرعة التركيبة المبين في المخطط b في (الشكل-3-4) ، كما يأتي:

1. نختار مقياس رسم مناسب للسرعات ومن القطب o نرسم شعاعاً **oa** يمثل السرعة المطلقة $\boldsymbol{V_A}$ .
2. نرسم من القطب o خطاً عمودياً على الوصلة $O_4B$ يمثل منحى السرعة المطلقة $\boldsymbol{V_B}$ ، بينما نرسم من النقطة a خطاً عمودياً على الوصلة AB يمثل منحى السرعة النسبية $\boldsymbol{V_{BA}}$ ، يتقاطع هذان الخطان في النقطة b .
3. نرسم من النقطة b خطاً عمودياً على الوصلة BC يمثل منحى السرعة النسبية $\boldsymbol{V_{CB}}$ ، بينما نرسم من النقطة a خطاً عمودياً على الوصلة AC يمثل منحى السرعة النسبية $\boldsymbol{V_{CA}}$ ، يتقاطع هذان الخطان في النقطة c .

إن المخطط الناتج هو مخطط سرعة التركيبة في هذه الوضعية ؛ إذ يمكن بوساطته تحديد قيم سرعات نقاط مختلف وصلاتها ، وذلك بقياس أطوال الأشعة الممثلة لها ومن ثم تحويل هذه الأطوال إلى قيم حقيقية للسرعات باستعمال مقياس رسم مخطط السرعة ؛ وبالتالي فإن:

$$\boldsymbol{V_B} \equiv \mathbf{ob} \quad , \quad \boldsymbol{V_C} \equiv \mathbf{oc} \quad , \quad \boldsymbol{V_{BA}} \equiv \mathbf{ab} \quad , \quad \boldsymbol{V_{CA}} \equiv \mathbf{ac} \quad , \quad \boldsymbol{V_{CB}} \equiv \mathbf{bc}$$

وبالاتجاهات المبينة على مخطط السرعة ، إذ إن الأشعة المنطلقة من القطب كافة إلى نقاط على مخطط السرعة تمثل السرعات المطلقة للنقاط الموافقة لها على التركيبة ، بينما يمثل الخط الواصل بين أي نقطتين على المخطط السرعة النسبية لهاتين النقطتين على التركيبة ، بحيث أن الشعاع المتجه من a إلى b مثلاً يمثل سرعة النقطة B بالنسبة إلى النقطة A ، بينما يمثل الشعاع المتجه من b إلى a سرعة النقطة A بالنسبة إلى النقطة B .

كما يمكن استعمال مخطط السرعة في إيجاد سرعة نقطة D تقع على الخط AB في المخطط الحركي للتركيبة ، وذلك بتقسيم الشعاع ab على المخطط ليحقق التناسب:

$$\frac{ad}{ab} = \frac{AD}{AB}$$

حيث تُمَثل عندئذ السرعة المطلقة للنقطة D بالشعاع **od** .

أما قيم السرعات الزاوية للوصلات ، فإنها تعطى بالعلاقات:

$$w_3 = V_{BA} / AB \quad , \quad w_4 = V_B / O_4B$$

وبالاتجاهات المبينة على المخطط الحركي لتتفق مع اتجاهات أشعة السرعة المناسبة .

**c. سرعة التحاك**

نحتاج عادة في تصميم التركيبات إلى تعيين سرعة التحاك المــؤثرة فــي الازدواج الدوراني بين وصلتين ، لما لهذه السرعة من أثر كبير في تحديد مدى تآكل المحور أو الوتد الواصل بينهما .

تعطى سرعة التحاك بالعلاقة:

$$V_r = r \,.\, w_r \qquad (13\text{-}3)$$

حيث:

$r$ تمثل نصف قطر المحور الواصل بين الوصلتين .

$\omega_r$ تمثل السرعة الزاوية النسبية بين الوصلتين .

إن $\omega_r$ في حالة الازدواج بين الوصلتين 3 , 2 تعطى بالعلاقة الشعاعية:

$$\boldsymbol{\Omega}_{32} = \boldsymbol{\Omega}_3 - \boldsymbol{\Omega}_2$$

أي إن قيمة $\omega_{32}$ الفعلية في حالتنا هذه ، هي مجموع الســرعتين الــزاويتين $\omega_3$ , $\omega_2$ ؛ نظراً لكونهما متعاكستين بالاتجاه ، كما هو مبين على المخطط الحركي (الشكل-3-4) ، أمــا قيمة $\omega_{43}$ فإنها تساوي حاصل طرح $\omega_3$ , $\omega_4$ كونهما باتجاه واحد .

من الواضح - في حالة الازدواجات الدورانية مع الوصــلة الثابتــة - أن الســرعة الزاوية النسبية $\omega_r$ تساوي السرعة الزاوية للوصلة المتحركة ، كما في الازدواج عند $O_2$ حيث تساوي $\omega_2$ ، وعند $O_4$ حيث تساوي $\omega_4$ .

**d. دراسة التسارع بطريقة مخطط التسارع**

إن المعادلات الشعاعية لتسارع نقاط التركيبة المبينة في (الشكل-3-4) ، هي مماثلة لمعادلات السرعة، حيث:

$$\boldsymbol{A}_{\mathrm{B}} = \boldsymbol{A}_{\mathrm{A}} + \boldsymbol{A}_{\mathrm{BA}}$$

$$\boldsymbol{A}_{\mathrm{C}} = \boldsymbol{A}_{\mathrm{A}} + \boldsymbol{A}_{\mathrm{CA}}$$

$$\boldsymbol{A}_{\mathrm{C}} = \boldsymbol{A}_{\mathrm{B}} + \boldsymbol{A}_{\mathrm{CB}}$$

مع ملاحظة أن لكل شعاع تسارع في هذه المعادلات مركبتين فقط ، ناظمية ومماسية حسب ما بينا سابقاً في الفقرة (3-4-2) ؛ وذلك نظراً لعدم وجود نقاط متطابقة ؛ أي إن:

$$A_i^n = l_i \,.\, w_i^2 \qquad , \qquad A_i^t = l_i \,.\, e$$

حيث:

$A_i^n$ المركبة الناظمية لنقطة على الوصلة $i$ .

$A_i^t$ المركبة المماسية لنقطة على الوصلة $i$ .

$l$ البعد بين النقطة ومركز الدوران المطلق أو النسبي .

$\omega_i$ السرعة الزاوية للوصلة .

$\varepsilon_i$ التسارع الزاوي للوصلة .

تتجه المركبة الناظمية دوماً من النقطة إلى مركز الدوران المطلق أو النسبي ، بينما تكون المركبة المماسية عمودية على الوصلة ، وباتجاه التسارع الزاوي . ينتج من ذلك أنه بعد تحديد السرعات الزاوية للوصلات من مخطط السرعة ، كما بينا في الفقرة **b** . يمكننا تعيين المركبات الناظمية الآتية قيمة واتجاهاً:

$(A_{\mathrm{A}}^n = \mathrm{O_2A} \,.\, w_2^2)$ ، باتجاه من النقطة A إلى المسند الثابت $O_2$ .

$(A_{\mathrm{BA}}^n = \mathrm{AB} \,.\, w_3^2)$ ، باتجاه من النقطة B إلى النقطة A .

$(A_{\mathrm{B}}^n = \mathrm{O_4B} \,.\, w_4^2)$ ، باتجاه من النقطة B إلى المسند الثابت $O_4$ .

$(A_{\mathrm{CA}}^n = \mathrm{AC} \,.\, w_3^2)$ ، باتجاه من النقطة C إلى النقطة A .

$(A_{\mathrm{CB}}^n = \mathrm{BC} \,.\, w_3^2)$ ، باتجاه من النقطة C إلى النقطة B .

وكذلك المركبة المماسية للنقطة A على الوصلة $O_2A$ :

($A^t_A = O_2A \cdot e_2$) عمودياً على الوصلة $O_2A$ وباتجاه التسارع الزاوي $\varepsilon_2$ .

أما بقية المركبات المماسية ، فإنها مجهولة القيمة ، لكن منحاها عمودي على الوصلات المناظرة لها ، يمكن من ذلك رسم مخطط تسارع التركيبة المبين في c في (الشكل-3-4) ، كما يلي:

1. نختار مقياس رسم مناسب للتسارعات ، ومن القطب $o'$ نرسم شعاعاً $\mathbf{o'a'_1}$ يمثل التسارع الناظمي $A^n_A$ ، ومن النقطة $a'_1$ نرسم شعاعاً $\mathbf{a'_1a'}$ يمثل التسارع المماسي $A^t_A$ ، ومنه فإن الشعاع $\mathbf{o'a'}$ يمثل التسارع المطلق $A_A$ .
2. نرسم من القطب $o'$ شعاعاً $\mathbf{o'b'_1}$ يمثل التسارع الناظمي $A^n_B$ ، ومن النقطة $a'$ شعاعاً $\mathbf{a'b'_2}$ يمثل التسارع الناظمي النسبي $A^n_{BA}$ . ومن ثم نرسم من النقطة $b'_2$ خطاً عمودياً على الوصلة AB ، يمثل منحى التسارع المماسي النسبي $A^t_{BA}$ ، ومن النقطة $b'_1$ خطاً عمودياً على الوصلة $O_4B$ يمثل منحى التسارع المماسي $A^t_B$ ، يتقاطع هذان الخطان في النقطة $b'$ .
3. نرسم من النقطة $a'$ شعاعاً $\mathbf{a'c'_1}$ يمثل التسارع الناظمي النسبي $A^n_{CA}$ ، ومن النقطة $b'$ شعاعاً $\mathbf{b'c'_2}$ يمثل التسارع الناظمي النسبي $A^n_{CB}$ . من ثم نرسم من النقطة $c'_1$ خطاً عمودياً على الوصلة AC يمثل منحى التسارع المماسي النسبي $A^t_{CA}$ ، ومن النقطة $c'_2$ خطاً عمودياً على الوصلة BC يمثل منحى التسارع المماسي النسبي $A^t_{CB}$ ، يتقاطع هذان الخطان في النقطة $c'$ .

إن المخطط الناتج المبين في c في (الشكل-3-4) ، هو مخطط تسارع التركيبة في هذه الوضعية ؛ إذ يمكن استخدامه في تحديد قيم تسارعات نقاط مختلف وصلاتها ، وذلك بقياس أطوال الأشعة الممثلة لها ، ومن ثم تحويل هذه الأطوال إلى قيم حقيقية للتسارعات باستعمال مقياس رسم المخطط ، حيث:

$$A_B \equiv \mathbf{o'b'} \quad , \quad A_C \equiv \mathbf{o'c'} \quad , \quad A_{BA} \equiv \mathbf{a'b'} \quad , \quad A_{CA} \equiv \mathbf{a'c'} \quad , \quad A_{CB} \equiv \mathbf{b'c'}$$

وبالاتجاهات المبينة على مخطط التسارع ، بحيث تحقق المعادلات الشعاعية للتسارعات .

أما المركبات المماسية لهذه التسارعات فإنها ممثلة بالأشعة:

$$\boldsymbol{A}_{\mathbf{B}}^{\tau} \equiv \mathbf{b}_1'\mathbf{b}' \quad , \quad \boldsymbol{A}_{\mathbf{BA}}^{\tau} \equiv \mathbf{b}_2'\mathbf{b}' \quad , \quad \boldsymbol{A}_{\mathbf{CA}}^{\tau} \equiv \mathbf{c}_1'\mathbf{c}' \quad , \quad \boldsymbol{A}_{\mathbf{CB}}^{\tau} \equiv \mathbf{c}_2'\mathbf{c}'$$

يمكن من ذلك تعيين التسارعات الزاوية للوصلات من العلاقات الآتية:

$$\varepsilon_3 = A_{\mathrm{BA}}^t / \mathrm{AB} \qquad , \qquad \varepsilon_4 = A_{\mathrm{B}}^t / \mathrm{O_4B}$$

وبالاتجاهات المبينة على المخطط الحركي ، لتتفق مع اتجاهات أشعة المركبات المماسية المناسبة .

يمكن إيجاد تسارع نقطة D تقع على الخط AB بسهولة ؛ إذ يكفي تقسيم شعاع التسارع النسبي $\mathbf{a'b'}$ على مخطط التسارع بحيث يتحقق التناسب:

$$\frac{\mathrm{a'd'}}{\mathrm{a'b'}} = \frac{\mathrm{AD}}{\mathrm{AB}}$$

حيث يمثل الشعاع $\mathbf{o'd'}$ التسارع المطلق للنقطة D .

**مسألة-3-1-1**

يبين (الشكل-3-5) تركيبة آلية ، حيث يدور المرفق $O_2A$ بسرعة زاوية ثابتة $(\omega_2 = 10\ \mathrm{rad/sec})$ باتجاه دوران عقارب الساعة .

المطلوب عند الوضع $(\theta_2 = 30^o)$ الآتي:

1. رسم المخطط الحركي بمقياس مناسب ، حيث:

$$O_2A = 15\ \mathrm{cm}\ ,\ AB = 45\ \mathrm{cm}\ ,\ O_4B = O_4C = 30\ \mathrm{cm}\ ,\ CD = 37\ \mathrm{cm}$$

2. تعيين السرعات الخطية والزاوية لنقاط التركيبة ووصلاتها على التوالي باستخدام مخطط السرعة .
3. تعيين التسارعات الخطية والزاوية لنقاط التركيبة ، ووصلاتها على التوالي باستخدام مخطط التسارع .
4. تعيين سرعة التحاك عند كل من الازدواجات $O_2$ , B , D , C إذا كان نصف قطر مسمار الربط لكل منها هو $(r = 5\ \mathrm{mm})$ .

**الحل:**

1. المخطط الحركي

يرسم المخطط الحركي استناداً إلى أطوال الوصلات بمقياس 1/10 ، كما في a في (الشكل-3-5) .

2. تعيين السرعات الخطية والزاوية

بما أن الوصلة 2 تتحرك حركة دورانية حول المسند الثابت $O_2$ ، فإن السرعة المطلقة للنقطة A هي:

$$V_{\mathrm{A}} = \mathrm{O_2A} \,.\, \omega_2 = 150 \text{ cm/sec}$$

أما الوصلة 3 فإنها تتحرك حركة مستوية عامة ، حيث تنتج العلاقة الشعاعية:

$$\boldsymbol{V}_{\mathbf{B}} = \boldsymbol{V}_{\mathbf{A}} + \boldsymbol{V}_{\mathbf{BA}}$$

استناداً إلى قيمة السرعة $V_{\mathrm{A}}$ يمكن اختيار مقياس مناسب لرسم مخطط السرعة ، ليكن ( 50 cm/sec ≡ 1 cm ).

يمكن عندئذ البدء برسم مخطط السرعة باتباع الأسس المبينة في الفقرات السابقة ، علماً أن منحى السرعة المطلقة للنقطة B على الوصلة 4 هو معلوم لكونه عمودياً على الوصلة $O_4B$ . ينتج من إجراء القياسات على مخطط السرعة b في (الشكل-3-5) وتحويلها إلى قيم حقيقية بدلالة مقياس رسم المخطط ، أن:

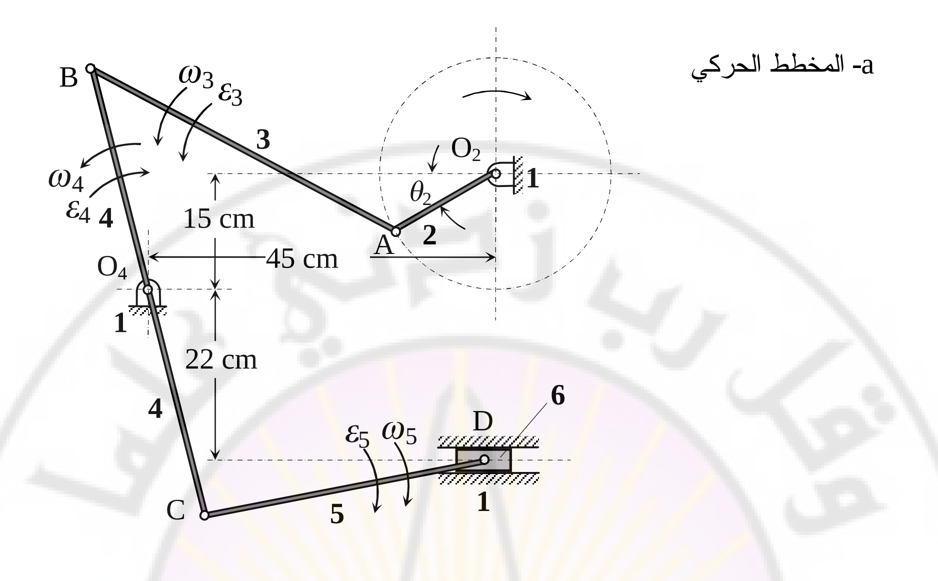
$$V_{\mathrm{B}} = 170 \text{ cm/sec} \qquad , \qquad V_{\mathrm{BA}} = 194 \text{ cm/sec}$$

وبالاتجاهات المبينة على مخطط السرعة . يمكن عندئذ تعيين السرعة الزاوية لكل من الوصلتين 4 , 3 ، حيث:

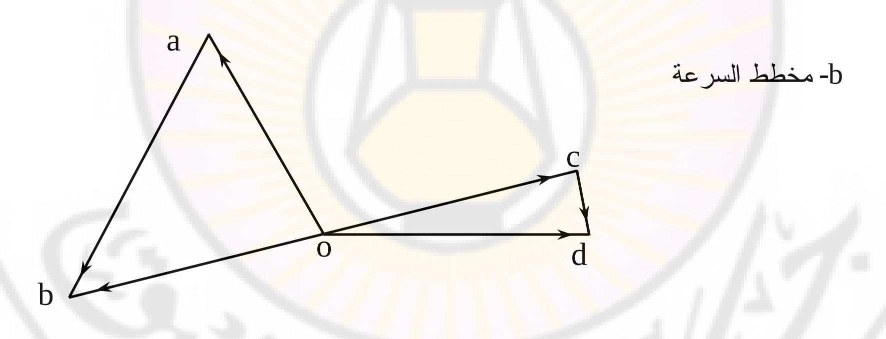
$$w_4 = \frac{V_{\mathrm{B}}}{\mathrm{O_4B}} = 5.66 \text{ rad/sec - ccw} \qquad , \qquad w_3 = \frac{V_{\mathrm{BA}}}{\mathrm{AB}} = 4.31 \text{ rad/sec} - \text{ccw}$$

وبالاتجاهات المبينة على المخطط الحركي لتتفق مع اتجاهات أشعة السرعة المناسبة .

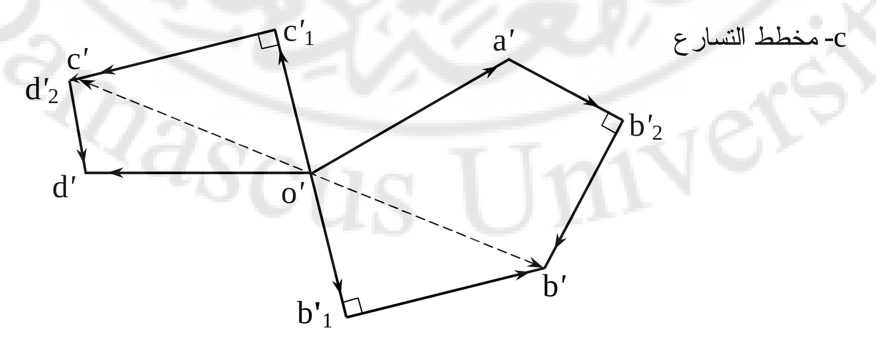
a- المخطط الحركي




b- مخطط السرعة




c- مخطط التسارع




(الشكل-3-5) مخططات حركة تركيبية آلية .

بما أن الوصلة 4 تتحرك حركة دورانية حول المسند الثابت $O_4$ ، فإن قيمة السرعة المطلقة للنقطة C هي:

$$V_C = O_4C.w_4 = 170 \text{ cm/sec}$$

ومن الواضح أن اتجاه هذه السرعة هو عكس اتجاه السرعة $\boldsymbol{V_B}$ ، كما في مخطط السرعة b في (الشكل-3-3-5).

تتحرك الوصلة 5 حركة مستوية عامة ، حيث تنتج العلاقة الشعاعية:

$$\boldsymbol{V_D} = \boldsymbol{V_C} + \boldsymbol{V_{DC}}$$

علماً أن النقطة D تتحرك حركة انسحابية ضمن مجرى المنزلقة 6 ؛ وبالتالي فإنه يمكن تمثيل العلاقة الشعاعية على مخطط السرعة والحصول على:

$$V_{DC} = 43 \text{ cm/sec} \qquad , \qquad V_D = 173 \text{ cm/sec}$$

وبالاتجاهات المبينة على مخطط السرعة .

أما السرعة الزاوية للوصلة 5 ، فهي:

$$w_5 = \frac{V_{DC}}{DC} = 1.16 \text{ rad/sec} - \text{cw}$$

وبالاتجاه المبين على المخطط الحركي .

أما المنزلقة 6 فإن نقاطها جميعها تتحرك انسحابياً بسرعة النقطة D نفسها .

3. تعيين التسارعات الخطية والزاوية

بما أن السرعة الزاوية للوصلة 2 ثابتة ($\omega_2$ = const.) ؛ أي أن التسارع الزاوي لها معدوم ($\varepsilon_2 = 0$) ، والتسارع المماسي للنقطة A معدوم ($\boldsymbol{A_A^t} = 0$) ؛ وبالتالي التسارع المطلق للنقطة A هو ناظمي فقط ، ويتجه من النقطة A إلى المسند الثابت $O_2$ ، حيث:

$$A_A = A_A^n = O_2A \,.\, w_2^2 = 1500 \text{ cm/sec}^2$$

أما النقطة B ، فهي مشتركة بين الوصلتين 3 , 4 ، حيث تنتج العلاقة الشعاعية:

$$\boldsymbol{A_B^n} + \boldsymbol{A_B^\tau} = \boldsymbol{A_A} + \boldsymbol{A_{BA}^n} + \boldsymbol{A_{BA}^\tau}$$

كما بينا في الفقرات السابقة ، فإن المركبات الناظمية للتسارع معلومة قيمة واتجاهاً ، حيث:

$A_{B}^{n} = O_4B \, . \, w_4^2 = 961 \text{ cm/sec}^2$ ، باتجاه من النقطة B إلى المسند الثابت $O_4$ .

$A_{BA}^{n} = AB \, . \, w_3^2 = 836 \text{ cm/sec}^2$ ، باتجاه من النقطة B إلى النقطة A .

استناداً إلى هذه القيم يمكن اختيار مقياس مناسب لرسم مخطط التسارع ، ولــيكن: $( 500 \text{ cm/sec}^2 \equiv 1 \text{ cm} )$ .

تُمثل أشعة العلاقة السابقة على مخطط التسارع c فــي (الشــكل-3-5) ، حيــث نحصل بعد تحويل القياسات إلى قيم حقيقية على:

$$A_{BA}^{t} = 1090 \text{ cm/sec}^2 \quad , \quad A_{B}^{t} = 1325 \text{ cm / sec}^2$$

وباتجاهات المبينة على المخطط الحركي ، ومنه فإن:

$$e_3 = \frac{A_{BA}^{t}}{AB} = 24.22 \text{ rad/sec}^2 \text{ - ccw} \quad , \quad e_4 = \frac{A_{B}^{t}}{O_4B} = 44.16 \text{ rad / sec}^2 - \text{cw}$$

وباتجاهات المبينة على المخطط الحركي والموافقة مع اتجاهات أشعة التسارع المناسبة .

يعين تسارع النقطة C بدلالة $\omega_4 , \varepsilon_4$ والطول $O_4C$ ، أو مباشرة على أســاس أن هذا التسارع يساوي تسارع النقطة B الممثل بالشعاع $o'b'$ قيمة ويعاكسه اتجاهاً .

أما تسارع النقطة D المشتركة بين الوصلتين 6 , 5 ، فإنــه يعطــى بالعلاقــة الشعاعية:

$$\boldsymbol{A}_{\mathbf{D}} = \boldsymbol{A}_{\mathbf{C}} + \boldsymbol{A}_{\mathbf{DC}}^{\boldsymbol{n}} + \boldsymbol{A}_{\mathbf{DC}}^{\boldsymbol{\tau}}$$

حيث:

$$A_{DC}^{n} = DC \, . \, w_5^2 = 49.8 \text{ cm/sec}^2$$

تمثل أشعة هذه العلاقة على مخطط التسارع c في (الشكل-3-5) ، مع ملاحظة أن قيمة المركبة الناظمية $A_{DC}^{n}$ صغيرة مقارنة مع قيم مركبات التسارع الأخرى ؛ مما يؤدي عند تمثيله على مخطط التسارع أن طوله لا يتجاوز 1 mm ؛ لذا يمكن عدّه ممثلاً بنقطــة على مخطط التسارع ، وذلك لا يؤثر على دقة النتائج ، وأن التسارع المطلق للنقطة D هو انسحابي ، منحاه ينطبق على منحى المنزلقة 6 ، ينتج من المخطط أن:

$$A_{DC}^{t} = 610 \text{ cm/sec}^2 \quad , \quad A_{D} = 1460 \text{ cm / sec}^2$$

ومنه التسارع الزاوي للوصلة DC :

$$e_5 = \frac{A^t_{\mathrm{DC}}}{\mathrm{DC}} = 16.48 \ \mathrm{rad/sec^2 - cw}$$

وبالاتجاه المبين على المخطط الحركي .

من الواضح أن نقاط المنزلقة 6 جميعها تتحرك بالتسارع نفسه للنقطة D .

4. تعيين سرعة التحاك

استناداً إلى ما ذكرناه سابقاً في الفقرة (3-4-3) ، ومن العلاقة (3-13) ، فإن سرعة التحاك عند الازدواج الدوراني B ، هي:

$$(V_r)_{\mathrm{B}} = r(w_4 - w_3) = 6.75 \ \mathrm{mm/sec}$$

أما عند الازدواج $O_4$ بين الوصلة 4 والوصلة الثابتة 1 ، فإن:

$$(V_r)_{\mathrm{O_4}} = r \, . \, w_4 = 28.3 \ \mathrm{mm/sec}$$

كذلك عند الازدواج الدوراني D بين الوصلتين 5 , 6 ، حيث $(\omega_6 = 0)$ ، فإن:

$$(V_r)_{\mathrm{D}} = r \, . \, w_5 = 5.8 \ \mathrm{mm/sec}$$

يلاحظ عند الازدواج C أن السرعتين الزاويتين $\omega_4 , \omega_5$ متعاكستان بالاتجاه ؛ لذا فإن:

$$(V_r)_{\mathrm{C}} = r(w_4 + w_5) = 34.1 \ \mathrm{mm/sec}$$

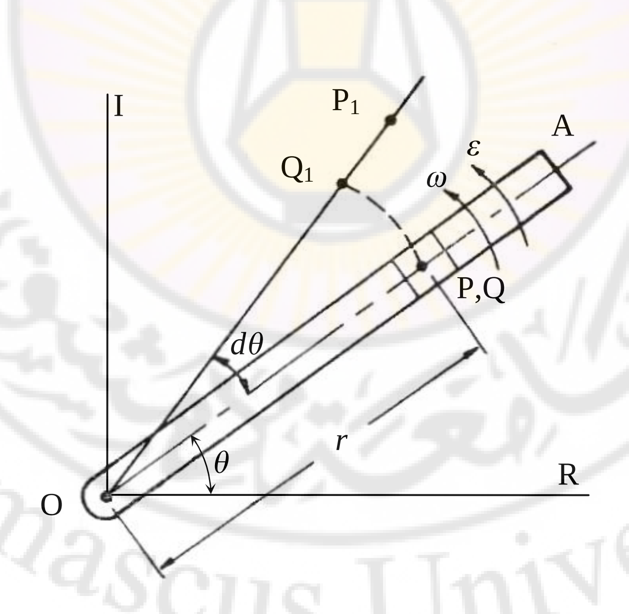
## 3-5- الحركة النسبية بين نقطتين متطابقتين على وصلتين متحركتين
## *Relative Motion between Two Coincident Points of Links*

درسنا في الفقرات السابقة الحركة النسبية بين نقطتين على وصلة صلبة متحركة ، حيث البعد بينهما ثابت دوماً . كما بينا كيفية تمثيل هذه الحركة تخطيطاً والاستفادة من ذلك في تحليل حركة نقاط تركيبة آلية ووصلاتها . يحدث في بعض التركيبات أن يتم تقييد الحركة النسبية بتحريك نقطة ، من وصلة متحركة ، على مسار معين بالنسبة لوصلة متحركة أخرى بوساطة سطح توجيه مستقيم أو منحن . تنشأ عندئذ حركة نسبية بين النقاط المتطابقة على الوصلتين المتحركتين ؛ مما يؤدي إلى ظهور مركبات إضافية لمميزات الحركة عند هذه النقاط .

يمكن توضيح ذلك من خلال دراسة حركة الحالة المبينة في (الشكل-3-6) ، حيث تقيد حركة الوصلة P بالانزلاق ضمن المجرى المستقيم للوصلة OA التي تدور حول المركز الثابت O بسرعة زاوية $\omega$ وتسارع زاوي $\varepsilon$ وفق الاتجاه المبين في الشكل ، حيث:

$$w = \frac{dq}{dt} \qquad , \qquad e = \frac{d^2q}{dt^2} \tag{14-3}$$

لنفرض أن النقطة المطابقة للنقطة P على الوصلة OA هي النقطة Q في هذه اللحظة . إذا دارت الوصلة OA زاوية $d\theta$ ، فإن النقطة Q تدور حول المسند الثابت O إلى النقطة $Q_1$ ، بينما تكون الوصلة P قد انزلقت على الوصلة OA بالنسبة للنقطة $Q_1$ إلى الوضع $P_1$ ؛ أي إن النقطة Q كونها مثبتة إلى الوصلة OA تتحرك على مسار دائري مركزه O ، بينما تتحرك النقطة P بالنسبة للمستوى الثابت على مسار منحن ما .




حركة المنزلقة P مقيدة بالانزلاق ضمن مجرى مستقيم في الوصلة OA .

(الشكل-3-6)

يمكن كتابة معادلة إزاحة النقطة P بالشكل:

$$\mathbf{OP_1} = \mathbf{OQ_1} + \mathbf{Q_1P_1} \qquad (15\text{-}3)$$

بالاشتقاق بالنسبة للزمن ينتج:

$$\boldsymbol{V}_{\mathbf{P}} = \boldsymbol{V}_{\mathbf{Q}} + \boldsymbol{V}_{\mathbf{PQ}} \qquad (16\text{-}3)$$

حيث:

$\boldsymbol{V}_{\mathbf{Q}}$ تمثل سرعة النقطة Q بالنسبة إلى المسند الثابت O بمنحى عمودي على الوصلة OA ، وفق دوران $\omega$ ، وقيمتها $(V_{\mathrm{Q}} = r.\omega)$ .

$\boldsymbol{V}_{\mathbf{PQ}}$ تمثل سرعة انزلاق الوصلة P بالنسبة إلى النقطة Q على طول الوصلة OA ، وقيمتها $(V_{\mathrm{PQ}} = \dot{x})$ .

استناداً لمعادلات الحركة المركبة لجسيم مادي من كتاب الميكانيك الهندسي علم الحركة ، ينتج من اشتقاق المعادلة (3-16) بالنسبة للزمن أن:

$$\boldsymbol{A}_{\mathbf{P}} = \boldsymbol{A}_{\mathbf{Q}}^{n} + \boldsymbol{A}_{\mathbf{Q}}^{\tau} + \boldsymbol{A}_{\mathbf{PQ}} + \boldsymbol{A}_{\mathbf{PQ}}^{c} \qquad (17\text{-}3)$$

حيث:

$\boldsymbol{A}_{\mathbf{Q}}^{n}$ تمثل المركبة الناظمية لتسارع النقطة Q بالنسبة إلى المسند الثابت O ، بالاتجاه من النقطة Q إلى المسند الثابت O ، وقيمتها العددية $(A_{\mathrm{Q}}^{n} = r \,.\, w^2)$ .

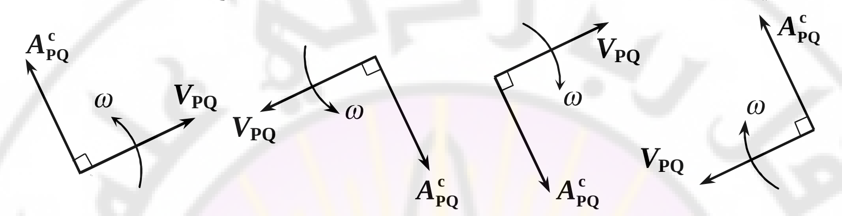
$\boldsymbol{A}_{\mathbf{Q}}^{\tau}$ تمثل المركبة المماسية لتسارع النقطة Q بالنسبة إلى المسند الثابت O ، باتجاه عمودي على الوصلة OA ، وقيمتها العددية $(A_{\mathrm{Q}}^{t} = r \,.\, e)$ .

$\boldsymbol{A}_{\mathbf{PQ}}$ يمثل التسارع النسبي لانزلاق الوصلة P بالنسبة إلى النقطة Q على طول الوصلة OA ، وقيمته العددية $(A_{\mathrm{PQ}} = \ddot{x})$ .

$\boldsymbol{A}_{\mathbf{PQ}}^{c}$ يدعى بتسارع كوريوليس أو التسارع المتمم ، ويمثل تسارع النقطة P بالنسبة إلى النقطة Q باتجاه عمودي على الوصلة OA ، وقيمته العددية $(A_{\mathrm{PQ}}^{c} = 2V_{\mathrm{PQ}} \,.\, w)$ .

نلاحظ من المعادلة (3-17) أن تقييد الحركة بوساطة سطح توجيه على وصلة متحركة ، قد نشأ عنه مركبة إضافية للتسارع $\boldsymbol{A}_{\mathbf{PQ}}^{c}$ .

يمكن تمثيل المعادلتين (3-16) ، (3-17) تخطيطياً للحصول على كل من مخططي للسرعة والتسارع ، مع ملاحظة أن اتجاه التسارع النسبي الانزلاقي يحـدد بمعـدل تغيـر السرعة النسبية متزايداً أو متناقصاً ، بينما ينتج اتجاه تسارع كوريوليس من تـدوير شـعاع السرعة النسبية حول مبدئه بزاوية $90^o$ باتجاه دوران $\omega$ . يبين (الشكل-3-7) المتغيـرات الممكنة كافة في اتجاهات السرعة النسبية ، والسرعة الزاوية وتسارع كوريوليس .

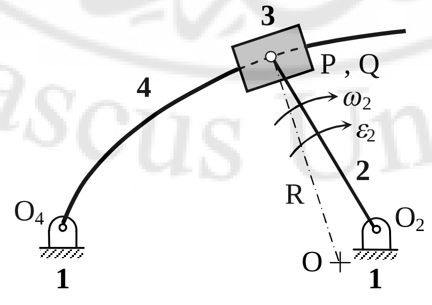



(الشكل-3-7) المتغيرات الممكنة في اتجاهات السرعة النسبية ، والسرعة الزاوية ، وتسارع كوريوليس .

تجدر الإشارة إلى أنه في هذه الحالة قيدت حركة الوصلة P بالانزلاق على مسار مستقيم ؛ مما نتج منه أن السرعة النسبية $V_{PQ}$ متغيرة القيمة ، لكن ثابتة المنحى على طول الوصلة ؛ وبالتالي فإن التسارع النسبي $A_{PQ}$ له مركبة واحدة على طول الوصلة ، هي في الواقع المركبة المماسية للتسارع النسبي .

يحدث في بعض التركيبات أن تحدد حركة المنزلقة P على مسار منحن ، كما في (الشكل-3-8) ، حيث تتغير السرعة النسبية $V_{PQ}$ بالقيمة والمنحى ؛ مما تنتج منه مركبتان للتسارع النسبي $A_{PQ}$ ، واحدة مماسية لمسار الانزلاق ، والأخرى ناظمية عليه باتجاه مركز انحناء هذا المسار ، بينما منحى السرعة النسبية $V_{PQ}$ مماسي لمسار الانزلاق . في هـذه الحالة تبقى المعادلة (3-16) صحيحة ، بينما يمكن كتابة المعادلة (3-17) بالشكل العام:

$$A^n_P + A^\tau_P = A^n_Q + A^\tau_Q + A^n_{PQ} + A^\tau_{PQ} + A^c_{PQ} \qquad (18\text{-}3)$$




(الشكل-3-8) حركة المنزلقة P على مسار منحى .

تعدّ العلاقة الشعاعية (3-18) المعادلة العامة للتسارع في التركيبات الآلية ، حيث يمكن انعدام بعض حدودها وفقاً للحركة النسبية الحاصلة بين مختلف الوصلات المكونة للتركيبة .

يتضح مما تقدم أن الشرط اللازم والكافي لنشوء مركبة تسارع كوريوليس في حركة مستوية ، هو ترافق الحركة النسبية الانزلاقية على مسار معين في وصلة بدوران هذه الوصلة . يجب الانتباه إلى أن السرعة الزاوية المستعملة في تعيين قيمة مركبة التسارع هذه واتجاهها ، هي السرعة الزاوية للوصلة التي تحصل على مسارها السرعة النسبية الانزلاقية .

### 3-5-1- تطبيق على تركيبة المرفق والذراع المشقوق

***Crank-Shaper Mechanism Application***

تعدّ تركيبة المرفق والذراع المشقوق مثالاً نموذجياً لدراسة الحركة عند وجود نقاط متطابقة على وصلتين .

#### a. المخطط الحركي

يبين a في (الشكل-3-9) المخطط الحركي لهذه التركيبة التي سبقت الإشارة إليها في الفقرة (2-7-1) ، حيث يدور المرفق $O_2P$ بسرعة زاوية ثابتة $\omega_2$ ، باتجاه عكس دوران عقارب الساعة ؛ ليعطي المنزلقة D حركة سريعة الارتداد نحو اليمين .

يمكن دراسة الحركة للوضع المبين باتباع خطوات مشابهة ، من حيث المبدأ لما اتبعناه في الفقرة (3-4-3) ، مع ملاحظة أن الوصلة 3 هي منزلقة مقيدة الحركة على مسار مستقيم معين ممثل بسطح توجيه في الوصلة 4 ، الممثلة بالخط المستقيم $O_4C$ والتي تدور في الوقت نفسه حول المركز $O_4$ .

#### b. دراسة السرع بطريقة مخطط السرعة

نلاحظ من الشكل أن النقطتين P , Q متطابقتان حيث P هي النقطة المشتركة بين المرفق والمنزلقة ، الوصلتين 3 , 2 ، بينما Q هي النقطة المطابقة لها في هذه اللحظة على الذراع المشقوق ، الوصلة 4 ، ينتج من ذلك نشوء سرعة نسبية انزلاقية بين النقطتين باتجاه موازٍ للوصلة 4 .

إن المعادلات الشعاعية للسرعة هي:

$$\boldsymbol{V}_{\mathbf{P}} = \boldsymbol{V}_{\mathbf{Q}} + \boldsymbol{V}_{\mathbf{PQ}}$$

$$\boldsymbol{V}_{\mathbf{D}} = \boldsymbol{V}_{\mathbf{C}} + \boldsymbol{V}_{\mathbf{DC}} \qquad (19\text{-}3)$$

$$\boldsymbol{V}_{\mathbf{C}} = \frac{\mathrm{O_4C}}{\mathrm{O_4Q}} \boldsymbol{V}_{\mathbf{Q}}$$

حيث:

$\boldsymbol{V}_{\mathbf{P}}$ تمثل السرعة المطلقة للنقطة P باتجاه عمودي على الوصلة $O_2P$ ، قيمتها تساوي $(V_P = O_2P \,.\, \omega_2)$ .

$\boldsymbol{V}_{\mathbf{Q}}$ تمثل السرعة المطلقة للنقطة Q باتجاه عمودي على $O_4Q$ ، مجهولة القيمة .

$\boldsymbol{V}_{\mathbf{PQ}}$ تمثل السرعة النسبية للنقطة P بالنسبة إلى النقطة Q باتجاه موازٍ للوصلة $O_4C$ ، مجهولة القيمة .

$\boldsymbol{V}_{\mathbf{DC}}$ تمثل السرعة النسبية للنقطة D بالنسبة إلى النقطة C باتجاه عمودي على الوصلة CD ، مجهولة القيمة .

$\boldsymbol{V}_{\mathbf{D}}$ تمثل السرعة المطلقة للنقطة D باتجاه موازٍ لخط الشوط الأفقي ، مجهولة القيمة .

$\boldsymbol{V}_{\mathbf{C}}$ تمثل السرعة المطلقة للنقطة C باتجاه عمودي على $O_4C$ ، قيمتها متناسبة مع $V_Q$ وفق العلاقة (19-3) .

استناداً إلى هذه المعطيات يمكن تمثيل معادلات السرعة تخطيطياً ، والحصول على مخطط السرعة المبين في b في (الشكل-3-9) ، حيث ينتج بعد تحويل أطوال الأشعة إلى قيم حقيقية بدلالة مقياس رسم المخطط أن:

$$V_P = op \quad , \quad V_{PQ} = qp \quad , \quad V_Q = oq$$

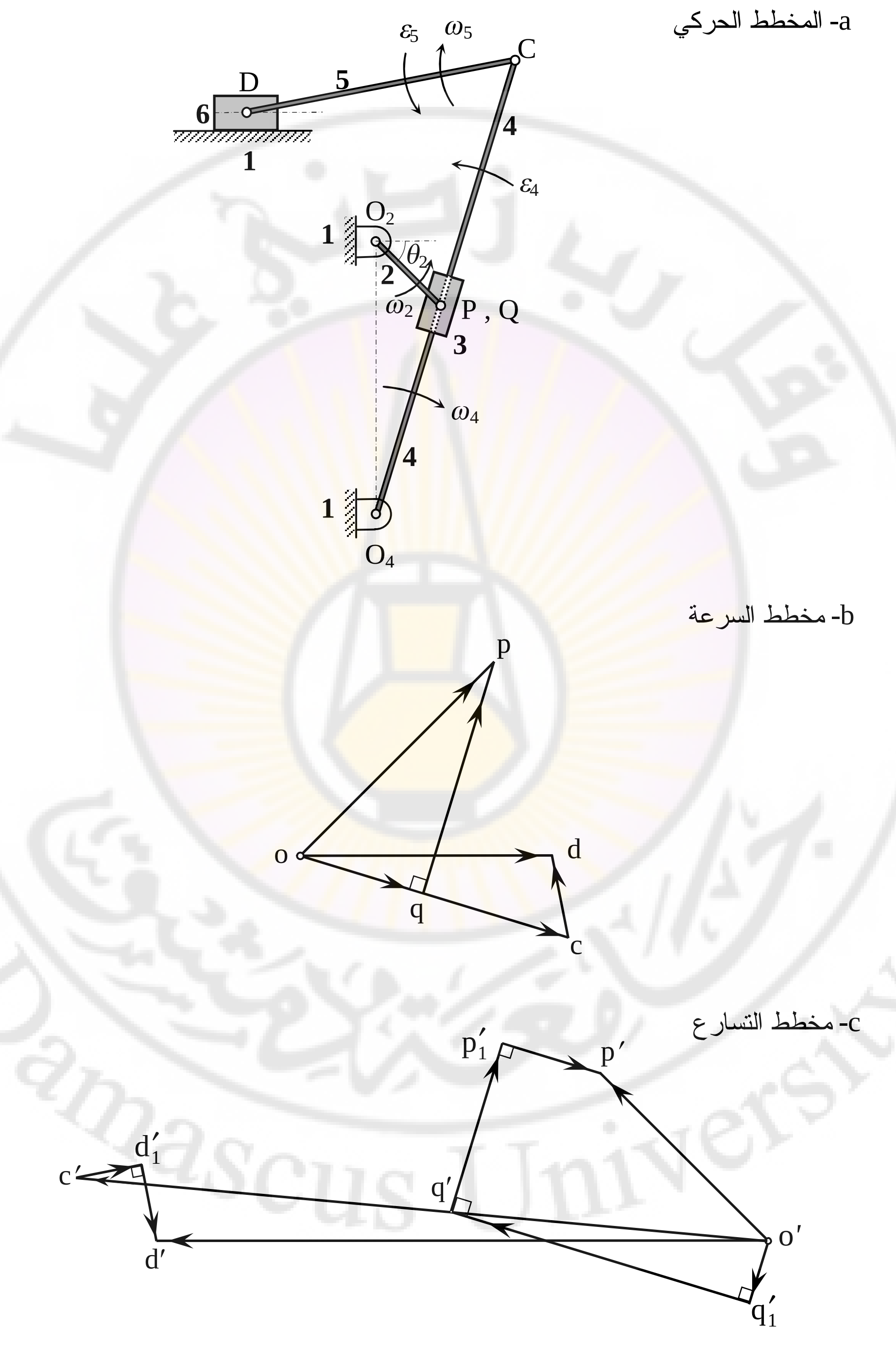
$$V_C = oc \quad , \quad V_{DC} = cd \quad , \quad V_D = od$$

يمكن كذلك تعيين السرعة الزاوية لكل من الوصلتين 5 , 4 ، حيث:

$$w_4 = V_C / O_4C \quad , \quad w_5 = V_{DC} / CD$$

وباتجاه دوران عقارب الساعة ، كما هو مبين على المخطط الحركي .

أما سرعة التحاك في حالة الازدواج الانزلاقي بين الوصلتين 4 , 3 ، فهي السرعة النسبية بين النقطتين المتطابقتين $V_{PQ}$ . من الواضح أنه في حالة كون إحدى الوصلتين ثابتة ، كما في D ، فسرعة التحاك هي السرعة المطلقة للمنزلقة نفسها .




(الشكل-3-9) مخططات حركة تركيبة المرفق والذراع المشقوق .

### c. دراسة التسارع بطريقة مخطط التسارع

استناداً للمعادلة (3-18) ، يمكن كتابة المعادلة الشعاعية لتسارع النقطة P على الشكل الآتي:

$$A_P^n + A_P^\tau = A_Q^n + A_Q^\tau + A_{PQ}^n + A_{PQ}^\tau + A_{PQ}^c \qquad (3\text{-}20)$$

نلاحظ في هذه المعادلة أن المركبة المماسية $A_P^\tau$ معدومة كون سرعة الوصلة $\omega_2$ ثابتة ، كما أن المركبة الناظمية $A_{PQ}^n$ معدومة أيضاً كون الحركة النسبية الانزلاقية مستقيمة على طول الوصلة 4 ، أما المركبات الناظمية الباقية ، فإنها معلومة القيمة بدلالة أطوال الوصلات والسرعات الزاوية المناسبة ، وتتجه من النقطة إلى مركز الدوران المناسب .

بما أن الوصلة 4 التي تحوي سطح التوجيه ؛ أي التي تحصل على مسارها السرعة النسبية $V_{PQ}$ ، فإنه يمكن تعيين قيمة مركبة تسارع كوريوليس من العلاقة:

$$A_{PQ}^c = 2\,V_{PQ}.w_4$$

حيث $V_{PQ}\ ,w_4$ معلومتا القيمة والاتجاه من مخطط السرعة ، أما اتجاه هذه المركبة ، فإنه يحدد باتباع طريقة تدوير شعاع السرعة النسبية $V_{PQ}$ زاوية $90^o$ باتجاه $\omega_4$ ، الموضحة في الفقرة (3-5) و (الشكل-3-7) .

أما المركبة المماسية $A_Q^\tau$ ، فإنها مجهولة القيمة ، لكن منحاها عمودي على $O_4Q$ ، كما أن المركبة المماسية $A_{PQ}^\tau$ ذات منحى مواز للوصلة $O_4Q$ ، وهي مجهولة القيمة .

من هذه المعلومات يمكن تمثيل المعادلة (3-20) تخطيطياً ، كما هو مبين في المخطط c في (الشكل-3-9) ، على الشكل الآتي:

1. نرسم الشعاع $\mathbf{o'p'}$ بمقياس رسم مناسب ؛ ليمثل التسارع الناظمي $A_P^n$ ، بالاتجاه من النقطة P إلى المركز الثابت $O_2$ .
2. نرسم الشعاع $\mathbf{o'q'_1}$ بمقياس الرسم ؛ ليمثل التسارع الناظمي $A_Q^n$ ، بالاتجاه من النقطة Q إلى المركز الثابت $O_4$ .
3. نرسم من النقطة $q'_1$ خطاً عمودياً على $O_4Q$ ؛ ليمثل منحى التسارع المماسي $A_Q^\tau$ .
4. نرسم عند النقطة $p'$ الشعاع $\mathbf{p'_1p'}$ ؛ ليمثل تسارع كوريوليس $A_{PQ}^c$ بالقيمة والاتجاه ، وبحيث إن نهاية هذا الشعاع تنتهي عند نهاية الشعاع $\mathbf{o'p'}$ .
5. نرسم من النقطة $p'_1$ خطاً موازياً للوصلة $O_4Q$ ؛ ليمثل منحى التسارع المماسي $A_{PQ}^\tau$ .

يتقاطع الخطان المرسومان وفق (3 و 5) في $q'$ .

نلاحظ أن المضلع الناتج يحقق المعادلة الشعاعية (3-20) وفق اتجاهـات الأشـعة المبينة على مخطط التسارع ، حيث ينتج بعد التحويل إلى قيم حقيقية أن:

$$A_{P} = o'p' \quad , \quad A_{Q} = o'q' \quad , \quad A_{Q}^{n} = o'q'_{1}$$

$$A_{Q}^{t} = q'_{1}q' \quad , \quad A_{PQ}^{\tau} = q'p'_{1} \quad , \quad A_{PQ}^{c} = p'_{1}p'$$

يمكن عندئذ إكمال رسم مخطط التسارع بسهولة ليحقق المعادلات الشعاعية:

$$\boldsymbol{A_{C}} = \frac{O_{4}C}{O_{4}Q}\boldsymbol{A_{Q}}$$

$$\boldsymbol{A_{D}} = \boldsymbol{A_{C}} + \boldsymbol{A_{DC}^{n}} + \boldsymbol{A_{DC}^{\tau}}$$

حيث ينتج لدينا أن:

$$A_{C} = o'c' \quad , \quad A_{DC}^{t} = d'_{1}d' \quad , \quad A_{D} = o'd'$$

إذ إن المركبة الناظمية $\boldsymbol{A_{DC}^{n}}$ وتساوي إلى ($A_{DC}^{n} = CD \, . \, w_{5}^{2}$) وباتجاه من النقطة D إلى النقطة C .

كما أن:

$$e_{5} = A_{DC}^{t} / CD \quad , \quad e_{4} = A_{Q}^{t} / O_{4}Q$$

وباتجاه عكس دوران عقارب الساعة ، كما هو مبين على المخطط الحركي .

**مسألة-3-2**

يبين المخطط a في (الشكل-3-10) تركيبة آلية تستعمل للحصول على حركة سريعة الارتداد ، حيث يدور المرفق $O_2A$ حول المسند الثابت $O_2$ بسرعة زاوية ثابتة قدرها 1.5 rad/sec باتجاه حركة عقارب الساعة ؛ لينقل الحركة إلى الذراع المتأرجح 4 عبر المنزلقة 3 ، ومنه إلى المنزلقة 6 عبر الوصلة 5 .

المطلوب دراسة الحركة لعناصر التركيبة عند الوضع ($\theta_2 = 150^o$) ، وذلك بـــ:

1. رسم المخطط الحركي بمقياس مناسب ، حيث:

$O_2A = 20$ cm , $O_4B = 20$ cm , $BC = 65$ cm , $a = 12$ cm

2. تعيين السرعات الخطية لنقاط التركيبة ، والزاوية لوصلاتها على التوالي ؛ باستخدام مخطط السرعة .

3. تعيين التسارعات الخطية لنقاط التركيبة ، والزاويـــة لوصــــلاتها علـــى التـــوالي ؛ باستخدام مخطط التسارع .

4. إيجاد سرعة التحاك في المفاصل $C$ , $O_4$ , $B$ ، إذا كان قطر محور الربط يساوي 10 mm .

**الحل:**

1. المخطط الحركي

يرسم المخطط الحركي استناداً إلى أطوال الوصلات بمقيـــاس 1/10 ، كمـــا فـــي المخطط a في (الشكل-3-10) .

2. تعيين السرعات الخطية والزاوية

بما أن الوصلة 2 تتحرك حركة دورانية حول $O_2$ ، فإن السرعة المطلقة للمنزلقة A باعتبارها نقطة من الوصلة 2 ، هي:

$$V_{A_2} = O_2A \,.\, w_2 = 30 \text{ cm/sec}$$

استناداً إلى قيمة السرعة $V_{A_2}$ يمكن اختيار مقياس مناسب لرسم مخطط الســـرعة ، لـــيكن ( $8$ cm/sec $\equiv 1$ cm ).

أما المنزلقة $A_3$ باعتبار أنها نقطة من الوصلة 2 ، يكون:

$$V_{A_3} = V_{A_2} = 30 \text{ cm/sec}$$

وباعتبار أنها نقطة تتحرك على الوصلة 4 ، حيث تنتج العلاقة الشعاعية:

$$\boldsymbol{V}_{\mathbf{A_3}} = \boldsymbol{V}_{\mathbf{A_4}} + \boldsymbol{V}_{\mathbf{A_3A_4}}$$

يمكن عندئذ البدء برسم مخطط السرعة باتباع الأسس المبينة في الفقرات السابقة ، علماً أن منحى السرعة المطلقة للنقطة $A_4$ من الوصلة 4 هو معلوم كونه عمودياً على الوصلة $O_4A$ ، ومنحى السرعة النسبية $\boldsymbol{V}_{\mathbf{A_3A_4}}$ هو معلوم أيضاً كونه يوازي الوصلة $O_4A$ ، ينتج من إجراء القياسات على المخطط b في (الشكل-3-10) ، وتحويلها إلى قيم حقيقية بدلالة مقياس رسم المخطط ، أن:

$$V_{A_4} = 28 \text{ cm/sec} \quad , \quad V_{A_3A_4} = 11.2 \text{ cm/sec}$$

وبالاتجاهات المبينة على المخطط . يمكن عندئذ تعيين السرعة الزاوية للوصلة 4 ، حيث:

$$w_4 = \frac{V_{A_4}}{O_4A_4} = 1 \text{ rad/sec - cw}$$

وبالاتجاه المبين على المخطط الحركي ، وبعد إجراء قياس $O_4A_4$ على المخطط الحركي ، وتحويله إلى قيمة حقيقية بدلالة مقياس رسم المخطط ، نتج أن:

$$O_4A_4 = 28 \text{ cm}$$

وكون النقطة B من الوصلة 4 ، فإن قيمة السرعة المطلقة لها تحدد من علاقة التناسب:

$$\boldsymbol{V}_{\mathbf{B}} = \frac{O_4B}{O_4A_4}\boldsymbol{V}_{\mathbf{A_4}} \quad \Rightarrow \quad o_4b = \frac{O_4B}{O_4A_4} o_4a_4 = 2.5 \text{ cm}$$

ينتج بعد إجراء القياسات على مخطط السرعة b في (الشكل-3-10) ، وتحويلها إلى قيم حقيقية بدلالة مقياس رسم المخطط ، أن:

$$V_B = 20 \text{ cm/sec}$$

تتحرك الوصلة 5 حركة مستوية عامة ، حيث تنتج العلاقة الشعاعية:

$$\boldsymbol{V}_{\mathbf{C}} = \boldsymbol{V}_{\mathbf{B}} + \boldsymbol{V}_{\mathbf{CB}}$$

علماً أن النقطة C تتحرك حركة مستقيمة ضمن مجرى المنزلقة 6 ، وبالتالي فإنه يمكن تمثيل العلاقة الشعاعية على المخطط والحصول على:

$$V_{CB} = 12.6 \text{ cm/sec} \quad , \quad V_C = 12.6 \text{ cm/sec}$$

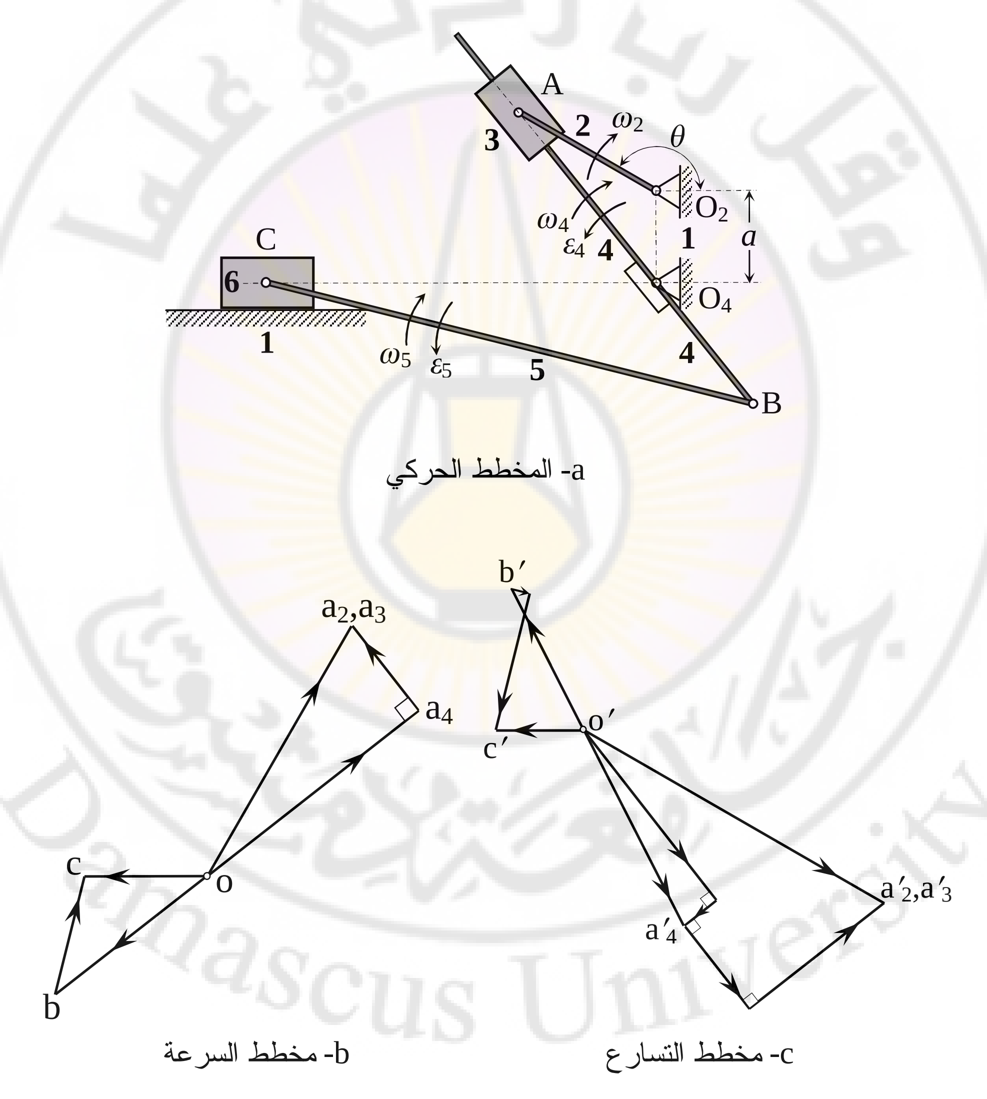
وبالاتجاهات المبينة على مخطط السرعة .

أما السرعة الزاوية للوصلة 5 ، فهي:

$$w_5 = V_{CB} / CB = 0.2 \text{ rad/sec} - \text{cw}$$

وبالاتجاه المبين على المخطط الحركي .

أما المنزلقة 6 فإن نقاطها جميعها تتحرك انسحابياً بسرعة النقطة C نفسها .




(الشكل-3-10) مخططات حركة تركيبة المرفق ، والذراع المشقوق .

3. تعيين التسارعات الخطية والزاوية

بما أن السرعة الزاوية للوصلة 2 ثابتة ($\omega_2 = const.$) ؛ أي أن التسارع الزاوي لها معدوم ($\varepsilon_2 = 0$) ، والتسارع المماسي للنقطة A معدوم ($\boldsymbol{A}^t_{\mathbf{A}} = 0$) ؛ وبالتالي التسارع المطلق للنقطة A هو ناظمي فقط ، ويتجه من النقطة A إلى المسند الثابت $O_2$ ، حيث:

$$A_{A_2} = A^n_{A_2} = O_2A\,.\,w_2^2 = 45\ \text{cm/sec}^2$$

أما المنزلقة $A_3$ لأنها نقطة من الوصلة 2 ، يكون:

$$A_{A_3} = A_{A_2} = 45\ \text{cm/sec}^2$$

وباعتبار أنها نقطة تتحرك على الوصلة 4 ، حيث تنتج العلاقة الشعاعية:

$$\boldsymbol{A}_{\mathbf{A_3}} = \boldsymbol{A}^{\boldsymbol{n}}_{\mathbf{A_4}} + \boldsymbol{A}^{\boldsymbol{\tau}}_{\mathbf{A_4}} + \boldsymbol{A}_{\mathbf{A_3A_4}} + \boldsymbol{A}^{\boldsymbol{c}}_{\mathbf{A}}$$

حيث:

($A^n_{A_4} = O_4A\,.\,w_4^2 = 28\ \text{cm/sec}^2$) ، باتجاه من النقطة A إلى المسند الثابت $O_4$ .

($A^c_A = 2V_{A_3A_4}\,.\,w_4 = 22.4\ \text{cm/sec}^2$) ، باتجاه عمودي على AB .

استناداً إلى هذه القيم يمكن اختيار مقياس مناسب لرسم مخطط التسارع ، ولـيكن: ( $10\ \text{cm/sec}^2 \equiv 1\ \text{cm}$ ) .

يمكن عندئذ البدء برسم مخطط التسارع باتباع الأسس المبينة في الفقرات السابقة ، علماً أن المركبة المماسية $\boldsymbol{A}^{\boldsymbol{\tau}}_{\mathbf{A_4}}$ ، فإنها مجهولة القيمة لكن منحاها عمودي علـى المركبـة الناظمية $\boldsymbol{A}^{\boldsymbol{n}}_{\mathbf{A_4}}$ ، كما أن $\boldsymbol{A}_{\mathbf{A_3A_4}}$ ذات منحى مواز للوصلة $O_4A$ ، وهي مجهولة القيمة . أما اتجاه تسارع كوريوليس ، فإنه يحدد باتباع طريقة تدوير شعاع السرعة النسـبية $\boldsymbol{V}_{\mathbf{A_3A_4}}$ زاوية $90^o$ باتجاه $\omega_4$ ، ويرسم بحيث يغلق مخطط علاقة التسارع .

نتج بعد إجراء رسم أشعة العلاقة السابقة ، كما فـي مخطـط التسـارع c فـي (الشكل-3-10) ، حيث نحصل بعد تحويل القياسات إلى قيم حقيقية على:

$$A_{A_3A_4} = 13.5\ \text{cm/sec}^2 \quad , \quad A^t_{A_4} = 5.2\ \text{cm/sec}^2$$

وبالاتجاهات المبينة على المخطط ، ومنه فإن:

$$e_4 = \frac{A^t_{A_4}}{O_4A} = 0.185\ \text{rad/sec}^2 - \text{ccw}$$

وكون النقطة B من الوصلة 4 ، فإن قيمة التسارع المطلقة لها تحدد من علاقة التناسب:

$$\boldsymbol{A}_{\mathbf{B}} = \frac{\mathrm{O_4B}}{\mathrm{O_4A_4}} \boldsymbol{A}_{\mathbf{A_4}} \quad \Rightarrow \quad \mathrm{o}_4'\mathrm{b}' = \frac{\mathrm{O_4B}}{\mathrm{O_4A_4}} \mathrm{o}_4'\mathrm{a}_4' = 2.04 \text{ cm}$$

ينتج بعد إجراء القياسات على المخطط c في (الشكل-3-10) ، وتحويلها إلى قيم حقيقية بدلالة مقياس رسم المخطط ، أن:

$$A_{\mathrm{B}} = 20.4 \text{ cm/sec}$$

تتحرك الوصلة 5 حركة مستوية عامة ، حيث تنتج العلاقة الشعاعية:

$$\boldsymbol{A}_{\mathbf{C}} = \boldsymbol{A}_{\mathbf{B}} + \boldsymbol{A}^{n}_{\mathbf{CB}} + \boldsymbol{A}^{\tau}_{\mathbf{CB}}$$

علماً أن النقطة C تتحرك حركة مستقيمة ضمن مجرى المنزلقة 6 ؛ وبالتالي فإنه يمكن تمثيل العلاقة الشعاعية على المخطط والحصول على:

$$A^{t}_{\mathrm{CB}} = 18.2 \text{ cm/sec}^2 \qquad , \qquad A_{\mathrm{C}} = 11.3 \text{ cm/sec}^2$$

وبالاتجاهات المبينة على المخطط .

أما التسارع الزاوي للوصلة 5 ، فهو:

$$e_5 = \frac{A^{t}_{\mathrm{CB}}}{\mathrm{CB}} = 0.28 \text{ rad/sec} - \text{ccw}$$

أما المنزلقة 6 فإن نقاطها جميعها تتحرك انسحابياً بتسارع النقطة C نفسها .

4. تعيين سرع التحاك

استناداً إلى ما ذكرناه سابقاً في الفقرة (3-4-3) ، ومن العلاقة (3-13) ، فإن سرعة التحاك عند الازدواج الدوراني B ، هي:

$$(V_r)_{\mathrm{B}} = r(w_4 - w_5) = 4 \text{ mm/sec}$$

أما عند الازدواج $O_4$ بين الوصلة 4 والوصلة الثابتة 1 ، فإن:

$$(V_r)_{\mathrm{O_4}} = r \, . \, w_4 = 5 \text{ mm/sec}$$

كذلك عند الازدواج الدوراني C بين الوصلتين 6 , 5 ، حيث $(\omega_6 = 0)$ ، فإن:

$$(V_r)_{\mathrm{C}} = r \, . \, w_5 = 1 \text{ mm/sec}$$

**مسألة-3-3**

يبين (الشكل-3-11) تركيبة آلية بسيطة ، حيث يدور القرص 2 بسرعة زاوية ثابتة ($\omega_2 = 50$ rad/sec) باتجاه دوران عقارب الساعة . تنتقل الحركة من هذا القرص إلى الوصلة 3 عبر مسمار $B_2$ مثبت إلى القرص . إن هذا المسمار مقيد بالحركة ضمن مجرى منحن في الوصلة 3 التي تتأرجح حول $O_3$ عند دوران القرص .

فإذا كان نصف قطر انحناء المجرى هو $R$ ، ومركز الانحناء في هذه اللحظة هو C ، المطلوب دراسة الحركة في الوضع المبين في الشكل ، حيث تكون الأبعاد عندئذ:

$$O_2O_3 = 14 \text{ cm} \;,\; O_2B_2 = 3 \text{ cm} \;,\; O_3B_3 = 12.5 \text{ cm} \;,\; R = 19 \text{ cm}$$

**الحل**:

1. المخطط الحركي

يرسم المخطط الحركي بمقياس 1/3 ، كما في a في (الشكل-3-11) ، بما أن النقطة $B_2$ من الوصلة 2 هي مقيدة الحركة على وصلة متحركة أخرى 3 ، فإنه تنتج نقطة $B_3$ منطبقة عليها في الوصلة 3 ؛ وبالتالي فإن بين هاتين النقطتين حركة نسبية على المسار المنحني P .

2. دراسة السرع

إن سرعة المسمار $B_2$ كونه نقطة من الوصلة 2 هي سرعة مطلقة قيمتها:

$$V_{B_2} = O_2B_2 \,.\, w_2 = 150 \text{ cm/sec}$$

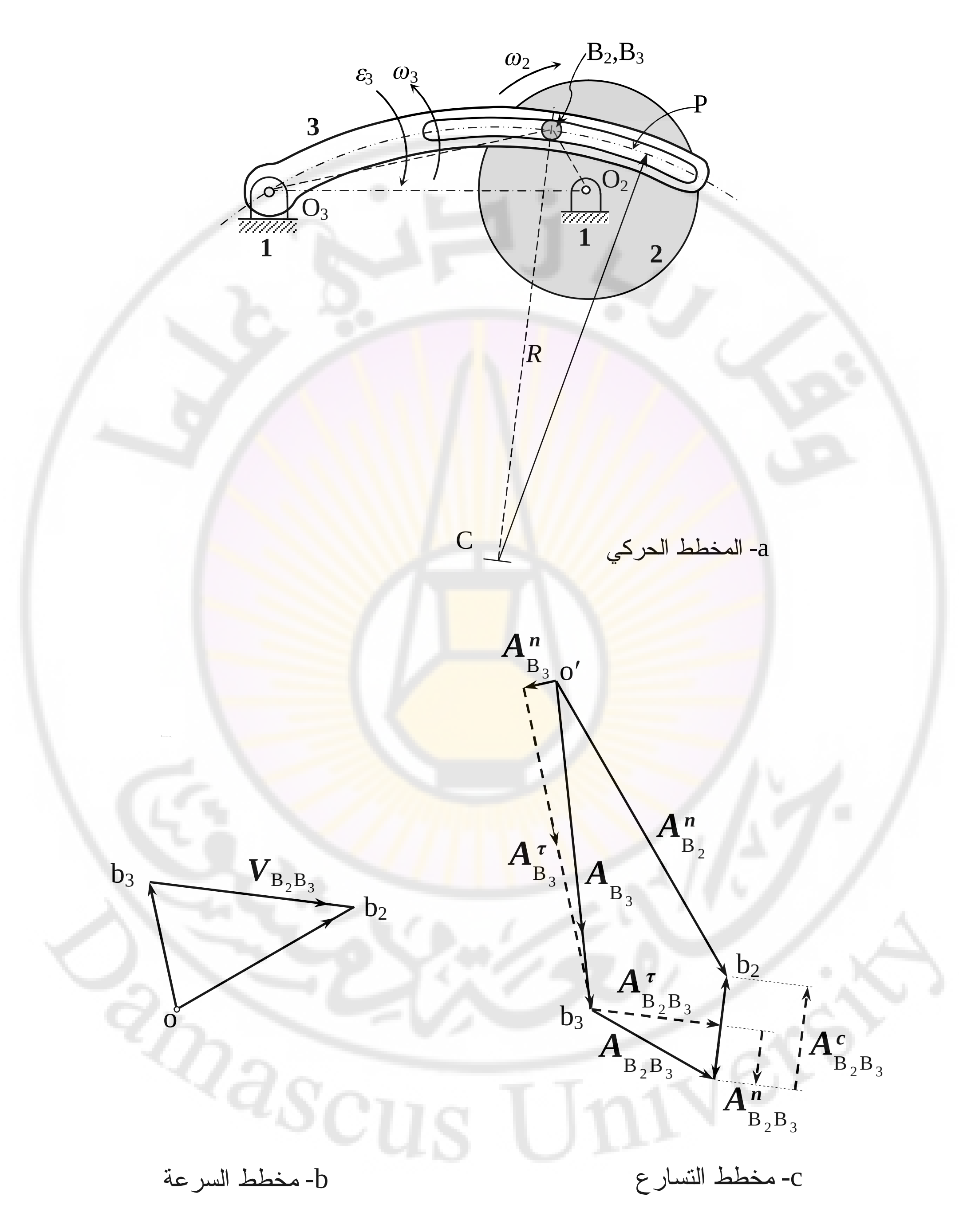
وباتجاه عمودي على $O_2B_2$ ، ويوافق اتجاه دوران $\omega_2$ .

وكونه نقطة تتحرك على الوصلة 3 ، فإن سرعة المسمار $B_2$ المنطبقة على $B_3$ من الوصلة 3 تعطى بالعلاقة الشعاعية:

$$\boldsymbol{V}_{B_2} = \boldsymbol{V}_{B_3} + \boldsymbol{V}_{B_2B_3}$$

باختيار مقياس مناسب لرسم مخطط السرعة ($50 \text{ cm/sec} \equiv 1 \text{ cm}$) ، حيث تمثل العلاقة الشعاعية وفقاً للخطوات المتبعة سابقاً ، مع الإشارة إلى أن:

- منحى السرعة $\boldsymbol{V}_{B_3}$ عمودي على $O_3B_3$ .
- منحى السرعة $\boldsymbol{V}_{B_2B_3}$ مماسي للمسار المنحني P ؛ أي عمودي على $CB_3$ .




(الشكل-3-11) مخططات حركة تركيبة آلية بسيطة .

ينتج من إجراء القياسات على مخطط السرعة المبين في b في (الشـكل-3-11) ، وتحويلها إلى قيم حقيقية أن:

$$V_{B_3} = 95 \text{ cm/sec} \quad , \quad V_{B_3B_2} = 150 \text{ cm/sec}$$

وبالاتجاهات المبينة على المخطط ، كما أن السرعة الزاوية للوصلة 3 ، هي:

$$w_3 = V_{B_3} / O_3B_3 = 7.6 \text{ rad/sec} - \text{ccw}$$

3. دراسة التسارع

بما أن السرعة الزاوية للوصلة 2 ثابتة ، فإن المركبـة المماسـية لتسـارع $B_2$ تساوي الصفر ، وتصبح المعادلة الشعاعية للتسارع استناداً إلى العلاقة:

$$\boldsymbol{A}^n_{B_2} = \boldsymbol{A}^n_{B_3} + \boldsymbol{A}^\tau_{B_3} + \boldsymbol{A}^n_{B_2B_3} + \boldsymbol{A}^\tau_{B_2B_3} + \boldsymbol{A}^c_{B_2B_3}$$

حيث:

$A^n_{B_2} = O_2B_2 \, . w_2^2 = 7500 \text{ cm/sec}^2$ ، ويتجه من النقطة $B_2$ إلى المسند الثابت $O_2$ .

$A^n_{B_3} = O_3B_3 \, . w_3^2 = 722 \text{ cm/sec}^2$ ، ويتجه من النقطة $B_3$ إلى المسند الثابت $O_3$ .

$A^n_{B_2B_3} = V^2_{B_2B_3} / R = 1184 \text{ cm/sec}^2$ ، ويتجه من النقطة $B_2$ إلى مركز الانحناء $C$ .

$A^c_{B_2B_3} = 2\, w_3 . V_{B_2B_3} = 2280 \text{ cm/sec}^2$ ، ويتجه من مركز الانحناء $C$ إلى النقطة $B_2$ .

ينتج اتجاه مركبة تسارع كوريوليس من تدوير شعاع السرعة النسـبية $\boldsymbol{V}_{B_2B_3}$ بزاوية $90^o$ باتجاه دوران الوصلة التي يحدث عليها الانزلاق $\omega_3$ ، أما المركبة الناظميـة للتسارع النسبي ، فهي تتجه من النقطة إلى مركز انحناء المسار المقيد للحركة .

يمكن عندئذ رسم مخطط التسارع المبين في c فـي (الشـكل-3-11) ، باختيـار مقياس رسم مناسب $(1500 \text{ cm/sec}^2 \equiv 1 \text{ cm})$ ، علماً أن منحى المركبة المماسية لتسارع $B_3$ هو عمودي على $O_3B_3$ ، بينما منحى المركبة المماسية للتسارع النسبي هـو مماسـي لمسار المنحني P . ينتج من مخطط التسارع ، أن:

$$A^t_{B_2B_3} = 2850 \text{ cm/sec}^2 \;,\; A^t_{B_3} = 7100 \text{ cm/sec}^2 \;,\; A_{B_2} = 7200 \text{ cm/sec}^2$$

بالاتجاهات المبينة على المخطط . أما التسارع الزاوي للوصلة 3 ، فهو:

$$e_3 = A^t_{B_3} / O_3B_3 = 568 \text{ rad/sec}^2 - \text{cw}$$

### 3-6- الحركة النسبية عند نقاط تماس تدحرج صرف

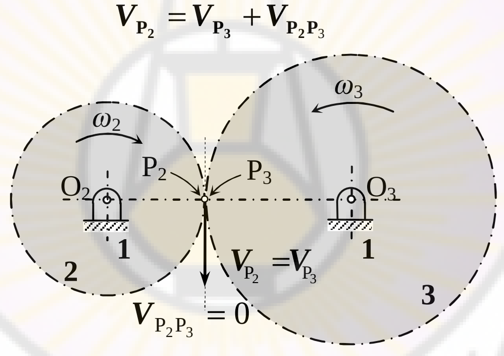
***Relative Motion at Contact Points in Rolling***

يعد الازدواج التدحرجي أحد الوسائل المهمة المستعملة في تقييد الحركة بين وصلتين ؛ نظراً لكونه أساسياً في نقل الحركة بوساطة المسننات . يتم ذلك بتقييد حركة وصلة بالتدحرج على وصلة أخرى دون انزلاق نسبي بين سطحي الوصلتين عند نقطة التماس . يبين (الشكل-3-12) دائرتي الخطوة 3 , 2 لمسننين ، حيث الحركة عند نقطة التماس P هي تدحرج صرف ، وتدعى بنقطة التدحرج .

ومن الواضح وجود نقطتين متطابقتين عند التماس ، حيث تنطبق $P_2$ من الوصلة 2 على $P_3$ من الوصلة 3 ، كما أن نقطة التماس تقع على الخط الواصل بين مركزي الدائرتين $O_2O_3$ .

يمكن استناداً إلى المفهوم العام للحركة النسبية بين نقطتين كتابة العلاقة الشعاعية:

$$\boldsymbol{V}_{\mathbf{P_2}} = \boldsymbol{V}_{\mathbf{P_3}} + \boldsymbol{V}_{\mathbf{P_2P_3}}$$




(الشكل-3-12) دائرتي الخطوة لمسننين .

لكن بما أن الحركة عند نقطة التماس هي تدحرج صرف دون انزلاق ، فإنه لا يمكن حدوث حركة نسبية بين $P_2 , P_3$ باتجاه المماس المشترك للدائرتين عندهما ؛ إضافة إلى عدم وجود سرعة نسبية باتجاه الناظم المشترك $O_2O_3$ ؛ لأن الوصلتين صلبتان ، وأي حركة نسبية بهذا الاتجاه تعني فقدان التماس بينهما ، ينتج إذن أن:

$$\boldsymbol{V}_{\mathbf{P_2P_3}} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad \boldsymbol{V}_{\mathbf{P_2}} = \boldsymbol{V}_{\mathbf{P_3}}$$

وبالتالي فإن النقطتين المتطابقتين عند تماس تدحرجي صرف لهما السرعة نفسها قيمة ، واتجاهاً كما في الشكل ، من الواضح عندئذ أن:

$$\frac{w_2}{w_3} = \frac{O_3P_3}{O_2P_2} \qquad (21\text{-}3)$$

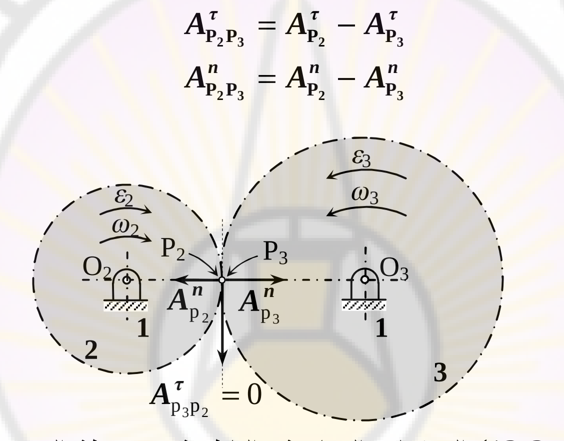
أما التسارع النسبي بين النقطتين المتطابقتين ، فإنه يمكن تمثيله بمركبتين:

مماسية $\boldsymbol{A}^{\tau}_{\mathrm{P_2P_3}}$ باتجاه المماس المشترك لسطحي الوصلتين عند نقطة التماس .

ناظمية $\boldsymbol{A}^{n}_{\mathrm{P_2P_3}}$ باتجاه الناظم المشترك ، أي خط المركزين $O_2O_3$ المار بنقطة التماس .

لكن يلاحظ من (الشكل-3-13) أن منحى المركبة المماسية $\boldsymbol{A}^{\tau}_{\mathrm{P_2}}$ للتسارع المطلق للنقطة $P_2$ ، هو نفسه منحى المركبة المماسية $\boldsymbol{A}^{\tau}_{\mathrm{P_3}}$ للتسارع المطلق للنقطة $P_3$ ؛ أي المماس المشترك ، كما أن منحى المركبتين الناظميتين $\boldsymbol{A}^{n}_{\mathrm{P_2}}, \boldsymbol{A}^{n}_{\mathrm{P_3}}$ هو نفسه الناظم المشترك ؛ لذا يمكن كتابة العلاقتين الشعاعيتين:

$$\boldsymbol{A}^{\tau}_{\mathrm{P_2P_3}} = \boldsymbol{A}^{\tau}_{\mathrm{P_2}} - \boldsymbol{A}^{\tau}_{\mathrm{P_3}}$$
$$\boldsymbol{A}^{n}_{\mathrm{P_2P_3}} = \boldsymbol{A}^{n}_{\mathrm{P_2}} - \boldsymbol{A}^{n}_{\mathrm{P_3}}$$




(الشكل-3-13) المركبات المماسية والناظمية عند نقطة التدحرج .

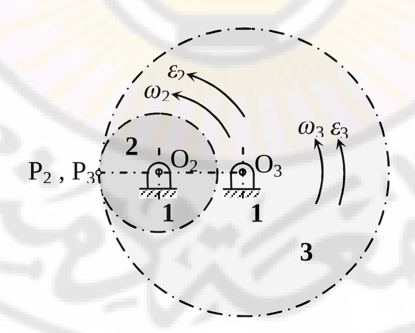
بما أن شرط عدم وجود انزلاق يستلزم عدم وجود حركة نسبية بين النقطتين باتجاه المماس المشترك ، فإن المركبتين $\boldsymbol{A}^{\tau}_{\mathrm{P_2}} , \boldsymbol{A}^{\tau}_{\mathrm{P_3}}$ متماثلتان قيمةً ، واتجاهاً ؛ وبالتالي المركبة المماسية للتسارع النسبي معدومة $(\boldsymbol{A}^{\tau}_{\mathrm{P_2P_3}} = 0)$ .

أما المركبة الناظمية لتسارع النقطة $P_2$ ؛ فإنها تتجه من النقطة $P_2$ إلى مركز الدوران $O_2$ ، بينما تلك لتسارع النقطة $P_3$ ، فإنها تتجه من النقطة $P_3$ إلى مركز الدوران $O_3$ ، كما في (الشكل-3-13) . من الواضح أن هاتين المركبتين متعاكستان بالاتجاه مع كونهما على منحى واحد $O_2O_3$ ؛ أي: إن تطبيق العلاقة الشعاعية للمركبات الناظمية يؤدي إلى أن قيمة المركبة الناظمية للتسارع النسبي $\boldsymbol{A}^{n}_{\mathrm{P_2P_3}}$ هي مجموع قيمتي المركبتين الناظمتين $\boldsymbol{A}^{n}_{\mathrm{P_2}}, \boldsymbol{A}^{n}_{\mathrm{P_3}}$ ، أما اتجاهها فهو من النقطة $P_2$ إلى مركز الدوران $O_2$ ، بينما $\boldsymbol{A}^{n}_{\mathrm{P_3P_2}}$ ، فإنها لها القيمة نفسها ، لكن باتجاه من النقطة $P_3$ إلى مركز الدوران $O_3$ .

من المهم إذن الانتباه إلى وجود تسارع نسبي ناظمي رغم أن التسارع النسبي المماسي يساوي الصفر . يلاحظ أنه ليس من الضروري رسم مخطط تسارع عندما يكون المركزان $O_2$ , $O_3$ ثابتين ؛ إذ يمكن تعيين التسارعات $A_{P_3}$ و $\varepsilon_3$ بسهولة استناداً إلى التحليل السابق بدلالة المعطيات الحركية للمسنن 2 ، أي $\omega_2$ , $\varepsilon_2$ ، ونسبة طولي قطري المسننين . تعين السرعة الزاوية $\omega_3$ من العلاقة (3-21) ، أما التسارع الزاوي $\varepsilon_3$ فإنه يحسب من $(A^{\tau}_{P_2} = A^{\tau}_{P_3})$ ، أو من اشتقاق العلاقة (3-21) . يتم بعدئذ تعيين مركبتي تسارع النقطة $P_2$ ؛ وبالتالي جمعهما شعاعياً للحصول على $A_{P_3}$ .

يلاحظ في الحالة السابقة أن نقطة التماس أي نقطة التدحرج وقعت بين مركزي المسننين الثابتين ، مما نتج منه أن المسننين يدوران باتجاهين متعاكسين ؛ بالتالي السرعتان الزاويتان $\omega_2$ و $\omega_3$ متعاكستان بالاتجاه ، وكذلك الأمر بالنسبة للتسارعين الزاويين $\varepsilon_2$ و $\varepsilon_3$ .

أما إذا وقعت نقطة التماس خارج مركزي المسننين الثابتين كما في (الشكل-3-14) ، فإن المسننين سيدوران بجهة واحدة ، وسيكون للسرعتين الزاويتين $\omega_2$ و $\omega_3$ والتسارعين الزاويين $\varepsilon_2$ و $\varepsilon_3$ جهة الدوران نفسها ، كما أن التحليل السابق للسرعة ، والتسارع عند نقطة تماس التدحرج الصرف لن يختلف في هذه الحالة .



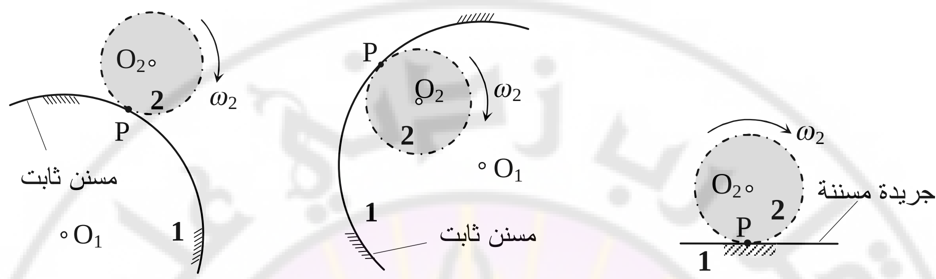

نقطة التماس خارج مركزي المسننين الثابتين .

(الشكل-3-14)

تعدّ الحالتان السابقتان لتدحرج مسننين مركزاهما ثابتان الأكثر شيوعاً من الناحية العملية ، إلا أنه يمكن أن تُصادَف حالتان خاصتان للنقاط المتطابقة عند نقطة تماس تدحرج صرف .

- الحالة الأولى

تدحرج مسنن دائري على جريدة مسننة ثابتة أو مسنن آخــر ثابــت ، كمــا فــي (الشكل-3-15) .



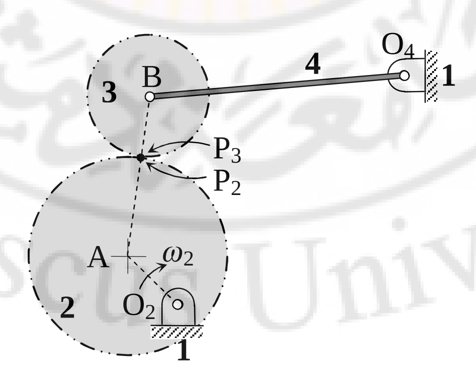

تدحرج مسنن دائري على جريدة مسننة ثابتة أو مسنن آخر ثابت .

(الشكل-3-15)

يلاحظ في هذه الحالة أن نقطة التماس P هي مركز آنــي للــدوران ، وبمــا أن الحركة هي تدحرج بدون انزلاق ، فإن سرعة هذه النقطة المشتركة بــين المســننين 1 و 2 معدومة $(\boldsymbol{V}_p = 0)$ كون أحد المسننين ثابتاً . أما التسارع الخطي لهذه النقطة ، فهــو غيــر معدوم ، ويمكن إيجاده بسهولة من دراسة الحركة النسبية بين نقطــة التمــاس P ، ونقطــة أخرى نعدّها قطباً مثل مركز المسنن المتدحرج $O_2$ .

- الحالة الثانية

تدحرج مسننين دائرين على بعضهما ، ومركزاهما متحركان ، كما في (الشكل-3-16) .




تدحرج مسننين دائرين على بعضهما ومركزاهما متحركان .

(الشكل-3-16)

يلاحظ أن هذه الحالة مشابهة من حيث التحليل للحركة بين مسننين مركزاهما ثابتان ؛ إذ إن الحركة عند نقطة التماس هي تدحرج صرف دون انزلاق ؛ أي لا يمكن حدوث حركة نسبية بين النقطتين $P_2$ , $P_3$ باتجاه المماس المشترك للدائرتين عندهما ؛ إضافة إلى عدم وجود سرعة نسبية باتجاه الناظم المشترك ، لأن الوصلتين صلبتان ، وأي حركة نسبية بهذا الاتجاه تعني فقدان التماس بينهما . ينتج إذن أن:

$$\boldsymbol{A}^{\tau}_{\mathrm{P_2P_3}} = 0 \quad , \quad \boldsymbol{V}_{\mathrm{P_2P_3}} = 0$$

تجدر الإشارة هنا إلى أنه من الضروري رسم مخططي السرعة ، والتسارع لتحديد سرعة ، وتسارع كل من النقطتين $P_2$ و $P_3$ ، مع ملاحظة أن المسافة بين مركزي المسننين ثابتة ؛ لأن مجموع نصفي قطريهما يبقى ثابتاً طيلة فترة الحركة .

**مسألة-3-4**

يبين الرسم التوضيحي a في (الشكل-3-17) المخطط الحركي لتركيبة آلية تفاضلية الشوط . الوصلتان 3 , 2 هما مسننان يتعشقان عند P .

فإذا دار المسنن 2 بسرعة زاوية ثابتة قدرها ($\omega_2 = 100$ rad/sec) باتجاه حركة عقارب الساعة ، المطلوب دراسة حركة التركيبة عند الوضع المبين في الشكل .

علماً أن:

$$O_3C = O_2P = 75\ \text{mm} \quad , \quad O_3P = DE = 100\ \text{mm} \quad , \quad O_2B = 50\ \text{mm}$$

$$CE = 125\ \text{mm} \quad , \quad BD = 150\ \text{mm} \quad , \quad DG = 200\ \text{mm} \quad , \quad CF = 250\ \text{mm}$$

**الحل**:

1. المخطط الحركي

يرسم المخطط الحركي استناداً إلى أطوال الوصلات بمقياس 1/5 ، كما في a في (الشكل-3-17) .

2. دراسة السرع بطريقة مخطط السرعة

إن سرعة B كنقطة من الوصلة 2 بالنسبة للمركز الثابت $O_2$ ، هي سرعة مطلقة قيمتها:

$$V_B = O_2B \times \omega_2 = 50 \times 100 = 5000\ \text{mm/sec} \quad \rightarrow$$

وباتجاه عمودي على $O_2B$ ويوافق اتجاه $\omega_2$ .

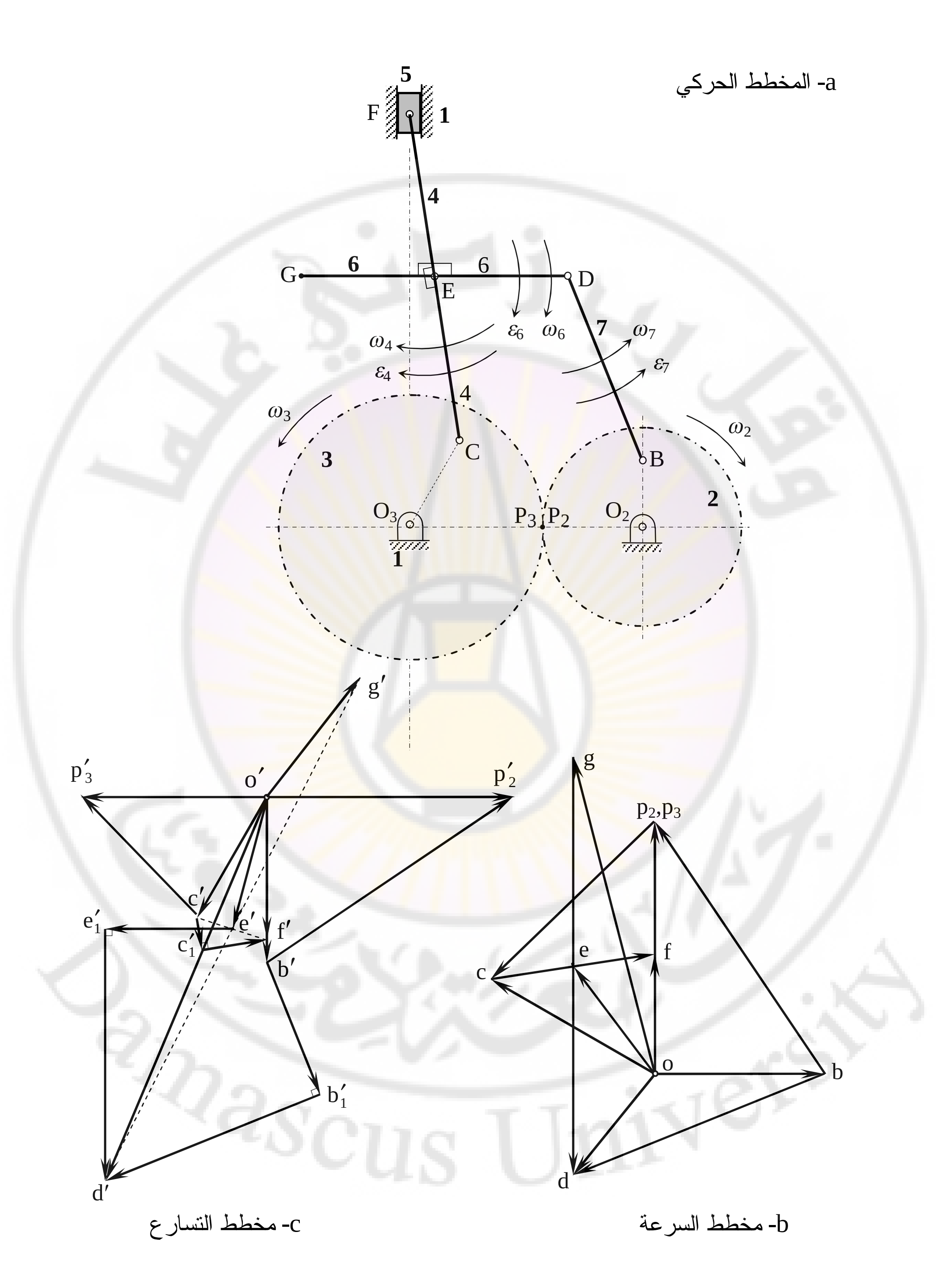
استناداً إلى قيمة $V_B$ يمكن اختيار مقياس مناسب لرسم مخطط السرعة ، ولـيكن (2000 mm/sec ≡ 1 cm) ، وذلك كالآتي:

1. باختيار قطب o يمثل النقاط ذات السرعة المعدومة . نرسم شعاعاً **ob** يمثل متجه سرعة النقطة B .
2. نحصل على سرعة P كونها نقطة $P_2$ من الوصلة 2 ، وذلك برسم من القطب o خط عمودي على $O_2P_2$ يمثل منحى السرعة $V_{P_2}$ ، بينما نرسم من النقطة b خطاً عمودياً على $P_2B$ يمثل منحى السرعة $V_{P_2B}$ ، يتقاطع هذان الخطان في النقطة $p_2$ .
3. كون P نقطة تدحرج للوصلتين 2 , 3 يكون فيها $(V_{P_2} = V_{P_3})$ ؛ بالتالي فإن النقطة $p_3$ تنطبق على النقطة $p_2$ .
4. برسم من القطب o خط عمودي على $O_3C$ يمثل منحى السرعة $V_C$ ، بينما نرسم من $p_3$ خطاً عمودياً على $P_3C$ يمثل منحى السرعة $V_{CP_3}$ ، يتقاطع هذان الخطان في النقطة c .
5. برسم من القطب o خط شاقولي يمثل منحى السرعة $V_F$ ، بينما نرسم من النقطة c خطاً عمودياً على الوصلة FC يمثل منحى السرعة $V_{FC}$ ، يتقاطع هذان الخطان في النقطة f .
6. تحدد النقطة e على الخط cf وفق العلاقة:

$$ce = \frac{CE}{CF} cf$$

7. برسم من النقطة e خط عمودي على الوصلة ED يمثل منحى السرعة $V_{DE}$ ، بينما نرسم من النقطة b خطاً عمودياً على الوصلة BD يمثل منحى السرعة $V_{DB}$ ، يتقاطع هذان الخطان في النقطة d .
8. تحدد النقطة g على الخط de وفق العلاقة:

$$gd = \frac{GD}{ED} ed$$




(الشكل-3-17) مخططات حركة تركيبية آلية تفاضلية الشوط .

إن المخطط الناتج المبين في b في (الشكل-3-17) ، هو مخطط سرعة التركيبة الآلية في هذه الوضعية ، وإن الأشعة المنطلقة من القطب إلى النقاط على مخطط السرعة تمثل السرعات المطلقة للنقاط الموافقة لها على التركيبة ، بينما الأشعة الواصلة بين أي نقطتين على المخطط السرعة تمثل السرعة النسبية لهاتين النقطتين على التركيبة ، على أن توجه هذه الأشعة بحيث تدل على سرعة نقطة رأس الشعاع بالنسبة لنقطة بدايته ، وهذه الاتجاهات مبينة على المخطط .

9. بقياس أطوال الأشعة ومن ثم تحويل هذه الأطوال إلى قيم حقيقية للسرعات باستعمال مقياس رسم المخطط نحصل على:

$$\mathrm{op} \equiv V_\mathrm{P} \Rightarrow V_\mathrm{P} = \mathrm{op} \times 2000 = 3.75 \times 2000 = 7500 \text{ mm/sec}$$

$$\mathrm{oc} \equiv V_\mathrm{C} \Rightarrow V_\mathrm{C} = \mathrm{oc} \times 2000 = 2.81 \times 2000 = 5620 \text{ mm/sec}$$

$$\mathrm{of} \equiv V_\mathrm{F} \Rightarrow V_\mathrm{F} = \mathrm{of} \times 2000 = 1.8 \times 2000 = 3600 \text{ mm/sec}$$

$$\mathrm{oe} \equiv V_\mathrm{E} \Rightarrow V_\mathrm{E} = \mathrm{oe} \times 2000 = 2 \times 2000 = 4000 \text{ mm/sec}$$

$$\mathrm{od} \equiv V_\mathrm{D} \Rightarrow V_\mathrm{D} = \mathrm{od} \times 2000 = 1.95 \times 2000 = 3900 \text{ mm/sec}$$

$$\mathrm{og} \equiv V_\mathrm{G} \Rightarrow V_\mathrm{G} = \mathrm{og} \times 2000 = 4.85 \times 2000 = 9700 \text{ mm/sec}$$

أما قيم السرعات الزاوية للوصلات فنحصل عليها وفق العلاقات الآتية:

$$\omega_3 = \frac{\mathrm{O_2P_2}}{\mathrm{O_3P_3}} \times \omega_2 = 75 \text{ rad/sec}$$

واتجاهها بعكس اتجاه دوران $\omega_2$ ، لأن نقطة التدحرج تقع بين مركزي الدوران $O_2$ , $O_3$ .

$$\omega_4 = \omega_\mathrm{FC} = \frac{V_\mathrm{FC}}{\mathrm{FC}} = \frac{\mathrm{fc} \times 2000}{\mathrm{FC}} = \frac{2.45 \times 2000}{250} = 19.6 \text{ rad/sec} - \text{cw}$$

$$w_5 = 0$$

$$\omega_6 = \omega_\mathrm{ED} = \frac{V_\mathrm{DE}}{\mathrm{DE}} = \frac{\mathrm{de} \times 2000}{\mathrm{DE}} = \frac{3.1 \times 2000}{100} = 62 \text{ rad/sec} - \text{cw}$$

$$\omega_7 = \omega_\mathrm{DB} = \frac{V_\mathrm{DB}}{\mathrm{DB}} = \frac{\mathrm{db} \times 2000}{\mathrm{DB}} = \frac{4 \times 2000}{150} = 53.3 \text{ rad/sec} - \text{ccw}$$

3. دراسة التسارع بطريقة مخطط التسارع

بما أن السرعة الزاوية للوصلة 2 ثابتة ؛ أي إن التسارع الزاوي $(\varepsilon_2 = 0)$ لهـا معدوم ، والتسارع المماسي للنقطة B معدوم $(\boldsymbol{A_B^t} = 0)$ ؛ وبالتالي التسارع المطلق للنقطة B هو ناظمي فقط يتجه من النقطة B إلى مركز الدوران $O_2$ ، حيث:

$$A_B = A_B^n = O_2B \times \omega_2^2 = 50(100)^2 = 500000\ \text{mm/sec}^2$$

كما يمكننا تعيين المركبات الناظمية الآتية قيمة ، واتجاهاً:

$$A_{P_2}^n = O_2P \times \omega_2^2 = 75(100)^2 = 750000\ \text{mm/sec}^2$$

باتجاه من النقطة $P_2$ إلى مركز الدوران $O_2$ .

$$A_{P_3}^n = O_3P \times \omega_3^2 = 100(75)^2 = 562500\ \text{mm/sec}^2$$

باتجاه من النقطة $P_3$ إلى مركز الدوران $O_3$ .

$$A_{FC}^n = FC \times \omega_4^2 = 250(19.6)^2 = 96040\ \text{mm/sec}^2$$

باتجاه من النقطة F إلى النقطة C .

$$A_{DE}^n = DE \times \omega_6^2 = 100(62)^2 = 384400\ \text{mm/sec}^2$$

باتجاه من النقطة D إلى النقطة E .

$$A_{DB}^n = DB \times \omega_7^2 = 150(53.3)^2 = 426133\ \text{mm/sec}^2$$

باتجاه من النقطة D إلى النقطة B .

استناداً إلى هذه القيم يمكن اختيار مقياس مناسب لرسم مخطط التسـارع ، ولـيكن $(200000\ \text{mm/sec}^2 \equiv 1\ \text{cm})$ ، وذلك كما يأتي:

1. برسم من القطب $o'$ شعاع $\boldsymbol{o'b'}$ يمثل التسارع $(A_B = A_B^n)$ .

2. برسم من القطب $o'$ خط أفقي يوازي $O_2P$ يمثل منحى التسارع الناظمي $A_{P_2}^n$ ، بينما نرسم من النقطة $b'$ خطاً موازياً لــ $P_2B$ يمثل منحى التسارع النـاظمي $A_{P_2B}^n$ ، يتقاطع هذان الخطان في النقطة $p'_2$ .

3. برسم من النقطة $p'_2$ خط أفقي يوازي خط المركـــزين $O_2O_3$ يمثــل منحـــى التسارع الناظمي النسبي $A^n_{P_3P_2}$ ، ونحدد عليه النقطة $p'_3$ وفق الطـــول $p'_2p'_3$ الذي يساوي:

$$p'_2p'_3 = p'_2o'_2 + o'_3p'_3$$

حيث:

$$p'_2o'_2 \equiv A^n_{P_2} \equiv 3.75\ cm \qquad , \qquad o'_3p'_3 \equiv A^n_{P_3} \equiv 2.81\ cm$$

4. برسم من النقطة $p'_3$ خط يوازي $P_3C$ يمثل منحى التسارع الناظمي النسبي $A^n_{CP_3}$ ، بينما نرسم من القطب $o'$ خطاً موازياً لــ $O_3C$ يمثل منحى التسارع النـــاظمي النسبي $A^n_{CO_3}$ ، يتقاطع هذان الخطان في النقطة $c'$ .

5. برسم من النقطة $c'$ شعاعاً $\mathbf{c'c'_1}$ يمثل التسارع الناظمي النسبي $A^n_{FC}$ ، بحيث يكون موازياً للوصلة FC ، ويتجه من النقطة F إلى النقطة C ، وبطول يكافئ طويلة $A^n_{FC}$ ، ونقيم عليه عموداً من النقطة $c'_1$ يمثل منحى التســـارع المماســـي النسبي $A^\tau_{FC}$ ، بينما نرسم من القطب $o'$ خطاً شاقولياً يوازي مسار المنزلقة F ويمثل منحى التسارع المطلق $A_F$ ، يتقاطع هذان الخطان في النقطة $f'$ .

6. تحدد النقطة $e'$ على الخط $c'f'$ وفق العلاقة:

$$c'e' = \frac{CE}{CF} c'f'$$

7. برسم من النقطة $e'$ شعاعاً $\mathbf{e'e'_1}$ يمثل التسارع الناظمي النسبي $A^n_{DE}$ ، بحيث يكون موازياً للوصلة DE ، ويتجه من النقطة D إلى النقطة E ، وبطول يكافئ طويلة التسارع $A^n_{DE}$ ، ونقيم عليه عموداً من النقطة $e'_1$ يمثل منحـــى التســـارع المماسي النسبي $A^\tau_{DE}$ ، بينما نرسم من النقطة $b'$ شعاعاً $\mathbf{b'b'_1}$ يمثل التسارع الناظمي النسبي $A^n_{DB}$ ، بحيث يكون موازياً للوصلة DB ، ويتجه من النقطة D إلى النقطة B ، وبطول يكافئ طويلة التسارع $A^n_{DB}$ ، ونقيم عليه عموداً من النقطة $b'_1$ يمثل منحى التسارع المماسي النسبي $A^\tau_{DB}$ ، يتقاطع هـــذان العمـــودان فـــي النقطة $d'$ .

8. تحدد $g'$ على الخط $d'e'$ وفق العلاقة:

$$g'd' = \frac{GD}{ED} e'd'$$

إن المخطط الناتج المبين في c في (الشكل-3-17) ، هو مخطط تسارع التركيبة الآلية في هذه الوضعية ، وإن الأشعة المنطلقة من القطب إلى النقاط المزودة بإشارة فتحة على مخطط التسارع ، تمثل التسارعات المطلقة للنقاط الموافقة لها على التركيبة ، بينما الأشعة الواصلة بين أي نقطتين مزودة بإشارة فتحة على مخطط التسارع تمثل التسارعات النسبية لهاتين النقطتين على التركيبة ، على أن توجه هذه الأشعة بحيث تدل على تسارع نقطة رأس الشعاع بالنسبة لنقطة بدايته ، وهذه الاتجاهات مبينة على المخطط .

9. بقياس أطوال الأشعة الممثلة للتسارعات المطلقة ، ومن ثم تحويل هذه الأطوال إلى قيم حقيقية للتسارعات باستعمال مقياس رسم المخطط ، نحصل على:

$$o'c' \equiv A_C \quad \Rightarrow A_C = o'c' \times 200000 = 2.1 \times 200000 = 420000 \text{ mm/sec}^2$$

$$o'f' \equiv A_F \quad \Rightarrow A_F = o'f' \times 200000 = 2.15 \times 200000 = 430000 \text{ mm/sec}^2$$

$$o'e' \equiv A_E \quad \Rightarrow A_E = o'e' \times 20000 = 2.05 \times 200000 = 410000 \text{ mm/sec}^2$$

$$o'd' \equiv A_D \quad \Rightarrow A_D = o'd' \times 200000 = 6.3 \times 200000 = 1260000 \text{ mm/sec}^2$$

$$o'g' \equiv A_G \quad \Rightarrow A_G = o'g' \times 200000 = 2.3 \times 200000 = 460000 \text{ mm/sec}^2$$

أما المركبات المماسية لهذه التسارعات ، فإنها ممثلة بالأشعة:

$$c_1'f' \equiv A_{FC}^{\tau} \quad \Rightarrow A_{FC}^{\tau} = c_1'f' \times 200000 = 1 \times 200000 = 200000 \text{ mm/sec}^2$$

$$e_1'd' \equiv A_{DE}^{\tau} \quad \Rightarrow A_{DE}^{\tau} = e_1'd' \times 200000 = 3.8 \times 200000 = 760000 \text{ mm/sec}^2$$

$$b_1'd' \equiv A_{DB}^{\tau} \quad \Rightarrow A_{DB}^{\tau} = b_1'd' \times 200000 = 3.5 \times 200000 = 700000 \text{ mm/sec}^2$$

يمكن من ذلك تعيين التسارعات الزاوية للوصلات من العلاقات الآتية:

$$\varepsilon_4 = A_{FC}^{\tau} / FC = 800 \text{ rad/sec}^2 - cw$$

$$\varepsilon_6 = A_{DE}^{\tau} / DE = 7600 \text{ rad/sec}^2 - cw$$

$$\varepsilon_7 = A_{DB}^{\tau} / DB = 4667 \text{ rad/sec}^2 - ccw$$

وبالاتجاهات المبينة على الشكل لتتفق مع اتجاهات أشعة المركبات المماسية المناسبة .

## 3-7-المركز اللحظي للسرعات *Instantaneous Velocity Centre*

نعلم من علم الحركة أنه يمكن عد الحركة العامة لجسم صلب في لحظة ما ، مكافئة لحركة دوران هذا الجسم حول نقطة ثابتة لحظياً في الفراغ . انطلاقاً من هذا المفهوم يمكن تعريف المركز اللحظي للسرعات بأنه:

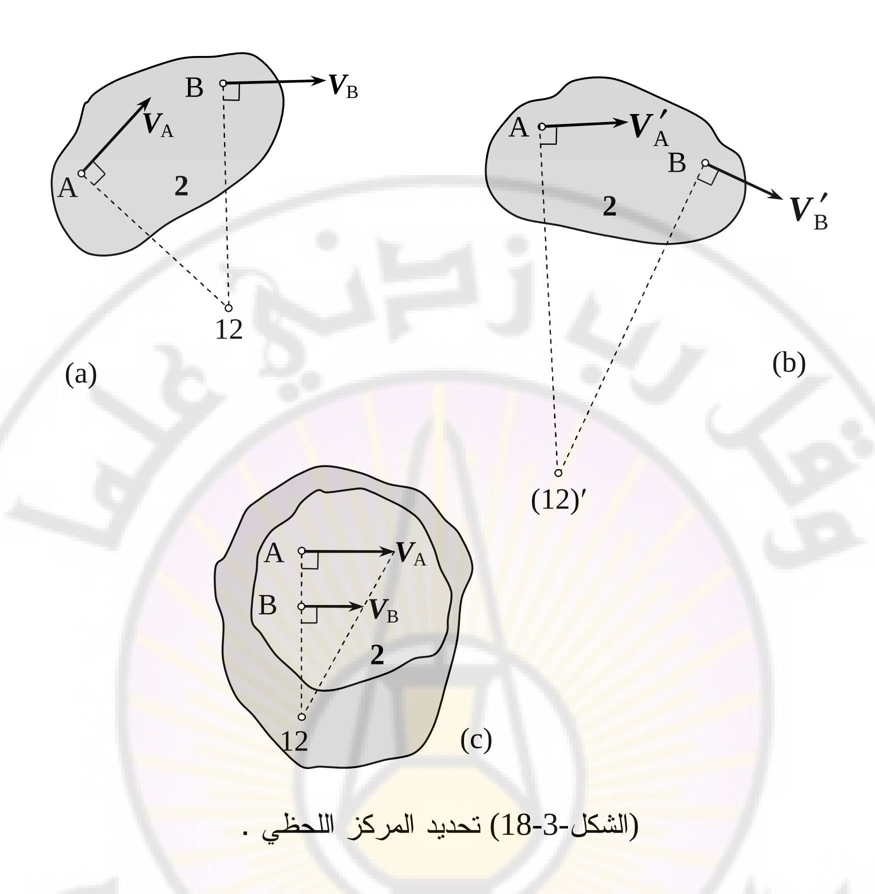
نقطة يدور حولها جسم بالنسبة لجسم آخر إما بشكل دائم أو لحظي ، حيث تكون هذه النقطة مشتركة بين الجسمين ، ولها السرعة الخطية نفسها في كل منهما بالنسبة لأي جسم آخر ؛ أي لا يوجد عندها سرعة نسبية بينهما ، ويمكن لهذه النقطة أن تكون ثابتة أو متحركة .

بينا سابقاً أننا سنقتصر في دراستنا على تحليل الحركة المستوية ؛ وبالتالي فإن المراكز اللحظية كافة تقع في مستوى الحركة . في حال كون المركز اللحظي متحركاً ، فإنه يرسم خلال حركة الجسمين منحنياً أملس يسمى المحل الهندسي للمركز اللحظي . في حالة دوران جسم صلب يكون منحى السرعة الخطية لأية نقطة من نقاطه عمودياً على نصف قطر الدوران عند هذه النقطة ؛ لذا ينتج من التعريف السابق أنه يكفي لإيجاد المركز اللحظي بين جسمين معرفة منحى سرعة نقطتين مختلفين من أحدهما بالنسبة للآخر .

يمكن توضيح ذلك من خلال (الشكل-3-18) حيث يتحرك الجسم 2 بالنسبة للمستوي الثابت 1 . إذا كانت سرعتا النقطتين A , B من هذا الجسم هما $\boldsymbol{V_A}$ , $\boldsymbol{V_B}$ بالنسبة إلى المستوي 1 ، فإن المركز اللحظي (12) هو نقطة تقاطع الخطين المنشأين عمودياً على منحى كل من هاتين السرعتين ، كما في المخطط a في (الشكل-3-18) . من الواضح أن موقع المركز اللحظي لا يتأثر باتجاه كل من السرعتين ؛ وإنما فقط بمنحى كل منهما . ينتج من ذلك أن المركز (12) هو المركز (21) نفسه ؛ إذ لا يحصل تغيير في منحى السرعات النسبية عند انعكاس الحركة ؛ وإنما يتغير اتجاه هذه السرعات ؛ أي إن:

$$\boldsymbol{V}_{12} = -\boldsymbol{V}_{21}$$

إذا تحرك الجسم 2 إلى الوضع المبين في b في (الشكل-3-18) ، بحيث يتغير منحى كل من سرعتي النقطتين A , B ، فإن المركز اللحظي يصبح ′(12) ؛ أي إن هذا المركز قد غير موقعه خلال حركة الجسم ، فهو إذن مركز لحظي متغير .




(الشكل-3-18) تحديد المركز اللحظي .

يحدث في بعض الحالات أن يتطابق العمودان المنشآن على كل من شعاعي السرعة عند النقطتين A , B . لا يمكن عندئذ تحديد موقع المركز اللحظي إلا إذا علمت قيمة كل من السرعتين ؛ أي طول كل شعاع سرعة ، حيث يكون المركز اللحظي هو نقطة تقاطع العمود المشترك المنشأ عند النقطتين A , B مع الخط الواصل بين نهايتي شعاعي السرعة ، كما في الحالة c في (الشكل-3-18) .

كما يتضح من (الشكل-3-18) أن مفهوم النقطة المشتركة بين الجسمين الذي ورد في تعريف المركز اللحظي ، لا يعني ضرورة وقوع هذا المركز ضمن الحدود الفيزيائية لأي من الجسمين ؛ إذ يمكن النظر إلى أي جسم ذي حركة مستوية بأنه غير محدود الأبعاد ضمن مستوي الحركة . إن ذلك لا يؤثر على الاطلاق في الحركة النسبية بين الجسمين قيد الدراسة ، مثال ذلك: توسيع الجسم 2 ليشمل المركز (12) لن يغير بأي حال من الأحوال سرعة كل من النقطتين A , B بالنسبة إلى المستوي 1 .

### 3-8- نظرية استقامة ثلاثة مراكز لحظية

***Three Instantaneous Centers in Line Theorem***

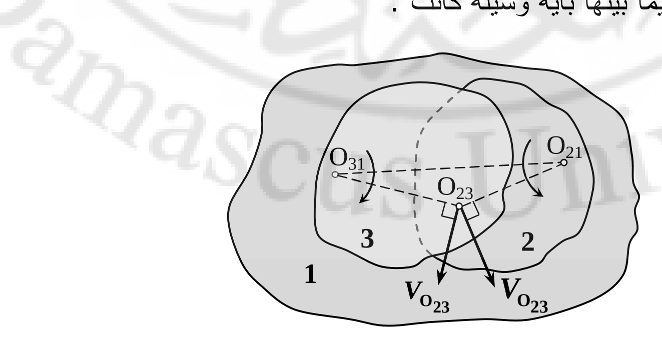
تسمى أحياناً نظرية كينيدي نسبة لـــ آرونهولد كينيـــدي (*Aronhold Kennedy*) وتنص على الآتي:

إذا تحركت ثلاثة أجسام صلبة حركة مستوية نسبية فيما بينها ، فإن لها ثلاثة مراكز لحظيـــة تقع على استقامة واحدة . يمكن برهان صحة هذه النظرية على الشكل الآتي:

لتكن الأجسام 3 , 2 , 1 التي تتحرك حركة مستوية نسبية فيما بينها ، كما هو مبين في (الشكل-3-19) ، حيث النقطة $O_{21}$ هي المركز اللحظـــي للجســـم 2 بالنســـبة إلـــى الجسم 1 ، بينما النقطة $O_{31}$ هي المركز اللحظي للجسم 3 بالنسبة إلى الجسم 1 .

لنفرض أن المركز $O_{23}$ يقع خارج الخط الواصل بين المركـــزين $O_{21}$ , $O_{31}$ ، وإن سرعة النقطة $O_{23}$ كونها نقطة من الجسم 3 هي عمودية علـــى الخـــط $O_{31}O_{23}$ ، بينما سرعة هذه النقطة كونها نقطة من الجسم 2 هي عموديـــة علـــى الخـــط $O_{21}O_{23}$ ، وبالتالي فإن هاتين السرعتين غير متطابقتين في الاتجاه كما هو مبين في (الشـــكل-3-19) ؛ ينتج من ذلك أن للجسم 2 عند هذه النقطة سرعة خطية بالنسبة إلى الجسم 3 ؛ مما يناقض تعريف المركز اللحظي الذي أوردناه في الفقرة (3-7) . لا يمكن أن تنعـــدم هـــذه الســـرعة النسبية إلا إذا كانت النقطة $O_{23}$ واقعة على الخط $O_{31}O_{23}$ ؛ وبالتـــالي فـــإن المراكـــز اللحظية الثلاثة يجب أن تكون على استقامة واحدة .

إن وضع المركز $O_{23}$ على الخط بالنسبة للمركزين يتعلق باتجاه السرعات الزاوية للأجسام 3 , 2 , 1 وقيمتها ، كما تجدر الملاحظة إلى أنه ليس من الضـــروري أن تكـــون الأجسام الثلاثة متصلة فيما بينها بأية وسيلة كانت .




(الشكل-3-19) برهان صحة نظرية كينيدي .

إن هذه النظرية ذات فائدة كبيرة في تحديد أوضاع المراكز اللحظية للتركيبات الآلية المعقدة التي تتحرك أغلب وصلاتها عادة بحركة عامة ، كما سيتضح لاحقاً .

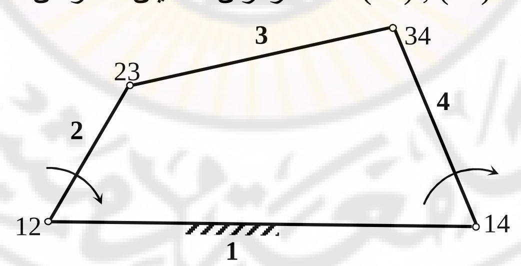
### 3-9- المراكز اللحظية الابتدائية *Primary Instantaneous Centers*

لما كانت طبيعة الحركة النسبية بين وصلتين في تركيبة آلية هي محددة وفقاً لنوع الازدواج الواصل بينهما ، فإنه من الضروري بيان كيفية تعيين المركز اللحظي لأنواع الازدواجات المختلفة قبل البدء في إيجاد المراكز اللحظية للوصلات التي لا يوجد بينها ازدواجات . إن المراكز اللحظية كافة التي يمكن تحديدها مباشرة استناداً إلى نوع الازدواج بين كل وصلتين تسمى مراكز لحظية ابتدائية أو واضحة .

#### 3-9-1- الازدواج الدوراني *Turning Pair*

في حال وجود ازدواج دوراني بين وصلتين 2 , 1 ، فإن مركز هذا الازدواج ؛ أي نقطة الوصل المشتركة بينهما ، هو مركز لحظي دائم ؛ إذ إن الوصلة 2 ستدور دوماً حول هذه النقطة بالنسبة إلى الوصلة 1 والعكس بالعكس . يمكن لهذا المركز الدائم أن يكون ثابتاً إذا كانت إحدى الوصلتين ثابتة ، أو متحركاً عندما تكون الوصلتان متحركتين .

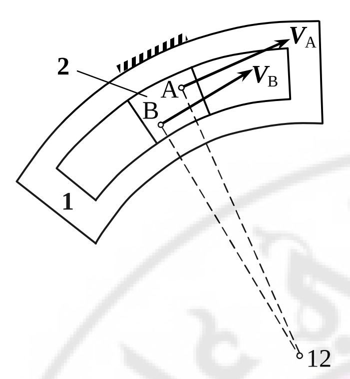
يبين (الشكل-3-20) تركيبة رباعية القضبان حيث (14) , (12) هما مركزان لحظيان ثابتان ، بينما (34) , (23) هما مركزان لحظيان متحركان .



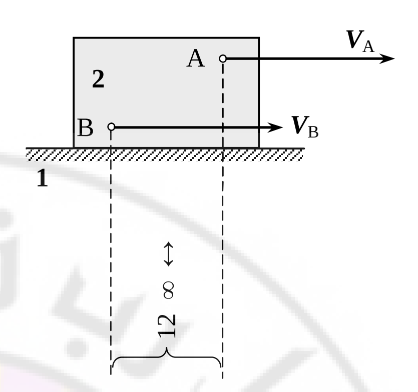

(الشكل-3-20) المراكز اللحظية الابتدائية في الازدواجات الدورانية .

#### 3-9-2- الازدواج الانزلاقي *Sliding Pair*

يبين (الشكل-3-21) حالتين لهذا الازدواج حيث تنزلق الوصلة 2 في الحالة a ضمن مجرى دائري في الوصلة 1 ؛ وبالتالي فإن نقاط المنزلقة جميعها تتحرك على مسارات دائرية متحدة في النقطة (12) ؛ أي إنها المركز اللحظي للوصلتين .




a- الانزلاق ضمن مجرى دائري




b- الانزلاق ضمن مجرى مستقيم

(الشكل-3-21) المراكز اللحظية الابتدائية في الازدواجات الانزلاقية .

في الحالة b في (الشكل-3-15) تنزلق الوصلة 2 على الوصلة 1 بحركة مستقيمة ، حيث تتحرك نقاط المنزلقة كافة على مسارات مستقيمة وبالسرعة نفسها . ينتج من ذلك أن الخطوط العمودية المنشأة على أشعة السرعة هي متوازية فيما بينهما تتلاقى في اللانهاية ، إما فوق المنزلقة أو تحتها ، ومنه فإن الحركة الانتقالية المستقيمة هي حالة خاصة للحركة الدورانية حيث يقع مركز الدوران في اللانهاية ؛ وبالتالي فإنه عندما تتحرك وصلة حركة انزلاقية مستقيمة بالنسبة لوصلة أخرى ، فالمركز اللحظي لهما يقع في اللانهاية على طول أي خط عمودي على مسار الانزلاق .

نلاحظ في كلتا الحالتين أنه يمكن للوصلة 1 أن تكون ثابتة أو متحركة دون التأثير في المركز اللحظي ؛ لأن ذلك لن يغير طبيعة الحركة النسبية بين الوصلتين .

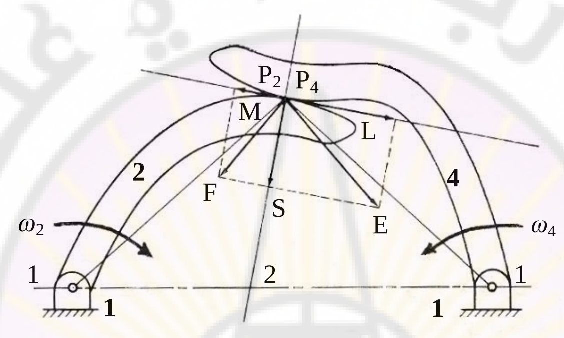
### 3-9-3- الازدواج بتماس مباشر *Contact Pair*

يحدث هذا الازدواج عندما تكون الوصلة القائدة بتماس مباشر مع الوصلة المقودة ؛ أي دون وجود وصلة قارنة بينهما تعمل على نقل الحركة ، مثال ذلك: نقل الحركة باستعمال المسننات ، الكامات وتوابعها ، وأقراص الاحتكاك .

في حال وجود وصلة قارنة ، فإن خط نقل الحركة ينطبق على الخط الواصل بين نهايتيها ، بينما في تركيبات التماس المباشر ، فإن خط نقل الحركة هو الناظم المشترك لسطحي الوصلتين عند نقطة التماس . نميز من الوجهة الحركية نوعين من التماس المباشر ، تماس انزلاقي ، وتماس تدحرجي صرف .

- **تماس انزلاقي** *Sliding Contact*

تكون الحركة النسبية عند نقطة التماس ، في هـــذه الحالـــة انزلاقيـــة ، كمـــا فـــي (الشكل-3-22) ، حيث $P_2$ , $P_4$ نقطتان متطابقتان عند التماس المباشر للوصـــلتين 4 , 2 . إن الازدواج بين كل من هاتين الوصلتين والوصلة الثابتة 1 هو ازدواج دوراني ؛ وبالتالي فإن (12) هو المركز اللحظي للوصلة 2 بالنسبة إلى 1 ، كما أن (14) هــو مركــز الوصلة 4 بالنسبة إلى 1 .



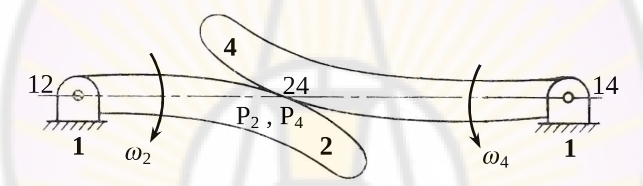

(الشكل-3-22) المراكز اللحظية الابتدائية في الازدواجات ذو تماس الانزلاقي .

ينتج من تعريف المركز اللحظي أن سرعة $P_2$ في الوصلة 2 هي عمودية على الخط ($12\text{-}P_2$) ، وممثلة بالشعاع $\mathbf{P_2E}$ ، كما أن الشعاع $\mathbf{P_4F}$ يمثــل ســرعة $P_4$ فــي الوصلة 4 وهو عمودي على الخط ($14\text{-}P_4$) . يمكن تحليل كــل مــن هــذين الشــعاعين بالاتجاهين الناظمي والمماسي نقطة التماس . يجب أن تكون المركبتان الناظميتـــان $P_2S$ , $P_4S$ متساويتين بالقيمة ، والاتجاه في الأوضاع كافة للحفاظ على التماس بين الوصلتين 4 , 2 .

يحدث الانزلاق عند عدم تساوي المركبتين المماسيتين $P_2L$ , $P_4M$ مهما كان اتجاههما أو عند تساويهما باتجاهين متعاكسين ، حيث تكون الحركة النسبية الممكنة عندئذ بين الوصلتين 4 , 2 عند نقطة التماس هي حركة انزلاق فقط على طــول الممـــاس المشـــترك بسرعة نسبية قيمتها الفرق الشعاعي للمركبتين المماسيتين . ينـــتج مـــن ذلـــك أن المركـــز اللحظي (24) لهاتين الوصلتين يقع حتماً على طول الناظم المشترك لهما عند نقطة التماس . كما أنه استناداً إلى نظرية الفقرة (3-8) ، فإن المراكز اللحظية الثلاثة (14) , (24) , (12) يجب أن تقع على استقامة واحدة ؛ أي: إن المركز اللحظي (24) يحدد مباشـــرة بتقـــاطع الناظم المشترك مع الخط الواصل بين المركزين اللحظيين (14) , (12) ، كما هو مبين في (الشكل-3-22) .

## - تماس تدحرجي صرف *Rolling Contact*

يتضح من التحليل السابق أن الشرط اللازم والكافي لحركة تـدحرج صـرف دون انزلاق عند نقطة التماس المباشر ، هو تساوي المركبتين المماسيتين بالقيمة والاتجاه ؛ إضافة إلى تساوي المركبتين الناظميتين ، وذلك منعاً لحدوث انزلاق باتجاه المماس المشترك . ينتج من ذلك أنه يجب تطابق السرعتين $P_2E$ , $P_4F$ قيمة ، واتجاهاً وهو ما سبق استنتاجه فـي الفقرة (3-6) . يلاحظ من (الشـكل-3-22) أن تحقيـق هـذا الشـرط يـؤدي إلـى كـون الخطين $(14\text{-}P_4)$ , $(12\text{-}P_2)$ على خط واحد هو الخط الواصل بـين المركـزين اللحظيـين (14) , (12) ؛ وبالتالي يجب أن تقع نقطة التماس على هذا الخط ، كمـا هـو مبـين فـي (الشكل-3-23) . تكون هذه النقطة عندئذ هي المركز اللحظي (24) للوصلتين المتدحرجتين استناداً للتعريف الوارد في الفقرة (3-7) ؛ إضافة إلى أنها تحقق نظرية استقامة المراكز الثلاثة .




(الشكل-3-23) المراكز اللحظية الابتدائية في الازدواجات ذو تماس تدحرجي صرف .

ينتج من ذلك أن في حالة تدحرج صرف يكون المركز اللحظي للوصلتين هو نقطة تماسهما في هذه اللحظة . من الواضح أنه يمكن لإحدى الوصلتين أن تكون ثابتة أو متحركة كما يمكن أن تكون مستوية السطح كتدحرج قرص على سطح مستو ، أو منحنيـة السـطح كتدحرج قرص على قرص آخر ، كما في حالة المسننات في (الشكل-3-12) .

يلاحظ في حالتي التماس المباشر - انزلاقي أو تدحرجي - أن السـرعات الزاويـة تتناسب عكسياً مع الأطوال المحددة على خط المراكز من تقاطع الناظم المشترك معه ، كمـا في (الشكل-3-12):

$$\frac{w_2}{w_4} = \frac{(14 - 24)}{(12 - 24)}$$

وبالتالي فإن شرط الحصول على نسبة ثابتة للسرعتين الزاويتين هـو تقـاطع الناظم المشترك مع خط المراكز في نقطة ثابتة ، ويمكن تحقيق ذلك باختيار منحنيات مناسبة لكل من سطحي التماس .

### 3-10- تعيين المراكز اللحظية للتركيبات الآلية

***Instantaneous Centers Determination in Mechanisms***

بينا في الفقرة (3-7) وجود مركز لحظي واحد فقط لكل وصلتين ؛ لذا فـإن عـدد المراكز اللحظية في تركيبة ما يساوي عدد التوافقيات الحركية الممكنة كافة بين كل وصلتين من وصلاتها ، ومنه فإن:

$$N = \frac{n(n-1)}{2} \qquad (3\text{-}22)$$

حيث:

N تمثل عدد المراكز اللحظية للتركيبة .

n تمثل عدد الوصلات في التركيبة .

يتم تعيين المراكز اللحظية لتركيبة انطلاقاً من تعيين المراكز اللحظيـة الابتدائيـة جميعها وفق ما ورد في الفقرة (3-9) لكل من الازدواجات الدورانية ، الانزلاقية وازدواجات التماس المباشر بنوعيه الانزلاقي والتدحرجي . تحدد مواقع بقية المراكـز بتطبيـق نظريـة استقامة المراكز اللحظية الثلاثة .

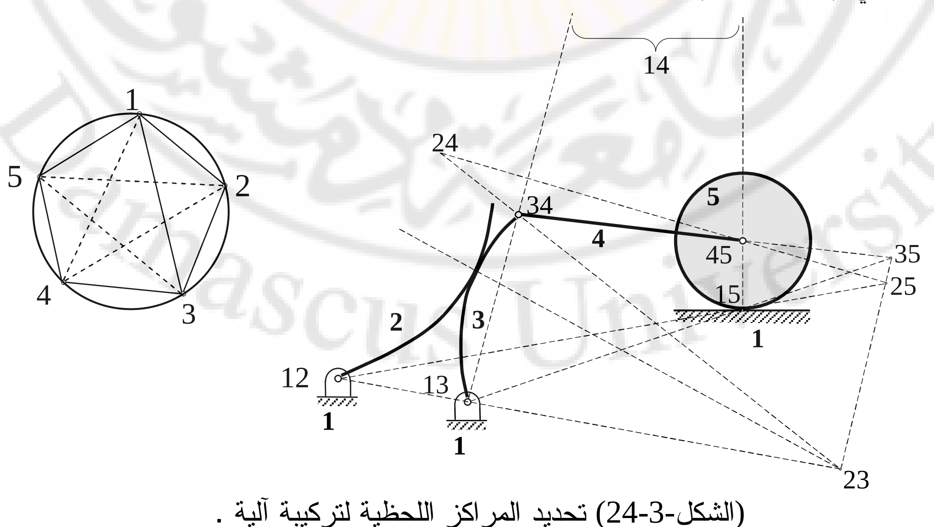
يلاحظ من العلاقة (3-22) التي تحدد عدد المراكز اللحظية أن عددها يتزايـد بسرعة مع عدد الوصلات ، يصل مثلاً في حالة تركيبة بسيطة ذات سبع وصلات إلى واحد وعشرين مركزاً . تكون عادة المراكز الابتدائية التي يمكن تحديدها مباشرة أقل من نصـف العدد الكلي للمراكز اللحظية . يؤدي تطبيق نظرية كينيدي في تحديد بقية المراكز إلى تعقيـد الرسم ؛ مما ينتج منه احتمال كبير للخطأ والتداخل ؛ لذا فقد وجدت طريقة تخطيطية بسـيطة منهجية تساعد على تحديد المراكز اللحظية المتبقية بشكل تسلسلي ومنطقـي ، تسـمى هـذه الطريقة بـ مخطط الدائرة ، لاعتمادها على رسم دائرة ما يقسم محيطهـا بعـدد وصـلات التركيبة ، وترقم النقاط الناتجة بأرقام هذه الوصلات . ليس من الضروري أن يكون التباعـد متساوياً بين النقاط المتتالية .

إن الخطوط الممكنة كافة التي تصل بين كل نقطتين مـن هـذه النقـاط تمثـل المراكز اللحظية . نرسم أولاً خطوطاً متصلة لتمثل المراكز اللحظية الابتدائية المحددة مباشرة من المخطط الحركي ، واستناداً إلى الأسس الواردة سابقاً ، ومن ثم تمثل المراكـز اللحظيـة المتبقية بخطوط متقطعة .

لتحديد المراكز اللحظية غير الابتدائية نبحث في مخطط الدائرة عن أي مثلثين بينهما ضلع مشترك متقطع بينما تكون بقية الأضلاع خطوطاً متصلة . لما كان كل خط على المخطط يمثل مركزاً لحظياً ، فإن أضلاع المثلث هي في الواقع ثلاثة مراكز لحظية لثلاث وصلات مختلفة . استناداً إلى نظرية كينيدي يجب أن تقع هذه المراكز اللحظية الثلاثة على استقامة واحدة . إذن يحدد المركز اللحظي الممثل بالضلع المشترك المتقطع على التركيبة ، من تقاطع الخطين الواصلين بين المركزين الممثلين بالضلعين الآخرين في كل من المثلثين . بعد تحديد هذا المركز المجهول على مخطط التركيبة يرسم الخط المتقطع الممثل له على مخطط الدائرة كخط متصل منعاً للالتباس ، بخاصة في حالة تركيبات كثيرة الوصلات . تستمر هذه العملية حتى تصبح الخطوط كافة على مخطط الدائرة متصلة .

من الضروري عند استعمال هذه الطريقة تحديد المراكز الابتدائية كافة وتمثيلها على الدائرة ، وإلا فإنه يستحيل الاستمرار في تعيين بقية المراكز بإيجاد مثلثين بينهما ضلع مشترك متقطع . كما يحدث أحياناً عند تطبيق طريقة مخطط الدائرة أن نتبع تسلسلاً في إيجاد المراكز يؤدي إلى حالة مستحيلة أو غير منطقية التحقيق ، لكن هذا لا يعني خطأ الطريقة . مثال ذلك وقوع نقطة التقاطع المحددة لأحد المراكز على مستقيمين متطابقين أو متوازيين . يجب عندئذ إدخال تعديل على تسلسل الحل ، ومحاولة تحديد هذا المركز باختيار مثلثين آخرين ، ولا يفهم من ذلك أبداً وجود خطأ في الطريقة أو استحالة الحل .

سنوضح فيما يأتي تطبيق هذه الطريقة في تحديد المراكز اللحظية العشرة للتركيبة المبينة في (الشكل-3-24) .




(الشكل-3-24) تحديد المراكز اللحظية لتركيبة آلية .

إن المراكز اللحظية (23 , 15 , 45 , 34 , 13 , 12) هي مراكز ابتدائية ترسم كخطوط متصلة على مخطط الدائرة ، مع الانتباه إلى التماس الانزلاقي بين 3 , 2 .

نلاحظ من هذا المخطط أنه يمكن تحديد المركز (14) كنقطة تقاطع الخط (13-34) مع الخط (45-15) على التركيبة ؛ إذ إن الخط المتقطع (4-1) في مخطط الدائرة هو الضلع المشترك للمثلثين Δ134 و Δ154 . بعد تحديد المركز اللحظي (14) على التركيبة يرسم الخط (4-1) على المخطط كخط متصل ، وهكذا تكرر العملية لتحديد المراكز اللحظية المتبقية (24 , 25 , 35) على التوالي .

## 11-3- تحديد السرعة باستخدام المراكز اللحظية

## *Velocity Determination by Instantaneous Centre*

إن المبادئ الأساسية التي يعتمد عليها تعيين السرعة بطريقة المراكز اللحظية هي:

- إن قيم السرعات الخطية لنقاط وصلة دوارة تتناسب مباشرة مع أنصاف أقطار الدوران ، إن نصف قطر دوران نقطة هو البعد بين هذه النقطة ، والمركز اللحظي للوصلة بالنسبة للمستوي الثابت .
- إن اتجاه السرعة الخطية لنقطة هو عمودي على نصف قطر دوران النقطة .
- إن المركز اللحظي هو نقطة مشتركة بين الوصلتين لها السرعة الخطية نفسها قيمة ، واتجاهاً في كلتيهما .

ينتج من ذلك أنه إذا عرفت السرعة الخطية المطلقة لنقطة ما في تركيبة آلية ، فإنه يمكن بهذه الطريقة تعيين سرعة أية نقطة أخرى في هذه التركيبة بالنسبة للمستوي الثابت ؛ إضافة إلى تعيين السرعات الزاوية للوصلات .

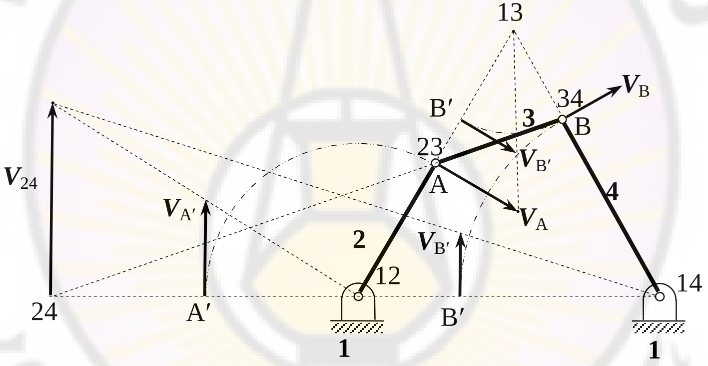
توجد عدة طرائق لتطبيق المبادئ المذكورة أعلاه ، ولكل منها ميزات تطبيقية تختلف باختلاف التركيبات المراد دراسة حركتها ؛ لذا من المفضل أن يلم القارئ بأسس أهم هذه الطرائق ؛ ليتمكن من اختيار الطريقة الملائمة في تحليل حركة معينة ، كما يمكن أحياناً استعمال طريقتين بآن واحد . سنبين هنا طريقتين تخطيطيتين لتعيين سرعات النقاط كافة في تركيبة ؛ إضافة إلى طريقة تحديد سرعة نقطة معينة من هذه النقاط مباشرة . أما طريقة الانتقال من نقطة أو وصلة إلى نقطة أو وصلة أخرى تحليلياً ، فإنه سيتم توضيحها من خلال حل مسألة .

### 3-11-1- طريقة خط المراكز اللحظية

***Instantaneous Centre Line Method***

يبين (الشكل-3-25) تركيبة رباعية القضبان حيث تم تعيين مواقع المراكز اللحظية الستة استناداً إلى ما ذكرناه سابقاً . إذا كانت سرعة النقطة A من الوصلة 2 معلومة قيمةً ، واتجاهاً ، فإنه يمكن تعيين سرعة النقطة B ، وفقاً لمفهوم المركز اللحظي .

بما أن المركز (13) هو نقطة مشتركة للوصلتين 3 , 1 ، فإن سرعته في هذه اللحظة تساوي الصفر ؛ لأن الوصلة 1 ثابتة ؛ وبالتالي هو مركز الدوران اللحظي للوصلة 3 بالنسبة إلى الوصلة 1 عند استعماله لدراسة السرعات . تسمى المراكز المنسوبة إلى الوصلة الثابتة مراكز مسندية (*Pivot Centers*) ؛ لأن سرعتها اللحظية تساوي الصفر بالنسبة إلى مستوي الإسناد ، المراكز (14 , 13 , 12) هي إذن مراكز مسندية .




(الشكل-3-25) تحديد السرعة بطريقة خط المراكز اللحظية .

بما أن النقطة A مشتركة في الوصلتين 3 , 2 ، فإن سرعتها المطلقة المعلومة $\boldsymbol{V_A}$ هي نفسها في أي منهما . ينتج من ذلك أن A , B هما نقطتان في الوصلة 3 وسرعة كل منهما تتناسب مباشرة مع بعدها ، أي نصف قطر دورانها ، عن المركز المسندي (13) العائد للوصلة 3 ، ومنه فإن:

$$V_A = (13-23)\, w_3 \qquad , \qquad V_B = (13-34)\, w_3$$

حيث $\omega_3$ تمثل السرعة الزاوية للوصلة 3 حول المركز اللحظي (13) ، ويمكن تعيينها بسهولة من قيمة $V_A$ المعلومة ، وقياس البعد (13-23) ، وتحويله إلى قيمته الحقيقية تبعاً لمقياس رسم المخطط الحركي للتركيبة . ينتج من ذلك أن:

$$\frac{V_A}{(13-23)} = \frac{V_B}{(13-34)} \qquad (3-23)$$

يمكن تمثيل هذا التناسب بالخطوط المتقطعة في الشكل ، وإيجاد السرعة $\boldsymbol{V_B}$ قيمةً ، واتجاهاً . يتم ذلك برسم الشعاع $\boldsymbol{V_A}$ المعلوم بمقياس رسم مناسب لقيمة هذه السرعة ، ثم يدور المركز (43) ؛ أي النقطة B حول المركز المسندي (13) حتى $B'$ . يكفي عندئذ رسم الشعاع $\boldsymbol{V_B}'$ ؛ ليحقق التناسب (3-23) ، ومن ثم تدوير هذا الشعاع مرة أخرى حول (13) إلى الوضع المبين $\boldsymbol{V_B}$ حيث يمكن قياس طوله ، وتحويله إلى قيمته الحقيقية بدلالة مقياس رسم سرعة النقطة A .

من الواضح أن التحليل السابق قد اعتمد على استقامة خط المراكز الثلاثة (13 , 23 , 12) ، تسمى المراكز لوصلتين متحركتين التي تستعمل في عملية الإنشاء ، بتدويرها حول المراكز المسندية ، بـ نقاط تحويل (*Transfer Points*) ، مثال ذلك : المركزان (34) , (23) . كما تسمى هذه الطريقة أحياناً بـ طريقة تدوير نصف القطر .

تبين الخطوط المتقطعة في (الشكل-3-25) إمكان تعيين السرعة $\boldsymbol{V_B}$ باستعمال خط المراكز (24 , 12 , 14) واعتماد الأسس السابقة حيث:

$$\frac{V_{24}}{V_{A}} = \frac{(12-24)}{(12-23)}$$

يمكن ، بعد تعيين سرعة النقاط في تركيبة ، حساب السرعة الزاوية المطلقة $\omega$ لكل من وصلاتها استناداً إلى العلاقة الأساسية ($\omega = V/R$) ، حيث تمثل $V$ السرعة المطلقة لإحدى نقاط الوصلة ، بينما $R$ تمثل بعد هذه النقطة عن المركز المسندي لهذه الوصلة .

تلخص خطوات طريقة المراكز اللحظية كالآتي:

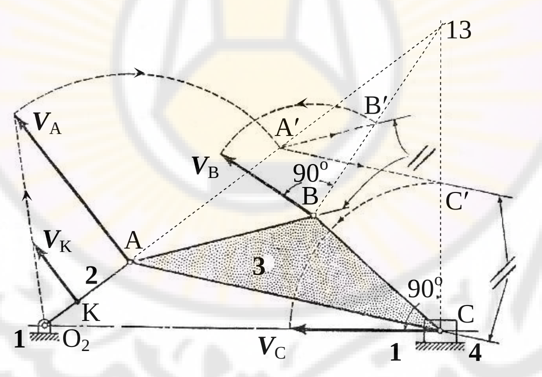
1. تعين الوصلة التي تحوي النقطة ذات السرعة المعلومة ، والوصلة التي تقع فيها النقطة المراد إيجاد سرعتها إضافة إلى وصلة الإسناد الثابتة .
2. تعين مواقع المراكز اللحظية الثلاثة العائدة للوصلات الثلاث المختارة في البند ( 1 ) ، ويرسم خط المراكز اللحظية المار بها .
3. تحدد سرعة المركز المشترك بين الوصلتين المتحركتين كنقطة من الوصلة ذات السرعة المعلومة .
4. بما أن سرعة هذا المركز المشترك هي نفسها في الوصلة المراد تعيين سرعة إحدى نقاطها ، فإنه يكفي تدوير هذه السرعة حول المركز المسندي للوصلة مجهولة السرعة حتى تصبح على خط المراكز .
5. تعين السرعة المجهولة استناداً إلى تناسب الأطوال باستعمال تشابه المثلثات .

### 3-11-2- طريقة الانتقال من وصلة إلى وصلة ***Link to Link Method***

يتم في هذه الطريقة الانتقال تدريجياً من النقطة ذات السرعة المعلومة إلى الوصلة التي تليها حيث تحدد سرعة نقطة منها ، تستعمل هذه السرعة في الانتقال إلى وصلة أخرى حتى يتم تعيين سرعات النقاط جميعها في التركيبة . يعد تعيين المراكز اللحظية اللازمة لهذه الطريقة أسهل من تلك اللازمة لطريقة خط المراكز ؛ إضافة إلى احتمال وقوع مركز أو أكثر خارج حدود ورقة الرسم ، وبالتالي لا يمكن عندئذ تطبيق الطريقة المبينة في الفقرة (3-11-1).

يبين (الشكل-3-26) تركيبة منزلقة ومرفق ، حيث السرعة $V_k$ على المرفق 2 معلومة . يمكن بطريقة الوصلة إلى وصلة تعيين سرعة كل من النقطتين B , C باستعمال المركز اللحظي (13) فقط ؛ أي بمعنى آخر : النقطة في الوصلة 3 التي سرعتها صفر .

بعد رسم المخطط الحركي بمقياس مناسب يرسم الشعاع $V_k$ بمقياس آخر مناسب للسرعات ، استناداً إلى ذلك تعين السرعة $V_A$ من تشابه المثلثين ، كما في (الشكل-3-26) ، ويمكن إيجاد سرعة النقطة B كالآتي:




(الشكل-3-26) تحديد السرعة بطريقة الانتقال من وصلة إلى وصلة .

يتم تدوير شعاع السرعة $V_A$ حول النقطة A حتى ينطبق على الخط المتجه نحو المركز (13) في A′ . يرسم الخط A′B′ موازياً للضلع AB حيث يمثل الطول BB′ قيمة السرعة $V_B$ . بما أن اتجاه سرعة النقطة B عمودي على نصف قطرها حول المركز اللحظي (13) ، فإنه يكفي عندئذ تدوير الخط BB′ حتى يصبح عمودياً على (B-13) باتجاه يتفق واتجاه السرعة $V_A$ بالنسبة لهذا المركز ، تسمى هذه الطريقة أحياناً بـ الخط الموازي لاعتمادها على إنشاء خطوط متوازية فيما بينها .

يمكن البرهان بسهولة على صحة هذا الإنشاء من كتابة نسبة التشابه:

$$\frac{BB'}{AA'}=\frac{(13-B)}{(13-A)}$$

وبما أن قيم السرعات المطلقة للنقاط ، تتناسب مباشرة مع أنصاف الأقطار الموافقة لها بالنسبة للمركز المسندي العائد للوصلة التي تقع عليها هذه النقاط ، ولما كان $AA'$ يمثل قيمة $\boldsymbol{V_A}$ ، فإن $BB'$ يمثل قيمة $\boldsymbol{V_B}$ . يمكن بطريقة مماثلة إيجاد سرعة C .

تبين الخطوط المتقطعة في (الشكل-3-26) تتابع خطوات الإنشـــاء كاملــــة . مـــن البديهي ضرورة تحويل أية قياسات إلى القيم الحقيقية لكل منها بدلالة مقياس الرسم الذي تـــم اختياره للسرعات . كما أن اتجاه التدوير هو بحيث يبقى اتجاه السرعة الزاوية لكل وصلة هو نفسه حول المركز المسندي الموافق لها .

يلاحظ من هذا الإنشاء أنه لا يستلزم تعيين موقع المركز (13) علـــى ورقـــة الرسم ، لكن يكفي تحديد اتجاه الخطوط المنطلقة من نقاط الوصلة 3 نحو هـــذا المركـــز ؛ وبالتالي فإن هذه الطريقة ملائمة للحالات التي تكون فيها بعـــض المراكـــز اللحظيـــة خـــارج حدود الورقة .

أما السرعة الزاوية $\omega_3$ فيمكن تعيينها بسهولة من العلاقة:

$$w_3=\frac{V_B}{(13\text{-}B)}=\frac{BB'}{(13-B)}\,k$$

وفي حال عدم وقوع المركز اللحظي (13) ضمن حدود الرســـم ؛ أي لا يمكـــن قياس البعد (13-B) ، فإنه يمكن البرهـــان بســـهولة مـــن تشـــابه المثلثـــات ، وخصـــائص التناسب أن:

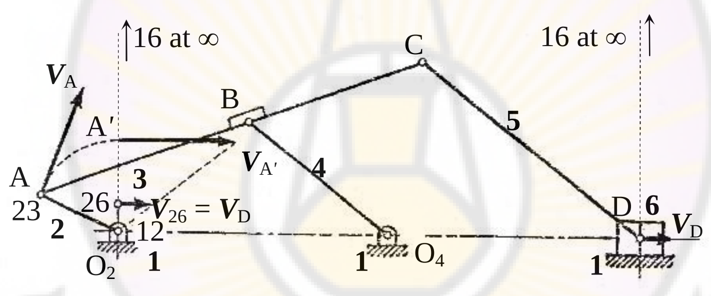
$$w_3=\frac{AB-A'B'}{AB}\,k=(1-\frac{A'B''}{AB})\,k$$

حيث k تمثل نسبة مقياس رسم السرعات إلى مقياس رسم المخطط الحركي .

### 3-11-3- طريقة مباشرة *Direct Method*

يحدث أحياناً أن يكون المطلوب تعيين سرعة نقطة معينة في التركيبة دون الاهتمام بسرعات بقية النقاط . يتم عندئذ الانتقال مباشرة من الوصلة التي تحوي النقطة ذات السرعة المعلومة إلى الوصلة التي تحوي النقطة المراد إيجاد سرعتها . توفر هذه الطريقة الجهد الكبير اللازم في الطريقتين السابقتين ؛ بخاصة عندما تتكون التركيبة من وصلات كثيرة نسبياً ؛ إذ يكفي عندئذ تعيين المركز اللحظي للوصلة المجهولة بالنسبة للوصلة المعلومة ، حيث تمثل السرعة المطلقة لهذا المركز بوجه عام سرعة نقطة من نقاط الوصلة المجهولة .

يمكن توضيح مبدأ تطبيق هذه الطريقة من خلال الإنشاء المبين في (الشكل-3-27) ، حيث سرعة النقطة A من الوصلة 2 معلومة ، والمطلوب تعيين سرعة المنزلقة D ، أي: الوصلة 6 .



(الشكل-3-27) تحديد السرعة بطريقة مباشرة .

يعين المركز اللحظي (26) للوصلتين 6 , 2 باتباع خطوات تعيين المراكز اللحظية . بما أن الوصلة 6 تتحرك حركة انسحابية ، فإن نقاطها جميعها لها السرعة نفسها ، أي: إن سرعة المركز اللحظي (26) بالنسبة للمستوي الثابت 1 تحدد سرعة هذه الوصلة ؛ وبخاصة النقطة D منها ، ومنه:

$$V_{26} = V_{\mathrm{D}}$$

يوضح الشكل الإنشاء التخطيطي استناداً إلى خط المراكز (16 , 26 , 12) وفق ما ذكرنا سابقاً في الفقرة (3-11-1) . يفضل عادة عند تطبيق الطريقة المباشرة اللجوء إلى حساب سرعة المركز اللحظي (26) تحليلياً ، من دون الحاجة إلى الرسم إذ ينتج من كون هذا المركز نقطة في الوصلة 2 أن:

$$V_{26} = (12 - 26)\, w_2 = V_{\mathrm{D}}$$

حيث $\omega_2$ تمثل السرعة الزاوية للوصلة المعلومة 2 ، وهي إما تعطى مباشرة أو تحسب من سرعة النقطة المعطاة $V_A$ على الوصلة 2 . أما البعد (26-12) ، فإنه يقاس من المخطط الحركي ، ويحول إلى قيمته الحقيقية .

يمكن في حالة حركة منحنية عامة للوصلة المجهولة استعمال الإنشاء التخطيطي أو الحساب التحليلي ، حيث تمثل سرعة المركز اللحظي للوصلتين سرعة نقطة من نقاط الوصلة المجهولة . يستفاد من هذه السرعة في تعيين السرعة الزاوية لهذه الوصلة ، ومن ثم يصبح من السهل تحديد سرعة أية نقطة أخرى منها .

**مسألة-3-5**

يبين (الشكل-3-28) التركيبة التي تمت دراسة حركتها ، في المسألة-3-1 ، بطريقة مخططات الحركة النسبية في (الشكل-3-5) .

والمطلوب تعيين سرعات نقاطها بطريقة المراكز اللحظية .

**الحل:**

المخطط الحركي

استناداً إلى الأبعاد التي سبق إعطاؤها في الـ مسألة-3-1 ، يرسم المخطط الحركي بمقياس 1/20 ، كما هو مبين في a في (الشكل-3-28) .

تعيين المراكز اللحظية

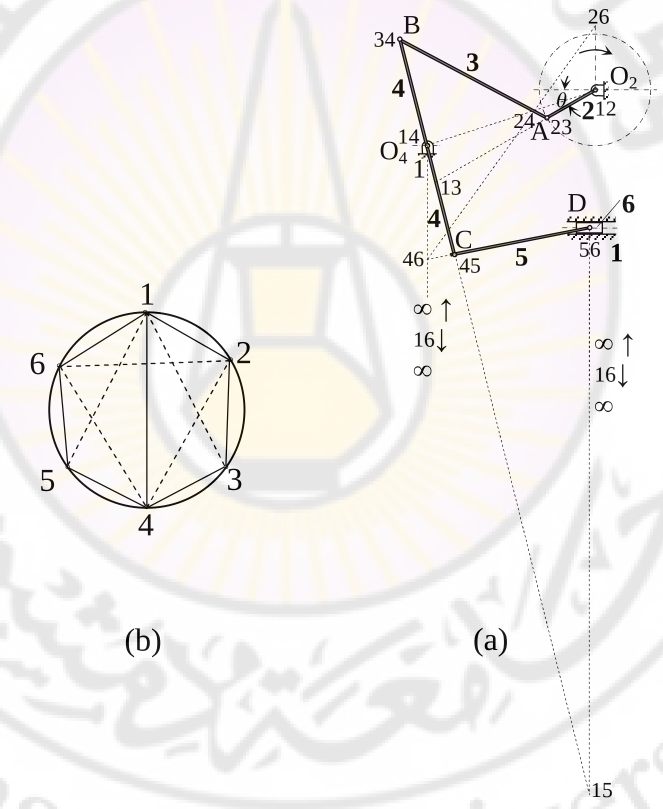
يرسم مخطط الدائرة b في (الشكل-3-28) ، حيث المراكز اللحظية الابتدائية المعنية مباشرة هي (12 , 23 , 34 , 41 , 45 , 56 , 61) . إذا لم يطلب تعيين المراكز جميعها ، وعددها في هذه الحالة 15 مركزاً ، فإنه يكتفى بإيجاد المراكز اللازمة في الانتقال من الوصلة المعلومة إلى الوصلة التي تليها ، ومن ثم تعيين المراكز تباعاً وفق مقتضيات الدراسة .

سنتبع في هذا المثال طريقة الانتقال من وصلة إلى وصلة من خلال حساب السرعات الخطية والزاوية لكل منها تحليلياً .

إن سرعة A من الوصلة 2 معلومة من المعطيات السابقة ، وهي:

$$V_{A} = (12 - A)\, w_{2} = 150 \text{ cm/sec}$$

باتجاه عمودي على خط المراكز (12 , 23 , 13) يتفق واتجاه دوران $\omega_2$ .




(الشكل-3-28) تعيين سرعات نقاط تركيبة آلية بطريقة المراكز اللحظية .

تدور الوصلة 3 حول المركز المسندي (13) بسرعة زاوية:

$$w_{3} = \frac{V_{A}}{(13 - A)} = 4.33 \text{ rad/sec} - \text{ccw}$$

حيث تم قياس البعد (13-A) من الشكل وتحويله إلى طوله الحقيقي بدلالة مقيـاس المخطـط الحركي . كما تم تعيين اتجاه السرعة الزاوية وفقاً لاتجاه سرعة النقطة A بالنسبة للمركز اللحظي (13) ، وبما أن B هي نقطة من الوصلة 3 ، فإن:

$$V_{\mathrm{B}} = (13 - \mathrm{B})\, w_3 = 171\ \mathrm{cm/sec}$$

وباتجاه يوافق اتجاه دوران $\omega_3$ حول المركز اللحظي 13 .

بما أن الوصلة 4 تتحرك حركة دورانية حول المركز المسندي (14) ، فإن:

$$w_4 = \frac{V_{\mathrm{B}}}{(14\text{ - }\mathrm{B})} = 5.7\ \mathrm{rad/sec} - \mathrm{ccw}$$

وبما أن النقطة C هي نقطة من الوصلة 4 ، فإن:

$$V_{\mathrm{C}} = (14 - \mathrm{C})\, w_4 = 171\ \mathrm{cm/sec}$$

عكس اتجاه سرعة النقطة B ؛ بسبب التناظر حول المركز اللحظي (14) .

أما الوصلة 5 ، فإنها تدور حول المركز المسندي (15) ؛ إضافة إلى أن C هي نقطة منها وبالتالي:

$$w_5 = \frac{V_{\mathrm{C}}}{(15\text{ - }\mathrm{C})} = 1.14\ \mathrm{rad/sec} - \mathrm{cw}$$

وبما أن D هي نقطة من الوصلة 5 ، فإن:

$$V_{\mathrm{D}} = (15 - \mathrm{D})\, w_5 = 173.3\ \mathrm{cm/sec}$$

باتجاه يوافق اتجاه دوران الوصلة 5 حول المركز اللحظي (15) ، أي: نحو اليمين . تمثل هذه السرعة للنقطة D سرعة الوصلة 6 ؛ لأن نقاطها جميعها تتحرك حركـة انسـحابية مستقيمة .

$$V_6 = V_{\mathrm{D}} = 173.3\ \mathrm{cm/sec}$$

إذا كان المطلوب إيجاد سرعة المنزلقة فقط دون تعيين بقية السرعات لنقاط التركيبة ووصلاتها ، فإنه يمكن استناداً إلى الطريقة المباشرة تعيين موقع المركز اللحظـي (26) ، كما في الشكل ، حيث ينتج أن:

$$V_{\mathrm{D}} = V_{26} = (12 - 26)\, w_2 = 172\ \mathrm{cm/sec}$$

يلاحظ أنه يجب عند تطبيق طرائق المركز اللحظي في تعيين السرعات أن تقع النقاط المتناسبة على وصلة واحدة ؛ إضافة إلى ضرورة الانتقال من وصلة إلى أخرى عبر نقطة تحويل مشتركة في الوصلتين .

تعد طريقة المراكز اللحظية في الكثير من الحالات من أبسط طرائق التحليل الحركي ، عندما نهتم فقط بدراسة السرعة أو التحقق من نتائج التحليل الرياضي ، لكن مما يحد من استعمالها بالمقارنة مع طريقة السرعة النسبية هو عدم إمكان تعيين التسارع ؛ وبالتالي تحليل القوى العطالية ؛ إنما يمكن أحياناً الاستفادة منها في تعيين السرعات الزاوية للوصلات ومن ثم تم إكمال التحليل برسم مخطط التسارع .

من الصعب - بوجه عام - إعطاء أفضلية مؤكدة لطريقة على أخرى من الطرائق المختلفة التي بحثناها ؛ نظراً لعدم وجود قواعد ثابتة لتحديد هذه الأفضلية ؛ إنما يعود تقدير ذلك في كل حالة على حدة إلى الإدراك الهندسي للمصمم وخبرته في استخدام الطريقة التي تحقق له الغاية من دراسته بشكل يحافظ على التوازن المطلوب بين الكلفة والدقة ؛ إضافة إلى ذلك ، فإننا لم نتطرق للدراسات المتوفرة في مجال التحليل الحركي كلها والتي تتزايد باستمرار لتواكب تطور التركيبات المستخدمة في الآلات الحديثة ؛ وذلك لكون غالبية هذه الدراسات تعتمد أساساً على المفاهيم المبينة من خلال هذا الفصل ، مع تطوير في أساليب التطبيق ؛ لتتناسب بعض الحالات الخاصة .

كما تجدر الإشارة إلى أن ما أوردناه من أمثلة تطبيقية ، لم يقصد منه سوى توضيح الأسس المختلفة المتبعة في التحليل الحركي للتركيبات الآلية ، وهذا لا يعني بالضرورة أن الطريقة الموضحة في دراسة كل من هذه التطبيقات هي الحل الأمثل لها .

**مسألة-3-6**

**مسألة امتحان الفصل الأول من العام الدراسي 2012-2013 .**

يبين الشكل تركيبة آلية حيث يدور المرفق $O_2A$ فيها حول المسند الثابت $O_2$ بسرعة زاوية ثابتة قدرها ($\omega_2 = 2$ rad/sec) باتجاه عكس دوران عقارب الساعة ؛ لينقل الحركة إلى كل من المنزلقتين 4 و 8 عبر الوصلات 3 و 5 و 6 و 7 .

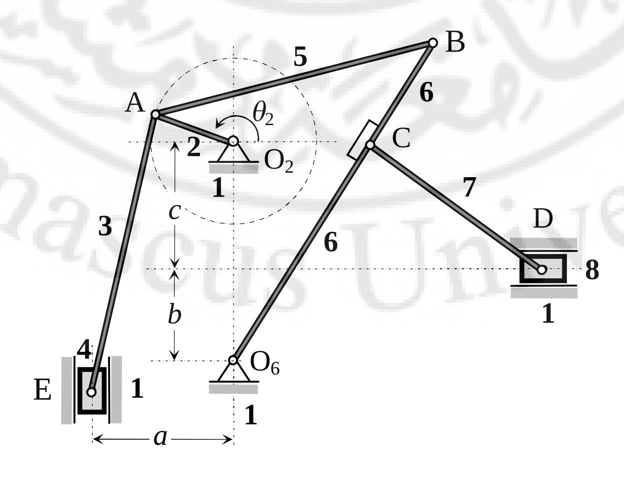
المطلوب: دراسة الحركة لعناصر التركيبة عند الوضع ($\theta_2 = 155^o$) ، وذلك بـ :

1. رسم المخطط الحركي بإتقان ، باستخدام مقياس الرسم:
   ( كل 10 cm من الأطوال الحقيقية تقابل 1 cm على المخطط).
2. إيجاد المميزات الحركية لوصلات التركيبة من مخططي السرعة والتسارع ، باستخدام المقاييس الآتية:
   لمخطط السرعة (10 cm/s ≡ 1 cm) ، ولمخطط التسارع ($10\ cm/s^2 \equiv 1$ cm).
3. التأكد من السرعة الزاوية للوصلة 7 بطريقة مباشرة باستخدام مفهوم المركز اللحظي للسرعة.
4. إيجاد سرعة التحاك في المفصل C ، إذا كان قطر محور الربط يساوي 10 mm .

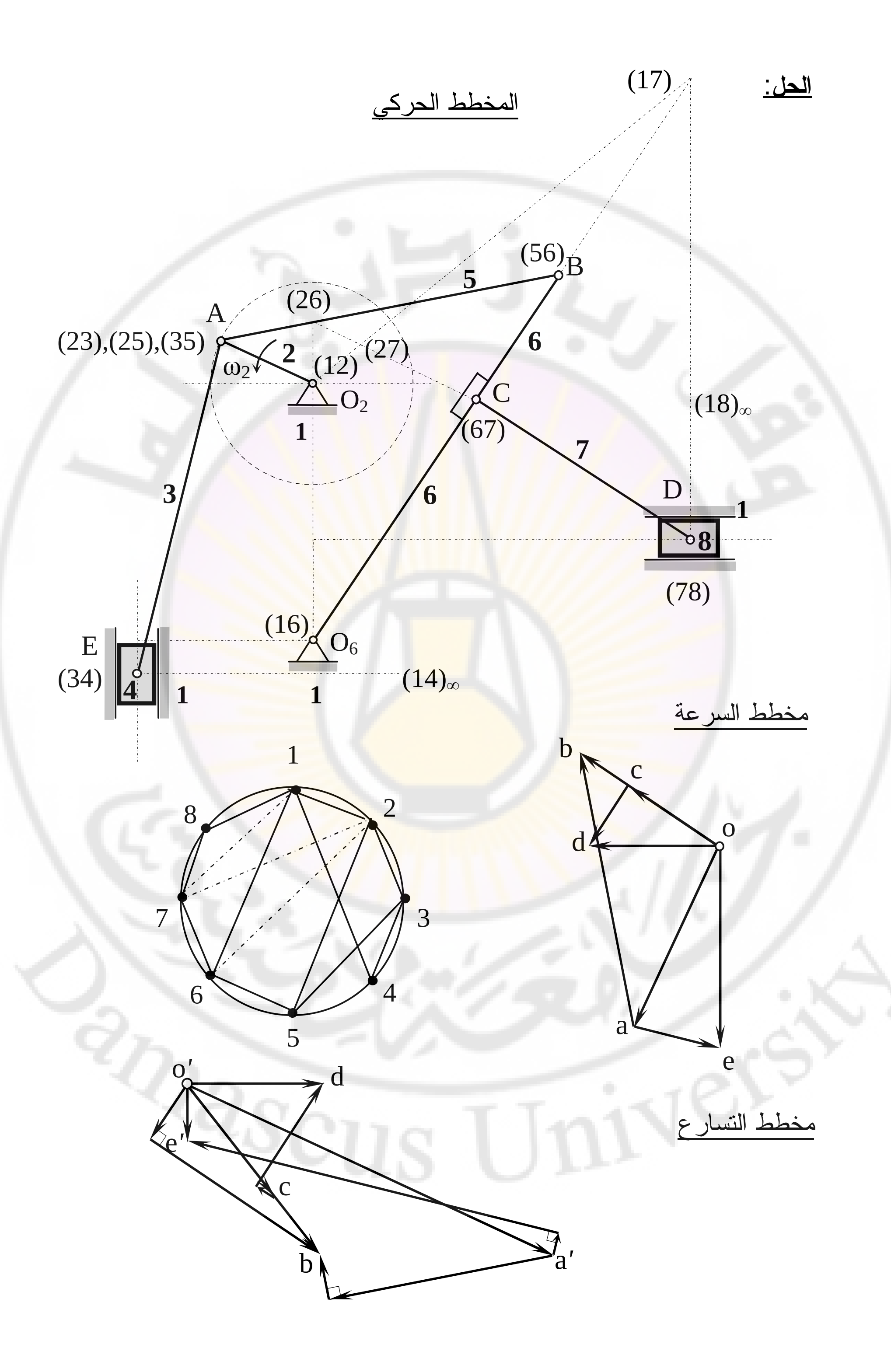
علماً أن:

$O_2A = 15$ cm , $O_6B = 65$ cm , AB = AE = 51 cm

BC = 22 cm , CD = 38 cm , $a = 26$ cm , $b = 15$ cm , $c = 23$ cm



**الحل:**



المخطط الحركي
(17)
(56)
B
5
(26)
A
(23),(25),(35)
2
ω2
(12)
(27)
6
C
O2
(67)
1
(18)∞
7
3
D
1
8
6
(78)
(16)
O6
E
(34)
4
1
1
(14)∞
مخطط السرعة
b
c
d
o
a
e
1
2
8
7
3
6
4
5
o′
d
e′
c
b
a′
مخطط التسارع

| $\omega$ rad/sec | $V$ cm/sec | $\varepsilon$ rad/sec$^2$ | $A$ cm/sec$^2$ |
|---|---|---|---|
| $\omega_2 = 2$ | $V_A = 30$ | $\varepsilon_2 = 0$ | $A^n_A = 60$ |
| $\omega_3 = 0.25$ | $V_E = 30$ | $\varepsilon_3 = 1.11$ | $A_E = 8.5$ |
| $\omega_4 = 0$ | $V_B = 25$ | $\varepsilon_4 = 1.11$ | $A_B = 31.8$ |
| $\omega_5 = 0.813$ | $V_C = 16.2$ | $\varepsilon_5 = 0.134$ | $A_C = 21$ |
| $\omega_6 = 0.384$ | $V_D = 19.3$ | $\varepsilon_6 = 0.47$ | $A_D = 20.4$ |
| $\omega_7 = 0.28$ | | $\varepsilon_7 = 0.48$ | |
| $\omega_8 = 0$ | | $\varepsilon_8 = 0$ | |

3- تحسب السرعة الزاوية للوصلة 7 من العلاقة:

$$\omega_7 = \omega_2(12 - 27)/(17 - 27) = 2 \text{ x } 0.9/6.3 = 0.285 \text{ rad/sec}$$

وذلك بعد ايجاد المراكز اللحظية الابتدائية ، والمراكز اللحظية (27) ، (26) ، (17) .

4- تحسب سرعة التحاك في المفصل C من العلاقة:

$$(V_r)_C = r\,(\omega_6 + \omega_7) = 5(0.384+0.28) = 3.32 \text{ mm/sec}$$

**مسألة-3-7**

**مسألة امتحان الفصل الثاني من العام الدراسي 2012-2013 .**

يدور المرفق $O_2A$ في التركيبة الآلية المبينة في الشكل حول المسند الثابت $O_2$ بسرعة زاوية ثابتة قدرها ($\omega_2 = 3$ rad/sec) باتجاه حركة عقارب الساعة ، لينقل الحركة إلى الذراع المتأرجح 4 عبر المنزلقة 3 ، ومنه إلى الوصـــلة 6 التـــي تنزلـــق ضـــمن المجرى الشاقولي E عبر المنزلقة 5 .

المطلوب: دراسة الحركة لعناصر التركيبة عند الوضع ($\theta_2 = 45^o$) ، وذلك بـــ:

1. رسم المخطط الحركي بإتقان باستخدام مقياس الرسم:
( كل 10 cm من الأطوال الحقيقية تقابل 1 cm على المخطط )

2. إيجاد المميزات الحركية لوصلات التركيبة من مخططـــي الســـرعة والتســـارع ، باستخدام المقاييس الآتية:

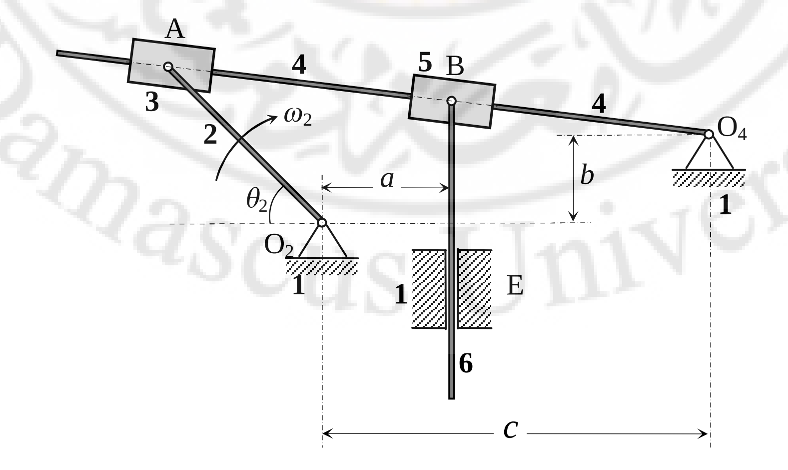
لمخطط السرعة (15 cm/s ≡ 1 cm) ، ولمخطط التسارع ($20$ cm/s$^2$ ≡ 1 cm) .

3. التأكد من السرعة الخطية للوصلة 6 ، بطريقة مباشرة باستخدام مفهوم المراكز اللحظية .

4. إيجاد سرعة التحاك في المفصل $O_4$ ، إذا كان قطر محور الربط يساوي 10 mm .

علماً أن:

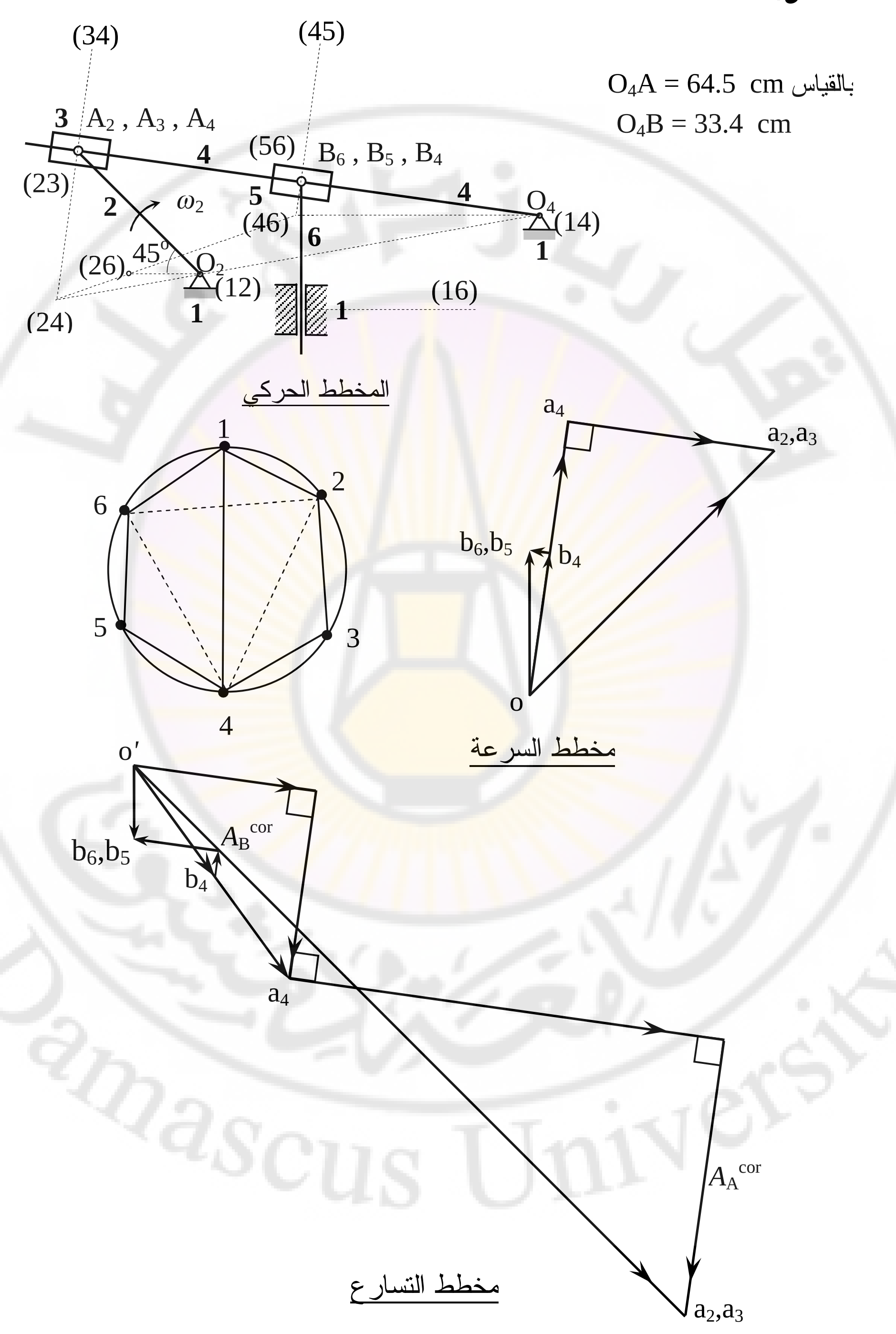
($a$ = 14 cm) , ($b$ = 8 cm) , ($c$ = 47 cm) , ($O_2A$ = 24 cm)



**الحل:**

$O_4A = 64.5\ cm$ بالقياس

$O_4B = 33.4\ cm$



| ω rad/sec | $V$ cm/sec | $\varepsilon$ rad/sec$^2$ | $A$ cm/sec$^2$ |
|---|---|---|---|
| $\omega_2 = 3$ ↻ | $V_{A2} = V_{A3} = 72$ | $\varepsilon_2 = 0$ | $A^n{}_{A2} = 216$ |
| $\omega_4 = 0.89$ ↻ | $V_{A4} = 57.45$ | $\varepsilon_4 = 0.818$ ↺ | $A^n{}_{A4} = 51$ |
| | $V_{A3A4} = 43.2$ | | $A^{cor}{}_{A} = 76.9$ |
| | $V_{B4} = 29.7$ | | $A_{A4} = 73.2$ |
| | $V_{B6} = V_{B5} = 30$ | | $A_{A3A4} = 121.4$ |
| | $V_{B5B4} = 4.2$ | | $A_{B4} = 38$ |
| | | | $A^{cor}{}_{B} = 7.47$ |
| | | | $A_{B5B4} = 24$ |
| | | | $A_{B6} = 20.6$ |

3- تحسب السرعة الخطية للوصلة 6 من العلاقة:

$$V_6 = V_{26} = \omega_2\,(12 - 26) = 1(10)\,(3) = 30 \;\; \text{cm/sec}$$

وذلك بعد ايجاد المراكز اللحظية الابتدائية ، والمراكز اللحظية (24) ، (46) ، (26) .

4- تحسب سرعة التحاك في المفصل $O_4$ من العلاقة:

$$(V_r)_{O4} = (\omega_4)\, r = 4.45 \;\; \text{mm/sec}$$

## مسائل غير محلولة ***PROBLEMS***

**م-3-1**

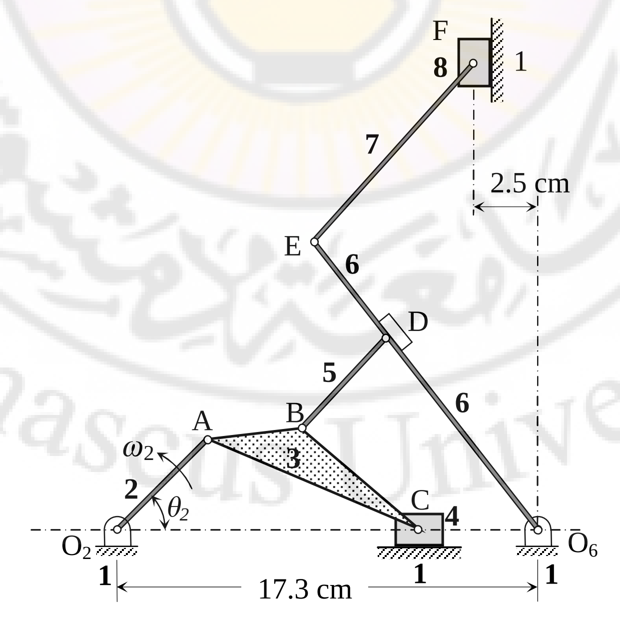
يبين الشكل (م-3-1) المخطط الحركي لتركيبة آلية ، حيث يـــدور المرفـــق $O_2A$ بسرعة زاوية ثابتة ($\omega_2 = 1$ rad/sec) بعكس اتجاه دوران عقارب الساعة .

المطلوب عند الوضع ($\theta_2 = 45^o$) الآتي:

1. دراسة حركة التركيبة بطريقة التمثيل التخطيطي للحركة النسبية .
2. التأكد من السرعة الزاوية للوصلة 7 بطريقة مباشرة باستخدام مفهـــوم المركـــز اللحظي للسرعة.
3. حساب سرعة التحاك عند النقاط C , B , E ، إذا كان نصف قطر مسمار الـــربط عند كل منها يساوي 5 mm .

علماً أن:

$O_2A = 5.1$ cm , $AC = 10.2$ cm , $AB = 4.5$ cm , $BC = 6.4$ cm
$BD = 5.1$ cm , $DO_6 = 10.2$ cm , $EO_6 = 15.2$ cm , $EF = 10.2$ cm




الشكل (م-3-1) المخطط الحركي لتركيبة آلية .

**م-3-2**

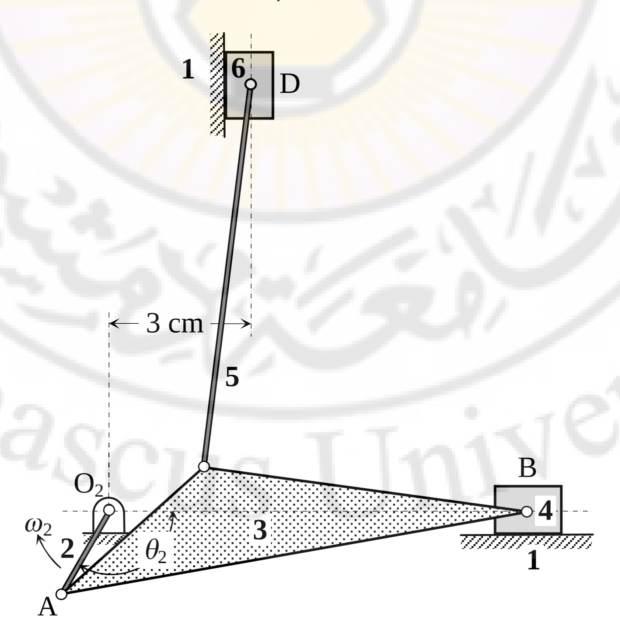
يبين الشكل (م-3-2) المخطط الحركي لتركيبة آلية ، حيث يدور المرفق $O_2A$ بسرعة زاوية ثابتة ($\omega_2 = 40$ rad/sec) باتجاه دوران عقارب الساعة ، ليحرك كلاً من الوصلتين 4 , 6 حركة ترددية انسحابية .

المطلوب عند الوضع ($\theta_2 = 120^o$) الآتي:

1. دراسة حركة التركيبة بطريقة التمثيل التخطيطي للحركة النسبية .
2. التأكد من السرعة الخطية لكل من الوصلتين 4 , 6 بطريقة مباشرة باستخدام مفهوم المركز اللحظي للسرعة .
3. حساب سرعة التحاك ضمن مجرى الوصلتين 4 , 6 .
4. تعيين سرعة كل من النقاط B , C , D بطريقة خط المراكز .
5. تعيين سرعة هذه النقاط بطريقة الانتقال من وصلة إلى وصلة تحليلياً وتخطيطياً .

علماً أن:

$O_2A = 2$ cm , $AC = 4$ cm , $AB = 10$ cm
$BC = 7$ cm , $CD = 8$ cm




الشكل (م-3-2) المخطط الحركي لتركيبة آلية .

**م-3-3**

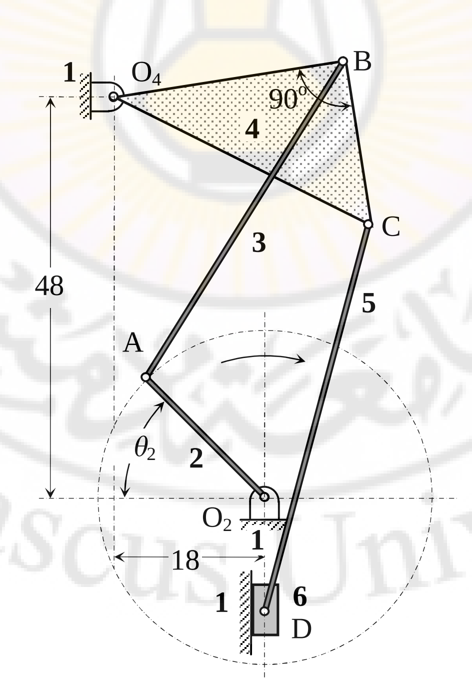
يبين الشكل (م-3-3) المخطط الحركي لتركيبة آلية تستعمل في آلة خياطة لتحريك الساق الحاملة للإبرة ، حيث يدور المرفق 2 بسرعة زاوية ثابتة ($\omega_2 = 30$ rad/sec) باتجاه دوران عقارب الساعة ، ليعطي الوصلة 6 حركة ترددية .

المطلوب عند الوضع ($\theta_2 = 45^o$) الآتي:

1. دراسة حركة التركيبة بطريقة التمثيل التخطيطي للحركة النسبية .
2. التأكد من السرعة الخطية للوصلة 6 ، والسرعة الزاوية للوصلة 4 ، بطريقة مباشرة باستخدام مفهوم المركز اللحظي للسرعة .
3. حساب سرعة التحاك عند النقاط B , C , D ، إذا كان نصف قطر مسمار الربط عند كل منها يساوي 5 mm .

علماً أن:

$O_2A = BC = 20$ mm , $AB = 45$ mm , $O_4B = 28$ mm , $CD = 48$ mm




الشكل (م-3-3) المخطط الحركي لتركيبة آلية تستعمل في آلة خياطة .

**م-3-4**

يبين الشكل (م-3-4) المخطط الحركي لتركيبة آلة تغليف ، حيث يدور المرفق $O_2A$ بسرعة زاوية ثابتة ($\omega_2 = 100 \ \text{rad/sec}$) باتجاه دوران عقارب الساعة . تنتقل الحركة عبر الذراع ACB إلى الوصلة المرفقية القائمة 6 التي تتأرجح حول $O_6$ .

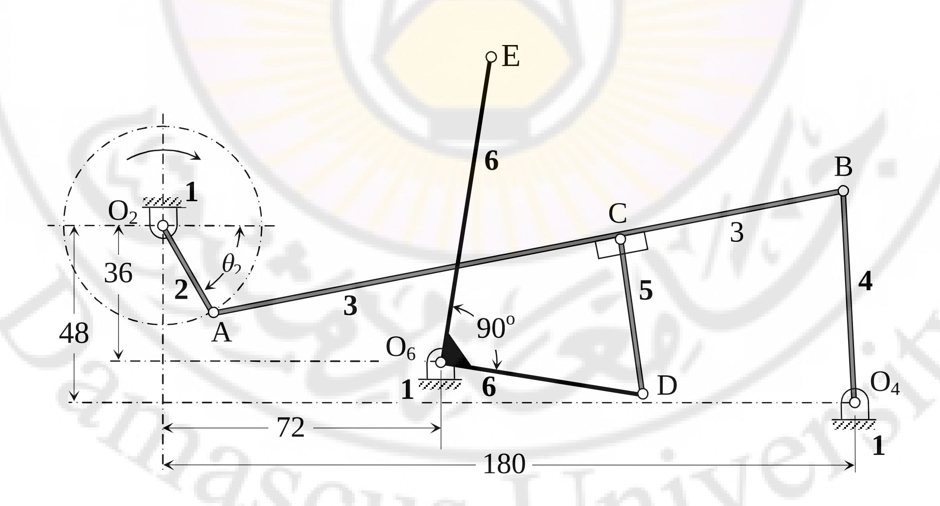
المطلوب عند الوضع ($\theta_2 = 60^o$) الآتي:

1. دراسة حركة التركيبة بطريقة التمثيل التخطيطي للحركة النسبية .
2. التأكد من السرعة الزاوية للوصلة 6 بطريقة مباشرة باستخدام مفهــوم المركــز اللحظي للسرعة .
3. حساب سرعة التحاك عند النقاط $O_2$ , $O_6$ , C ، إذا كان نصف قطر مسمار الربط عند كل منها يساوي 5 mm .

علماً أن الأبعاد المبينة في الشكل هي بالميليمتر:

$O_2A = 27$ mm , AB = 168 mm , CB = 60 mm

$O_4B = O_6D = 54$ mm , CD = 42 mm , $O_6E = 90$ mm




الشكل (م-3-4) المخطط الحركي لتركيبة آلة تغليف .

**م-3-5**

يبين الشكل (م-3-5) المخطط الحركي لمحرك ذي ثلاث أسطوانات ، حيث يدور المرفق المشترك $O_2B$ بسرعة ثابتة 2500 r.p.m ، بعكس اتجاه دوران عقارب الساعة .

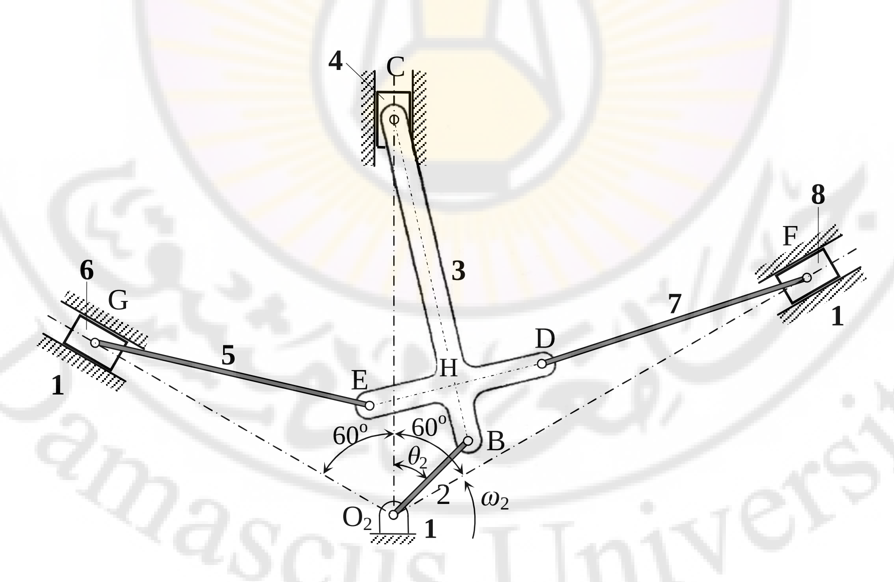
المطلوب عند الوضع ($\theta_2 = 45^o$) الآتي:

1. دراسة حركة التركيبة بطريقة التمثيل التخطيطي للحركة النسبية .
2. التأكد من السرعة الزاوية للوصلة 6 بطريقة مباشرة باستخدام مفهـــوم المركـــز اللحظي للسرعة.
3. حساب سرعة التحاك عند النقاط B , E , D ، إذا كان نصف قطر مسمار الـــربط عند كل منها يساوي 5 mm .

علماً أن:

$$O_2B = 10\ \text{cm}\ ,\ BC = 35\ \text{cm}\ ,\ BH = 5\ \text{cm}$$

$$EH = HD = 8.5\ \text{cm}\ ,\ GE = FD = 26\ \text{cm}$$




الشكل (م-3-5) المخطط الحركي لمحرك ذي ثلاث أسطوانات .

**م-3-6**

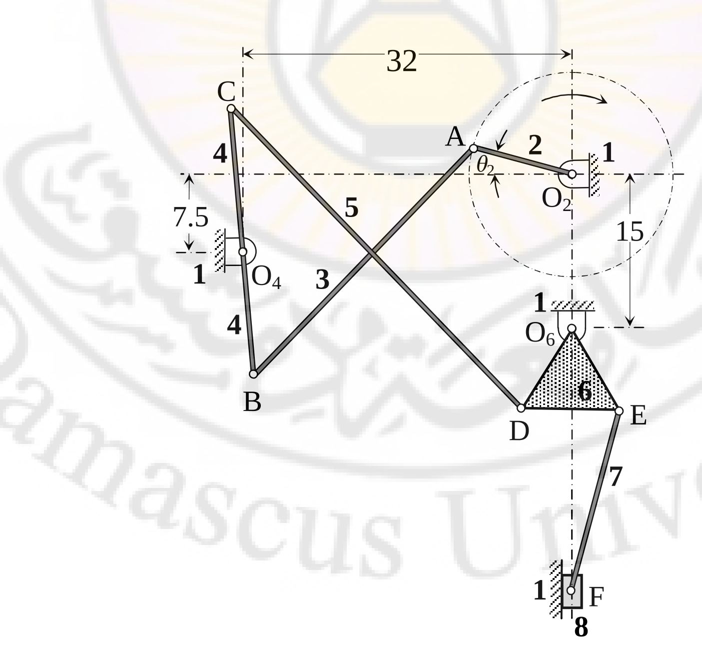
يبين الشكل (م-3-6) المخطط الحركي لتركيبة ركبيه في مكبس تخريم ، حيث تدور الوصلة القائدة 2 بسرعة زاوية ثابتة ($\omega_2 = 50$ rad/sec) باتجاه دوران عقارب الساعة ، بينما الوصلة المقودة 8 تمثل ممسك أداة التخريم .

المطلوب عند الوضع ($\theta_2 = 15^o$) الآتي:

1. دراسة حركة التركيبة بطريقة التمثيل التخطيطي للحركة النسبية .
2. التأكد من السرعة الزاوية للوصلة 7 بطريقة مباشرة باستخدام مفهوم المركز اللحظي للسرعة .
3. حساب سرعة التحاك عند النقاط C , D , E ، إذا كان نصف قطر مسمار الربط عند كل منها يساوي 5 mm .

علماً أن الأبعاد المبينة في الشكل هي بالسنتيمتر:

$O_2A = 10$ cm , $AB = 31$ cm , $O_4C = 14$ cm , $O_4B = 12.5$ cm
$CD = 40.5$ cm , $EF = 18$ cm , $O_6D = O_6E = 9$ cm , $DE = 9.5$ cm




الشكل (م-3-6) المخطط الحركي لتركيبة ركبيه في مكبس تخريم .

**م-3-7**

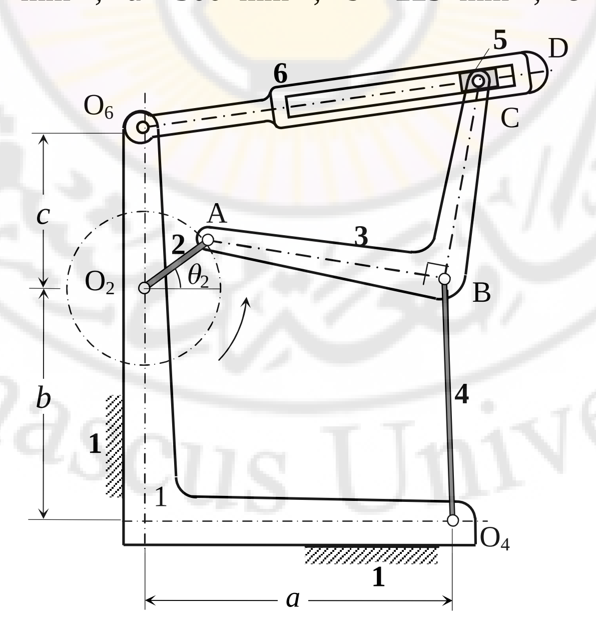
يبين الشكل (م-3-7) المخطط الحركي لتركيبة آلية تدخل في تصميم بعض أجزاء آليات البناء حيث يدور المرفق $O_2A$ بسرعة ثابتة 300 r.p.m بعكس اتجاه دوران عقارب الساعة ؛ ليعطي حركة دورية منحنية للذراع المشقوق $O_6D$ عبر الوصلة المرفقية قائمة الزاوية ABC ، التي تتأرجح حول $O_4$ ، وعبر المنزلقة 5 .

المطلوب عند الوضع ($\theta = 30^o$) الآتي:

1. دراسة حركة التركيبة بطريقة التمثيل التخطيطي للحركة النسبية .
2. التأكد من السرعة الزاوية للوصلة 6 بطريقة مباشرة باستخدام مفهوم المركز اللحظي للسرعة .
3. تعيين سرعة التحاك عند الازدواج B علماً أن قطر محور الربط هو 20 mm ، وكذلك سرعة التحاك ضمن مجرى المنزلقة .

علماً أن:

$O_2A = 75$ mm , AB = 225 mm , BC = 200 mm
$O_4B = 225$ mm , a = 300 mm , b = 225 mm , c = 150 mm




الشكل (م-3-7) المخطط الحركي لتركيبة في آلية بناء .

**م-3-8**

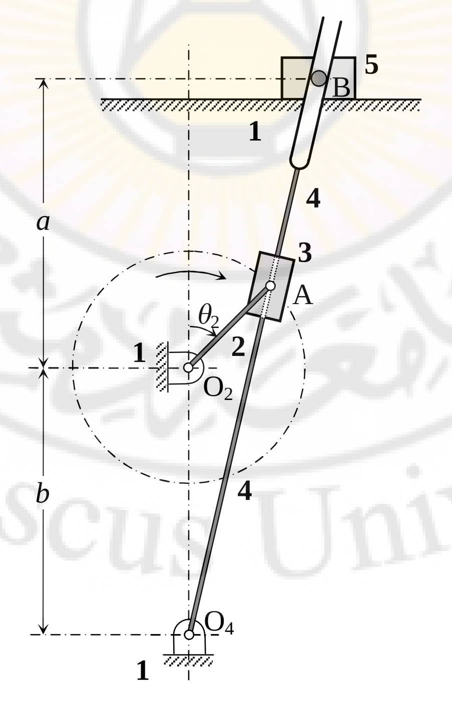
يبين الشكل (م-3-8) تركيبة المرفق ، والذراع المشقوق ؛ لإعطاء حركــة ســريعة الارتداد للمنزلقة 5 . حيث يدور المرفق 2 بسرعة زاوية ثابتــة ($\omega_2 = 100$ rad/sec) باتجاه دوران عقارب الساعة .

المطلوب عند الوضع ($\theta = 45^o$) الآتي:

1. دراسة حركة التركيبة بطريقة التمثيل التخطيطي للحركة النسبية .
2. التأكد من السرعة الزاوية للوصلة 7 بطريقة مباشرة باستخدام مفهــوم المركــز اللحظي للسرعة .
3. حساب سرعة التحاك عند النقاط C , D , E ، إذا كان نصف قطر مسمار الــربط عند كل منها يساوي 5 mm .

علماً أن:

$O_2A = 50$ mm , $a = 125$ mm , $b = 115$ mm




الشكل (م-3-8) المخطط الحركي لتركيبة المرفق ، والذراع المشقوق .

**م-3-9**

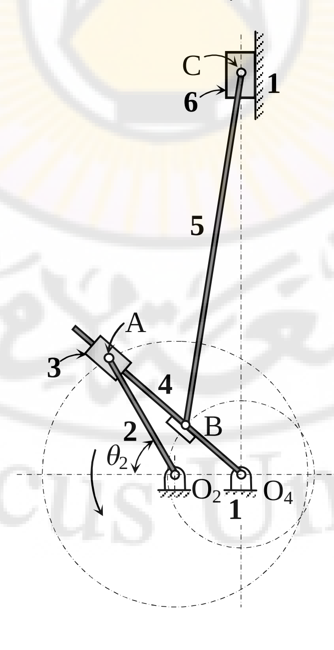
يبين الشكل (م-3-9) المخطـــط الحركـــي لتركيبـــة ويـــت وورث (*Whitworth*) المستعملة في الحصول على حركة سريعة الارتداد لعدة القطع في مقشطة صـــغيرة ، حيـــث تدور الوصلة القائدة $O_2A$ بسرعة زاوية ثابتة ($\omega_2 = 10 \ \ rad/sec$) باتجاه عكس دوران عقارب الساعة .

المطلوب عند الوضع ($\theta_2 = 60^o$) الآتي:

1. دراسة حركة التركيبة بطريقة التمثيل التخطيطي للحركة النسبية .
2. التأكد من السرعة الزاوية للوصلة 5 بطريقة مباشرة باستخدام مفهوم المركز اللحظي للسرعة .
3. تعيين سرعة التحاك عند الازدواج B علماً أن قطر محور الربط هو 20 mm ، وكذلك سرعة التحاك ضمن مجرى المنزلقة .

علماً أن:

$$O_2O_4 = 90 \text{ mm} \ \ , \ \ O_2A = 180 \text{ mm} \ \ , \ \ O_4B = 96 \text{ mm} \ \ , \ \ BC = 490 \text{ mm}$$




الشكل (م-3-9) المخطط الحركي لتركيبة ويت وورث .

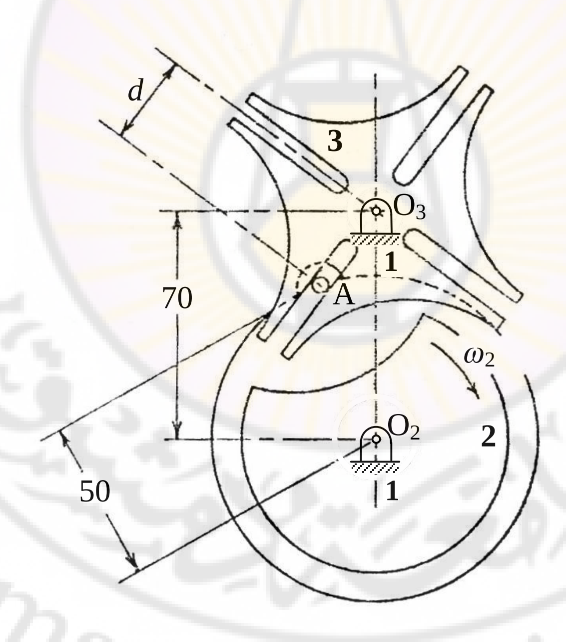
**م-3-10**

يبين الشكل (م-3-10) المخطط الحركي لتركيبة دولاب جينيفا (*Geneva*) للحركة المتقطعة ، حيث يدور الدولاب بسرعة زاوية ثابتة ($\omega_2 = 15$ rad/sec) باتجاه دوران عقارب الساعة .

المطلوب عند الوضع الذي تكون فيه المسافة ($d = 33$ mm) ، الآتي:

1. دراسة حركة التركيبة بطريقة التمثيل التخطيطي للحركة النسبية .
2. التأكد من السرعة الزاوية للدولاب المخدّد 3 بطريقة مباشرة باستخدام مفهوم المركز اللحظي للسرعة .

علماً أن الأبعاد في الشكل هي بالمليمتر .




الشكل (م-3-10) المخطط الحركي لتركيبة دولاب جينيفا .

**م-3-11**

يبين الشكل (م-3-11) تخطيطاً لمضخة تغذية ترددية متغيرة الشوط . تنتقل الحركة من الوصلة القائدة 2 عبر المفصل B إلى ذراع التوصيل CBD الذي تتصل نهايته C بكتلة متمفصلة معه 5 . تتحرك هذه الكتلة ضمن مجرى منحن في الوصلة F المثبتة إلى المسند E . يمكن تغيير شوط المكبس D بتغيير وضع F حول المسند E .

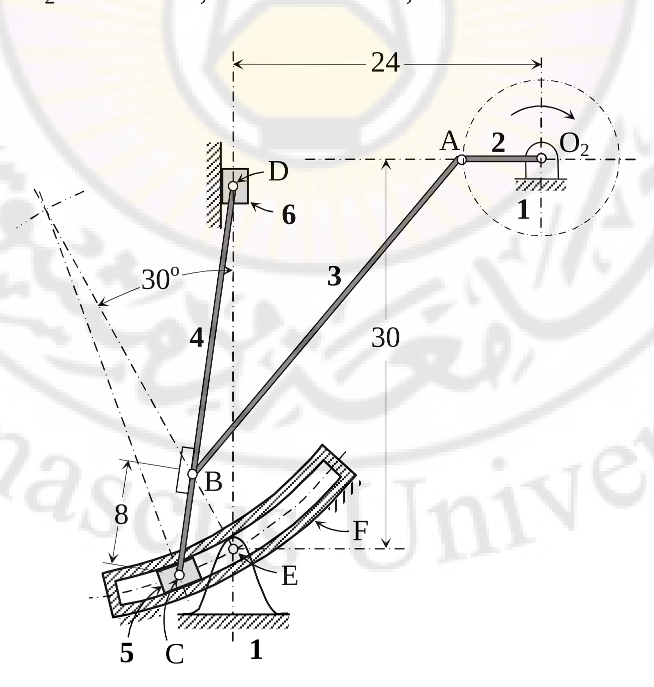
فإذا دار المرفق بسرعة ثابتة r.p.m 500 باتجاه دوران عقارب الساعة ، المطلوب في الوضع المبين الآتي:

1- دراسة حركة التركيبة بطريقة التمثيل التخطيطي للحركة النسبية .

2- التأكد من السرعة الخطية للمكبس 6 بطريقة مباشرة باستخدام مفهوم المركز اللحظي للسرعة .

علماً أن نصف قطر انحناء المجرى يساوي طول الذراع CD ، وأن الأبعاد بالسنتمتر حيث:

$$O_2A = 6 \text{ cm} \;,\; AB = 32 \text{ cm} \;,\; CD = 30 \text{ cm}$$




الشكل (م-3-11) المخطط الحركي لمضخة تغذية ترددية متغيرة الشوط .

**م-3-12**

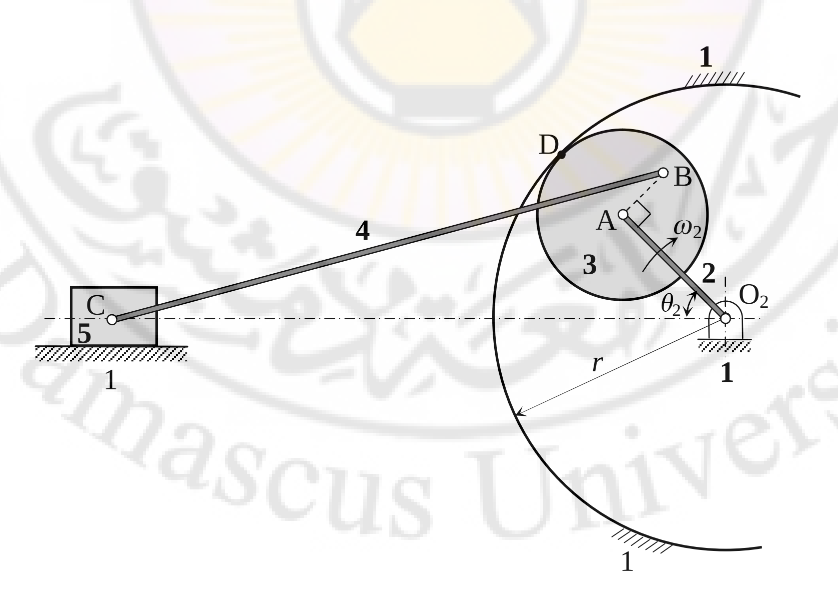
يبين الشكل (م-3-12) تركيبة آلية لتحويل حركة دورانية إلى حركة انزلاقية ترددية عبر مسننين 1 و 3 يتعشقان داخلياً ، حيث المسنن 1 ثابت بينما يدور المسنن 3 لينقـل الحركة من المرفق 2 الذي يدور بسرعة زاوية ثابتة ($\omega_2$ = 200 rad/sec) إلى المنزلقة 5 عبر ذراع التوصيل 4 .

المطلوب عند الوضع ($\theta_2 = 45^o$) الآتي:

1. دراسة حركة التركيبة بطريقة التمثيل التخطيطي للحركة النسبية .
2. التأكد من السرعة الخطية للوصلة 5 بطريقة مباشرة باستخدام مفهوم المركز اللحظي للسرعة .
3. تعيين سرعة التحاك عند الازدواج B علماً أن قطر محور الربط هو 20 mm ، وكذلك سرعة التحاك ضمن مجرى المنزلقة .

علماً أن:

$r$ = 200 mm , OA = 120 mm , AB = 50 mm , BC = 500 mm




المخطط الحركي لتركيبة آلية لتحويل حركة دورانية إلى حركة انزلاقية ترددية .

الشكل (م-3-12)

**م-3-13**

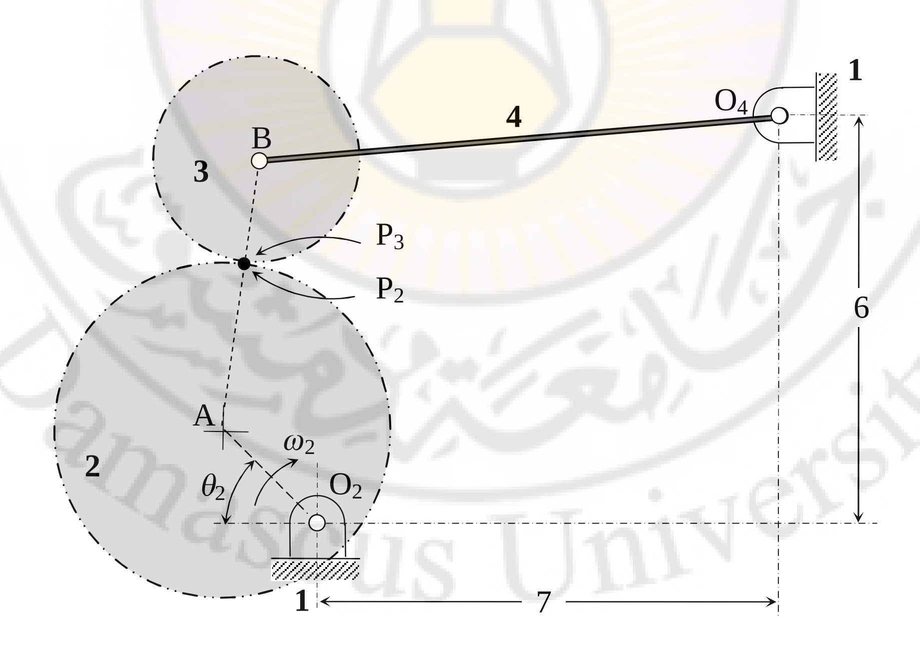
يبين الشكل (م-3-13) تركيبة آلية مسننة ، حيث كل من المسننين 3 , 2 ممثل بدائرة خطوته . يدور المسنن 2 حول $O_2$ بسرعة زاوية ثابتة ($\omega_2 = 10$ rad/sec) ، بينما يتدحرج المسنن 3 عليه تدحرجاً صرفاً .

المطلوب عند الوضع ($\theta_2 = 45^o$) الآتي:

1. دراسة حركة التركيبة بطريقة التمثيل التخطيطي للحركة النسبية .
2. التأكد من السرعة الزاوية للوصلة 4 بطريقة مباشرة باستخدام مفهوم المركز اللحظي للسرعة .
3. حساب سرعة التحاك عند الازدواج B ، إذا كان نصف قطر مسمار الربط يساوي 5 mm .

علماً أن الأبعاد المبينة في الشكل هي بالسنتيمتر ، وأن:

$O_2A = 2$ cm , $AP_2 = 2.5$ cm , $BP_3 = 1.5$ cm , $O_4B = 8$ cm




الشكل (م-3-13) المخطط الحركي لتركيبة آلية مسننة .

**م-3-14**

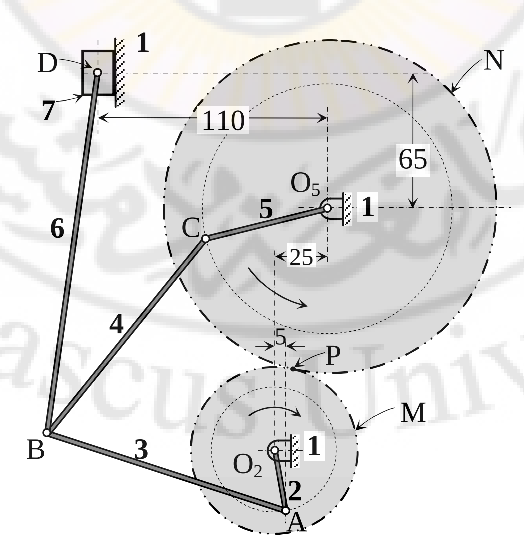
يبين الشكل (م-3-14) المخطط الحركي لآلية آندرو (*Andreau*) التفاضـــلية ؛ أي التي تؤمن للمنزلقة الترددية 7 أربعة أشواط متغيرة الطــول . تمثــل الــدائرتان M , N دائرتي الخطوة لمسننين يتعشقان عند P . تتصل الوصلتان 2 , 5 بشكل صلب بالمســننين M , N على التتالي .

فإذا دار المرفق $O_2A$ بسرعة زاوية ثابتة 50 rad/sec باتجاه دوران عقارب الساعة . المطلوب في الوضع المبين في الشكل الآتي:

1. دراسة حركة التركيبة بطريقة التمثيل التخطيطي للحركة النسبية .
2. التأكد من السرعة الخطية للمنزلقة 7 بطريقة مباشرة باستخدام مفهــوم المركــز اللحظي للسرعة .
3. حساب سرعة التحاك عند الازدواج B ، إذا كان نصف قطر مسمار الربط يساوي 5 mm .

علماً أن قطر الدائرة M يســاوي 80 mm ، وقطــر الــدائرة N يســاوي 160 mm ، وأن:

$$O_2A = 30\ mm\ ,\ AB = CB = 120\ mm\ ,\ BD = 175\ mm\ ,\ O_5C = 60\ mm$$




الشكل (م-3-11) المخطط الحركي لآلية آندرو التفاضلية .

# الفصل الرابع

## تحليل حركة التركيبات الآلية بواسطة الحاسوب

## *Computer Aided Kinematic Analysis of Mechanisms*

### 4-1- مقدمة *Introduction*

إن الطرق التخطيطية المشروحة في الفصل السابق تعتمد بالخطوة المتعلقة بعملية تعيين الإزاحة ، والسرعة ، والتسارع لأجزاء التركيبة الآلية في وضعية وحيدة محددة ، ولكن تحليل الحركة في وضعية وحيدة للآلية يعطي عادة معلومات ضئيلة جداً لا تفي بما يلزم للمصمم ؛ لأن مثل هذا التحليل يجب أن يتم في وضعيات كثيرة خلال دورة عمل كاملة للتركيبة الآلية ؛ هذا يعني بأن إنشاء مخططات السرعة والتسارع يجب أن يكرر في كل وضعية للآلية لتعيين تغيرات السرعة ، والتسارع بشكل كامل .

إن للطرق التحليلية بعض الميزات الخاصة بالمقارنة مع الطريقة التخطيطية ؛ إذ إنه يمكن اشتقاق علاقات تحليلية لحساب الإزاحة ، والسرعة ، والتسارع بدلالة الوسائط العامة للتركيبة الآلية ، ويتم كخطوة تالية صياغة هيكل رياضي ، ثم إعداد برنامج يقوم الحاسوب بمعالجته والقيام بالعمليات الحسابية اللازمة ، وأخيراً طباعة النتائج ورسم مخططات الحركة على أنواعها ؛ مما يتيح للباحث الإلمام الدقيق بالتغيرات الحركية كافة من إزاحة ، وسرعة ، وتسارع حتى يتمكن من أخذ قرار حول صلاحية الآلية للاستخدام العملي ، أم فيما كان من الضروري إجراء تعديلات في أبعادها الحركية أو غير ذلك .

يتناول هذا الفصل طرائق عدة لتحليل حركة التركيبات الآلية بحيث يمكن تطبيقها في حل أمثلة عملية باستخدام الحاسوب ، وهي الآتية:

- تحليل معادلات الحركة بتطبيق علاقات النسب المثلثية .
- تحليل متجهات الحركة بتطبيق علاقات الأعداد المركبة .
- تحليل أوضاع الحركة بدلالة زاوية الدخل .

## 4-2- تحليل معادلات الحركة بتطبيق علاقات النسب المثلثية

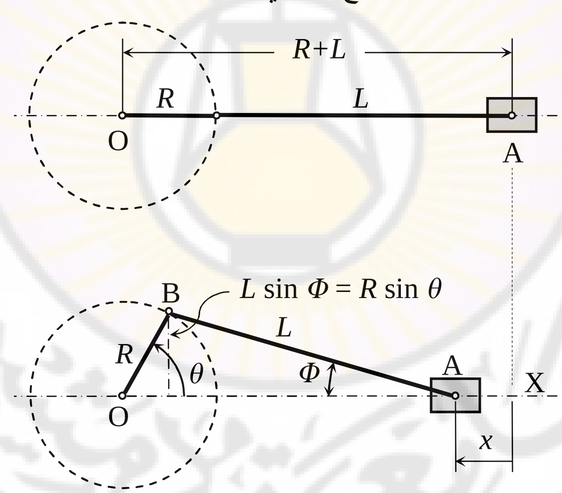
***Equations of Motion Analysis by Trigonometry***

تعتمد طريقة تحليل معادلات الحركة بتطبيق علاقات النسب المثلثية على كتابة معادلات الإزاحة لمختلف نقاط المخطط الحركي للتركيبة الآلية ؛ وذلك باستعمال علاقات الهندسة المستوية والنسب المثلثية ، يتم الحصول على سرعة كل نقطة من هذه النقاط من اشتقاق معادلة الإزاحة الموافقة لها بالنسبة للزمن ، أما التسارع ، فينتج من اشتقاق معادلة السرعة بالنسبة للزمن .

### 4-2-1- تطبيق على تركيبة المنزلقة والمرفق

***Slider-Crank Mechanism Application***

يبين (الشكل-4-1) آلية المنزلقة والمرفق المركزية في وضعها الحدي الخـــارجي ، وفي وضعية عامة محددة بزاوية الوضع الزاوي للمرفق $\theta$ .




(الشكل-4-1) آلية المنزلقة ، والمرفق المركزية في وضعها الحدي الخارجي ، وفي وضعية عامة .

من (الشكل-4-1) يمكن تعيين إزاحة المكبس $x$ عن وضعيته الابتدائيـــة اليمنـــى بدلالة الوضع الزاوي للمرفق $\theta$:

$$x = (R + L) - (R.\cos q + L.\cos f)$$

$$x = R(1 - \cos q) + L(1 - \cos f) \qquad (1\text{-}4)$$

يمكن التعبير عن الزاوية $\Phi$ بدلالة الزاوية $\theta$ بإنزال عمود من النقطة B على المحور OX ؛ ليتشكل مثلثان قائمان ، ويكون طول العمود:

$$R.\sin q = L.\sin f \qquad \Rightarrow \qquad \sin f = \frac{R}{L}\sin q$$

باستخدام هذه المعادلة والمتطابقة:

$$\cos^2 f = 1 - \sin^2 f = 1 - (\frac{R}{L})^2 \sin^2 q$$

نحصل على معادلة إزاحة المنزلقة $x$ بدلالة الزاوية $\theta$ فقط:

$$x_q = R(1-\cos q) + L\left\{1 - \left[1 - (R/L)^2 \sin^2 q\right]^{1/2}\right\} \qquad (2\text{-}4)$$

بمفاضلة معادلة الإزاحة $x$ بالنسبة للزمن ، تنتج معادلة سرعة المنزلقة ، مع افتراض أن السرعة الزاوية $\omega$ هي مشتق زاوية الوضع $\theta$ بالنسبة للزمن:

$$V_q = \frac{dx}{dq}\times\frac{dq}{dt} = w.R.\sin q\,[1 + (\frac{R}{L})\frac{\cos q}{[1-(R/L)^2\sin^2 q]^{1/2}}] \qquad (3\text{-}4)$$

إذا كانت تركيبة المنزلقة والمرفق تستخدم في محرك مكبسي أو مضخة مكبسية ، فإن نسبة $L$ إلى $R$ تكون كبيرة نسبياً ، ثلاث مرات أو أكثر ، وهذا يؤدي إلى تبسيط شكل المعادلة الأخيرة . وباستخدام نظرية البينومية ذي الحدين في نشر الجذر التربيعي ، وإهمال الحدود التي هي أعلى من الرتبة الثانية ، فإنه يتبقى الحدود التالية فقط في معادلة إزاحة المنزلقة:

$$x_q = R(1-\cos q) + \frac{R^2}{2L}\sin^2 q \qquad (4\text{-}4)$$

وفي معادلة السرعة تنتج معادلة السرعة التقريبية للمنزلقة:

$$V_q = \frac{dx_q}{dt} = w.R.\sin q\,[1 + (\frac{R}{L})\cos q] \qquad (5\text{-}4)$$

بافتراض أن السرعة الزاوية $\omega$ ثابتة ، واستبدال الزاوية $\theta$ في المعادلة السابقة بالمقدار $\omega.t$ ، وتعويض ( $\theta = 0$ ) عندما ( $t = 0$ ) .

وبمفاضلة معادلة السرعة التقريبية تنتج معادلة تسارع المنزلقة التقريبي:

$$A_q = \frac{dV_q}{dt} = w^2.R[\cos q + (\frac{R}{L})\cos 2q] \qquad (6\text{-}4)$$

إن المعادلات السابقة تعطي قيماً موجبة لسرعة المنزلقة وتسارعها إذا كان اتجاههما نحو عمود المرفق ، وقيماً سالبة إذا كان اتجاههما مبتعداً عن عمود المرفق . وتسري هـذه المعادلات على آلية المنزلقة ، والمرفق المركزية إذا كانت السرعة الزاوية لعمـود المرفـق ثابتة ، وإذا كانت النسبة $R / L$ أكبر أو تساوي ثلاثة . وعلى تركيبة المنزلقتين ، والمرفق في الفقرة (**2-5**) والمبينة في (الشكل-2-13) ، حيث يمكن الحصول على علاقـات حركـة المنزلقة 4 بعد تعويض $(R / L = 0)$ ، لأن $L$ تساوي لانهاية ، مما ينتج أن:

$$x_q = R(1-\cos q) \quad \Rightarrow \quad V_q = R.w.\sin q \quad \Rightarrow \quad A_q = R.w^2.\cos q$$

وهي علاقات حركة توافقية بسيطة ؛ لذا فإن من أهم تطبيقاتها توليد اهتزازات توافقية بسيطة في آلات الاختبار ، وكذلك كمولد حركة جيبية – تجيبية صحيحة فـي عناصـر الحاسـبات التمثيلية الميكانيكية .

من الواضح عند تطبيق هذه الطريقة ، لا بد من كتابة معادلة إزاحة مستقلة لكل نقطة يراد تعيين حركتها ، وذلك بدلالة الإزاحة المعلومة للوصلة القائدة في التركيبة . يمكن لمعادلة الإزاحة أن تكون خطية أو زاوية بحسب طبيعة حركة النقطة أو الوصلة العائدة لها . إنها طريقة سهلة وسريعة عند كون التركيبة الآلية بسيطة الشكل ذات عدد قليل من الوصلات ، لكن لما كانت غالبية الآلات مكونة من مجموعة تركيبات متداخلة ، فإن تحليل الحركة بهذه الطريقة يصبح معقداً جداً ؛ بسبب تداخل المتغيرات المؤثرة في تعيين معادلات الإزاحة ؛ إضافة إلى تزايد احتمال حصول أخطاء في كتابة هذه المعادلات من الصعب اكتشافها .

### 3-4- تحليل متجهات الحركة بتطبيق علاقات الأعداد المركبة

### *Vectors of Motion Analysis by Complex Numbers Relations*

تعتمد طريقة تحليل متجهات الحركة بتطبيق علاقات الأعداد المركبة على كتابة معادلات الإزاحة لمختلف نقاط المخطط الحركي للتركيبة الآلية ، وذلك باستعمال علاقات الأعداد المركبة ، يتم الحصول على سرعة كل نقطة من هذه النقاط من اشتقاق معادلة الإزاحة الموافقة لها بالنسبة للزمن ، أما التسارع ، فينتج من اشتقاق معادلة السرعة بالنسبة للزمن .

سنوضح من خلال بعض الأمثلة النموذجية الأسس المتبعة في هذا التحليل والتي يمكن - استناداً إليها - دراسة تحليل متجهات الحركة بتطبيق علاقات الأعداد المركبة في أية تركيبة مهما بلغ عدد وصلاتها .

### 4-3-1- تحليل متجهات حركة نقطة من وصلة

### *Vectors Analysis of Point Motion of Link*

لتحليل متجهات حركة نقطة من وصلة بتطبيق علاقات الأعداد المركبة ، ندرس الحالة المبينة في المخطط a في (الشكل-4-2) ، حيث تدور الوصلة 2 حول المركز الثابت $O_2$ بسرعة زاوية $\omega_2$ وتسارع زاوي $\varepsilon_2$ ، عندما تكون الإزاحة الزاوية للوصلة هي $\theta_2$ مقاسه من المحور الموجب وباتجاه عكس دوران عقارب الساعة .

إذا أردنا تعيين حركة النقطة P على هذه الوصلة ، فإن وضع هذه النقطة يمثل بالمتجه $\boldsymbol{R}_\mathbf{p}$ ، الذي يمكن التعبير عنه كعدد مركب بإحدى العلاقات الآتية:

$$\boldsymbol{R}_\mathbf{p} = r_\mathrm{p}.e^{i.\theta_2}$$
$$\boldsymbol{R}_\mathbf{p} = r_\mathrm{p}(\cos\theta_2 + i.\sin\theta_2) \qquad (7\text{-}4)$$

علماً أنه بشكل عام:

$$e^{i.\theta_2} = \cos\theta_2 + i.\sin\theta_2$$

تعد العلاقة الأولى من (4-7) أكثر سهولة في تحليل الحركة ، حيث:

$r_\mathrm{p}$ تمثل طويلة أو القيمة المطلقة لمتجه الإزاحة . وهي في هذه الحالة ثابتة ، وتساوي $O_2P$ .

$e^{i.\theta_2}$ تمثل وحدة قياس المتجه باتجاه الإزاحة الزاوية $\theta_2$ مع المحور الأفقي الحقيقي R ، كما في المخطط b في (الشكل-4-2) .

يمكن تعيين متجه سرعة النقطة P باشتقاق العلاقة (4-7) بالنسبة للزمن:

$$\boldsymbol{V}_\mathbf{p} = \dot{\boldsymbol{R}}_\mathbf{p} = r_\mathrm{p}.\dot{\theta}_2.i.e^{i.\theta_2}$$

$$\boldsymbol{V}_\mathbf{p} = r_\mathrm{p}.\omega_2.i.e^{i.\theta_2} \qquad (8\text{-}4)$$

حيث $(\dot{\theta}_2 = \omega_2)$ تمثل معدل تغيير الإزاحة الزاوية للوصلة ، أو السرعة الزاوية للوصلة .

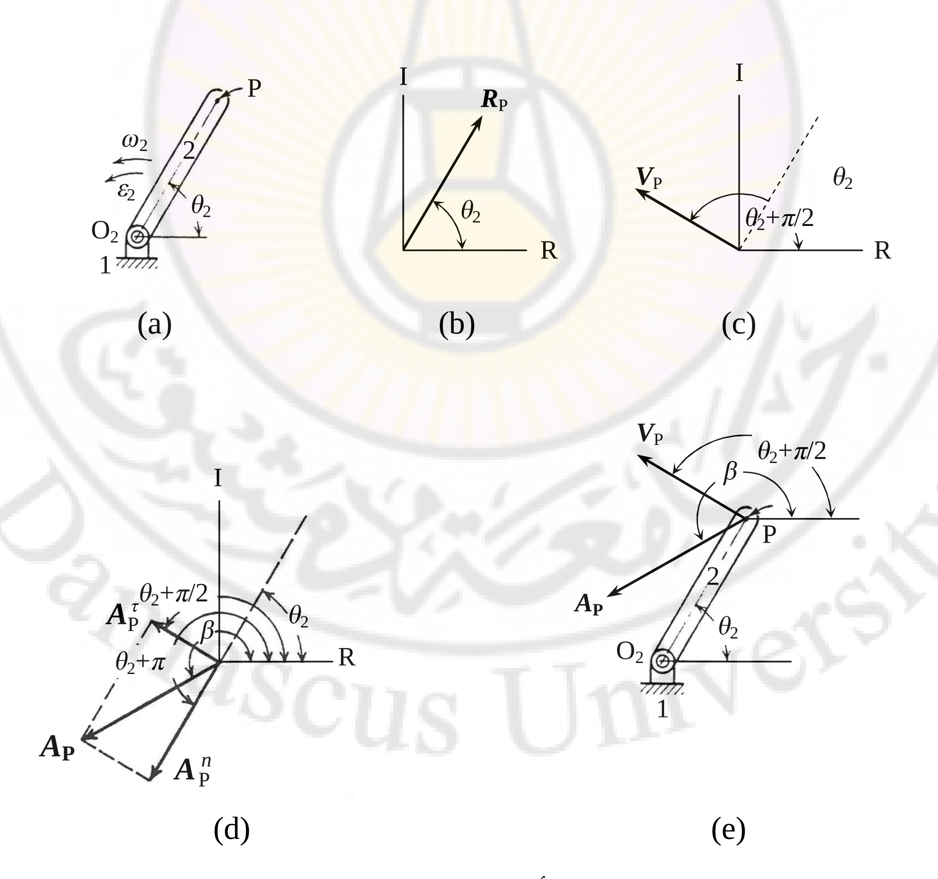
كما يمكن البرهان باستعمال علاقات الأعداد المركبـــة ، ومفكــوك متتاليـــة مـــاك لـــوران (*Mac-Lauran*) ، أن:

$$i.e^{i.q_2} = i\,(\cos q_2 + i.\sin q_2) = e^{i(q_2 + p/2)}$$

وبالتعويض تصبح معادلة السرعة (4-8) على الشكل:

$$\boldsymbol{V}_{\mathbf{p}} = r_{\mathrm{p}}.w_2.e^{i(q_2 + p/2)} \qquad (9\text{-}4)$$

كما هو مبين في المخطط c في (الشكل-4-2) ، حيـــث يتجـــه متجـــه الســـرعة بزاويـــة ($\theta_2 + \pi / 2$) عكس اتجاه دوران عقارب الساعة مع المحور الحقيقي ، وطول هذا المتجه هو ($r_{\mathrm{p}} . \omega_2$) ؛ أي: إن جداء وحدة قياس المتجه بالوحدة التخيلية $i$ ، يعمل على تدويره زاويـــة $90^{\circ}$ عكس اتجاه دوران عقارب الساعة عن وضعه السابق .




(الشكل-4-2) تحليل متجهات الحركة كأعداد مركبة لوصلة $O_2P$ تدور حول مركز ثابت $O_2$ .

نحصل على متجه التسارع باشتقاق معادلة السرعة (4-8) ، كالآتي:

$$\boldsymbol{A}_{\mathbf{P}} = \ddot{\boldsymbol{R}}_{\mathbf{P}} = r_P.\omega_2^2\,(i^2.e^{i.\theta_2}) + r_P.\dot{\omega}_2\,(i.e^{i.\theta_2})$$

$$\boldsymbol{A}_{\mathbf{P}} = r_P.\omega_2^2(i^2.e^{i.\theta_2}) + r_P.\varepsilon_2(i.e^{i.\theta_2}) \qquad (10\text{-}4)$$

حيث $(\ddot{\theta}_2 = \dot{\omega}_2 = \varepsilon)$ يمثل معدل تغير السرعة الزاوية للوصلة ، والحد الأول من المعادلة (4-10) يمثل متجه المركبة الناظمية للتسارع $\boldsymbol{A}_{\mathbf{P}}^{n}$ ، أما الحد الثاني ، فإنه يمثل متجه المركبة المماسية $\boldsymbol{A}_{\mathbf{P}}^{\tau}$ ، والقيم العددية لهما:

$$A_P^n = r_P.\omega_2^2 \qquad , \qquad A_P^t = r_P.\varepsilon_2$$

وبالاتجاهات المبينة في المخطط d في (الشكل-4-2) ، ويمكن كتابة معادلة التسارع (4-10) على النحو الآتي:

$$\boldsymbol{A}_{\mathbf{P}} = r_P.\omega_2^2.e^{i(\theta_2+\pi)} + r_P.\varepsilon_2.e^{i.(\theta_2+\pi/2)} \qquad (11\text{-}4)$$

عادة تكتب العلاقة (4-11) بدلالة الزاوية $\theta_2$ ، وذلك تسهيلاً لإيجاد مركبات تسارع النقاط في التركيبات الآلية ، بحيث تصبح:

$$\boldsymbol{A}_{\mathbf{P}} = -r_P.\omega_2^2(\cos\theta_2 + i.\sin\theta_2) + r_P.\varepsilon_2(i.\cos\theta_2 - \sin\theta_2)$$

$$\boldsymbol{A}_{\mathbf{P}} = -(r_P.\omega_2^2.\cos\theta_2 + r_P.\varepsilon_2.\sin\theta_2) + i(-r_P.\omega_2^2.\sin\theta_2 + r_P.\varepsilon_2.\cos\theta_2)$$

وتكتب بالشكل:

$$\boldsymbol{A}_{\mathbf{P}} = a + i.b$$

أي أنه يمكن أيضاً تمثيل التسارع $\boldsymbol{A}_{\mathbf{P}}$ كمحصلة مركبتين اتجاهيتين ، الأولى باتجاه المحور الحقيقي $R$ ، ولتكن قيمتها $a$ ، والأخرى باتجاه المحور التخيلي I ، ولتكن قيمتها $b$ ، وإن القيمة المطلقة لهذا التسارع معطاة بالعلاقة:

$$A_P = (a^2 + b^2)^{1/2} = [(r_P.\omega_2^2)^2 + (r_P.\varepsilon_2)]^{1/2} \qquad (12\text{-}4)$$

وباتجاه زاوية $\beta$ مع المحور الحقيقي كما هو موضح في المخطط e في (الشكل-4-2) ، حيث:

$$\tan\beta = \frac{b}{a} = \frac{(-\omega_2^2.\sin\theta_2 + \varepsilon_2.\cos\theta_2)}{-(\omega_2^2.\cos\theta_2 + \varepsilon_2.\sin\theta_2)} \qquad (13\text{-}4)$$

يبين المخطط e في (الشكل-4-2) توضع كل من متجهي سرعة النقطة P ، وتسارعها بالنسبة للوصلة 2 ، ويلاحظ من التحليل السابق أنه يمكن تعيين متجهات السرعة ، والتسارع لأي وضع للوصلة خلال دورة كاملة .

## 4-3-2- تحليل متجهات حركة نقطتين متطابقتين

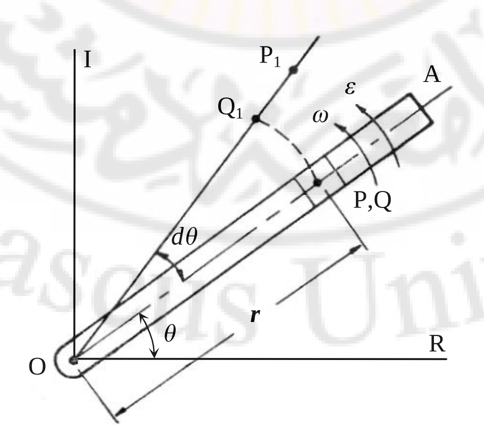
***Vectors Analysis of Motion of Two Coincident Points***

بينا في الفصل الثالث كيفية تمثيل هذه الحركة تخطيطاً ، والاستفادة من ذلك في تحليل حركة النقاط المتطابقة في تركيبة آلية ووصلاتها ، حيث يتم تقييد الحركة النسبية بتحريك نقطة ، من وصلة متحركة ، على مسار معين بالنسبة لوصلة متحركة أخرى بوساطة سطح توجيه مستقيم أو منحن . تنشأ عندئذ حركة نسبية بين النقاط المتطابقة على الوصلتين المتحركتين ؛ مما يؤدي إلى ظهور مركبات إضافية لمميزات الحركة عند هذه النقاط .

يمكن توضيح ذلك من خلال دراسة حركة الحالة المبينة في (الشكل-4-4-3) ، حيث تقيد حركة النقطة من الوصلة P بالانزلاق ضمن المجرى المستقيم للوصلة OA التي تدور حول المركز الثابت O بسرعة زاوية $\omega$ وتسارع زاوي $\varepsilon$ وفق الاتجاه المبين في (الشكل-4-4-3) ، حيث:

$$w = \frac{dq}{dt} \qquad , \qquad e = \frac{d^2q}{dt^2}$$

لنفرض أن النقطة المطابقة للوصلة P على الوصلة OA هي النقطة Q في هذه اللحظة . إذا دارت الوصلة OA زاوية $d\theta$ ، فإن النقطة Q تدور حول المركز الثابت O إلى $Q_1$ ، بينما تكون الوصلة P قد انزلقت على الوصلة OA بالنسبة لـ $Q_1$ إلى الوضع $P_1$ ؛ أي: إن النقطة Q كونها مثبتة إلى الوصلة OA تتحرك على مسار دائري مركزه O ، بينما تتحرك الوصلة P بالنسبة للمستوى الثابت على مسار منحن ما .




(الشكل-4-4-3) حركة الوصلة P مقيدة بالانزلاق ضمن المجرى المستقيم للوصلة OA .

يمكن كتابة معادلة إزاحة النقطة أو الوصلة P على شكل عدد مركب:

$$\text{OP} = r \,.\, e^{iq} \qquad (14\text{-}4)$$

بالاشتقاق بالنسبة للزمن ينتج معادلة سرعة الوصلة P :

$$V_{\text{P}} = \dot{r} \,.\, e^{iq} + r \,.\, w\,(i \,.\, e^{iq}) \qquad (15\text{-}4)$$

يمكن كتابة معادلة السرعة (4-15) على شكل المعادلة الشعاعية:

$$\boldsymbol{V}_{\mathbf{P}} = \boldsymbol{V}_{\mathbf{Q}} + \boldsymbol{V}_{\mathbf{PQ}} \qquad (16\text{-}4)$$

حيث:

$\boldsymbol{V}_{\mathbf{Q}}$ تمثل سرعة النقطة Q بالنسبة إلى المركز الثابت O باتجاه عمودي على الوصلة OA ، وقيمتها ($V_{\text{Q}} = r.\omega$) .

$\boldsymbol{V}_{\mathbf{PQ}}$ تمثل سرعة انزلاق الوصلة P بالنسبة إلى النقطة Q على طول الوصلة OA ، وقيمتها ($V_{\text{PQ}} = \dot{r}$) .

كما أن معادلة التسارع تنتج من اشتقاق معادلة السرعة (4-15) بالنسبة للزمن:

$$A_{\text{P}} = -r \,.\, w^2 \,.\, e^{iq} + r \,.\, e\,(i \,.\, e^{iq}) + \ddot{r} \,.\, e^{iq} + 2\,\dot{r} \,.\, w\,(i \,.\, e^{iq}) \qquad (17\text{-}4)$$

يمكن كتابة معادلة التسارع (4-17) على شكل المعادلة الشعاعية:

$$\boldsymbol{A}_{\mathbf{P}} = \boldsymbol{A}^{\boldsymbol{n}}_{\mathbf{Q}} + \boldsymbol{A}^{\boldsymbol{\tau}}_{\mathbf{Q}} + \boldsymbol{A}_{\mathbf{PQ}} + \boldsymbol{A}^{\boldsymbol{c}}_{\mathbf{PQ}} \qquad (18\text{-}4)$$

حيث:

$\boldsymbol{A}^{\boldsymbol{n}}_{\mathbf{Q}}$ تمثل المركبة الناظمية لتسارع النقطة Q بالنسبة إلى المركز الثابت O بالاتجـاه من Q إلى O ، وقيمتها العددية ($A^n_{\text{Q}} = r \,.\, w^2$) .

$\boldsymbol{A}^{\boldsymbol{\tau}}_{\mathbf{Q}}$ تمثل المركبة المماسية لتسارع النقطة Q بالنسبة إلى المركز الثابت O باتجـاه عمودي على الوصلة OA ، وقيمتها العددية ($A^t_{\text{Q}} = r \,.\, e$) .

$\boldsymbol{A}_{\mathbf{PQ}}$ يمثل التسارع النسبي لانزلاق الوصلة P بالنسبة إلى النقطـة Q علـى طـول الوصلة OA ، وقيمته العددية ($A_{\text{PQ}} = \ddot{r}$) .

$\boldsymbol{A}^{\boldsymbol{c}}_{\mathbf{PQ}}$ يدعى بتسارع كوريوليس أو التسارع المتمم ، ويمثل تسارع كوريوليس للوصلة P بالنسبة إلى النقطة Q باتجاه عمودي على الوصلة OA ، وقيمته العددية ($A^c_{\text{PQ}} = 2V_{\text{PQ}} \,.\, w$) .

نلاحظ من المعادلة (4-18) أن تقييد الحركة بوساطة سطح توجيه على وصلة متحركة ، قد نشأ عنه مركبة إضافية للتسارع $A^c_{PQ}$ ، كما يلاحظ أن اتجاه التسارع النسبي الانزلاقي يحدد بمعدل تغير السرعة النسبية متزايداً أو متناقصاً ، بينما يحدد اتجاه تسارع كوريوليس من تدوير شعاع السرعة النسبية حول مبدئه بزاوية $90^o$ باتجاه دوران $\omega$ ، كما سبق ، وتم شرحه في الفصل الثالث .

تجدر الإشارة إلى أنه في هذه الحالة قيدت حركة الوصلة P بالانزلاق على مسار مستقيم ؛ مما نتج منه أن السرعة النسبية $V_{PQ}$ متغيرة القيمة ، لكن ثابتة المنحى على طول الوصلة OA ؛ وبالتالي فإن التسارع النسبي $A_{PQ}$ له مركبة واحدة على طول هذه الوصلة ، هي في الواقع المركبة المماسية للتسارع النسبي .

وجدنا أيضاً أنه يحدث في بعض التركيبات أن تحدد حركة المنزلقة على مسار منحنٍ ، حيث تتغير السرعة النسبية $V_{PQ}$ بالقيمة والمنحى ؛ مما تنتج منه مركبتان للتسارع النسبي $A_{PQ}$ ، واحدة مماسية لمسار الانزلاق ، والأخرى ناظمية عليه باتجاه مركز انحناء هذا المسار ، بينما منحى السرعة النسبية $V_{PQ}$ ؛ فهو مماسي لمسار الانزلاق . في هذه الحالة تبقى المعادلة (4-16) صحيحة ، بينما يمكن كتابة المعادلة (4-18) بالشكل العام:

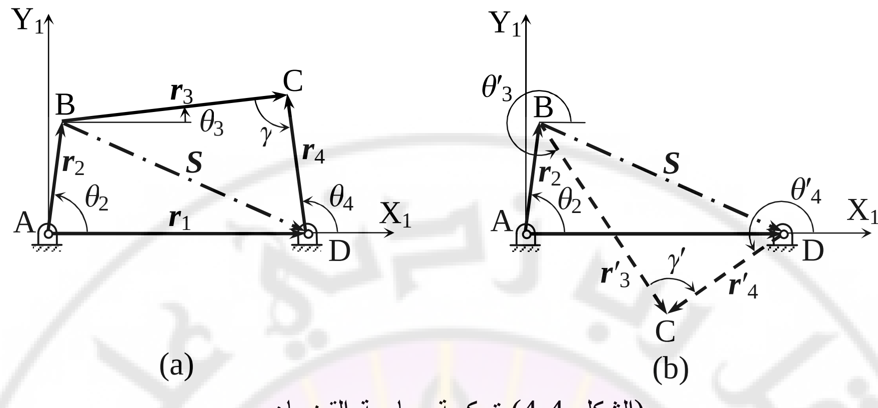
$$A_P = A^n_Q + A^\tau_Q + A^n_{PQ} + A^\tau_{PQ} + A^c_{PQ} \qquad (19\text{-}4)$$

تعدّ العلاقة الشعاعية (4-19) المعادلة العامة للتسارع في التركيبات الآلية ، حيث يمكن انعدام بعض حدودها وفقاً للحركة النسبية الحاصلة بين مختلف الوصلات المكونة للتركيبة .

### 4-3-3- تحليل متجهات حركة تركيبة رباعية القضبان

### *Vectors Analysis of Motion in Four-Bar Mechanism*

بينا في الفقرة **4-3-1-** كيفية تعيين سرعة نقطة وتسارعها من وصلة بتطبيق الأعداد المركبة في كتابة معادلات الحركة . سنوضح فيما يلي التطبيق العملي لهذه الطريقة في دراسة حركة تركيبة رباعية القضبان المبينة في (الشكل-4-4) ، حيث يدور المرفق 2 بسرعة زاوية ثابتة $\omega_2$ ، والمطلوب تحليل الحركة في الوضع المبين في المخطط a في (الشكل-4-4) ، عندما يميل المرفق بزاوية $\theta_2$ على خط الشوط ، بينما يبين المخطط b التركيبة رباعية القضبان المتصالبة بأطوال الوصلات بنفسها للتركيبة المجاورة .




(الشكل-4-4-4) تركيبة رباعية القضبان .

**تحليل الأوضاع**

كما هو واضح في المخطط a في (الشكل-4-4-4) ، يمكن كتابة المعادلة الاتجاهية:

$$\boldsymbol{r}_2 + \boldsymbol{r}_3 = \boldsymbol{r}_1 + \boldsymbol{r}_4 \qquad (20\text{-}4)$$

أو باستعمال نظرية الأعداد المركبة:

$$r_2.e^{i.q_2} + r_3.e^{i.q_3} = r_1 + r_4.e^{i.q_4} \qquad (21\text{-}4)$$

حيث $r_2$ تمثل طول الوصلة 2 ؛ أي المرفق .

$r_3$ تمثل طول الوصلة 3 ؛ أي القارنة .

$r_4$ تمثل طول الوصلة 4 ؛ أي الوصلة المقودة .

$r_1$ تمثل طول يعين وضع المركز الثابت D بالنسبة للمركز الثابت A .

$\theta_2$ , $\theta_3$ , $\theta_4$ تمثل الوضع الزاوي لكل من الوصلات 4 و 3 و 2 ، كما هو مبين في المخطط a من (الشكل-4-4-4) .

$(\theta_1 = 0)$ تمثل الوضع الزاوي للوصلة الثابتة 1 ، وهي زاوية ثابتة خلال دورة كاملة للمرفق 2 .

باختيار المحورين $X_1$ و $Y_1$ كما في المخطط a ، وبإسقاط المعادلة (4-20) عليهما نحصل على:

$$r_2.\cos q_2 + r_3.\cos q_3 = r_1 + r_4.\cos q_4 \qquad (22\text{-}4)$$

$$r_2.\sin q_2 + r_3.\sin q_3 = r_4.\sin q_4 \qquad (23\text{-}4)$$

حيث الزوايا $\theta_3$ , $\theta_4$ مجهولة .

لتعيين المجهول $\theta_4$ يمكن كتابة المعادلتين (4-22) و (4-23) بشكل يتم فيه عزل الحدود التي تحوي $\theta_3$ :

$$r_3.\cos q_3 = r_4.\cos q_4 - r_2.\cos q_2 + r_1$$

$$r_3.\sin q_3 = r_4.\sin q_4 - r_2.\sin q_2$$

بتربيع المعادلتين الأخيرتين وجمعهما:

$$r_3^2 = r_4^2 + r_2^2 + r_1^2 + 2r_1.r_4.\cos q_4 - 2r_1.r_2.\cos q_2 - 2r_2.r_4.\cos(q_4 - q_2) \quad (24\text{-}4)$$

بذلك تم حذف المجهول $\theta_3$ .

يمكن ضم بعض القيم المعلومة في المعادلة (4-24) لتبسيطها ، حيث يلاحظ في المخطط a في (الشكل-4-4) أن:

$$S_X = r_1 + r_2.\cos q_2 \quad (25\text{-}4)$$

$$S_Y = -r_2.\sin q_2 \quad (26\text{-}4)$$

$$g = \cos^{-1}\left[\frac{r_1^2 + r_2^2 - r_3^2 - r_4^2 - 2r_1.r_2.\cos q_2}{-2r_3.r_4}\right] \quad (27\text{-}4)$$

بالتعويض في المعادلة (4-5) والاختصار:

$$S_X.\cos q_4 + S_Y.\sin q_4 - r_3.\cos g + r_4 = 0 \quad (28\text{-}4)$$

نلاحظ أن المعادلة (4-28) لا تحتوي على sin و cos لنفس الزاوية ، من الملائم عندها استعمال العلاقات المثلثية التالية:

$$\sin q = \frac{2\tan(q/2)}{1+\tan^2(q/2)} \quad ; \quad \cos q = \frac{1-\tan^2(q/2)}{1+\tan^2(q/2)} \quad (29\text{-}4)$$

بتعويض هاتين العلاقتين في المعادلة (4-9) ، نحصل على معادلة من الدرجة الثانية لـــ $\tan(\theta_4/2)$:

$$(r_4 - r_3.\cos g - S_X)\tan^2\frac{q_4}{2} + 2S_Y(r_4 - r_3.\cos g + S_X)\tan\frac{q_4}{2} = 0 \quad (30\text{-}4)$$

بحل هذه المعادلة نحصل على:

$$\tan\frac{q_4}{2} = \frac{-S_Y \pm \sqrt{S_Y^2 - r_4^2 + 2r_3.r_4.\cos g - r_3^2.\cos^2 g + S_X^2}}{r_4 - r_3.\cos g - S_X} \quad (31\text{-}4)$$

وبالتعويض من المعادلات (4-25)،(4-26)،(4-27) في المعادلة (4-31) ، نحصل على:

$$\tan\frac{q_4}{2}=\frac{-S_Y \pm r_3\sqrt{1-\cos^2 g}}{r_4-r_3.\cos g - S_X} \qquad (32\text{-}4)$$

منه:

$$q_4 = 2\tan^{-1}\frac{r_2.\sin q_2 \pm r_3 \sin g}{r_4 - r_1 + r_2.\cos q_2 - r_3.\cos g} \qquad (33\text{-}4)$$

يمكن بطريقة مماثلة تعيين المجهول $\theta_3$ ، وذلك بعد عزل الحدود التي تحوي $\theta_4$ في المعادلتين (4-22)،(4-23) ، ومن ثم تربيعهما وجمعهما ؛ لنحصل على:

$$q_3 = 2\tan^{-1}\frac{-r_2.\sin q_2 \pm r_4 \sin g}{r_4 - r_1 + r_2.\cos q_2 - r_4.\cos g} \qquad (34\text{-}4)$$

**تحليل السرعة**

يمكن كتابة المعادلة (4-21) بالشكل:

$$r_{BA}.e^{i.q_2} + r_{CB}.e^{i.q_3} = r_{DA} + r_{CD}.e^{i.q_4} \qquad (35\text{-}4)$$

بالاشتقاق بالنسبة للزمن مع عدّ أن $\dot{r}$ تمثل تغير طويلة متجه الموضع ***R*** ، وبما أن أطوال الوصلات تبقى ثابتة يكون $(\dot{r}=0)$ ، و $(\dot{q}=w)$ تمثل تغير زاوية ميل متجه الموضع على المحور الأفقي:

$$i.w_2.r_{BA}.e^{i.q_2} + i.w_3.r_{CB}.e^{i.q_3} = i.w_4.r_{CD}.e^{i.q_4} \qquad (36\text{-}4)$$

بفصل الأجزاء الحقيقية والتخيلية وترتيب الحدود نحصل على:

$$w_3.r_{CB}.\sin q_3 - w_4.r_{CD}.\sin q_4 = -w_2.r_{BA}.\sin q_2 \qquad (37\text{-}4)$$

$$w_3.r_{CB}.\cos q_3 - w_4.r_{CD}.\cos q_4 = -w_2.r_{BA}.\cos q_2 \qquad (38\text{-}4)$$

بالحل المشترك للمعادلتين (4-18) , (4-18) نحصل على:

$$w_3 = \frac{r_{BA}.\sin(q_2 - q_4)}{r_{CB}.\sin(q_4 - q_3)} w_2 \qquad (39\text{-}4)$$

$$w_4 = \frac{r_{BA}.\sin(q_2 - q_3)}{r_{CD}.\sin(q_4 - q_3)} w_2 \qquad (40\text{-}4)$$

**تحليل التسارع**

باشتقاق المعادلة (4-35) مرتين بالنسبة للزمن مع عدّ أن $(\ddot{q}=e)$ تمثل التغير الثاني لزاوية ميل متجه الموضع على المحور الأفقي:

$$\begin{aligned}&-\dot{q}_2^2.r_{BA}.e^{i.q_2}+i.\ddot{q}_2.r_{BA}.e^{i.q_2}-\dot{q}_3^2.r_{CB}.e^{i.q_3}+i.\ddot{q}_3.r_{CB}.e^{i.q_3}\\&=-\dot{q}_4^2.r_{CD}.e^{i.q_4}+i.\ddot{q}_4.r_{CD}.e^{i.q_4}\end{aligned} \tag{41-4}$$

بقسمة طرفي العلاقة (4-22) على $e^{i.q_3}$ :

$$\begin{aligned}&-\dot{q}_2^2.r_{BA}.e^{i(q_2-q_3)}+i.\ddot{q}_2.r_{BA}.e^{i(q_2-q_3)}-\dot{q}_3^2.r_{CB}+i.\ddot{q}_3.r_{CB}\\&=-\dot{q}_4^2.r_{CD}.e^{i(q_4-q_3)}+i.\ddot{q}_4.r_{CD}.e^{i(q_4-q_3)}\end{aligned} \tag{42-4}$$

يلاحظ أن الأجزاء الحقيقية من هذه المعادلة لا تحتوي على المجهول $\ddot{q}_3$ أي:

$$\begin{aligned}&-\dot{q}_2^2.r_{BA}.\cos(q_2-q_3)+\ddot{q}_2.r_{BA}.\sin(q_2-q_3)-\dot{q}_3^2.r_{CB}\\&=-\dot{q}_4^2.r_{CD}.\cos(q_4-q_3)+\ddot{q}_4.r_{CD}.\sin(q_4-q_3)\end{aligned} \tag{43-4}$$

ومنها يمكن الحصول على المجهول $\ddot{q}_4$ :

$$\ddot{q}_4=e_4=\frac{r_{BA}.\sin(q_2-q_3)\ddot{q}_2+r_{BA}.\cos(q_2-q_3)\dot{q}_3^2+r_{CB}.\dot{q}_3^2-r_{CD}.\cos(q_4-q_3)\dot{q}_4^2}{r_{CD}.\sin(q_4-q_3)} \tag{44-4}$$

وبقسمة المعادلة (4-41) على $e^{i.q_4}$ ، وعدّ الأجزاء الحقيقية نحصل على المجهول $\ddot{q}_3$ :

$$\ddot{q}_3=e_3=\frac{r_{BA}.\sin(q_2-q_4)\ddot{q}_2+r_{BA}.\cos(q_2-q_4)\dot{q}_2^2+r_{CB}.\cos(q_4-q_3)\dot{q}_3^2-r_{CD}.\dot{q}_4^2}{r_{CB}.\sin(q_4-q_3)} \tag{45-4}$$

## 4-3-4- تحليل متجهات حركة تركيبة المنزلقة والمرفق

## *Vectors Analysis of Motion of Slider-Crank Mechanism*

يبين (الشكل-4-5) تركيبة المرفق والمنزلقة ، حيث يدور المرفق 2 بسرعة زاوية ثابتة $\omega_2$ ، والمطلوب تحليل الحركة في الوضع المبين في المخطط a في (الشكل-4-5) ، عندما يميل المرفق بزاوية $\theta_2$ على خط الشوط .

كما هو واضح في المخطط b في (الشكل-4-5) ، فإن وضع النقطة B بالنسبة للمركز الثابت $O_2$ معين بالمتجه $\boldsymbol{r_1}$ ، حيث يمكن كتابة المعادلة الاتجاهية:

$$\boldsymbol{r_1} = \boldsymbol{r_2} + \boldsymbol{r_3}$$

أو باستعمال نظرية الأعداد المركبة:

$$r_1.e^{i.q_1} = r_2.e^{i.q_2} + r_3.e^{i.q_3}$$

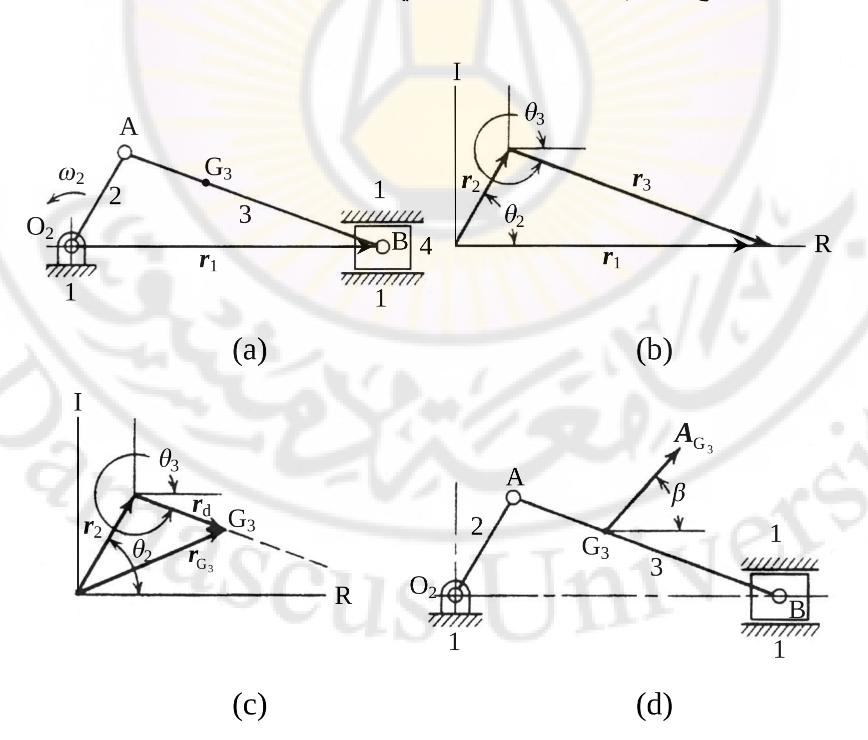
حيث $r_2$ تمثل طول الوصلة 2 ؛ أي المرفق .

$r_3$ تمثل طول الوصلة 3 ؛ أي ذراع التوصيل .

$r_1$ تمثل طول متغير يعين وضع المنزلقة B بالنسبة للمركز الثابت $O_2$ .

$\theta_2 , \theta_3$ تمثلان الوضع الزاوي لكل من الوصلتين 2 و 3 ، كما هو مبين في الرسم b من (الشكل-4-5) .

$(\theta_1 = 0)$ تمثل الوضع الزاوي للوصلة الثابتة 1 وهي زاوية ثابتة خلال دورة كاملة للمرفق 2 .




(الشكل-4-5) تحليل آلية المنزلقة ، والمرفق بطريقة الأعداد المركبة .

ومنه:

$$\boldsymbol{r_1} = r_2 . e^{i.q_2} + r_3 . e^{i.q_3} \qquad (46\text{-}4)$$

باشتقاق هذه المعادلة مرتين متتاليتين ، نحصل على المعادلات الاتجاهية:

$$\boldsymbol{V_B} = \dot{\boldsymbol{r}}_1 = r_2 . w_2 (i . e^{i.q_2}) + r_3 . w_3 (i . e^{i.q_3}) \qquad (47\text{-}4)$$

$$\boldsymbol{A_B} = \ddot{\boldsymbol{r}}_1 = r_2 (i . e_2 - w_2^2) e^{i.q_2} + r_3 (i . e_3 - w_3^2) e^{i.q_3} \qquad (48\text{-}4)$$

إذ أن:

$$w_2 = \text{const} \quad \Rightarrow \quad e_2 = dw_2 / dt = 0 \qquad , \qquad e_3 = dw_3 / dt$$

يمكن كتابة معادلة التسارع (4-48) بالشكل الآتي:

$$\boldsymbol{A_B} = \ddot{\boldsymbol{r}}_1 = -r_2 . w_2^2 . e^{i.q_2} + r_3 (i . e_3 - w_3^2) e^{i.q_3} \qquad (49\text{-}4)$$

نلاحظ من هذه المعادلات أن القيم ( $r_2$ , $r_3$ , $\theta_2$ , $\omega_2$ ) هي قيم معلومة من معطيات التركيبة الآلية ، بينما المطلوب تعيين القيم المجهولة ( $r_1$ , $V_B$ , $A_B$ , $\theta_3$ , $\omega_3$ , $\varepsilon_3$ ).

لتعيين $r_1$ , $\theta_3$ يمكن كتابة المعادلة (4-46) على الشكل الآتي:

$$r_1 = r_2 (\cos q_2 + i . \sin q_2) + r_3 (\cos q_3 + i . \sin q_3) \qquad (50\text{-}4)$$

وبمساواة الأجزاء التخيلية للطرفين ينتج:

$$0 = r_2 . \sin q_2 + r_3 . \sin q_3 \qquad (51\text{-}4)$$

ومنه:

$$q_3 = \sin^{-1} [ -\frac{r_2}{r_3} \sin q_2 ] \qquad (52\text{-}4)$$

بينما بمساواة الأجزاء الحقيقية لطرفي المعادلة (4-50) ، فإنه ينتج:

$$r_1 = r_2 . \cos q_2 + r_3 . \cos q_3 \qquad (53\text{-}4)$$

أي: إنه يمكن تعيين $r_1$ , $\theta_3$ من المعادلتين (4-52) و (4-53) وذلك بمعلومية القيم الأخرى .

يمكن بطريقة مماثلة تعيين $V_B$ , $\omega_3$ من مساواة كل من الأجزاء الحقيقية ، والتخيلية في طرفي المعادلة (4-47) ، بعد كتابتها بدلالة توابع مثلثية ، والحصول على:

$$w_3 = -w_2 [ \frac{r_2 . \cos q_2}{r_3 . \cos q_3} ] \qquad (54\text{-}4)$$

$$V_B = \dot{r}_1 = -r_2 . w_2 . \sin q_2 - r_3 . w_3 . \sin q_3 \qquad (55\text{-}4)$$

أما القيمتان $\varepsilon_3$ , $A_B$ ، فإنهما تحددان من مساواة كل مــن الأجــزاء الحقيقيــة ، والتخيلية للمعادلة (4-49) ، حيث ينتج:

$$e_3 = w_2^2[\frac{r_2.\sin q_2}{r_3.\cos q_3}] + w_3^2[\frac{\sin q_3}{\cos q_3}] \quad (56\text{-}4)$$

$$A_B = \ddot{x} = -r_2.w_2^2.\cos q_2 - r_3.w_3^2.\cos q_3 - r_3.e_3.\sin q_3 \quad (57\text{-}4)$$

إن المعادلات الست السابقة تعطي المتغيرات الحركية كافة ، والتي تلــزم لدراســة حركة هذه التركيبة قيمةً ،واتجاهاً ، مع ملاحظة أن الاتجاه الموجب للقيم الزاوية هو عكــس دوران عقارب الساعة ، وللقيم الخطية هو بالاتجاه المعتاد لمحاور الإحداثيات ، كما أن هــذه المعادلات صحيحة لقيم $\theta_2$ كافةً من ( $360^o$ - 0 ) ، وكذلك لقيم أخرى للســرعة الزاويــة $\omega_2$ ، ولأطوال مختلفة للوصلات ؛ مما يسمح بإجراء دراسة كاملــة للحركــة لاحتمــالات تصميمية عدة ، واختيار التصميم الأفضل لتركيبة معينة .

رغم ما يبدو من ضخامة العمليات الحسابية في هذه الحالة ، إلا أنه يمكن باستخدام الحاسوب تسهيل هذه العمليات ، والوصول إلى أدق النتائج ؛ مما يعطي هذه الطريقة ميزات كبيرة عن بقية طرائق دراسة الحركة ؛ بخاصة عند إنشاء التركيبات الآلية ، أو عندما يكون المطلوب دراسة الحركة على كامل مجال عمل التركيبة .

تجدر الإشارة إلى أنه في بعض الأحيان نهتم بدراسة حركة نقاط أخرى من التركيبة الآلية ، مثال ذلك في حالة آلية المنزلقة ، والمرفق حيث إن تسارع مركز ثقل ذراع التوصيل AB ، ذو أهمية خاصة في تعيين القوى المؤثرة في الآلية ، كما سنوضح ذلك فــي فصــل لاحق . ليكن مركز الثقل هذا $G_3$ ، فإنه تنتج المعادلات الاتجاهية التالية من توضع متجهات الحركة المبين في المخططات c و d من (الشكل-4-5):

$$\boldsymbol{r}_{G_3} = \boldsymbol{r}_2 + \boldsymbol{r}_d = r_2.e^{i.q_2} + r_d.e^{i.q_3} \quad (58\text{-}4)$$

$$\boldsymbol{V}_{G_3} = \dot{\boldsymbol{r}}_{G_3} = r_2.w_2(i.e^{i.q_2}) + r_d.w_3(i.e^{i.q_3}) \quad (59\text{-}4)$$

$$\boldsymbol{A}_{G_3} = \ddot{\boldsymbol{r}}_{G_3} = -r_2.w_2^2.e^{i.q_2} + r_d(i.e_3 - w_3^2)e^{i.q_3} \quad (60\text{-}4)$$

وتكتب المعادلة (4-60) بدلالة التوابع المثلثية عندما تكون السرعة الزاوية للمرفق ثابتة على الشكل الآتي:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{A}_{\mathrm{G}_3} &= (-r_2.w_2^2.\cos q_2 - r_d.e_3.\sin q_3 - r_d.w_3^2.\cos q_3) \\ &\quad + i(-r_2.w_2^2.\sin q_2 + r_d.e_3.\cos q_3 - r_d.w_3^2.\sin q_3) \qquad (61\text{-}4) \\ &= a_{\mathrm{G}_3} + i.b_{\mathrm{G}_3} \end{aligned}$$

أي إن متجه تسارع مركز الثقل كما هو مبين في المخطط d ، وقيمته العددية:

$$A_{\mathrm{G}_3} = [a_{\mathrm{G}_3}^2 + b_{\mathrm{G}_3}^2]^{1/2}$$

وباتجاه يميل بزاوية β على المحور الحقيقي ، حيث:

$$\tan b = b_{\mathrm{G}_3} / a_{\mathrm{G}_3}$$

**مسألة-4-1**

في آلية المنزلقة والمرفق لمحرك احتراق داخلي المبينة في a من (الشكل-4-5) ، يبلغ طول المرفق 50.8 mm ، طول ذراع التوصيل 203.2 mm ، ويبعد مركز كتل ذراع التوصيل عن المفصل A مقدار 50.8 mm .

فإذا كانت السرعة الدورانية لمرفق المحرك ثابتة ($n_2$ = 3000 rpm) . المطلوب عندما زاوية المرفق ($\theta_2 = 30^{\circ}$) ، الآتي:

1. تعين متجه تسارع مركز الكتل $\boldsymbol{A}_{G_3}$ لذراع التوصيل .
2. رسم منحني تغيرات $\boldsymbol{A}_{G_3}$ بالنسبة لـ $\theta_2$ . ومنحني الزاوية $\beta$ التي يحصرها المتجه $\boldsymbol{A}_{G_3}$ مع المحور الحقيقي بالنسبة لـ $\theta_2$ .

**الحل:**

1. يتم تعيين متجه التسارع $\boldsymbol{A}_{G_3}$ ، باستخدام المعادلة (4-61) ، وبالمعطيات الآتية:

$$r_d = 50.8 \text{ mm} \quad , \quad r_3 = 203.2 \text{ mm} \quad , \quad r_2 = 50.8 \text{ mm}$$

$$\theta_2 = 30^{\circ} \quad , \quad \omega_2 = 314 \text{ rad / sec}$$

ولكن قبل إجراء الحسابات يجب أولاً تعيين $\theta_3$ , $\omega_3$ , $\varepsilon_3$ .

يمكن تعيين زاوية ذراع التوصيل $\theta_3$ من المعادلة (4-52) ، كالآتي:

$$\theta_3 = \sin^{-1}[-\frac{r_2}{r_3}\sin\theta_2] = \sin^{-1}[-\frac{50.8}{203.2}\sin 30^o] = \sin^{-1}(-0.125)$$

$$\theta_3 = -7.18^o \quad , \quad 352.82^o$$

يجب ملاحظة أنه يوجد وضعان لذراع التوصيل إما ($\theta_3 = 352.82^o$) أو ($\theta_3 = 187.18^o$) ، وذلك حسب كون المنزلقة موجودة على يمين مفصل المرفق $O_2$ أو يساره .

كما يمكن تعيين السرعة الزاوية $\omega_3$ ، والتسارع الزاوي $\varepsilon_3$ لذراع التوصيل من المعادلات (4-54) و (4-56) على الترتيب :

$$\omega_3 = -\omega_2[\frac{r_2.\cos\theta_2}{r_3.\cos\theta_3}]$$

$$= -\frac{314\times 50.8\times\cos 30^o}{203.2\times\cos 352.82} = -68.56 \text{ rad/sec}$$

$$\varepsilon_3 = \omega_2^2[\frac{r_2.\sin\theta_2}{r_3.\cos\theta_3}] + \omega_3^2[\frac{\sin\theta_3}{\cos\theta_3}]$$

$$= (314)^2\frac{50.8\sin 30^o}{203.2\cos 352.82} + (68.56)^2\frac{\sin 352.82}{\cos 352.82} = 11830 \text{ rad/sec}^2$$

يصبح الآن بالإمكان تعيين المركبات الحقيقية ، والتخيلية لمتجه التسارع $A_{G_3}$ من المعادلة (4-60) ، كالآتي:

$$a_{G_3} = -r_2.\omega_2^2.\cos\theta_2 - r_d.\varepsilon_3.\sin\theta_3 - r_d.\omega_3^2.\cos\theta_3$$

$$= -(50.8)(314)^2(0.866) - 50.8(11830)(-0.125) - 50.8(68.56)^2(0.992)$$

$$= -4500\times 10^3 \text{ mm/sec}^2$$

$$b_{G_3} = -r_2.\omega_2^2.\sin\theta_2 + r_d.\varepsilon_3.\cos\theta_3 - r_d.\omega_3^2.\sin\theta_3$$

$$= -50.8(314)^2\sin 30^o + 50.8(11830)(0.992) - 50.8(68.56)^2(-0.125)$$

$$= -1888\times 10^3 \text{ mm/sec}^2$$

ويكون مقدار التسارع $A_{G_3}$ :

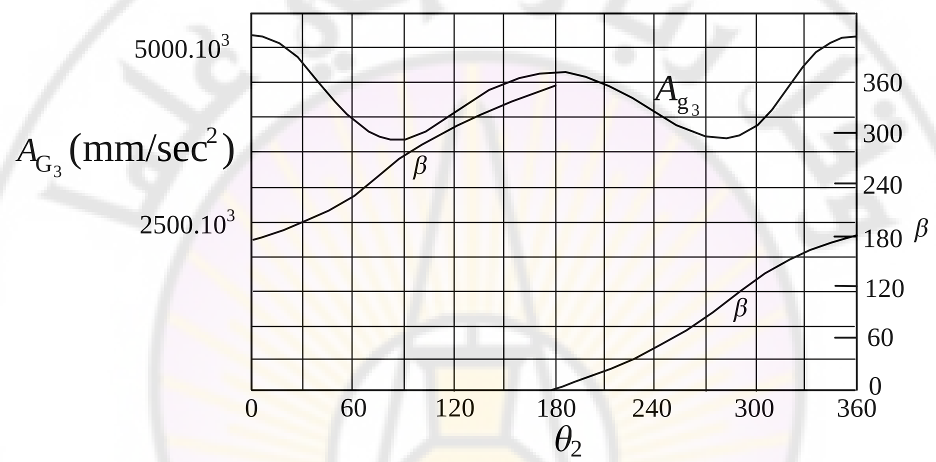
$$A_{G_3} = [a_{G_3}^2 + b_{G_3}^2]^{1/2} = [(4500\times 10^3)^2 + (1888\times 10^3)^2]^{1/2}$$

$$= 4880\times 10^3 \text{ mm/sec}^2$$

والزاوية $\beta$ التي يحصرها متجه التسارع الكلي $A_{G_3}$ مع المحور الحقيقي، المحور الأفقي:

$$\tan b = b_{G_3} / a_{G_3} = -1888 / (-4500) = 0.419 \quad \Rightarrow \quad b = 22.7^{o} \quad , \quad 202.7^{o}$$

2. أما المنحنيات المطلوبة لتغيرات التسارع $A_{G_3}$ والزاوية $\beta$ بالنسبة لـــــ $\theta_2$ ، فهـــي ممثلة في (الشكل-4-5).




(الشكل-4-6) منحنيات التسارع $A_{G_3}$ والزاوية $\beta$ خلال دورة كاملة للمرفق .

## 4-4- تحليل أوضاع الحركة بدلالة زاوية الدخل

## *Position Analysis of Motion by Crank Angle*

تعتمد طريقة تحليل أوضاع الحركة بدلالة زاوية الدخل على إيجاد العلاقات التي تربط زوايا الوصلات وأطوالها كون الوصلات هي متجهات ، مع زاوية الدخل ؛ أي: زاوية المرفق ، وإن عملية إيجاد الزاوية المتغيرة لوصلة من التركيبة كتابع لزاوية المرفق معروفة باسم تحليل الأوضاع . يتم الحصول على علاقة السرعة الزاوية كتابع لزاوية الدخل لكل وصلة من وصلات التركيبة المكونة لها من اشتقاق معادلة الإزاحة الموافقة لها بالنسبة للزمن ، أما علاقة التسارع الزاوي كتابع لزاوية الدخل ، فتنتج من اشتقاق معادلة السرعة الزاوية بالنسبة للزمن .

سنوضح من خلال مثالين نموذجين الأسس المتبعة في هذا التحليل والتي يمكن - استناداً إليها - تحليل أوضاع الحركة بدلالة زاوية الدخل في أية تركيبة مهما بلغ عدد وصلاتها .

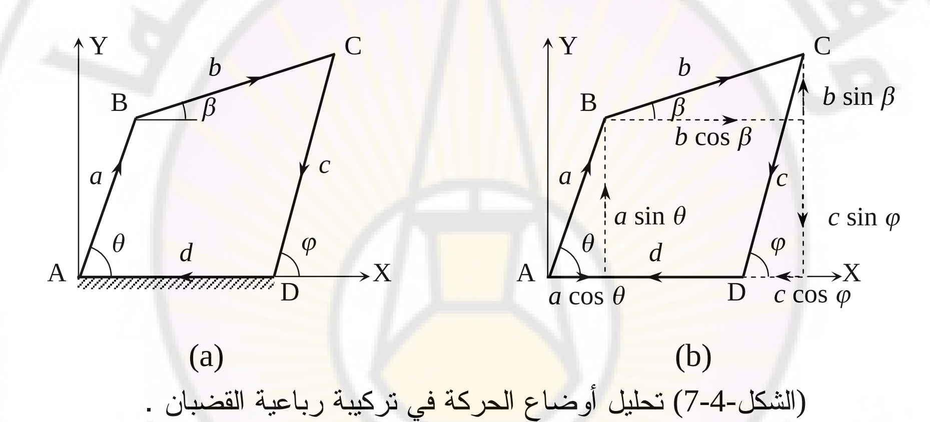
### 4-4-1- تحليل أوضاع الحركة في تركيبة رباعية القضبان

***Position Analysis of Motion in Four-Bar Mechanism***

يبين المخطط a في (الشكل-4-7) تركيبة رباعيــة القضــبان ABCD ، حيــث تتصف بأن أطوال وصلاتها هي:

$$AB = a \quad , \quad BC = b \quad , \quad CD = c \quad , \quad DA = d$$

وأن الوصلة AD ثابتة ومتوضعة على طول المحور AX ، أما الوصلة القائــدة AB ، والوصلة القارنة BC ، والوصلة المقودة DC ، فإنها تصــنع زوايــا $\theta$ ، $\beta$ ، $\varphi$ علــى الترتيب مع المحور AX ، أي مع الوصلة الثابتة AD .




(الشكل-4-7) تحليل أوضاع الحركة في تركيبة رباعية القضبان .

بشكل عام من أجل تحليل أوضاع الحركة في هذه التركيبة ، لابد من إيجاد علاقة بين زاوية الوصلة المقودة $\varphi$ وزاوية المرفق $\theta$ . ويتم استخراج علاقات الإزاحة ، والسرعة ، والتسارع على الشكل الآتي:

#### 1. تحليل الإزاحة *Displacement Analysis*

عند وضع الاتزان للتركيبة ، يكون مجموع مساقط أطوال عناصرها على المحور X وعلى المحور Y مساوياً للصفر . نأخذ أولاً مجموع أطوال المساقط على المحور X ، كما هو مبين في الرسم b من (الشكل-4-6):

$$a.\cos\theta + b.\cos\beta - c.\cos\varphi - d = 0 \qquad (i)$$

منه:

$$b.\cos\beta = c.\cos\varphi + d - a.\cos\theta$$

بتربيع الطرفين:

$$b^2.\cos^2 \beta = (c.\cos\varphi + d - a.\cos\theta)^2$$

$$b^2.\cos^2 b = c^2.\cos^2\varphi + d^2 + 2c.d.\cos\varphi + a^2.\cos^2\theta - 2a.c.\cos\varphi.\cos\theta - 2a.d.\cos\theta \qquad (ii)$$

وبأخذ مجموع أطوال المساقط على المحور Y يكون لدينا:

$$a\sin\theta + b\sin\beta - c\sin\varphi = 0 \qquad (iii)$$

منه:

$$b\sin\beta = c\sin\varphi - a\sin\theta$$

بتربيع الطرفين:

$$b^2.\sin^2\beta = (c.\sin\varphi - a.\sin\theta)^2 = c^2.\sin^2\varphi + a^2.\sin^2\theta - 2a.c.\sin\varphi.\sin\theta \qquad (vi)$$

بجمع المعادلتين $(ii)$ و $(vi)$ ينتج:

$$b^2(\cos^2\beta + \sin^2\beta) = c^2(\cos^2\varphi + \sin^2\varphi) + d^2 + 2c.d.\cos\varphi + a^2(\cos^2\theta + \sin^2\theta) - 2a.c(\cos\varphi.\cos\theta + \sin\varphi.\sin\theta) - 2a.d.\cos\theta$$

منه:

$$b^2 = c^2 + d^2 + 2c.d.\cos\varphi + a^2 - 2a.c(\cos\varphi.\cos\theta + \sin\varphi.\sin\theta) - 2a.d.\cos\theta$$

$$(\cos\varphi.\cos\theta + \sin\varphi.\sin\theta) = \frac{a^2 - b^2 + c^2 + d^2}{2\,a.c} + \frac{d}{a}\cos\varphi - \frac{d}{c}\cos\theta \qquad (v)$$

بوضع:

$$\frac{d}{a} = k_1 \quad ; \quad \frac{d}{c} = k_2 \quad ; \quad \frac{a^2 - b^2 + c^2 + d^2}{2\,a.c} = k_3 \qquad (vi)$$

عندها يمكن كتابة المعادلة ($v$) على الشكل:

$$\cos\varphi\cos\theta+\sin\varphi\sin\theta=k_1\cos\varphi-k_2\cos\theta+k_3$$

منه:

$$\cos(\theta-\varphi)=k_1\cos\varphi-k_2\cos\theta+k_3 \qquad (vii)$$

تدعى المعادلة ($vii$) بمعادلة فرودنشتاين (*Freudenstein's Equation*).

من الصعب جداً تحديد قيمة الزاوية $\varphi$ من أجل قيمة معطاة لـ $\theta$ في المعادلة ($vii$) ؛ لذا من الضروري تبسيط هذه المعادلة .

من العلاقات المثلثية معلوم لدينا:

$$\sin\varphi=\frac{2\tan(j/2)}{1+\tan^2(j/2)} \quad ; \quad \cos\varphi=\frac{1-\tan^2(j/2)}{1+\tan^2(j/2)}$$

بتعويض هذه القيم في المعادلة ($vii$):

$$\frac{1-\tan^2(j/2)}{1+\tan^2(j/2)}\cos\theta+\frac{2\tan(j/2)}{1+\tan^2(j/2)}\sin\theta=k_1\frac{1-\tan^2(j/2)}{1+\tan^2(j/2)}-k_2.\cos\theta+k_3$$

منه:

$$\cos\theta[1-\tan^2(j/2)]+2\sin\theta.\tan(j/2)$$
$$=k_1[1-\tan^2(j/2)]-k_2.\cos\theta[1+\tan^2(j/2)]+k_3[1+\tan^2(j/2)]$$

$$\cos\theta-\cos\theta.\tan^2(j/2)+2\sin\theta.\tan(j/2)$$
$$=k_1-k_1.\tan^2(j/2)-k_2.\cos\theta-k_2.\cos\theta.\tan^2(j/2)+k_3+k_3.\tan^2(j/2)$$

بإعادة ترتيب هذه المعادلة:

$$-\cos\theta\tan^2(j/2)+k_1\tan^2(j/2)+k_2\cos\theta\tan^2(j/2)-k_3\tan^2(j/2)$$
$$+2\sin\theta\tan(j/2)=-\cos\theta+k_1-k_2\cos\theta+k_3$$

$$-\tan^2(j/2)[\cos q-k_1-k_2.\cos q+k_3]+2\sin\theta\tan(j/2)$$
$$-k_1-k_3+\cos\theta(1+k_2)=0$$

$$[(1-k_2)\cos q+k_3-k_1]\tan^2(j/2)+(-2\sin q)\tan(j/2)$$
$$+[k_1+k_3-(1+k_2)\cos q]=0$$

منه:

$$A.\tan^2(j\ /2)+B.\tan(j\ /2)+C=0 \qquad (viii)$$

حيث:

$$A=(1-k_2)\cos\theta+k_3 - k_1\ \ ,\ \ B=-2\sin q\ \ ,\ \ C=k_1+k_3-(1+k_2)\cos q \quad (ix)$$

نلاحظ أن المعادلة $(viii)$ هي معادلة من الدرجة الثانية لـ $\tan(\varphi/2)$ ولها جذران هما:

$$\tan(j\ /2)=\frac{-B\pm\sqrt{B^2-4A.C}}{2A}$$

منه:

$$\varphi=2\tan^{-1}\left[\frac{-B\pm\sqrt{B^2-4A.C}}{2A}\right] \qquad (x)$$

من هذه المعادلة يمكن إيجاد زاوية الوضع $\varphi$ للوصلة المقودة CD ؛ أي الخرج ؛ وذلك بمعرفة أطوال الوصلات $a$ ، $b$ ، $c$ و $d$ ، وزاوية وضع الوصلة القائدة AB ؛ أي: زاوية الدخل $\theta$ .

إذا كان المطلوب إيجاد العلاقة بين وضع الوصلة القائدة AB ؛ أي زاوية $\theta$ ، ووضع الوصلة القارنة BC ؛ أي الزاوية $\beta$ ، عندئذ يجب عزل الزاوية $\varphi$ من المعادلتين ( $i$ ) و ( $iii$ ) ، والمعادلة ( $i$ ) يمكن كتابتها على الشكل الآتي:

$$c.\cos\varphi=a.\cos\theta+b.\cos\beta-d \qquad (xi)$$

بتربيع الطرفين:

$$\begin{aligned}c^2.\cos^2\varphi=a^2.\cos^2\theta+b^2.\cos^2\beta+2a.b.\cos\theta.\cos\beta\\ +d^2-2a.d.\cos\theta-2b.d.\cos\beta\end{aligned} \qquad (xii)$$

كما أن المعادلة $(iii)$ يمكن كتابتها على الشكل الآتي:

$$c.\sin\varphi=a.\sin\theta+b.\sin\beta \qquad (xiii)$$

بتربيع الطرفين:

$$c^2.\sin^2\varphi=a^2.\sin^2\theta+b^2.\sin^2\beta+2a.b.\sin\theta.\sin\beta \qquad (xiv)$$

بجمع المعادلتين $(xii)$ و $(xiv)$:

$$c^2(\cos^2\varphi+\sin^2\varphi)=a^2(\cos^2\theta+\sin^2\theta)+b^2(\cos^2\beta+\sin^2\beta)$$
$$+2a.b(\cos\theta.\cos\beta+\sin\theta.\sin\beta)+d^2-2a.d.\cos\theta-2b.d.\cos\beta$$

منه:

$$c^2=a^2+b^2+2a\,b(\cos\theta\cos\beta+\sin\theta\sin\beta)$$
$$+d^2-2a\,d\cos\theta-2bd\cos\beta$$

$$(\cos\theta\cos\beta+\sin\theta\sin\beta)=\frac{c^2-a^2-b^2-d^2}{2a\,b}+\frac{d}{b}\cos\theta+\frac{d}{a}\cos\beta \qquad (xv)$$

بوضع:

$$\frac{d}{a}=k_1 \quad ; \quad \frac{d}{b}=k_4 \quad ; \quad \frac{c^2-a^2-b^2-d^2}{2\,a\,b}=k_5 \qquad (xvi)$$

عندها تصبح المعادلة $(xv)$ على الشكل الآتي:

$$(\cos\theta.\cos\beta+\sin\theta.\sin\beta)=k_1.\cos\beta+k_4.\cos\theta+k_5 \qquad (xvii)$$

ومن العلاقات المثلثية معلوم لدينا:

$$\sin\beta=\frac{2\tan(b/2)}{1+\tan^2(b/2)} \quad ; \quad \cos b=\frac{1-\tan^2(b/2)}{1+\tan^2(b/2)}$$

بتعويض هذه القيم في المعادلة $(xvii)$:

$$\cos\theta\left[\frac{1-\tan^2(b/2)}{1+\tan^2(b/2)}\right]+\sin\theta\left[\frac{2\tan(b/2)}{1+\tan^2(b/2)}\right]=k_1\frac{1-\tan^2(b/2)}{1+\tan^2(b/2)}+k_4.\cos\theta+k_5$$

$$\cos\theta[1-\tan^2(b/2)]+2\sin\theta.\tan(b/2)=$$
$$k_1[1-\tan^2(b/2)]+k_4.\cos\theta[1+\tan^2(b/2)]+k_5[1+\tan^2(b/2)]$$

$$\cos\theta-\cos\theta\tan^2(b/2)+2\sin\theta.\tan(b/2)=$$
$$k_1-k_1.\tan^2(b/2)+k_4.\cos\theta+k_4.\cos\theta.\tan^2(b/2)+k_5+k_5.\tan^2(b/2)$$

$$-\cos\theta.\tan^2(b/2)+k_1.\tan^2(b/2)-k_4.\cos\theta.\tan^2(b/2)-k_5.\tan^2(b/2)$$
$$+2\sin\theta.\tan(b/2)-k_1-k_4.\cos\theta-k_5+\cos\theta=0$$

$$-\tan^2(b/2)[(k_4+1)\cos q+k_5-k_1]+2\sin\theta.\tan(b/2)$$
$$-[(k_4-1)\cos q+k_5+k_1]=0$$

$$[(k_4+1)\cos q+k_5-k_1]\tan^2(b/2)+(-2\sin q)\tan(b/2)$$
$$+[(k_4-1)\cos q+k_5+k_1]=0$$

منه:

$$D\tan^2(\beta/2)+E\tan(\beta/2)+F=0 \qquad (xviii)$$

حيث:

$$D=(k_4+1)\cos\theta+k_5-k_1,\ E=-2\sin q,\ F=[(k_4-1)\cos q+k_5+k_1] \qquad (xix)$$

نلاحظ أن المعادلة $(xviii)$ هي معادلة من الدرجة الثانية لـــ $\tan(\beta/2)$ ، ولهــا جذران هما:

$$\tan(\beta/2)=\frac{-E\pm\sqrt{E^2-4DF}}{2D}$$

منه:

$$\beta=2\tan^{-1}\left[\frac{-E\pm\sqrt{E^2-4DF}}{2D}\right] \qquad (xx)$$

ومن المعادلة $(xx)$ يمكن إيجاد زاوية الوضع $\beta$ للوصلة القارنة BC .

ملاحظة: يمكن الحصول على الزاوية $\beta$ مباشرة من العلاقة $(i)$ أو $(iii)$ ، بعد أن يتم تعيين الزاوية $\varphi$ كما هو وارد أعلاه .

## 2.تحليل السرعة    ***Velocity Analysis***

لتكن: $\omega_1 = d\theta/dt$ السرعة الزاوية للوصلة القائدة AB .

$\omega_2 = d\beta/dt$ السرعة الزاوية للوصلة القارنة BC .

$\omega_3 = d\varphi/dt$ السرعة الزاوية للوصلة المقودة CD .

باشتقاق العلاقة ($i$) بالنسبة للزمن:

$$-a.\sin\theta\cdot\frac{d\theta}{dt}-b.\sin\beta\cdot\frac{d\beta}{dt}+c.\sin\varphi\cdot\frac{d\varphi}{dt}=0$$

منه:

$$-a.\omega_1.\sin\theta-b.\omega_2.\sin\beta+c.\omega_3.\sin\varphi=0 \qquad (xxi)$$

وباشتقاق العلاقة ($iii$) بالنسبة للزمن:

$$a.\cos\theta\cdot\frac{d\theta}{dt}+b.\cos\beta\cdot\frac{d\beta}{dt}-c.\cos\varphi\cdot\frac{d\varphi}{dt}=0$$

منه:

$$a.\omega_1.\cos\theta+b.\omega_2.\cos\beta-c.\,\omega_3.\cos\varphi=0 \qquad (xxii)$$

بضرب طرفي العلاقة ($xxi$) بـــ $\cos\beta$ ، والعلاقة ($xxii$) بـــ $\sin\beta$ ، نحصل على:

$$-a.\omega_1.\sin\theta.\cos\beta-b.\omega_2.\sin\beta.\cos\beta+c.\omega_3.\sin\varphi.\cos\beta=0 \qquad (xxiii)$$

$$a.\omega_1.\cos\theta.\sin\beta+b.\omega_2.\cos\beta.\sin\beta-c.\omega_3.\cos\varphi.\sin\beta=0 \qquad (xxiv)$$

بجمع العلاقتين ($xxiii$) و ($xxiv$):

$$a.\omega_1.\sin(b-q)+c.\omega_3.\sin(j-b)=0$$

منه

$$\omega_3=\frac{-a.\omega_1.\sin(b-q)}{c.\sin(f-b)} \qquad (xxv)$$

أيضاً بضرب طرفي العلاقة $(xxi)$ بـــ $\cos\varphi$ ، والعلاقـــة $(xxii)$ بـــــ $\sin\varphi$ ، نحصل على:

$$-a.\omega_1.\sin\theta.\cos j - b.\omega_2.\sin\beta.\cos j + c.\omega_3.\sin\varphi.\cos j = 0 \qquad (xxvi)$$

$$a.\omega_1.\cos\theta.\sin j + b.\omega_2.\cos\beta.\sin j - c.\omega_3.\cos\varphi.\sin j = 0 \qquad (xxvii)$$

بجمع العلاقتين $(xxvi)$ و $(xxvii)$:

$$a.\omega_1.\sin(j - q) + b.\omega_2.\sin(j - b) = 0$$

منه:

$$\omega_2 = \frac{-a.\omega_1.\sin(j - q)}{b.\sin(j - b)} \qquad (xxviii)$$

من هذه المعادلة $(xxviii)$ والمعادلة $(xxv)$ يمكن إيجاد السرعة الزاوية $\omega_3$ و $\omega_2$ ، وذلك بمعرفة أطوال الوصلات $a$ ، $b$ ، $c$ ، وزاويا الوضع $\theta$ ، $\beta$ ، $\varphi$ لكل من الوصـــلة القائدة AB ، الوصلة القارنة BC والوصلة المقودة DC على الترتيب مع المحور AX أي مع الوصلة الثابتة AD ؛ بالإضافة إلى السرعة الزاوية $\omega_1$ للوصلة القائدة AB .

### 3. تحليل التسارع ***Acceleration Analysis***

لتكن: $\varepsilon_1 = d\omega_1/dt$ التسارع الزاوي للوصلة القائدة AB .

$\varepsilon_2 = d\omega_2/dt$ التسارع الزاوي للوصلة القارنة BC .

$\varepsilon_3 = d\omega_3/dt$ التسارع الزاوي للوصلة المقودة CD .

باشتقاق العلاقة $(xxi)$ بالنسبة للزمن:

$$-a\,[\omega_1.\cos\theta\cdot\frac{dq}{dt} + \sin q\cdot\frac{dw_1}{dt}] - b\,[\omega_2.\cos\beta\cdot\frac{db}{dt} + \sin b\cdot\frac{dw_2}{dt}]$$
$$+c\,[\omega_3.\cos\varphi\cdot\frac{dj}{dt} + \sin j\cdot\frac{dw_3}{dt}] = 0$$

منه:

$$\begin{aligned}&-a.\omega_1^2.\cos\theta - a.\sin q.e_1 - b.\omega_2^2.\cos\beta - b.\sin b.e_2\\&+c.\omega_3^2.\cos\varphi + c.\sin j.e_3 = 0\end{aligned} \qquad (xxix)$$

وباشتقاق العلاقة $(xxii)$ بالنسبة للزمن:

$$a\,[\omega_1(-\sin\theta)\frac{dq}{dt}+\cos q\cdot\frac{dw_1}{dt}]+b\,[\omega_2(-\sin\beta)\frac{db}{dt}+\cos b\cdot\frac{dw_2}{dt}]$$
$$-c\,[\omega_3(-\sin\varphi)\cdot\frac{dj}{dt}+\cos j\cdot\frac{dw_3}{dt}]=0$$

منه:

$$\begin{aligned}&-a.\omega_1^2.\sin\theta+a.\cos q.e_1-b.\omega_2^2.\sin\beta+b.\cos b.e_2\\&+c.\omega_3^2.\sin\varphi-c.\cos j.e_3=0\end{aligned}\qquad(xxx)$$

بضرب طرفي العلاقة $(xxix)$ بـــ $\cos\varphi$ ، والعلاقة $(xxx)$ بـــ $\sin\varphi$ ، نحصل على:

$$\begin{aligned}&-a.\omega_1^2.\cos\theta.\cos j-a.e_1.\sin q.\cos j-b.\omega_2^2.\cos\beta.\cos j\\&-b.e_2\sin b.\cos j+c.\omega_3^2.\cos^2\varphi+c.e_3.\sin j.\cos j=0\end{aligned}\qquad(xxxi)$$

$$\begin{aligned}&-a.\omega_1^2.\sin\theta.\sin j+a.e_1.\cos q.\sin j-b.\omega_2^2.\sin\beta.\sin j\\&+b.e_2.\cos b.\sin j+c.\omega_3^2.\sin^2\varphi-c.e_3.\cos j.\sin j=0\end{aligned}\qquad(xxxii)$$

بجمع العلاقتين $(xxxi)$ و $(xxxii)$:

$$\begin{aligned}&-a.\omega_1^2(\cos j.\cos q+\sin j.\sin q)+a.e_1(\sin j.\cos q-\cos j.\sin q)\\&-b.\omega_2^2(\cos j.\cos b+\sin j.\sin b)+b.e_2(\sin j.\cos b-\cos j.\sin b)\\&+c.\omega_3^2(\cos^2\varphi+\sin^2 j)=0\end{aligned}$$

منه:

$$\begin{aligned}&-a.\omega_1^2.\cos(j-q)+a.e_1.\sin(j-q)-b.\omega_2^2.\cos(j-b)\\&+b.e_2.\sin(j-b)+c.\omega_3^2=0\end{aligned}$$

$$e_2=\frac{-a.e_1.\sin(j-q)+a.w_1^2.\cos(j-q)+b.\omega_2^2.\cos(j-b)-c.\omega_3^2}{b.\sin(j-b)}\qquad(xxxiii)$$

أيضاً بضرب طرفي العلاقة ($xxix$) بـــ $\cos\beta$ ، والعلاقة ($xxx$) بـــ $\sin\beta$ ، نحصل على:

$$-a.\omega_1^2.\cos\theta.\cos b - a.e_1.\sin q.\cos b - b.\omega_2^2.\cos^2\beta - b.e_2\sin b.\cos b + c.\omega_3^2.\cos\varphi.\cos b + c.e_3.\sin j.\cos b = 0 \quad (xxxiv)$$

$$-a.\omega_1^2.\sin\theta.\sin b + a.e_1.\cos q.\sin b - b.\omega_2^2.\sin^2\beta + b.e_2.\cos b.\sin b + c.\omega_3^2.\sin\varphi.\sin b - c.e_3.\cos j.\sin b = 0 \quad (xxxv)$$

بجمع العلاقتين ($xxxiv$) و ($xxxv$):

$$-a.\omega_1^2(\cos b.\cos q + \sin b.\sin q) + a.e_1(\sin b.\cos q - \cos b.\sin q) - b.\omega_2^2(\cos^2\beta + \sin^2 b) + c.\omega_3^2(\cos\varphi.\cos b + \sin j.\sin b) + c.e_3(\sin j.\cos b - \cos j.\sin b) = 0$$

منه:

$$-a.\omega_1^2.\cos(b-q) + a.e_1.\sin(b-q) - b.\omega_2^2 + c.\omega_3^2.\cos(\varphi - b) + c.e_3.\sin(j-b) = 0$$

$$e_3 = \frac{-a.e_1.\sin(b-q) + a.w_1^2.\cos(b-q) + b.\omega_2^2 - c.\omega_3^2.\cos(\varphi - b)}{c.\sin(j-b)} \quad (xxxvi)$$

من المعادلة ($xxxiii$) والمعادلة ($xxxvi$) يمكن إيجاد التسارع الزاوي للوصلتين BC و CD ، وذلك بعد إيجاد السرعة الزاوية $\omega_3$ للوصلة المقودة CD من المعادلة ($xxv$) ، والسرعة الزاوية $\omega_2$ للوصلة المقودة BC من المعادلة ($xxxiii$) ، وبمعرفة أطوال الوصلات $a$ ، $b$ ، $c$ ، وزوايا الوضع $\theta$ ، $\beta$ ، $\varphi$ لكل من الوصلة القائدة AB ، والوصلة القارنة BC والوصلة المقودة DC على الترتيب مع المحور AX ، أي مع الوصلة الثابتة AD ؛ بالإضافة إلى السرعة الزاوية $\omega_1$ للوصلة القائدة AB .

## 4. البرنامج الحاسوبي لتحليل أوضاع الحركة

## *Computer Program for Position Analysis of Motion*

استناداً للعلاقات ، والمعادلات المستنتجة لحساب السرعات الزاوية ، والتسارعات الزاوية لتركيبة رباعية القضبان من أجل أوضاع مختلفة للمرفق . يمكن صياغة برنامج للحاسوب بلغة فورتران (*FORTRAN*) ؛ لتعيين قيم هذه السرعات ، والتسارعات الزاوية .

```
C   PROGRAM TO FIND THE VELOCITY AND ACCELERATION
C   IN A FOUR – BAR MEHANISM
    DIMENSION PH (2), PHI (2), PP (2), BET (2), BT (2), VELC (2),
    VELB (2), ACCC (2), ACCB (2), C1 (2), C2 (2), C3 (2), C4 (2),
    B1 (2), B2 (2), B3 (2), B4 (2)
    READ (*,*) A, B, C, D, VELA, ACCA, THETA
    PI = 4.0 * ATAN(1.0)
    THET = 0
    IHT = 180 / THETA
    DTHET = PI/IHT
    DO 10 J = 1, 2 * IHT
    THET = (J – 1) * DTHET
    AK = (A * A – B * B + C * C + D * D) * 0.5)
    TH = THET * 180/PI
    AA = AK – A * (D – C) * COS (THET) – (C * D)
    BB = –2.0 * A * C * SIN (THET)
    CC = AK – A * (D + C) * COS (THET) + (C * D)
    AB = BB * * 2 – 4 * AA * CC
    IF    (AB . LT . 0) GO TO 10
    PHH = SQRT(AB)
    PH (1) = –BB + PHH
    PH (2) = –BB – PHH
    DO 9 I = 1, 2
    PHI (I) = ATAN (PH (I) * 0.5/AA) * 2
    PP (I) = PHI (I) * 180/PI
    BET (I) = ASIN ((C * SIN (PHI (I)) – A * SIN (THET)) / B)
    BT (I) = BET (I) * 180/PI
```

```
      VELC (I) = A * VELA * SIN (BET (I) – THET)
      / (C * SIN (BET (I) – PHI (I)))
      VELB (I) = (A * VELA * SIN (PHI (I) – THET))
      / (B * SIN (BET (I) – PHI (I))))
      C1 (I) = A * ACCA * SIN (BET (I) – THET)
      C2 (I) = A * VELA * *2 * COS (BET (I) – THET) +
      B * VELB (I) * *2
      C3 (I) = C * VELC (I) * *2 * COS (PHI (I) – BET (I))
      C4 (I) = C * SIN (BET (I) - PHI (I))
      ACCC (I) = (C1 (I) – C2 (I) + C3 (I) ) / C4 (I)
      B1 (I) = A * ACCA * SIN (PHI (I) – THET)
      B2 (I) = A * VELA * *2 * COS (PHI (I) – THET)
      B3 (I) = B * VELB (I) * *2 * COS (PHI (I) –
      BET (I) ) - C * VELC (I) * *2
      B4 (I) = B * (SIN (BET (I) - PHI (I))))
9     ACCB (I) = (B1 (I) – B2 (I) - B3 (I)) / B4 (I)
      IF (J . NE . 1) GO TO 8
      WRITE*,7)
7     FORMAT (4X,'THET', 4X,'PHI', 4X,'BETA',
      4X,'VELC', 4X,'VELB', 4X,'ACCC', 4X,'ACCB'
8     WRITE(*, 6) TH, PP (1), BT (1), VELC (1),
      VELB (1), ACCC (1), ACCB (1)
6     FORMAT (8F8 . 2)
      WRITE(*,5) PP (2), BT (2), VELC (2), VELB (2), ACCC (2),
     ACCB (2)
5     FORMAT (8X, 8F8 . 2)
10    CONTINUE
      STOP
      END
```

في البرنامج أعلاه تم اعتماد الرموز الآتية:

ـــ متغيرات الدخل:

A,B,C,D تمثل أطوال الوصلات AB ، BC ، CD و DA على الترتيب مقاسة بـــ mm .

THET تمثل الفاصل الزاوي لوصلة الدخل AB مقاسة بـــ الدرجات .

VELA تمثل السرعة الزاوية لوصلة الدخل AB مقاسة بـــ rad/sec .

ACCA تمثل التسارع الزاوي لوصلة الدخل AB مقاسة بـــ $rad/sec^2$ .

ـــ متغيرات الخرج:

THET تمثل الإزاحة الزاوية لوصلة الدخل AB مقاسة بـــ الدرجات .

PHI تمثل الإزاحة الزاوية لوصلة الخرج DC مقاسة بـــ الدرجات .

BETA تمثل الإزاحة الزاوية للوصلة القارنة BC مقاسة بـــ الدرجات .

VELC تمثل السرعة الزاوية لوصلة الخرج DC مقاسة بـــ rad/sec .

VELB تمثل السرعة الزاوية للوصلة القارنة BC مقاسة بـــ rad/sec .

ACCC تمثل التسارع الزاوي لوصلة الخرج DC مقاسة بـــ $rad/sec^2$ .

ACCB تمثل التسارع الزاوي للوصلة القارنة BC مقاسة بـــ $rad/sec^2$ .

**مسألة-2-4-2**

تركيبة رباعية الوصلات ABCD ، فيها الوصلة AD ثابتة ، وأطوال الوصلات هي:

AB = 300 mm ; BC = 360 mm ; CD = 360 mm ; AD = 600 mm

فإذا دار المرفق AB بسرعة زاوية 10 rad/sec وبتباطؤ زاوي 30 $rad/sec^2$ . المطلوب إيجاد الإزاحات الزاوية ، والسرعات ، والتسارعات الزاوية للوصلتين BC و CD ، من أجل فواصل زاوية متساوية للمرفق AB قدرها $30^o$ .

**الحل:**

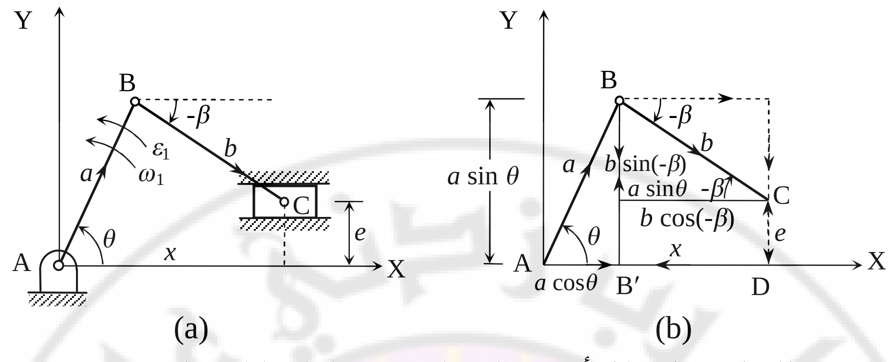
| THET | PHI | BETA | VELC | VELB | ACCC | ACCB |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 00.00 | -114.62 | - 65.38 | -10.00 | -10.00 | - 61.67 | 121.67 |
| | 114.62 | 65.38 | -10.00 | -10.00 | 121.67 | - 61.67 |
| $30.00^{o}$ | -144.88 | - 82.70 | - 8.69 | - 0.84 | 101.52 | 181.43 |
| | 97.30 | 35.12 | - 0.84 | - 8.69 | 181.43 | 101.52 |
| $60.00^{o}$ | -166.19 | - 73.81 | - 6.02 | 6.02 | 38.02 | 77.45 |
| | 106.19 | 13.81 | 6.02 | - 6.02 | 77.45 | 38.02 |
| $90.00^{o}$ | 174.73 | - 47.86 | - 8.26 | 12.26 | -180.18 | 216.18 |
| | 132.14 | - 5.27 | 12.26 | - 8.26 | 216.18 | -180.18 |
| $270.00^{o}$ | -132.14 | 5.27 | 12.26 | - 8.26 | -289.73 | 229.73 |
| | -174.73 | 47.86 | - 8.26 | 12.26 | 229.73 | - 289.73 |
| $300.00^{o}$ | -106.19 | -13.81 | 6.02 | - 6.02 | -113.57 | -1.90 |
| | 166.19 | 73.81 | -6.02 | 6.02 | - 1.90 | -113.57 |
| $330.00^{o}$ | - 97.30 | - 35.12 | - 0.84 | - 8.69 | -170.39 | - 49.36 |
| | 144.88 | 82.72 | - 8.69 | - 0.84 | - 49.36 | 176.39 |

### 4-4-2- تحليل أوضاع الحركة في تركيبة المنزلقة والمرفق

### *Position Analysis of Motion in Slider-Crank Mechanism*

يبين المخطط a في (الشكل-4-8) تركيبة المنزلقة ، والمرفق ، حيث تتصل المنزلقة C بذراع التوصيل BC الذي طوله $b$ . والمرفق AB ، وطوله $a$ يدور بسرعة زاوية $\omega_1$ ، وبتسارع زاوي $\varepsilon_1$ ، وكلاهما عكس جهة دوران عقارب الساعة .

المرفق يصنع زاوية $\theta$ مع المحور X ، والمنزلقة تتحرك حركة ترددية على طول المسار الموازي للمحور X ، بحيث يكون الاختلاف المركزي $(CD = e)$ ، كما هو مبين في المخطط a من (الشكل-4-7) .




(الشكل-4-8) تحليل أوضاع الحركة في تركيبة المنزلقة ، والمرفق ،

بشكل عام من أجل تحليل أوضاع الحركة في هذه التركيبة ، لابد من إيجاد علاقة بين زاوية ذراع التوصيل $\beta$ وزاوية المرفق $\theta$ . ويتم استخراج علاقات الإزاحة والسرعة والتسارع على الشكل التالي:

### 1. تحليل الإزاحة ***Displacement Analysis***

عند وضع اتزان التركيبة الآلية ، يكون مجموع مساقط أطوال عناصرها على المحور X وعلى المحور Y مساوياً للصفر . نأخذ أولاً مجموع أطوال المساقط على المحور X ، كما هو مبين في المخطط b من (الشكل-4-8) .

$$a.\cos q + b.\cos(-b) - x = 0$$

تدل إشارة السالب قبل الزاوية $\beta$ على أن قياس هذه الزاوية تم بجهة دوران عقارب الساعة بالنسبة للمحور X .

$$b.\cos b = x - a.\cos q \qquad (i)$$

بتربيع الطرفين:

$$b^2.\cos^2 b = x^2 + a^2.\cos^2 q - 2x.a.\cos q \qquad (ii)$$

وبأخذ مجموع أطوال المساقط على المحور Y يكون لدينا:

$$a.\sin q - b.\sin(-b) - e = 0 \quad \Rightarrow \quad -b.\sin b + e = a.\sin q$$

منه:

$$b.\sin b = e - a.\sin q \qquad (iii)$$

بتربيع الطرفين:

$$b^2.\sin^2 b = e^2 + a^2.\sin^2 q - 2e.a.\sin q \qquad (iv)$$

بجمع المعادلتين $(ii)$ و $(iv)$ ينتج:

$$b^2(\cos^2 b + \sin^2 b) = x^2 + e^2 + a^2(\cos^2 q + \sin^2 q) - 2x.a.\cos q - 2e.a.\sin q$$

$$b^2 = x^2 + e^2 + a^2 - 2x.a.\cos q - 2e.a.\sin q$$

$$x^2 + (-2a.\cos q)x + a^2 - b^2 + e^2 - 2e.a.\sin q = 0$$

منه:

$$x^2 + k_1.x + k_2 = 0 \qquad (v)$$

حيث:

$$k_1 = -2a.\cos q \qquad , \qquad k_2 = a^2 - b^2 + e^2 - 2e.a.\sin q \qquad (vi)$$

نلاحظ أن المعادلة $(v)$ هي معادلة من الدرجة الثانية لـــ $x$ ، ولها جذران هما:

$$x = \frac{-k_1 \pm \sqrt{k_1^2 - 4k_2}}{2} \qquad (vii)$$

من هذه العلاقة يمكن إيجاد إزاحة المنزلقة x بعد معرفة قيم $a$ ، $b$ ، $e$ و $\theta$ .
ويتم تعيين وضع ذراع التوصيل BC ممثلاً بالزاوية $\beta$ ، وفق العلاقة:

$$\sin(-b) = \frac{a.\sin q - e}{b} \qquad \Rightarrow \qquad \sin b = \frac{e - a.\sin q}{b}$$

$$b = \sin^{-1}\left(\frac{e - a.\sin q}{b}\right) \qquad (viii)$$

ملاحظة

في حال كانت المنزلقة متوضعة على المحور X ، أي أن خط عملها يمر من محور دوران المرفق ، سيكون الاختلاف المركزي عندئذ $(e = 0)$ ، وتأخذ عندها العلاقتان $(vi)$ و $(viii)$ الشكل الآتي:

$$k_1 = -2a.\cos q \qquad , \qquad k_2 = a^2 - b^2$$

$$b = \sin^{-1}\left(\frac{-a.\sin q}{b}\right)$$

## 2. تحليل السرعة ***Velocity Analysis***

لتكن: $\omega_1 = d\theta/dt$ السرعة الزاوية للوصلة القائدة AB .

$\omega_2 = d\beta/dt$ السرعة الزاوية للوصلة القارنة BC .

$V_s = dx/dt$ السرعة الخطية للمنزلقة .

باشتقاق العلاقة ($i$) بالنسبة للزمن:

$$b(\text{-}\sin b)\frac{db}{dt} = \frac{dx}{dt} - a.(\text{-}\sin q)\frac{dq}{dt}$$

منه:

$$-a.\omega_1.\sin\theta - b.\omega_2.\sin\beta - \frac{dx}{dt} = 0 \qquad (ix)$$

وباشتقاق العلاقة ($iii$) بالنسبة للزمن:

$$b.\cos\beta\cdot\frac{d\beta}{dt} = -a.\cos q\cdot\frac{dq}{dt}$$

منه:

$$a.\omega_1.\cos\theta + b.\omega_2.\cos\beta = 0 \qquad (x)$$

بضرب طرفي العلاقة ($ix$) بــ $\cos\beta$ ، والعلاقة ($x$) بــ $\sin\beta$ ، نحصل على:

$$-a.\omega_1.\sin\theta.\cos\beta - b.\omega_2.\sin\beta.\cos\beta - \frac{dx}{dt}\cos\beta = 0 \qquad (xi)$$

$$a.\omega_1.\cos\theta.\sin\beta + b.\omega_2.\cos\beta.\sin\beta = 0 \qquad (xii)$$

بجمع العلاقتين ($xi$) و ($xii$):

$$a.\omega_1(\sin b.\cos q - \cos b.\sin q) - \frac{dx}{dt}\cos b = 0$$

من هذه المعادلة يمكن إيجاد السرعة الخطية للمنزلقة ($V_s=dx/dt$):

$$a.\omega_1.\sin(b-q) = V_s.\cos b \quad\Rightarrow\quad V_s = \frac{a.w_1.\sin(b-q)}{\cos b} \qquad (xiii)$$

أما السرعة الزاوية $\omega_2$ لذراع التوصيل BC ، فيمكن تعيينه من المعادلة ($x$) :

$$\omega_2 = \frac{-a.\omega_1.\cos q}{b.\cos b} \qquad (xiv)$$

## 3. تحليل التسارع ***Acceleration Analysis***

لتكن: $\varepsilon_1 = d\omega_1/dt$ التسارع الزاوي للوصلة القائدة AB .

$\varepsilon_2 = d\omega_2/dt$ التسارع الزاوي للوصلة القارنة BC .

$A_s = d^2x/dt^2$ التسارع الخطي للمنزلقة .

باشتقاق العلاقة $(ix)$ بالنسبة للزمن:

$$-a[\omega_1.\cos\theta\frac{dq}{dt}+\sin q\,\frac{dw_1}{dt}]-b[\omega_2.\cos\beta\frac{db}{dt}+\sin b\,\frac{dw_2}{dt}]-\frac{d^2x}{dt^2}=0$$

منه:

$$-a[e_1.\sin q+\omega_1^2.\cos q]-b[e_2.\sin b+\omega_2^2.\cos b]-\frac{d^2x}{dt^2}=0 \qquad (xv)$$

وباشتقاق العلاقة $(x)$ بالنسبة للزمن:

$$a\,[\omega_1(-\sin\theta)\frac{dq}{dt}+\cos q\cdot\frac{dw_1}{dt}]+b\,[\omega_2(-\sin\beta)\frac{db}{dt}+\cos b\cdot\frac{dw_2}{dt}]=0$$

منه:

$$a[e_1.\cos q-\omega_1^2.\sin q]+b[e_2.\cos b-\omega_2^2.\sin b]=0 \qquad (xvi)$$

بضرب طرفي العلاقة $(xv)$ بـــ $\cos\beta$ ، والعلاقة $(xvi)$ بـــ $\sin\beta$ ، نحصل على:

$$-a[e_1.\sin q.\cos b+\omega_1^2.\cos q.\cos b]-b[e_2\sin b.\cos j+\omega_2^2.\cos^2 b] \qquad (xvii)$$
$$-\frac{d^2x}{dt^2}\cos b=0$$

$$a\,[e_1.\cos q.\sin b-\omega_1^2.\sin q.\sin b]+b\,[e_2\cos b.\sin b-\omega_2^2.\sin^2 b]=0 \quad (xviii)$$

بجمع العلاقتين $(xvii)$ و $(xviii)$:

$$a[e_1(\sin b.\cos q-\cos b.\sin q)-\omega_1^2(\cos b.\cos q+\sin b.\sin q)]$$
$$-b.\omega_2^2(\cos^2 b+\sin^2 b)-\frac{d^2x}{dt^2}\cos b=0$$

منه:

$$- a.\omega_1^2.\cos(b - q) + a.e_1.\sin(b - q) - b.\omega_2^2 - \frac{d^2 x}{dt^2}\cos b = 0$$

من هذه المعادلة يمكن إيجاد التسارع الخطي $A_S$ للمنزلقة ($A_s = d^2x/dt^2$):

$$A_s = \frac{a.e_1.\sin(b - q) - a.w_1^2.\cos(b - q) - b.\omega_2^2}{\cos b} \qquad (xix)$$

أما التسارع الزاوي لذراع التوصيل BC ، فيمكن تعيينه من المعادلة ($xvi$):

$$e_2 = \frac{a(\omega_1^2.\sin q - e_1.\cos q) + b.\omega_2^2.\sin b}{b.\cos b} \qquad (xx)$$

## 4. البرنامج الحاسوبي لتحليل أوضاع الحركة

## *Computer Program for Position Analysis of Motion*

استناداً للعلاقات والمعادلات المستنتجة لحساب السرعة الزاوية ، والتسارع الزاوي لذراع التوصيل BC ، والسرعة الخطية والتسارع الخطي للمنزلقة C ، في تركيبة المنزلقة والمرفق من أجل أوضاع مختلفة للمرفق . يمكن صياغة برنامج للحاسوب بلغة فورتران (*FORTRAN*) ، لتعيين قيم هذه السرع والتسارعات .

```
C   PROGRAM TO FIND THE VELOCITY AND ACCELERATION
C   IN A SLIDER CRANK MEHANISM
    READ (*,*) A, B, E, VA, ACC, THA
    PI = 4 * ATAN(1.)
    TH = 0
    IH = 180 / THA
    DTH = PI / IH
    DO 10 I = 1, 2 * I H
    TH = (I – 1) * DTH
    BET = ASIN (E – A * SIN (TH) / B)
    VS = -A * VA * SIN (TH – BET) / (COS (BET) *1000)
    VB = –A * VA * COS (TH) / B * COS (BET)
    AC1 = A * ACC * SIN (BET - TH) - B * VB **2
```

```
      AC2 = A * VA **2 * COS (BET - TH)
      ACS = (AC1 – AC2) / (COS (BET) *1000)
      AC3 = A * ACC * COS (TH) – A * VA **2 * SIN (TH)
      AC4 = B * VB **2 * SIN (BET)
      ACB = –(AC3 - AC4) / (B * COS (BET) )
      IF (i . EQ . 1) WRITE (*. 9)
9     FORMAT (3X,' TH', 5X,' BET', 4X,' VS,' 4X,' VB,'
      4X,' ACS', 4X,' ACB')
10    WRITE(*,8) TH *180 / PI, BET *180 / PI, VS, VB, ACS, ACB
8     FORMAT (6 F 8 . 2)
      STOP
      END
```

في البرنامج أعلاه تم اعتماد الرموز التالية:

لـــ متغيرات الدخل:

A,B,E تمثل $a$ طول المرفق AB ، $b$ طول ذراع التوصيل BC و $e$ الاختلاف المركزي مقاسة بـــ mm .

VA تمثل السرعة الزاوية للمرفق AB مقاسة بـــ rad/sec .

ACC تمثل التسارع الزاوي للمرفق AB مقاسة بـــ $rad/sec^2$ .

THA تمثل الفاصل الزاوي لوصلة الدخل مقاسة بـــ الدرجات .

ACCA تمثل التسارع الزاوي لوصلة الدخل مقاسة بـــ $rad/sec^2$ .

لـــ متغيرات الخرج:

THA تمثل الإزاحة الزاوية للمرفق AB مقاسة بـــ الدرجات .

BET تمثل الإزاحة الزاوية لذراع التوصيل BC مقاسة بـــ الدرجات .

VS تمثل السرعة الخطية للمنزلقة C مقاسة بـــ m/sec .

VB تمثل السرعة الزاوية لذراع التوصيل BC مقاسة بـــ rad/sec .

ACS تمثل التسارع الخطي للمنزلقة C مقاسة بـــ $m/sec^2$ .

ACB تمثل التسارع الزاوي لذراع التوصيل BC مقاسة بـــ $rad/sec^2$ .

**مسألة-3-4-3**

تتألف تركيبة المنزلقة ، والمرفق المبينة في (الشكل-4-8) ، من مرفق طوله (AB = 200 mm) ، وذراع توصيل طوله (BC = 750 mm) ، ومنزلقة ينحرف خط عملها عن محور المرفق بمقدار ($e$ = 50 mm) .

يدور المرفق بسرعة زاوية 20 rad/sec ، وتسارع زاوي $10\ rad/sec^2$ .

المطلوب من أجل فواصل زاوية متساوية لـــ $30^o$ **الآتي**:

- السرعة الخطية ، والتسارع الخطي للمنزلقة C .
- السرعة الزاوية ، والتسارع الزاوي لذراع التوصيل BC .

**الحل**:

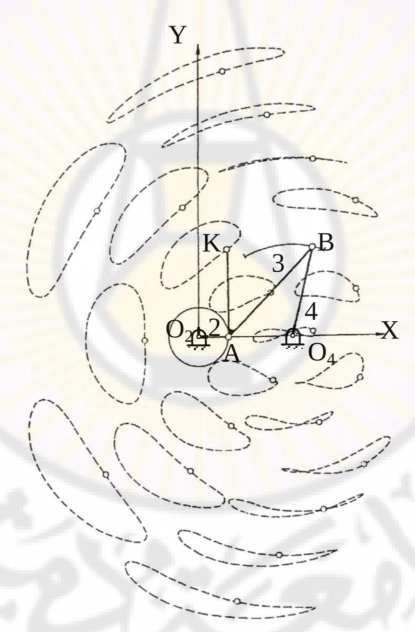
| TH | BET | VS | VB | ACS | ACB |
|---|---|---|---|---|---|
| 00.00 | 3.82 | 0.27 | - 5.32 | - 101.15 | - 0.78 |
| $30.00^o$ | - 3.82 | - 2.23 | - 4.61 | - 83.69 | 49.72 |
| $60.00^o$ | - 9.46 | - 3.80 | - 2.63 | - 35.62 | 91.14 |
| $90.00^o$ | - 11.54 | - 4.00 | 0.00 | 14.33 | 108.87 |
| $120.00^o$ | - 9.46 | - 3.13 | 2.63 | 44.71 | 93.85 |
| $150.00^o$ | - 3.82 | - 1.77 | 4.61 | 55.11 | 54.35 |
| $180.00^o$ | 3.82 | - 0.27 | 5.32 | 58.58 | 4.56 |
| $210.00^o$ | 11.54 | 1.29 | 4.53 | 62.42 | - 47.90 |
| $240.00^o$ | 17.31 | 2.84 | 2.55 | 57.93 | - 93.34 |
| $270.00^o$ | 19.47 | 4.00 | 0.00 | 30.28 | - 113.14 |
| $300.00^o$ | 17.31 | 4.09 | - 2.55 | - 21.45 | - 96.14 |
| 330.00 | 11.54 | 2.71 | - 4.53 | - 75.44 | - 52.61 |

## 5-4- منحنيات الوصل للآليات المرفقية

***Coupler Curves in Linkage Mechanisms***

يتطلب في بعض الأحيان أن تقوم التركيبة الآلية بتحريك نقطة على مسار محـــدد ، يتم توليده بواسطة الوصلة القارنة كما هو الحال في تركيبات الحركة المستقيمة التـــي وردت معنا في الفصل الثاني .

إن نقاط مستوي ذراع التوصيل لتركيبة رباعية الوصلات ، ترسم في أثناء حركتها مسارات تسمى منحنيات الوصل ، بينما ترسم النقاط المفصلية A و B مسارات دائريـــة . ويمكن بواسطة تركيبة رباعية الوصلات رســم منحنيــات متنوعــة الأشــكال كمــا فــي (الشكل-4-9).




منحنيات الوصل للمرفق المتأرجح في أوضاع مختلفة للنقطة K من ذراع التوصيل .

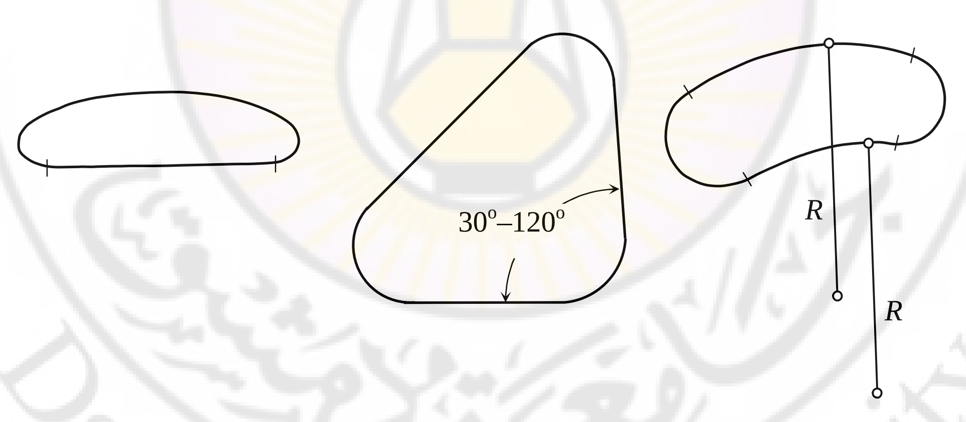
(الشكل-4-9)

تؤدي أشكال منحنيات الوصل دوراً أساسياً عند تصميم تركيبة رباعية الوصـــلات ، فهي تستعمل غالباً لتسيير جسم ما في مجرى معين ، أو لتوجيه أحـــد أجـــزاء الآلـــة وفـــق مسار محدد .

عادة يطلب تصميم تركيبة آلية بحيث ترسم نقطة ما من ذراع التوصل منحنياً محدداً ، ولهذا التصميم صعوبات كثيرة يستعاض عنها عادة بإيجاد تركيبة آليـــة تخطيطيـــاً ، بحيـــث يقترب المحل الهندسي للنقطة المفروضة من المسار المطلوب .

يتوفر للمهتمين مراجع تحتوي على منحنيات مرسومة بمقياس معين ، ومـــا علـــى الباحث إلا أن يفتش بين هذه الأمثلة للعثور على المنحني المرغوب ، ويجد بالتـــالي أبعـــاد تركيبة رباعية الوصلات لأداء الحركة المنشودة . يتم اختيار المنحني المناسب حسب نـــوع الحركة المطلوبة .

عموماً منحني الوصل: هو منحني جبري من الدرجة السادسة ، ويحتوي على ثلاث نقاط مضاعفة ، وثلاثة محارق . ويبين المخطط a في (الشكل-4-10) منحنياً يستخدم فـــي الحركة المستقيمة . والمخطط b في (الشكل-4-10) منحنياً يلزم من أجل الحركة الزاوية . ولتصميم آلية ذات فترتي توقف يجب أن يكون للمنحني قطاعان متساويي التقوس وبالاتجـــاه نفسه ، كما في المخطط c في (الشكل-4-10) .




c- منحنٍ لتوليد فترتي توقف. b- منحنٍ لتوليد حركة زاوية. a- منحنٍ لتوليد حركة مستقيمة.

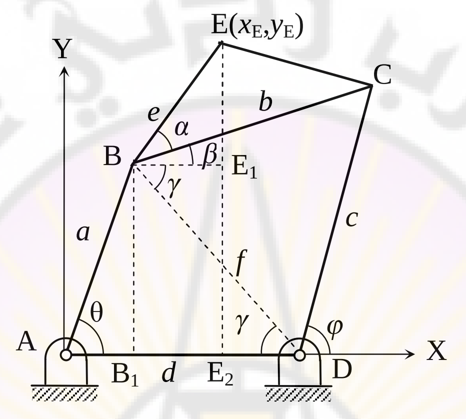
(الشكل-4-10)

سنوضح من خلال مثالين نموذجيين الأسس المتبعة في تحديد إحداثيات النقطة من الوصلة القارنة في حالة التركيبة رباعية الوصلات ، وتركيبة المنزلقة ، والمرفق .

### 1-5-4- منحنيات الوصل في تركيبة رباعية القضبان

***Coupler Curves in Four-Bar Mechanism***

يبين (الشكل-4-11) تركيبة رباعية القضبان ABCD ، ذات نقطة إزاحة مقرنة E على الوصلة القارنة BC التي تصنع زاوية α مع BC بجهة عكس دوران عقارب الساعة ، وإحداثياتها $(x_E , y_E)$ .




تركيبة رباعية القضبان ABCD ذات نقطة إزاحة مقرنة E على الوصلة القارنة BC .

(الشكل-4-11)

يتطلب أولاً إيجاد الطول BD والزاويتين $\gamma$ ، $\beta$ . من المثلث القائم الزاوية $BB_1D$ ، لدينا:

$$\tan\gamma = \frac{BB_1}{B_1D} = \frac{BB_1}{AD - AB_1} = \frac{a\,.\sin\theta}{d - a\,.\cos\theta}$$

منه:

$$\gamma = \tan^{-1}\frac{a\,.\sin\theta}{d - a\,.\cos\theta}$$

كما أن:

$$\overline{BD}^2 = \overline{BB_1}^2 + \overline{B_1D}^2 = \overline{BB_1}^2 + (AD - AB_1)^2$$

$$\begin{aligned}\overline{BD}^2 &= (a.\sin\theta)^2 + (d - a.\cos\theta)^2\\ &= a^2.\sin^2\theta + d^2 + a^2.\cos^2\theta - 2a.d.\cos\theta\\ &= a^2(\sin^2\theta + \cos^2\theta) + d^2 - 2a.d.\cos\theta\end{aligned}$$

$$\overline{BD}^2 = a^2 + d^2 - 2a.d.\cos\theta$$

من المثلث DBC :

$$\cos(g+b)=\frac{\overline{BD}^2+\overline{BC}^2-\overline{CD}^2}{2BC\,.\,BD}=\frac{f^2+b^2-c^2}{2b\,.\,f}$$

منه:

$$g+b=\cos^{-1}\left(\frac{f^2+b^2-c^2}{2b.\,f}\right)$$

$$b=\cos^{-1}\left(\frac{f^2+b^2-c^2}{2b.\,f}\right)-g \qquad (i)$$

ومن (الشكل-4-11) ، حيث $(B_1E_2 = BE_1)$ ، نجد أن:

$$\begin{aligned} x_E &= AE_2 = AB_1 + B_1E_2 = AB_1 + BE_1 \\ &= a.\cos q + e.\cos(a+b) \end{aligned} \qquad (ii)$$

أيضاً من (الشكل-4-11) ، حيث $(E_2E_1 = B_1B)$ ، نجد أن:

$$\begin{aligned} y_E &= E_2E = E_2E_1 + E_1E = B_1B + E_1E \\ &= a.\sin q + e.\sin(a+b) \end{aligned} \qquad (iii)$$

من المعادلات أعلاه ، يمكن تحديد إحداثيات النقطة E ، وذلك متى علمنا:

$\beta$ ، $\alpha$ ، $\theta$ ، $e$ ، $a$

### 4-5-2- منحنيات الوصل في تركيبة المنزلقة والمرفق

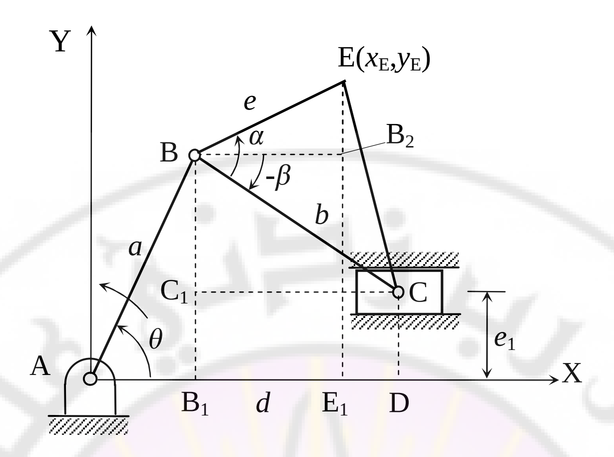
***Coupler Curves in Slider-Crank Mechanism***

يبين (الشكل-4-12) تركيبة المنزلقة ، والمرفق ذات نقطة إزاحة مقرنة E على الوصلة القارنة BC التي تصنع زاوية $\alpha$ مع BC بجهة عكس دوران عقارب الساعة وإحداثياتها $(x_E , y_E)$ .

لإيجاد الزاوية $\beta$ ، لدينا من المثلث القائم الزاوية $BC_1C$ :

$$\sin b=\frac{BC_1}{BC}=\frac{BB_1-B_1C_1}{BC}=\frac{a\,.\sin q-e_1}{b}$$

$$b=\sin^{-1}\left(\frac{a\,.\sin q-e_1}{b}\right) \qquad (iv)$$




تركيبة رباعية القضبان ABCD ذات نقطة إزاحة مقرنة E على الوصلة القارنة BC .

(الشكل-4-12)

كما أن:

$$x_E = AE_1 = AB_1 + B_1E_1 = AB_1 + BB_2$$

$$x_E = a.\cos q + e.\cos(a - b) \qquad (v)$$

$$y_E = E_1E = E_1B_2 + B_2E = B_1B + B_2E$$

$$y_E = a.\sin q + e.\sin(a - b) \qquad (vi)$$

من المعادلات أعلاه ، يتم تحديد إحداثيات النقطة E ، وذلك متى علمنا:

$\beta$ ، $\alpha$ ، $\theta$ ، $e_1$ ، $e$ ، $b$ ، $a$

ملاحظة:

إذا كانت المنزلقة متوضعة على المحور X ، أي: إن خط عملها يمر من محور دوران المرفق ، عندها سيكون الاختلاف المركزي ($e_1 = 0$) . في مثل هذه الحالة المعادلة ($iv$) يمكن أن تكتب على الشكل الآتي:

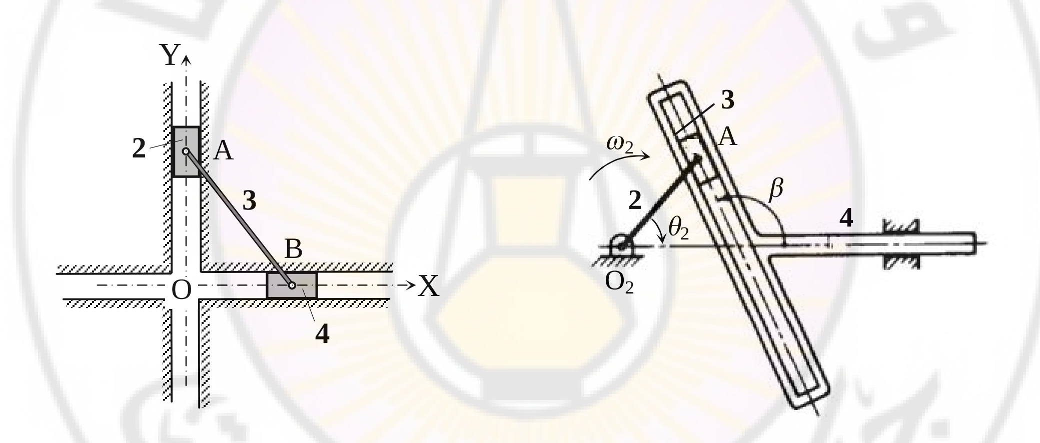
$$b = \sin^{-1}\left(\frac{a\,.\sin q}{b}\right)$$

## مسائل غير محلولة PROBLEMS

**م-4-1**

يبين الشكل (م-4-1) أحد أوضاع تركيبية آلية راسم القطع الناقص ، حيث طول ذراع التوصيل AB يساوي ($l$ = 20 cm) .

المطلوب عند الوضع الموافق لإزاحة المنزلقة A ($y_A$ = 12 cm) ، وسرعتها ($V_A$ = 40 cm/sec) ، وتسارعها ($A_A$ = - 80 cm/sec²) ، إيجاد إزاحة المنزلقة B ، وسرعتها ، وتسارعها .




المخطط الحركي لآلية المنزلقتين ، والمرفق.
الشكل (م-4-2)

المخطط الحركي لتركيبية آلية راسم القطع الناقص.
الشكل (م-4-1)

*

**مسألة-4-2**

يبين الشكل (م-4-2) أحد أوضاع تركيبية آلية المنزلقتين ، والمرفق (*Scotch-yoke*) ، حيث يدور المرفق $O_2A$ بسرعة زاوية ثابتة $\omega_2$ باتجاه دوران عقارب الساعة .

المطلوب بمعرفة طول المرفق $O_2A$ والزاوية $\beta$ الآتي:

1. إجراء تحليل معادلات الحركة بتطبيق علاقات النسب المثلثية ، لإيجاد إزاحة الوصلة 4 ، وسرعتها ، وتسارعها .
2. كتابة برنامج حاسوبي لإيجاد القيم السابقة خلال دورة كاملة للمرفق .

**م-4-3**

يبين الشكل (م-4-3) المخطط الحركي لأحد أوضاع تركيبة المنزلقة ، والمرفق ، حيث أزيح خط الشوط بالمقدار $d$ ؛ لتأمين حركة سريعة الارتداد .

فإذا دار المرفق بسرعة زاوية متغيرة $\omega_2$ ، وتسارع زاوٍ منتظم $\varepsilon_2$ . المطلوب كتابة المعادلة الشعاعية $(\boldsymbol{r}_\mathbf{a} + \boldsymbol{r}_\mathbf{d} = \boldsymbol{r}_2 + \boldsymbol{r}_3)$ كأعداد مركبة ، ومن ثم إذا كانت $(\omega_2 = 10 \ \text{rad/sec})$ و $(\varepsilon_2 = 20 \ \text{rad/sec}^2)$ عند الوضع $(\theta_2 = 45^o)$ ، تعيين الآتي:

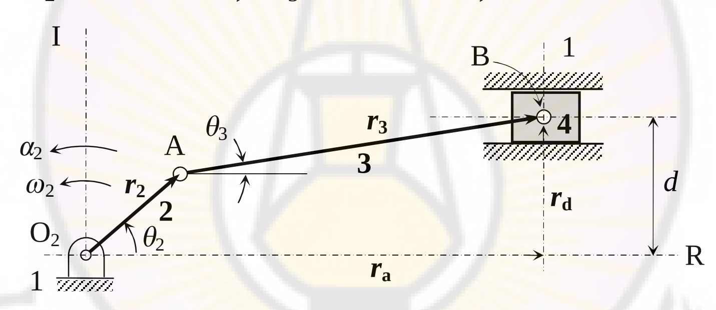
1.الإزاحة الزاوية $\theta_3$ والبعد $r_a$ .

2.السرعة الزاوية والتسارع الزاوي للوصلة 3 .

3.سرعة المنزلقة B وتسارعها .

علماً أن:

$$r_2 = 150 \ \text{mm} \quad , \quad r_3 = 500 \ \text{mm} \quad , \quad d = 200 \ \text{mm}$$




الشكل (م-4-3) المخطط الحركي لتركيبة المنزلقة ، والمرفق .

*

**م-4-4**

يبين الشكل (م-4-4) المخطط الحركي لتركيبة المرفق والذراع المشقوق ، حيث يدور المرفق بسرعة زاوية ثابتة $\omega_2$ بعكس اتجاه دوران عقارب الساعة .

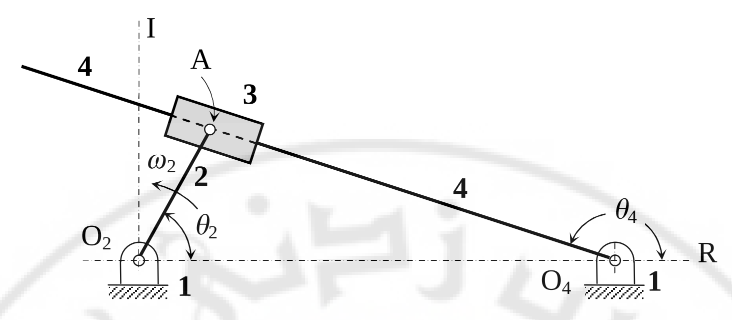
المطلوب كتابة معادلات الحركة كأعداد مركبة . ومن ثم إذا كانت $(\omega_2 = 10 \ \text{rad/sec})$ ، تعيين عند الوضع $(\theta_2 = 45^o)$ ما يلي:

1.ميزات الحركة للوصلة 4 .

2.سرعة النقطة $A_4$ ، وتسارعها .

علماً أن:

$$O_2O_4 = 240 \ \text{mm} \quad , \quad O_2A = 70 \ \text{mm}$$




الشكل (م-4-4) المخطط الحركي لتركيبة المرفق والذراع المشقوق .

*

**م-4-5**

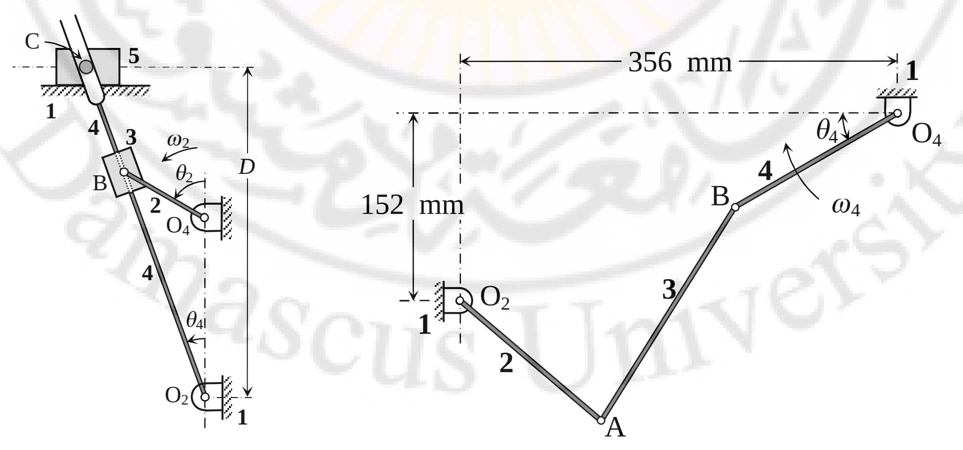
يبين الشكل (م-4-5) أحد أوضاع تركيبة آلية الرجوع السريع ، حيث يدور المرفق بسرعة زاوية ثابتة $\omega_2$ بعكس اتجاه دوران عقارب الساعة .

المطلوب كتابة معادلات الحركة كأعداد مركبة . ومن ثم إذا كانت $(\omega_2 = 10 \ \text{rad/sec})$ ، تعيين عند الوضع $(\theta_2 = 60^o)$ الآتي:

1. الإزاحة الزاوية $\theta_4$ .
2. سرعة المنزلقة $C_5$ ، وتسارعها .

علماً أن:

$O_2O_4 = 300 \ \text{mm} \quad , \quad O_2B_2 = 150 \ \text{mm} \quad , \quad d = 500 \ \text{mm}$




المخطط الحركي لتركيبة آلية الرجوع السريع.
الشكل (م-4-5)

المخطط الحركي لتركيبة آلية رباعية القضبان.
الشكل (م-4-6)

**م-4-6**

يبين الشكل (م-4-6) أحد أوضاع تركيبة آلية رباعية القضبان ، حيث تدور الوصلة 4 بسرعة زاوية ثابتة ؛ لتصبح سرعة النقطة B ($V_B$ = 24.4 m/sec) .

المطلوب عند الوضع ($\theta_4 = 30°$) الآتي:

1. تعيين مميزات الحركة للوصلات جميعها بطريقة التمثيل التخطيطي لمعادلات الحركة النسبية .
2. إعداد برنامج للحاسوب ، وتعيين القيم السابقة باستخدام الحاسوب .

علماً أن:

$O_2A$ = 152 mm , AB = 203 mm , $O_4B$ = 152 mm

*

**م-4-7**

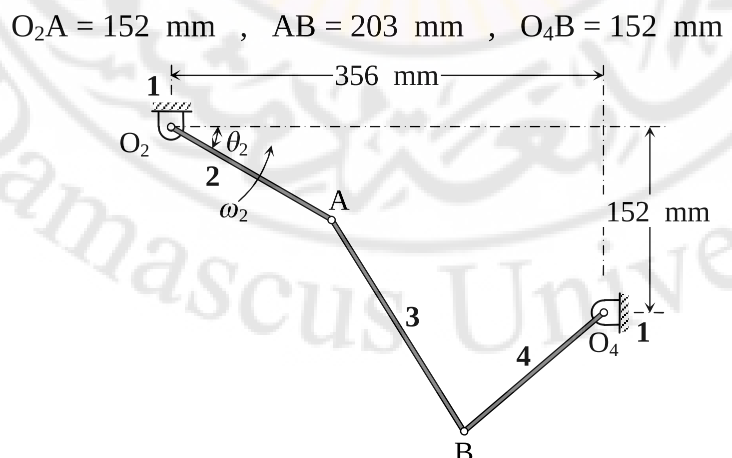
يبين الشكل (م-4-7) أحد أوضاع تركيبة آلية رباعية القضبان ، حيث يدور المرفق 2 بسرعة زاوية ثابتة ($\omega_2$ = 160 rad/sec) باتجاه عكس دوران عقارب الساعة .

المطلوب عند الوضع ($\theta_2 = 30°$) الآتي:

1. تعيين مميزات الحركة للوصلات جميعها بطريقة التمثيل التخطيطي لمعادلات الحركة النسبية .
2. إعداد برنامج للحاسوب ، وتعيين القيم السابقة باستخدام الحاسوب .

علماً أن:

$O_2A$ = 152 mm , AB = 203 mm , $O_4B$ = 152 mm




الشكل (م-4-7) المخطط الحركي لتركيبة آلية رباعية القضبان .

**م-4-8**

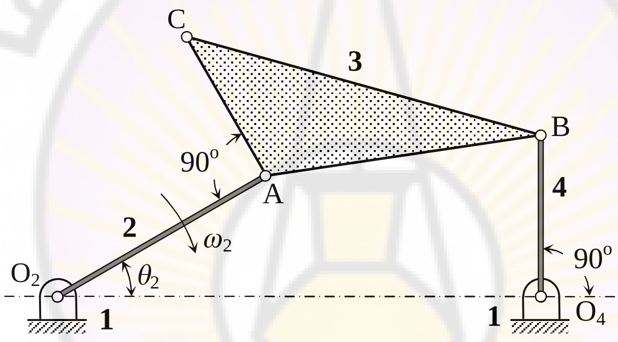
يبين الشكل (م-4-8) أحد أوضاع تركيبة آلية رباعية القضبان ، حيث يدور المرفق 2 بسرعة زاوية ثابتة ($\omega_2 = 200$ rad/sec) باتجاه دوران عقارب الساعة .

المطلوب عند الوضع ($\theta_2 = 30°$) الآتي:

1. تعيين مميزات الحركة للوصلات جميعها بطريقة التمثيل التخطيطي لمعادلات الحركة النسبية .
2. إعداد برنامج للحاسوب ، وتعيين القيم السابقة باستخدام الحاسوب .

علماً أن:

$O_2A = 381$ mm , $O_4B = 254$ mm , $AC = 254$ mm , $O_2O_4 = 762$ mm




الشكل (م-4-8) المخطط الحركي تركيبة آلية رباعية القضبان ذات نقطة إزاحة مقرنة C .

الجواب: $V_C = (8.55).10^4$ mm/sec , $A_C = (1.96).10^7$ mm/sec$^2$

$\omega_4 = 111.6$ rad/sec cw , $\omega_3 = 152.8$ rad/sec ccw

*

**م-4-9**

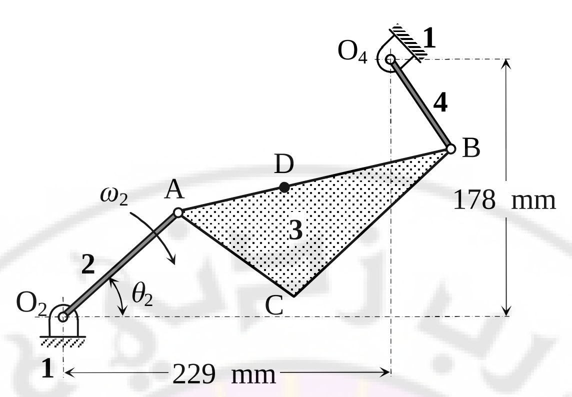
يبين الشكل (م-4-9) أحد أوضاع تركيبة آلية رباعية القضبان ، حيث يدور المرفق 2 بسرعة زاوية ثابتة ($\omega_2 = 30$ rad/sec) باتجاه دوران عقارب الساعة .

المطلوب عند الوضع ($\theta_2 = 45°$) الآتي:

1. تعيين مميزات الحركة للوصلات جميعها بطريقة التمثيل التخطيطي لمعادلات الحركة النسبية .
2. إعداد برنامج للحاسوب ، وتعيين القيم السابقة باستخدام الحاسوب .

علماً أن: $O_4B = 76.2$ mm , $AB = 203$ mm , $O_2A = 102$ mm

$BC = 152$ mm , $AD = 76.2$ mm , $AC = 102$ mm




الشكل (م-4-9) المخطط الحركي لتركيبة آلية رباعية القضبان ذات نقطة إزاحة مقرنة C .

*

**م-4-10**

يبين (الشكل م-4-10) أحد أوضاع تركيبة آلية رباعية القضبان ، حيث يدور المرفق 2 بسرعة زاوية ثابتة ($\omega_2 = 1$ rad/sec) باتجاه دوران عقارب الساعة .

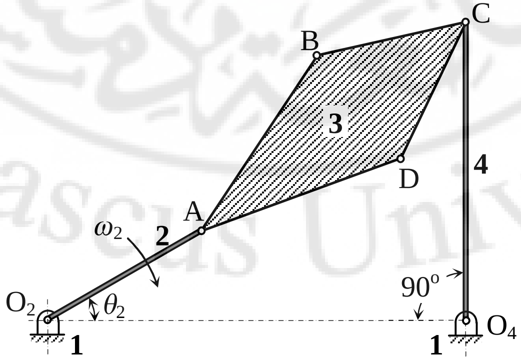
المطلوب عند الوضع ($\theta_2 = 35°$) الآتي:

1. تعيين مميزات الحركة للوصلات جميعها بطريقة التمثيل التخطيطي لمعادلات الحركة النسبية .
2. إعداد برنامج للحاسوب ، وتعيين القيم السابقة باستخدام الحاسوب .

علماً أن:

$O_2A = 152$ mm , $O_2O_4 = 356$ mm , $O_4C = 254$ mm

$AB = AD = 178$ mm , $BC = CD = 127$ mm




الشكل (م-4-10) المخطط الحركي لتركيبة آلية رباعية القضبان ذات نقطتي إزاحة مقرنة B , D .

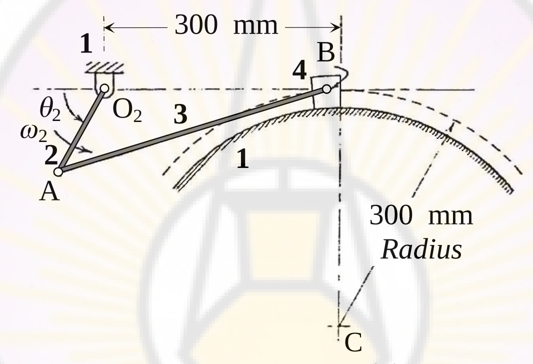
**م-4-11**

يبين الشكل (م-4-11) أحد أوضاع تركيبة آلية المنزلقة والمرفق ، حيث يدور المرفق 2 بسرعة زاوية ثابتة ($\omega_2 = 1$ rad/sec) باتجاه عكس دوران عقارب الساعة .

المطلوب عند الوضع ($\theta_2 = 35°$) الآتي:

1. تعيين مميزات الحركة للوصلات جميعها بطريقـة التمثيـل التخطيطـي لمعـادلات الحركة النسبية .
2. إعداد برنامج للحاسوب ، وتعيين القيم السابقة باستخدام الحاسوب .

علماً أن: $O_2A = 100$ mm , $AB = 350$ mm




الشكل (م-4-11) المخطط الحركي لتركيبة الية المنزلقة ، والمرفق .

الجواب: $V_C = 73.19$ mm/sec , $A_B = 69.07$ mm/sec$^2$

$\omega_4 = 0.244$ rad/sec cw , $\varepsilon_4 = 0.222$ rad/sec$^2$ cw

*

**م-4-12**

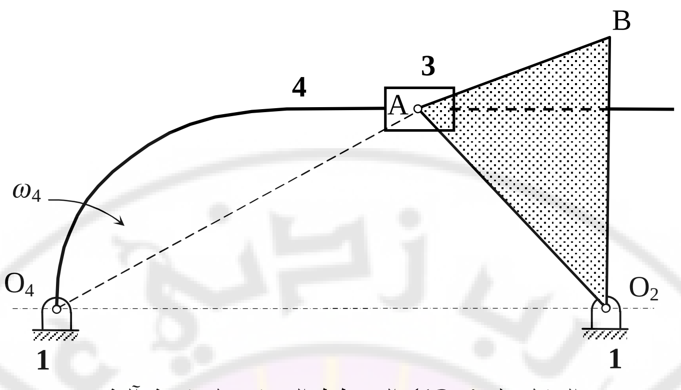
يبين الشكل (م-4-12) أحد أوضاع تركيبة آلية ، حيث تدور الوصلة 4 بسرعة زاوية ثابتة ($\omega_4 = 1$ rad/sec) باتجاه دوران عقارب الساعة .

المطلوب عند الوضع المبين في الشكل الآتي:

1. تعيين مميزات الحركة للوصلات جميعها بطريقـة التمثيـل التخطيطـي لمعـادلات الحركة النسبية .
2. إعداد برنامج للحاسوب ، وتعيين القيم السابقة باستخدام الحاسوب .

علماً أن: $O_2A = O_2B = 102$ mm , $O_4A = 152$ mm

$O_2O_4 = 203$ mm , $AB = 76.2$ mm



الشكل (م-4-12) المخطط الحركي لتركيبة آلية .

*

**م-4-13**

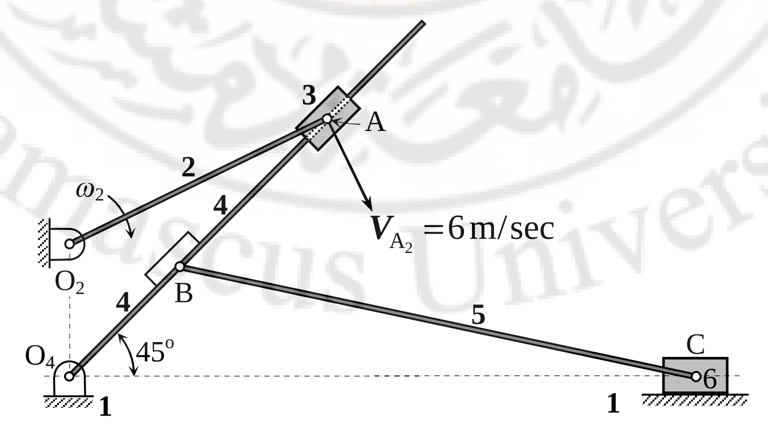
يبين الشكل (م-4-13) أحد أوضاع تركيبة آلية الرجوع السريع ، حيث يدور المرفق 2 بسرعة زاوية ثابتة باتجاه دوران عقارب الساعة ثابتة لتصبح سرعة النقطة A ($V_A = 6$ m/sec).

المطلوب عند الوضع ($\theta_4 = 45°$) الآتي:

1. تعيين مميزات الحركة للوصلات جميعها بطريقة التمثيل التخطيطي لمعادلات الحركة النسبية .
2. إعداد برنامج للحاسوب ، وتعيين القيم السابقة باستخدام الحاسوب .

علماً أن:

$O_2A = 191$ mm , $O_4B = 102$ mm , $O_2O_4 = 89$ mm , $BC = 356$ mm



(م-4-13) المخطط الحركي لتركيبة آلية الرجوع السريع .

# الفصل الخامس

## تحريك التركيبات الآلية *Kinetics of Mechanisms*

تطرقنا خلال الفصل الثالث والرابع إلى طرائق تعيين المميزات الحركية لوصلات تركيبية استناداً إلى الشكل الهندسي والبعدي لمخططها الحركي فقط ؛ أي: إنه قد تم إهمال تأثير مجموعة القوى المطبقة على وصلات التركيبة ؛ لتتمكن من أداء عمل معين ، والقوى اللازمة للحصول على حركة معينة ؛ إضافة إلى القوى الناتجة عن الثقالة أي الوزن ، والاحتكاك ، والتجميع ، والصدم وتغير درجات الحرارة . يجب اعتماد هذه القوى كافة عند القيام بالتصميم النهائي للآلة ، وتحليل تأثيرها في مختلف أجزائها ؛ للتمكن من تعيين نوعية هذه الأجزاء وأبعادها ، بما يضمن عدم انهيارها عند تأدية هذه الآلة العمل الذي صممت من أجله . لن نتطرق هنا إلى دراسة تأثير القوى الناتجة من التجميع ، والصدم وتغير درجة الحرارة ؛ إذ إن هذه القوى تتعلق بشكل عام بنظام تصميم كل آلة على حدة ، ويمكن الرجوع إلى مراجع تصميم الآلات في حال دراسة تأثير هذه القوى .

### 5-1- مقدمة *Introduction*

تعتمد دراسة تحريك التركيبات الآلية على المبادئ والقوانين الأساسية المثبتة في علم الميكانيك الهندسي بالنسبة لجسيم مادي أو لجسم مادي صلب ؛ بخاصة من حيث مفاهيم تحليل القوى ، والعزوم المؤثرة ، وإيجاد محصلتها ، وشروط التوازن . يمكن إجراء هذه الدراسة إما بالتحليل الرياضي لمعادلات القوى ، والعزوم وانحفاظ الطاقة ، أو بالتمثيل التخطيطي للمعادلات الشعاعية لهذه القوى والعزوم . إن أهم العوامل التي تحدد طريقة الحل هي نوع التركيبة ، وعدد الأوضاع المراد تحليلها .

يطبق التحليل الرياضي عادة في التركيبات البسيطة كالكامات ، والمسننات ، والمنظمات ، بينما يعد التحليل التخطيطي أسهل وأسرع في حال تحليل أية تركيبة في وضع معين ، لكن يفضل اللجوء إلى التحليل الرياضي عند دراسة مختلف أوضاع التركيبة خلال دورة عمل كاملة ؛ بخاصة عند توفر إمكان استعمال الحاسبات الرقمية ، رغم ذلك فإنه ينصح عندئذ بالتحقق من النتائج في أحد أوضاع التركيبة بطريقة التمثيل التخطيطي .

تعتمد طرائق التحليل الرياضي أساساً على مبدأ التحليل إلى مركبات بالنسبة لجملة إحداثيات ، أو على كتابة المعادلات الشعاعية للقوى المؤثرة بطريقة الأعداد المركبة ، ومعالجتها وفق الأسس نفسها التي سبق توضيحها في الفصل الرابع في حالة تحليل المميزات الحركية ؛ لذا فإننا سنقتصر هنا على دراسة تحليل القوى بالطريقة التخطيطية ؛ إضافة إلى بيان كيفية دراسة المنظمات تحليلياً .

تصنف القوى المؤثرة في وصلات تركيبية ما في مجموعتين:

- القوى الاستاتية *Static Forces*

هي القوى الناتجة عن الثقالة ؛ أي عن أوزان الوصلات ، وعن الاحتكاك عند الازدواجات ، والأحمال الخارجية المطبقة على هذه الوصلات .

- القوى العطالية *Inertia Forces*

هي القوى الناتجة عن تحريك كل من الوصلات بالتسارعات المطلوبة لأداء حركة معينة .

يمكن تبسيط التحليل بدراسة توازن الوصلات تحت تأثير كل مجموعة قوى على حدة ، ومن ثم تأثيرها المحصل استناداً إلى مبدأ تنضيد أو تراكب القوى في تحريك جسم صلب الذي ينص على:

إن التأثير المحصل لجملة قوى في جسم صلب يساوي المجموع الشعاعي للمؤثرات الناتجة من تطبيق كل من مركبات هذه الجملة على حدة .

### 5-2- تحليل القوى الاستاتية *Static Forces Analysis*

- **قوى ثقالة الوصلات** ***Gravity Forces of Links***

تكون قوى ثقالة الوصلات ؛ أي أوزان أجزاء آلة - عادة - صغيرة بالمقارنة مع القوى الاستاتية الأخرى المؤثرة فيها ؛ لذا فإنها تهمل في أغلب حالات التحليل الاستاتي للقوى بطريقة الحل التخطيطي .

## • قوى الاحتكاك في الازدواجات ***Friction Forces in Pairs***

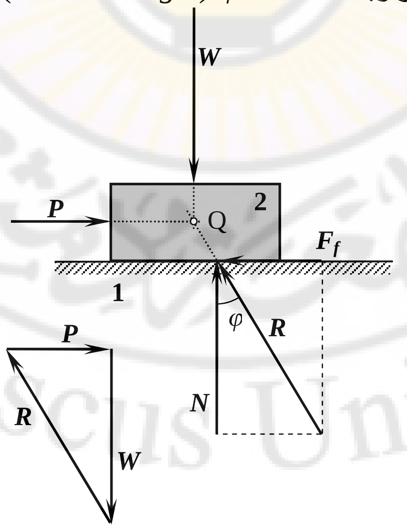
تنتقل القوى في آلة ما عبر الوصلات المختلفة المكونة لها ، وذلك عبر الازدواجات الواصلة فيما بين هذه الوصلات . إن خط عمل القوة المنتقلة من وصلة إلى أخرى ناظمي على سطح التماس في حال إهمال الاحتكاك . أما وجود الاحتكاك ، فإنه يؤثر في انحراف خط عمل هذه القوى بزاوية الاحتكاك $\varphi$ التي تتناسب مع معامل الاحتكاك $f$ عند سطح التماس .

تصنف قوى الاحتكاك المؤثرة في وصلات تركيبية ما وفق ما يلي:

- قوى الاحتكاك الساكن *Static Frictional Forces*

يبين (الشكل-5-1) حالة وصلتين 2 , 1 أجبرتا على التلامس بعضهما ببعض من دون أن تكون بينهما حركة نسبية . تؤثر في الوصلة 2 قوة شاقولية معينة $\boldsymbol{W}$ ، بينما تحاول القوة $\boldsymbol{P}$ أن تزلق هذه المنزلقة على طول السطح المستوي للوصلة 1 .

إن خط عمل هذه القوة $\boldsymbol{P}$ معلوم ، لكن قيمتها مجهولة ؛ وبالتالي فإن شرط التوازن يستلزم مرور رد الفعل $\boldsymbol{R}$ ؛ أي القوة المؤثرة من الوصلة 1 في الوصلة 2 ، من Q نقطة تقاطع القوتين $\boldsymbol{W}$ , $\boldsymbol{P}$ ؛ بسبب وجود الاحتكاك ؛ فإن خط عمل $\boldsymbol{R}$ ينحرف عن منحى الناظم المشترك بزاوية الاحتكاك $\varphi$ (*Friction Angle*).




قوى الاحتكاك الساكن - قوى الاحتكاك حالة ازدواج انزلاقي .

(الشكل-5-1)

يمكن تعيين قيمة كل من القوتين $\boldsymbol{P}$ , $\boldsymbol{R}$ من خلال رسم مضلع للقوى المؤثرة في الوصلة 2 ، علماً أن الزاوية $\varphi$ تحـــدد بدلالـــة معامـــل الاحتكـــاك الســـاكن $f_s$ بـــين الوصلتين (*Coefficient of Static Friction*) . ينتج من ذلك أن للقوة $\boldsymbol{R}$ مركبتين:

المركبة الناظمية $\boldsymbol{N}$

وتمثل رد الفعل الناظمي العمودي على مستوي التلامس ، واتجاهها يعاكس دومـــاً اتجاه القوة الشاقولية $\boldsymbol{W}$ .

المركبة المماسية $\boldsymbol{F_f}$

وتمثل قوة الاحتكاك الساكن عندما لا توجد حركة نسبية بين الوصلتين ، واتجاههـــا يعاكس دوماً الاتجاه الذي تحاول أن تتحرك الوصلة 2 بموجبه ، وقيمتها ترتبط مع المركبة الناظمية بالعلاقة التالية:

$$F_f = \tan j \ . N = f_s . N \qquad (1\text{-}5)$$

تدل التجارب التي أجريت على تلامس السطوح غير المزيتة ، أن قوة الاحتكاك $\boldsymbol{F_f}$ عندما يكون الانزلاق وشيكاً مستقلة عن مساحة التلامس ، ولكنها تتناسب مع المركبة الناظمية الكائنة بين سطحي التلامس ، والمعادلة الأخيرة هي التعبير الرياضي عن هذا التناسب .

- قوى الاحتكاك في حالة ازدواج انزلاقي *Sliding Frictional Forces*

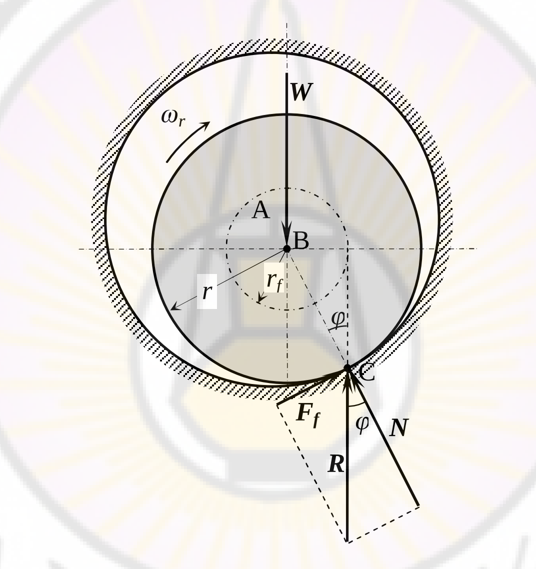
يبين (الشكل-5-1) ازدواجاً انزلاقياً ، حيث الحركة النسبية عند سطح التماس هـــي انسحابية ، تؤثر في الوصلة المنزلقة 2 قوة شاقولية معينة $\boldsymbol{W}$ ، بينما تعمل القوة $\boldsymbol{P}$ على تحريك هذه المنزلقة على طول السطح المستوي للوصلة 1 .

تدل التجارب على أن قوة الاحتكاك $\boldsymbol{F_f}$ بين الوصلتين اللتـــين تنزلقـــان بالنســـبة لبعضهما البعض تقل عن قوة الاحتكاك عندما يكون الانـــزلاق وشـــيكاً ، والمعادلـــة (5-1) تنطبق أيضاً على الحركة الانزلاقية ، عندئذ معامل الاحتكاك $f$ يمثـــل معامـــل الاحتكـــاك الانزلاقي $f_k$ (*Coefficient of Sliding Friction*) . وتدل الأبحاث على أنه مستقل عن مساحة التلامس ، وهو مستقل أيضاً عن السرعة النسبية .

- قوى الاحتكاك في حالة ازدواج دوراني *Turning Frictional Force*

في حالة الازدواج الدوراني ، فإن انزلاق السطح الدائري لعمود ، أو وتد الـــربط ، على جدار المسند ، أو المحمل ، يؤدي إلى نشوء قوة احتكـــاك ***F*** تــؤثر مـــن المحمــل في العمود .

يبين (الشكل-5-2) مقطعاً لمرتكز عمود (*Journal*) نصف قطره $r$ ومركزه B ، يدور باتجاه دوران عقارب الساعة ضمن محمل مركزه A ، حيث تــم تكبيـــر الخلـــوص الموجود بين العمود والمحمل بهدف توضيح الرسم .




(الشكل-5-2) قوى الاحتكاك حالة ازدواج دوراني .

عندما يبدأ العمود بالدوران بالسرعة الزاوية النسبية $\omega_{ab}$ باتجاه دوران عقـــارب الساعة المبين في (الشكل-5-2) ، فإن مركز العمود B يدور ، ويتدحرج العمود ؛ بســـبب الاحتكاك صاعداً إلى الجهة اليمنى من المسند ، وينزلق عندما يحصـــل التـــوازن ، ولكـــن التلامس يبقى في الجهة اليمنى من المسند ؛ أي: إن نقطة التماس تتحرك نحو اليمين ، باتجاه يعاكس اتجاه الدوران حتى النقطة C ؛ وبالتالي فإن المركبة الناظمية ***N*** تنحرف عن خط عمل الحمل ***W*** المطبق على العمود بزاوية الاحتكاك $\varphi$ ، أما المركبة المماسية $\boldsymbol{F_f}$ فهي تمثل قوة الاحتكاك . إن محصلة هاتين المركبتين هي القوة ***R*** التي يؤثر بها المحمل فـــي عمود الدوران عند نقطة التماس C ، وهي تساوي وتعاكس الحمل ***W*** .

تسمى الدائرة التي مركزها B ، وتمس خط عمل القوة $\boldsymbol{R}$ بـــ دائـــرة الاحتكـــاك (*Friction Circle*) ، ونصف قطرها هو:

$$r_f = r.\sin j$$

بما أن زاوية الاحتكاك $\varphi$ في أغلب التطبيقات العملية لا تزيد على $5^o$ ، وتنخفض حتى $1^o$ في حالة تزييت جيد ، ومستمر بين العمـــود ، والمســـند ، ولـــدينا عنـــد زوايـــا صـــغيرة $(\sin j \approx \tan j)$ ، فيكون:

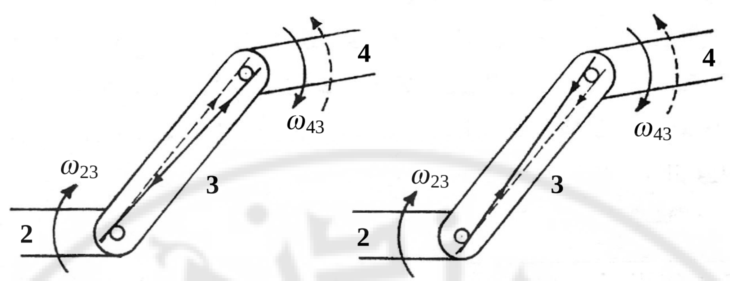
$$r_f \approx r.\tan j = f_k.r \qquad (2\text{-}5)$$

يتضح من علاقة نصف قطر دائرة الاحتكاك $r_f$ ، أن الاحتكـــاك لا يتعلـــق بقيمـــة القوى المطبقة على عمود الدوران ؛ وإنما يتأثر فقط بنصف قطـــر هـــذا العمـــود ومعامـــل الاحتكاك . بما أن هذا المعامل ثابت بوجه عام ، فإن نصف قطر دائـــرة الاحتكـــاك ثابـــت لازدواج دوراني معين ، وهو عموماً نفسه للازدواجات الدورانية كافة في تركيبة معينة .

تستخدم دائرة الاحتكاك لتعيين خط عمل القوة المؤثرة بين مرتكز العمود والمسند . ننشئ الدائرة أولاً ثم نحدد اتجاه القوة التي يجب أن تكون مماسة للدائرة باستمرار ، ويجب أن نلاحظ أن هذه الدوائر صغيرة بطبيعتها .

يلاحظ في كلتا الحالتين - ازدواج انزلاقي أو دوراني - أن اتجاه انحـــراف القـــوة المنتقلة ، من وصلة إلى أخرى ، يحدد تبعاً لاتجاه الحركة الانسحابية أو الدورانيـــة بحســـب نوع الازدواج . تعين المركبة الناظمية $\boldsymbol{N}$ لهذه القوة من توازن القوى المؤثرة في الوصلتين المتزاوجتين في الاتجاه الناظمي ، بينما تعين قوة الاحتكاك $(F_f = f_k \,.\, N)$ ، وباتجاه يعـــاكس دوماً اتجاه الحركة الانسحابية ، أو بحيث يكون اتجاه عزمها حول مركز الازدواج الدوراني عكس اتجاه الدوران النسبي عند هذا الازدواج .

إذا اتصلت وصلة في تركيبة ، عند كل من نهايتيها ، بوصلة مجاورة عبـــر ازدواج كما في (الشكل-5-3) ، فإن خط عمل كل من القوتين المنتقلتين من هذه الوصلة إلى كل مـــن الوصلتين المجاورتين لها ، يجب أن يكون مماساً مشتركاً لكل من دائرتي الاحتكاك عند كـــل من الازدواجين ، يسمى خط العمل عندئذ بـــ محور الاحتكاك . يختلف وضع الخط باختلاف اتجاه الدوران النسبي بين كل وصلتين ، وتبعاً لاتجاه كل من القوتين المنتقلتين .




b- الوصلة 3 في حالة شد. a- الوصلة 3 في حالة انضغاط.

(الشكل-3-5-3) خط عمل القوة المنتقلة من وصلة إلى أخرى .

إن الوصلة 3 في الحالة a من (الشكل-3-5-3) هي في حالة انضغاط ؛ وبالتالي يكون خط عمل القوة المنتقلة منها إلى الوصلة 2 مماسياً عند أعلى دائرة الاحتكاك ، بحيث يكون اتجاه عزم هذه القوة حول مركز الازدواج بين الوصلتين ، هو عكس اتجاه الدوران النسبي بينهما الممثل بالقوس الموجه المتصل . أما خط عمل القوة المنتقلة من الوصلة 3 إلى الوصلة 4 ، فإنه يمس دائرة الاحتكاك عند أسفلها ، بحيث يعاكس اتجاه عزم هذه القوة اتجاه الدوران النسبي الممثل أيضاً بالقوس الموجه المتصل . ينتج من ذلك أن خط الاحتكاك هو المماس المشترك الممثل بالخط المتصل ، بينما يمثل الخط المتقطع المماس المشترك عندما يكون الدوران النسبي بين الوصلة 4 والوصلة 3 هو عكس اتجاه دوران عقارب الساعة الممثل بالقوس الموجه المتقطع . تمثل الحالة b من (الشكل-3-5-3) وضع خط الاحتكاك عندما تكون الوصلة 3 في حالة شد .

يوضح هذا التحليل الموجز ، أهم الأسس التي تلزم مراعاتها عند وجود احتكاك كبير نسبياً عند الازدواجات المختلفة في تركيبة ما . إلا أن الأبحاث الحديثة في مجال علم الاحتكاك وزيوت التزليق (*Tribology*) ؛ إضافة إلى التطور الحاصل في أساليب التصنيع قد أدت إلى إمكان تخفيض معاملات الاحتكاك ، بين سطوح تماس الازدواجات في الآلات . فهي في حالة انزلاق انسحابي (0.02-0.04) ، وفي حالة ازدواج دوراني (0.01-0.02) . يسمح ذلك بإهمال تأثير الاحتكاك دون الإخلال بدقة تحليل القوى والعزوم في التركيبات الآلية بوجه عام . إن الخطأ النسبي الكلي الناتج من إهمال قوى الاحتكاك في تركيبة المنزلقة والمرفق مثلاً ، لا يتجاوز في حالة تصميم جيد حدود 3% ، بينما ينخفض إلى حدود 1% في حالة التركيبات المسننة ؛ لذا فإننا سنفترض أن الاحتكاك مهمل في التطبيقات جميعها التي سنوردها في الفقرات التالية ما لم يذكر خلاف ذلك .

يتم التحليل التخطيطي للقوى الاستاتية الناتجة من الأحمال الخارجية المـؤثرة فـي وصلات تركيبة ، وإيجاد شروط توازن هذه التركيبة استناداً إلى مفهوم مخطط الجسم الحـر (*Free Body Diagram*) ، حيث تعزل وصلات التركيبة بعضها عن بعض علـى شـكل مخططات مستقلة ، تبين عليها القوى والعزوم جميعها المؤثرة في كل منها ، مع ملاحظة عدم وجود أي عزم عند التوصيلات المفصلية .

يدل الرمز $F_{ab}$ في الفقرات اللاحقة على القوة التي تؤثر بها الوصـلة a فـي الوصلة b ، بينما يدل الرمز $F_{ba}$ على التأثير العكسي ، كما أن الخط المتعرج علـى أي مخطط حر لوصلة ، يدل على قوة مجهولة القيمة والمنحى . أمـا القـوة المعلومـة قيمـةً ، واتجاهاً ، فإنها ستمثل بشعاع ، بينما يدل الخط المستقيم غير الموجـه علـى قـوة معلومـة المنحى ، لكنها مجهولة القيمة ، والاتجاه الشعاعي .

سنوضح من خلال مثالين نموذجين الأسس المتبعة في هذا التحليل والتـي يمكـن ، استناداً إليها ، دراسة القوى الاستاتية في أية تركيبة مهما بلغ عدد وصلاتها .

### 5-2-1- تحليل القوى الاستاتية في تركيبة المنزلقة والمرفق

### *Static Forces Analysis in the Slider-Crank Mechanism*

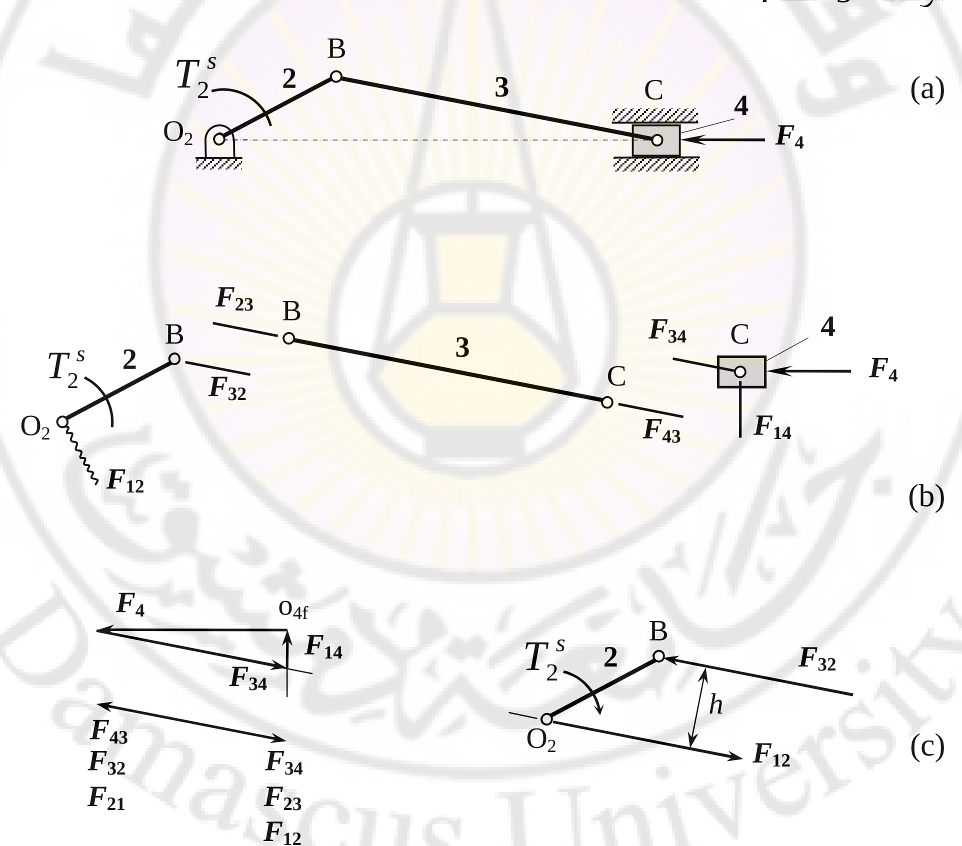
يبين الرسم التخطيطي a في (الشكل-5-4) المخطط الحركي لتركيبة المنزلقة ، والمرفق في الوضع الذي نريد تحليلها ، حيث تؤثر في المكبس القوة المحركة المعلومة المبذولة على المكبس $F_4$ الناتجة من ضغط الغاز ضمن الأسطوانة ، والتي تسبب دوران المرفق 2 بالاتجاه المعاكس لدوران عقارب الساعة .

المطلوب تعيين قيمة واتجاه كل من القوى المؤثرة في محامل التركيبة والمفاصل الدورانية ، وكذلك العزم الاستاتي $T_2^s$ الذي يجب التأثير به على المرفق 2 من عمود الدوران $O_2$ ليقاوم فعل القوة $F_4$ للحفاظ على توازن التركيبة ، وذلك في حالة إهمال الاحتكاك في المحامل والمفاصل الدورانية وحالة اعتبار الاحتكاك .

• حالة إهمال الاحتكاك

تبين المخططات b في (الشكل-5-4) مخططات الجسم الحر لكل من الوصلات 2 , 3 , 4 ، حيث تؤثر في الوصلة 3 قوتان ، إحداهما $F_{23}$ وهي القوة المنتقلة إليها من الوصلة 2 ، والأخرى $F_{43}$ المؤثرة من الوصلة 4 .

يتوازن جسم تحت تأثير قوتين فقط إذا كانت القوتان متساويتين بالقيمة ، متعاكستين بالاتجاه ، وعلى خط عمل واحد . ينتج من ذلك أن خط العمل المشترك للقوتين $F_{43}$ , $F_{23}$ هو الخط الواصل بين B , C ، بينما لا يمكن تحديد قيمتهما ، واتجاههما مباشرة من تحليل الوصلة 3 فقط .




مخططات تحليل القوى الاستاتية في وصلات تركيبية المنزلقة والمرفق حالة إهمال الاحتكاك .

(الشكل-5-4)

تؤثر في الوصلة 2 قوتان ، إحداهما القوة $\boldsymbol{F_{32}}$ التـي يعـاكس اتجاهها اتجـاه القوة $\boldsymbol{F_{23}}$ ، أي إن خط عملها معلوم ، لكنها مجهولـة القيمـة ، والاتجـاه ، أمـا القـوة الأخرى $\boldsymbol{F_{12}}$ ، فهي مجهولة كلياً بخلاف أنها تؤثر عند المفصل $O_2$ ، لذا فقد بينت علـى المخطط بخط متعرج ؛ إضافة إلى ذلك يؤثر في هذه الوصلة العزم $\boldsymbol{T_2^s}$ الذي ينتقـل مـن عمود الدوران المار من $O_2$ ، وهو مجهول قيمةً ، واتجاهاً .

تؤثر في الوصلة 4 ثلاث قوى ، حيث القوة $\boldsymbol{F_4}$ معلومة القيمة ، والاتجاه ، بينما القوة $\boldsymbol{F_{34}}$ معلومة خط العمل فقط كونها تعاكس القوة $\boldsymbol{F_{43}}$ . أما خط عمل القوة $\boldsymbol{F_{14}}$ ، فهو متعامد مع سطح التماس بين الوصلتين 4 , 1

يمكن تحديد قيمة كل من القوتين $\boldsymbol{F_{34}}$ , $\boldsymbol{F_{14}}$ واتجاهها من رسم مضلع توازن القوى المبين في المخطط c في (الشكل-5-4) . يتم ذلك باختيار القطب $o_{4f}$ ورسم شعاع يمثل القوة $\boldsymbol{F_4}$ بمقياس مناسب ، ومن ثم رسم خط يوازي خط عمل القوة $\boldsymbol{F_{34}}$ ، وخط آخر يوازي خط عمل القوة $\boldsymbol{F_{14}}$ ، أحدهما من القطب ، والآخر من نهاية شعاع القوة $\boldsymbol{F_4}$ . يحدد اتجاه كل من هاتين القوتين على هذا المضلع ، بحيث تكون محصلة القوى المؤثرة في الوصلة 4 تساوي الصفر ؛ أي: إن اتجاه الأشعة يتتابع بدءاً من القطب $o_{4f}$ ، وبشكل ينتهي عند هذا القطب . أما قيمة كل من $\boldsymbol{F_{34}}$ , $\boldsymbol{F_{14}}$ ، فإنها تحدد بمعلومية مقياس رسم الشعاع الممثل للقوة $\boldsymbol{F_4}$ .

يمكن بعدئذ تعين قيمة كل من القوى $\boldsymbol{F_{32}}$ , $\boldsymbol{F_{23}}$ , $\boldsymbol{F_{34}}$ واتجاهه ، حيث إن لـدينا من التحليل السابق للوصلتين 3 , 2 :

$$\boldsymbol{F_{23} = -F_{43}} \quad , \quad \boldsymbol{F_{43} = -F_{34}} \quad , \quad \boldsymbol{F_{32} = -F_{23}}$$

نلاحظ من توازن القوى المؤثرة في الوصلة 2 ، أن القوة $\boldsymbol{F_{12}}$ يجب أن تساوي بالقيمة القوة $\boldsymbol{F_{32}}$ ، وتعاكسها بالاتجاه ، وبما أن خطي عمل هاتين القوتين متوازيان كما في المخطط c في (الشكل-5-4) ، فإنه ينتج منهما مزدوجة باتجـاه عكـس دوران عقـارب الساعة . لا يمكن موازنة الوصلة 2 إذن ، إلا بتطبيق عزم $\boldsymbol{T_2^s}$ يساوي ، ويعاكس هـذه المزدوجة ، حيث: $T_2^s$

$$T_2^s = F_{12}.h$$

باتجاه دوران عقارب الساعة ، وهو العزم الذي يؤثر به عمود الدوران في المرفق ؛ أي: العزم اللازم للحفاظ على توازن هذه التركيبة .

• حالة اعتبار الاحتكاك

إن عدم إمكان تأمين تزييت جيد للازدواجات في التركيبة مثلاً ، سيؤدي إلى وجود قوى احتكاك كبيرة نسبياً تؤثر في نتائج تحليل القوى الاستاتية ، والخطوات الأساسية التي اتبعت على أساس إهمال الاحتكاك لا تتغير. يكفي عندئذ الاستعاضة من كل قوة محسوبة عند الازدواجات ، بقوة محصلة $\boldsymbol{R}$ تمثل القوة المنتقلة عند كل ازدواج ، تعطى هذه القوة بالعلاقة الشعاعية:

$$\boldsymbol{R} = \boldsymbol{F} + f.\boldsymbol{F} \qquad (3\text{-}5)$$

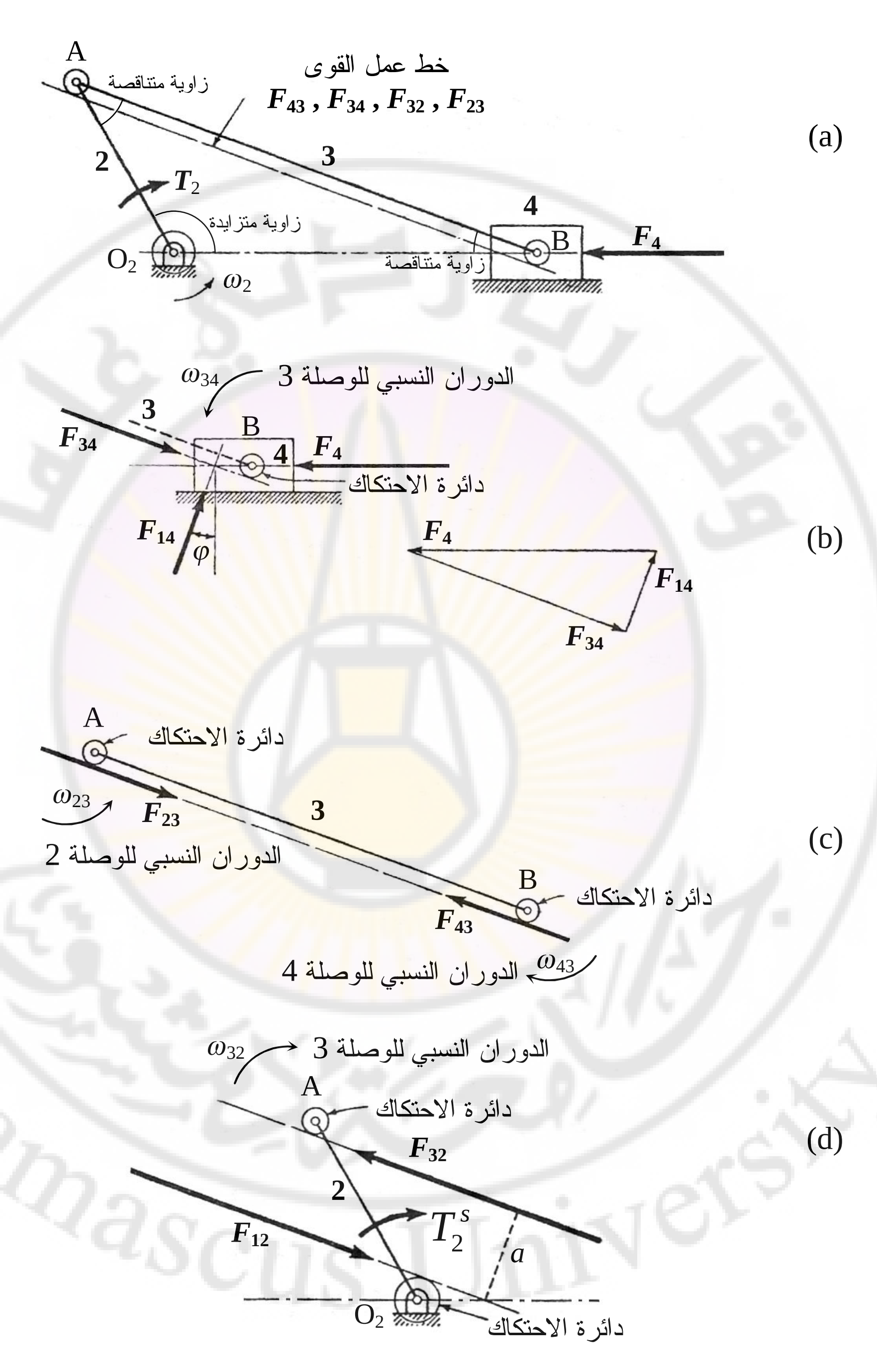
حيث $\boldsymbol{F}$ هي القوة المنتقلة عند إهمال الاحتكاك ، بينما $f$ هي قيمة معامل الاحتكاك للازدواج الذي تنتقل عنده القوة $\boldsymbol{F}$ . أما خط عمل المحصلة $\boldsymbol{R}$ ، فإنه ينحرف عن خط عمل القوة $\boldsymbol{F}$ وفق ما ذكر سابقاً في الفقرة (5-2) .

نحسب أولاً أنصاف أقطار دوائر الاحتكاك لكل مفصل دوراني باستخدام المعادلة (5-2) ، ثم نرسم هذه الدوائر على المخطط الحركي للتركيبة ، كما هو مبين في المخطط a في (الشكل-5-5) ، وقد بالغنا في حجم الدوائر في الشكل حتى يتضح التحليل بصورة جيدة .

يوجد احتكاك بين المكبس ، وجدران الأسطوانة ؛ أي بين الكتلة المنزلقة 4 ، ودليل الحركة الثابت 1 ؛ ولذلك فإن بالإمكان حساب زاوية الاحتكاك $\varphi$ باستخدام معامل الاحتكاك بين هذين السطحين ( $\tan\varphi = f$ ) .

إن مخطط الجسم الحر للكتلة المنزلقة 4 موضح في المخطط b في (الشكل-5-5) ، وهو يبين القوة المحركة $\boldsymbol{F_4}$ ورد فعل الهيكل الممثل بالوصلة الثابتة $\boldsymbol{F_{14}}$ ، ورد فعل ذراع التوصيل $\boldsymbol{F_{34}}$ ، والشكل يبين اتجاه القوة $\boldsymbol{F_4}$ ومقدارها . لكن مقداري $\boldsymbol{F_{14}}$ و $\boldsymbol{F_{34}}$ مجهولان .

بما أن حركة المكبس تنزلق نحو اليسار ؛ لذلك فإن مركبة قوة الاحتكاك للقوة $\boldsymbol{F_{14}}$ تقاوم هذه الحركة ، وعليه فإن الزاوية $\varphi$ تقاس إلى يسار الخط العمودي ، ويتحدد بذلك اتجاه القوة $\boldsymbol{F_{14}}$ ، ونعين اتجاه القوة $\boldsymbol{F_{34}}$ من مخطط الجسم الحر للوصلة 3 ، كما هو مبين في المخطط c في (الشكل-5-5) .



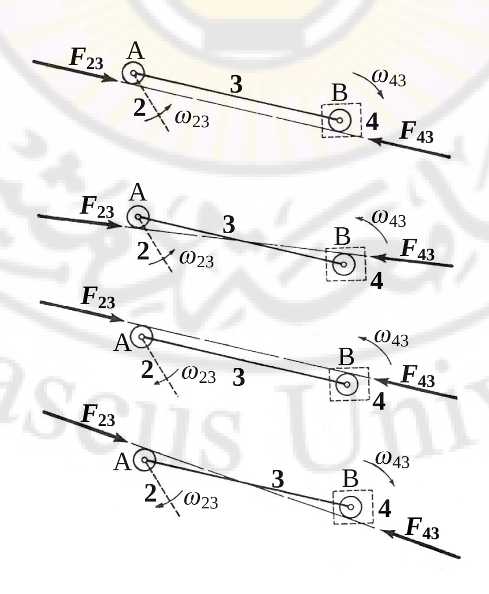

مخططات تحليل القوى الاستاتية في وصلات تركيبة المنزلقة ، والمرفق حالة اعتبار الاحتكاك .

(الشكل-5-5-5)

إن دوران الوصلة 3 هو باتجاه عكس دوران عقارب الساعة ؛ بالتالي فإن دوران الكتلة المنزلقة 4 بالنسبة للوصلة 3 هو باتجــاه دوران عقــارب الســاعة ؛ لــذلك فــإن القوة $\boldsymbol{F}_{43}$ يجب أن تكون مماسة لقاع دائرة الاحتكاك عنــد B ، وإن دوران المرفــق 2 بالنسبة للوصلة 3 هو بالاتجاه المعاكس لدوران عقارب الساعة ؛ لذلك فــإن القــوة $\boldsymbol{F}_{23}$ يجب أن تكون مماسة لقاع دائرة الاحتكاك عند A ، وهذا يحدد خــط عمــل القــوة $\boldsymbol{F}_{34}$ ؛ ولذلك فإننا نُنشئ الآن مضلع القوى للوصلة 4 ، كما هو مبــين فــي المخطــط b فــي (الشكل-5-5) ، ونحصل منه على مقداري القوتين $\boldsymbol{F}_{34}$ و $\boldsymbol{F}_{14}$ .

إن مخطط الجسم الحر للمرفق 2 موضح في المخطط d فــي (الشــكل-5-5) ، ويجب أن تكون القوة $\boldsymbol{F}_{12}$ مماسة لقمة دائرة الاحتكاك عند $O_2$ حتــى يقــاوم احتكــاك المفصل $O_2$ عند دوران الوصلة 2 بالاتجاه المعاكس لدوران عقارب الساعة ، ويجب أن يساوي عزم الدوران $\boldsymbol{T}_2^s$ عزم المزدوجة المؤلفة من القــوتين المتــوازيتين $\boldsymbol{F}_{12}$ و $\boldsymbol{F}_{32}$ ويعاكسه بالاتجاه .

يبين (الشكل-5-6) الحالات الأربع التي يمكن أن تنشأ في تعيين موقع خــط العمــل للوصلة 3 من تأثير دوران كل من الوصلة 4 و 2 عليها .




(الشكل-5-6) تعيين موقع خط العمل لذراع التوصيل .

## 5-2-2- تحليل القوى الاستاتية في تركيبة رباعية القضبان

***Static Forces Analysis in the Four - Bar Linkage***

تؤثر القوتان المعلومتان $\boldsymbol{F_4}$ , $\boldsymbol{F_3}$ في تركيبة رباعية القضبان في الوضع المبين في المخطط a في (الشكل-5-7) .

المطلوب تحديد العزم $\boldsymbol{T_2^s}$ اللازم تطبيقه على الوصلة 2 حتى تتوازن التركيبة عند الوضع الزاوي $\theta_2$ ؛ بالإضافة إلى القوى المؤثرة كلها عند الازدواجات .

نلاحظ عدم إمكان إجراء هذا التحليل دون اللجوء إلى عزل كل وصلة ، ورسم المخطط الحر للقوى ؛ نظراً لكون عدد المجاهيل أكثر من عدد معادلات التوازن المحدد بثلاث معادلات ، كما هو معلوم من علم الميكانيك الهندسي . تشمل هذه المعادلات معادلة توازن العزوم حول نقطة في مستوي الجسم ؛ إضافة إلى معادلتي توازن القوى باتجاهين متعامدين بعضهما على بعض .

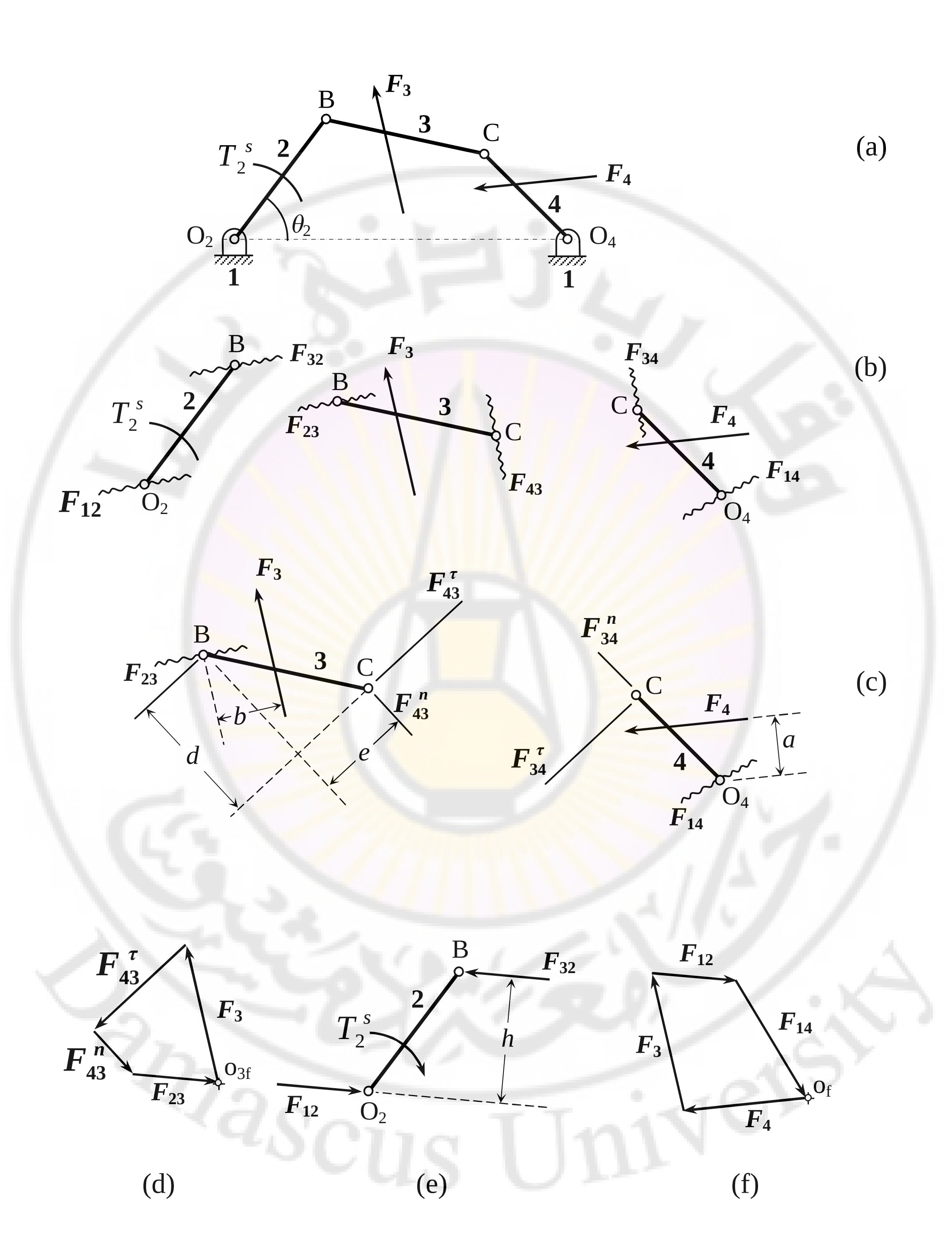
إن مخططات الجسم الحر لكل من الوصلات 4 , 3 , 2 موضحة في المخططات b في (الشكل-5-7) ، نلاحظ أيضاً من هذه المخططات أنه لا يمكن تعيين القيم المجهولة لكل منها بشكل مستقل ؛ نظراً لكون عددها يزيد على ثلاث قيم لكل وصلة .

باعتبار أن كل القوى المؤثرة عند الازدواجات مجهولة القيمة ، والاتجاه حيث بينت بخطوط متعرجة . لكن بما أن القوة $\boldsymbol{F_{43}}$ تساوي ، وتعاكس القوة $\boldsymbol{F_{34}}$ ، فإنه يمكن تحليل الوصلتين 4 , 3 بشكل مشترك ، بحيث يصبح لدينا عندئذ ستة مجاهيل فقط للوصلتين . بما أن لكل وصلة ثلاث معادلات توازن فقط ، فإنه يمكن إيجاد حل مشترك لهاتين الوصلتين .

تحلل القوة $\boldsymbol{F_{34}}$ على الوصلة 4 إلى مركبتين ، إحداهما ناظمية $\boldsymbol{F_{34}^n}$ باتجاه الوصلة $O_4C$ ، والأخرى مماسية $\boldsymbol{F_{34}^\tau}$ عمودية عليها ، كما في المخططات c في (الشكل-5-7) . يمكن تعيين قيمة المركبة العمودية من معادلة توازن العزوم حول $O_4$ للقوى المؤثرة في الوصلة 4 ، حيث:

$$F_{34}^{\tau} = \frac{F_4 . a}{O_4C}$$

ويكون اتجاهها بحيث يعاكس اتجاه عزم القوة $\boldsymbol{F_4}$ حول المسند $O_4$ ، ومن مبدأ تساوي الفعل ، ورد الفعل ينتج أن القوة $\boldsymbol{F_{43}^\tau}$ تساوي ، وتعاكس القوة $\boldsymbol{F_{34}^\tau}$ .




مخططات تحليل القوى الاستاتية في وصلات تركيبة رباعية القضبان .

(الشكل-5-7)

يدرس بعدئذ توازن الوصلة 3 بفرض اتجاه ما للمركبة $F_{43}^n$ ، ولـيكن نحـو اليسار ، وموازنة عزوم القوى المؤثرة فيها حول B :

$$F_3 . b = F_{43}^t . d - F_{43}^n . e$$

أي إن:

$$F_{43}^n = \frac{F_{43}^t . d - F_3 . b}{e}$$

إذا كانت القيمة الناتجة من هذه المعادلة موجبة فإن اتجاه القوة $F_{43}^n$ المفـروض نحو اليسار صحيح ، أما إذا كانت هذه القيمة سالبة ، فإن الاتجاه الصحيح هو عكس الاتجـاه المفروض ، أي على اليمين كما في المخطط d في (الشكل-5-7) ، الذي يبين مضلع توازن القوى للوصلة 3 . تحدد قيمة القوة $F_{23}$ من هذا المضلع بمعلومية مقياس الرسم المختـار لتمثيل أشعة القوى ، أما اتجاهها ، فيكون بحيث يغلق هذا المضلع .

إن القوة $F_{32}$ المؤثرة في الوصلة 2 عند B ، تساوي وتعـاكس القـوة $F_{23}$ فهي إذن أصبحت معلومة ، ومن معادلة توازن القوى ، ينتج أن القوة $F_{12}$ تساوي القـوة $F_{32}$ بالقيمة ، وتعاكسها بالاتجاه على خط عمل يوازي القوة $F_{32}$ .

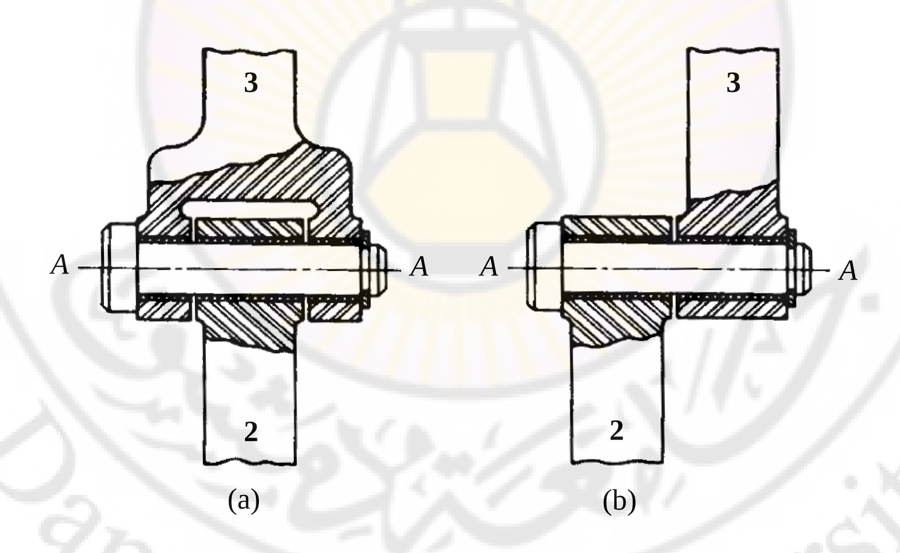
أما العزم $T_2^s$ اللازم أن يؤثر به عمود الدوران المار من $O_2$ في الوصـلة 2 للحفاظ على توازن التركيبة ، فهو باتجاه دوران عقارب الساعة ، وقيمته كما في المخطط e في (الشكل-5-7):

$$T_2^s = F_{32} . h$$

يمكن تعيين القوة $F_{14}$ من رسم مضلع توازن القوى المؤثرة في التركيبـة علـى أساس كونها جملة متكاملة ، كما في المخطط f في (الشكل-5-7) .

يلاحظ أننا فرضنا في كل من التحليلين السابقين أن القوى كافة تؤثر في مستو واحد هو مستوى الحركة . لكن يحدث أحياناً في الآلات ذات الحركة المستوية أن تكون القوى في مستويات متوازية ، حيث يتم عادة تحليلها كما لو أنها جميعها في مستو واحد ، أي بإهمال العزوم الناتجة من وجود خطوط عمل هذه القوى في مستويات متوازية ذات تباعدات مختلفة عن مستوي الحركة . لكن إذا أردنا أخذ تأثير هذه العزوم في التحليل ، فإنه يمكن عندئذ إجراء تحليل آخر في مستو عمودي على مستوي التحليل الأول .

إضافة إلى ذلك فقد فرضنا أن الخط الواصل بين مركزي ازدواجين دورانيين عند نهايتي وصلة ، كالوصلة 3 مثلاُ ، ينطبق على خط عمل انتقال القوى على طول محور الوصلة . يمكن في تصميم جيد تحقيق ذلك عملياً إلى حد كبير ، باختيار مناسب لشكل الازدواج الدوراني عند كل من نهايتي الوصلة . إن تصميم هذه الازدواجات ، كما هو مبين في المخطط a في (الشكل-5-8) يحقق نظرياً التطابق المذكور أعلاه .




(الشكل-5-8) نماذج لازدواج دوراني .

أما في حالة الازدواج المبين في المخطط b في (الشكل-5-8) ، فإنه من الواضح نشوء عزوم تدوير تؤثر في مسمار الربط A-A وفي كل من الوصلتين 2 , 3 .

## 3-5- تحليل قوى العطالة *Inertia Forces Analysis*

بينا في الفقرات السابقة طريقة تحليل القوى الاستاتية المنتقلة عبر وصلات تركيبة ، والتي تشمل القوى المؤثرة كافة في التركيبة بخلاف تلك اللازمة لتحريك كل من الوصلات بحركة معينة تستلزم شروط أداء الآلة عند استثمارها عملياً . يتم تحليل هذه القوى استناداً إلى التسارعات الخطية والزاوية للوصلات التي تحدد وفقاً للطرائق التي سبق توضيحها في الفصل الثالث ، ويسمى بـ التحليل التحريكي ، أو بـ التحليل الديناميكي .

يمكن توضيح أسس تحليل القوى المحركة للوصلات انطلاقاً من مفهوم الحركة المستوية العامة لجسم صلب الذي ينص:

تكافئ الحركة المستوية العامة لجسم صلب حركة انسحابية لمركز كتل هذا الجسم إضافة إلى حركة دورانية حول محور عمودي على مستوي الحركة مار من هذا المركز .

من تطبيق هذا المفهوم على جسم صلب كتلته $M$ ، وعزم عطالته الكتلي $I_{\mathrm{G}}$ (*Mass Moment of Inertia*) حول محور عمودي على مستوي الحركة مار من مركز كتلته G ، ويتحرك حركة مستوية عامة تحت تأثير مجموعة قوى خارجية غير متوازنة $\boldsymbol{F}_1^e, \boldsymbol{F}_2^e, .., \boldsymbol{F}_{\mathrm{n}}^e$ ، ينتج تسارعات خطية لجسيماته المادية تكسبها قوى فعالة ، أي قوى ديناميكية ، وتسارع زاوي للجسم يكسبه عزماً فعالاً ، أي عزماً ديناميكياً ، واستناداً إلى مبادئ التحريك الأساسية ، يكون:

$$\Sigma \boldsymbol{F}^e = M.\boldsymbol{A}_{\mathbf{G}} \qquad (4\text{-}5)$$

$$\Sigma \boldsymbol{T}_G^e = I_{\mathrm{G}}.E \qquad (5\text{-}5)$$

المعادلتان (5-4),(5-5) تدلان على أنه إذا أثرت مجموعة من القوى غير المتوازنة في جسم صلب ، فإن مركز كتله G يكتسب تسارعاً خطياً $\boldsymbol{A}_{\mathbf{G}}$ في اتجاه محصلة القوى المؤثرة $\Sigma \boldsymbol{F}^e$ نفسها ، كما أن الجسم يكتسب تسارعاً زاوياً $E$ ، بسبب عزوم القوى وعزوم الدوران حول مركز الكتلة ، وإن هذا التسارع الزاوي يؤثر في اتجاه محصلة العزوم $\Sigma \boldsymbol{T}_G^e$ نفسها ، وذلك كما هو مبين في (الشكل-5-9) بعد الاستعاضة عن القوى الفعالة المؤثرة جميعها على جسيمات الجسم بمجموعة مكافئة لها مكونة من:

- قوة محصلة (*Resultant Force*) $\boldsymbol{F}$

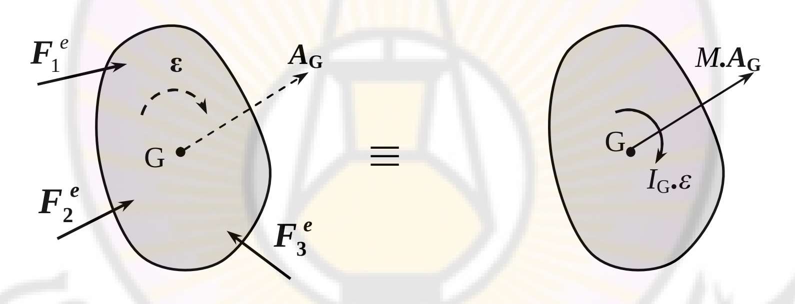
تساوي محصلة القوى الفعالة جميعها ، تمر من مركز كتلته G باتجــاه التســارع الخطي لهذا المركز $\boldsymbol{A}_{\mathbf{G}}$ ، وتدعى بالقوة الفعالة ، وعلاقتها استناداً إلــى مبــادئ التحريــك الأساسية تحدد الحركة الانسحابية من حركة الجسم ، وهي:

$$\boldsymbol{F} = M.\boldsymbol{A}_{\mathbf{G}} \qquad (6\text{-}5)$$

- عزم محصل (*Resultant Torque*) $\boldsymbol{T}_{\mathbf{G}}$

يساوي محصلة مجموع عزوم القوى الفعالة حول مركز الكتل G باتجاه التسارع الزاوي $E$ لهذا الجسم ، ويدعى بالعزم الفعال ، وعلاقته اســتناداً إلــى مبــادئ التحريــك الأساسية تحدد الحركة الدورانية من حركة الجسم ، وهي:

$$\boldsymbol{T}_{G} = I_{\mathrm{G}}.E \qquad (7\text{-}5)$$




مخطط المجموعة المكافئة للقوى الفعالة ≡ مخطط الجسم الحر

مخططات تكافئ مجموعة القوى الفعالة مع مجموعة القوى المؤثرة في جسم صلب .

(الشكل-5-9)

تعرّف المجموعة العطالية بأنها المجموعة التي تساوي المجموعة المكافئة للقوى والعزوم الفعالة $\boldsymbol{F}\,,\,\boldsymbol{T}_{\mathbf{G}}$ وتعاكسها بالاتجاه ، والمكونة من:

- قوة عطالة (*Inertia Force*) $\boldsymbol{F}^{in}$

تساوي إلى محصلة قوى العطالة لجسيمات الجسم المادية المؤثرة في مركز كتل الجسم ، أو محصلة القوى الفعالة المعاكسة ، والمسماة بالمتجه الرئيس لقوى العطالة ، ويحدد بالعلاقة:

$$\boldsymbol{F}^{in} = -M.\boldsymbol{A}_{\mathbf{G}} \qquad (8\text{-}5)$$

- عزم عطالي (*Inertia Torque*) $T_G^{in}$

يساوي إلى العزم المحصل لقوى عطالة جسيمات الجسم المادية حول المركز G ، أو العزم الفعال المعاكس ، والمسماة بالعزم الرئيس لقوى العطالة ، ويحدد بالعلاقة:

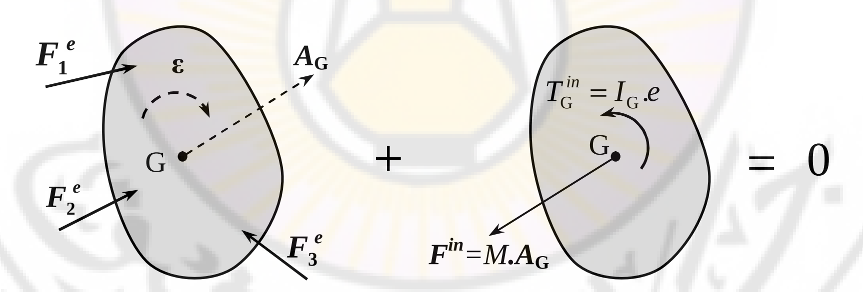
$$T_G^{in} = -I_G.E \qquad (9\text{-}5)$$

بما أن متجهات التسارع تكون معلومة في غالب الأحيان ، فإن بالإمكان كتابة المعادلتين (5-4),(5-5) بصورة جديدة ، وبشكل توازن تساعد في تعيين القوى اللازمة لإحداث هذه التسارعات المعلومة ، وهكذا يمكن أن تكتب معادلات التوازن التحريكي أو الديناميكي:

$$\Sigma F^e + F^{in} = 0 \qquad (10\text{-}5)$$

$$\Sigma T_G^e + T_G^{in} = 0 \qquad (11\text{-}5)$$

تكمن أهمية استعمال معادلات التوازن التحريكي ، أو مبدأ المجموعة العطالية لدراسة تحريك تركيبة آلية في أنها تحول التحليل التحريكي إلى مسألة توازن لحظي لجملة القوى المؤثرة في وصلات هذه التركيبة ، كما هو مبين في (الشكل-5-10) .




مخطط الجسم الحر.    مخطط المجموعة العطالية.

(الشكل-5-10) مخططات توازن المجموعة العطالية مع مجموعة القوى المؤثرة على جسم صلب .

تمثل المعادلتان (5-10) (5-11) مبدأ دالامبير (*D'Alembert's Principle*) لجسم صلب ، الذي نصه:

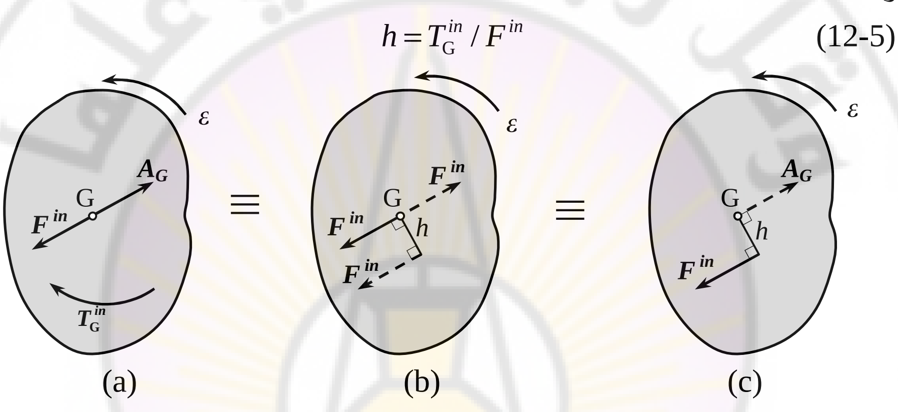
إن المجموع الشعاعي للقوى الخارجية جميعها ، وقوى العطالة المؤثرة في جسيمات جسم صلب يساوي الصفر . كما أن المجموع الشعاعي للعزوم الخارجية جميعها ، وعزوم دوران قوى العطالة المؤثرة في جسيمات جسم صلب حول مركز الكتل يساوي أيضاً الصفر ، بشكل مستقل .

يفضل عند إجراء تحليل القوى تخطيطياً ، الاستعاضة عن المجموعة العطالية $F^{in}, T_G^{in}$ بقوة واحدة يكافئ تأثيرها هذه المجموعة ؛ لأن ذلك يسمح بإجراء التحليل استناداً إلى مضلعات توازن القوى ، ومثل هذا الاستبدال أمر غير ضروري إذا كان تحليل القوى سيتم بطريقة تحليلية . يمكن توضيح ذلك من دراسة الجسم الصلب المبين في (الشكل-5-11) ، حيث استعيض عن العزم $T_G^{in}$ بمزدوجة تحقق المعادلة الشعاعية:

$$T_G^{in} = F^{in} . h$$

ومنه:

$$h = T_G^{in} / F^{in} \qquad (12\text{-}5)$$




(الشكل-5-11) الاستعاضة عن المجموعة العطالية بقوة واحدة .

ينتج إذن أنه يمكن تحقيق شروط الجسم المبين في المخطط a في (الشكل-5-11) ، بقوة مكافئة واحدة فقط $F^{in}$ قيمتها $M.A_G$ ، واتجاهها عكس اتجاه تسارع مركز الكتل $A_G$ ، وتؤثر عند بعد عمودي $h$ من هذا المركز ، بحيث يكون اتجاه عزم هذه القوة حول مركز الثقل ، هو عكس اتجاه دوران التسارع الزاوي للجسم $\varepsilon$ كما هو مبين في المخطط c في (الشكل-5-11) ، علماً أن التكافؤ بين الحالتين مبين في المخطط b في (الشكل5-11) ، ومن الواضح أن قيمة البعد $h$ حسابياً هي:

$$h = I_G .e / M.A_G$$

يكفي عندئذ لتحليل قوى العطالة في تركيبة ما تعيين شعاع قوة العطالة لكل من وصلاتها ، ومن ثم تطبيق طريقة التحليل التخطيطي وفق الأسس نفسها التي سبق اتباعها في تحليل القوى الاستاتية .

سنوضح ذلك من خلال تطبيق نموذجي يبين الخطوات المتبعة في تحليل قوى العطالة والتي يمكن - استناداً إليه - دراسة تأثيرها في أية تركيبة مهما بلغ عدد وصلاتها .

## 5-3-1- تحليل قوى العطالة في تركيبة رباعية القضبان

***Inertia Forces Analysis In the Four - Bar Linkage***

يبين a في (الشكل-5-12) المخطط الحركي لهذه التركيبة ، حيث تدور الوصلة القائدة 2 بسرعة زاوية ثابتة $\omega_2$ بعكس اتجاه دوران عقارب الساعة .

تدل النقاط $G_4 , G_3 , G_2$ على مواقع مراكز كتل الوصلات 2 , 3 , 4 على التتالي . لنفرض أن $M_4 , M_3 , M_2$ ترمز لكتل هذه الوصلات ، بينما $I_4 , I_3 , I_2$ هي عزوم عطالة هذه الوصلات حول محور مار من مركز كتل كل منها على التتالي .

المطلوب تحليل القوى في الوصلات ، وتعيين العزم لازم التأثير به في الوصلة 2 لتحريك هذه التركيبة بالحركة المعينة بمخطط التسارع المبين في b في (الشكل-5-12) .

يمكن استناداً إلى مخطط التسارع تعيين قيمة $\varepsilon_4$ , $\varepsilon_3$ واتجاههما بمعلومية المركبتين المماسيتين للتسارع ، بينما تحدد قيمة التسارع الخطي واتجاهه لكل من مراكز الكتل ، كما في المخطط b في (الشكل-5-12) .

تؤثر القوة الفعالة $\boldsymbol{F_2}$ للوصلة 2 في مركز الكتل $G_2$ ، وباتجاه التسارع الخطي لهذا المركز كما في المخطط c في (الشكل-5-12) ؛ وبالتالي فإن قوة العطالة المؤثرة في هذه الوصلة $\boldsymbol{F_2^{in}}$ تساوي القوة الفعالة $\boldsymbol{F_2}$ بالقيمة ، وتعاكسها بالاتجاه . أما العزم العطالي ، فهو معدوم ؛ لأن هذه الوصلة تدور بسرعة زاوية ثابتة ($\omega_2$ = const.) ، أي ($\varepsilon_2 = 0$) .

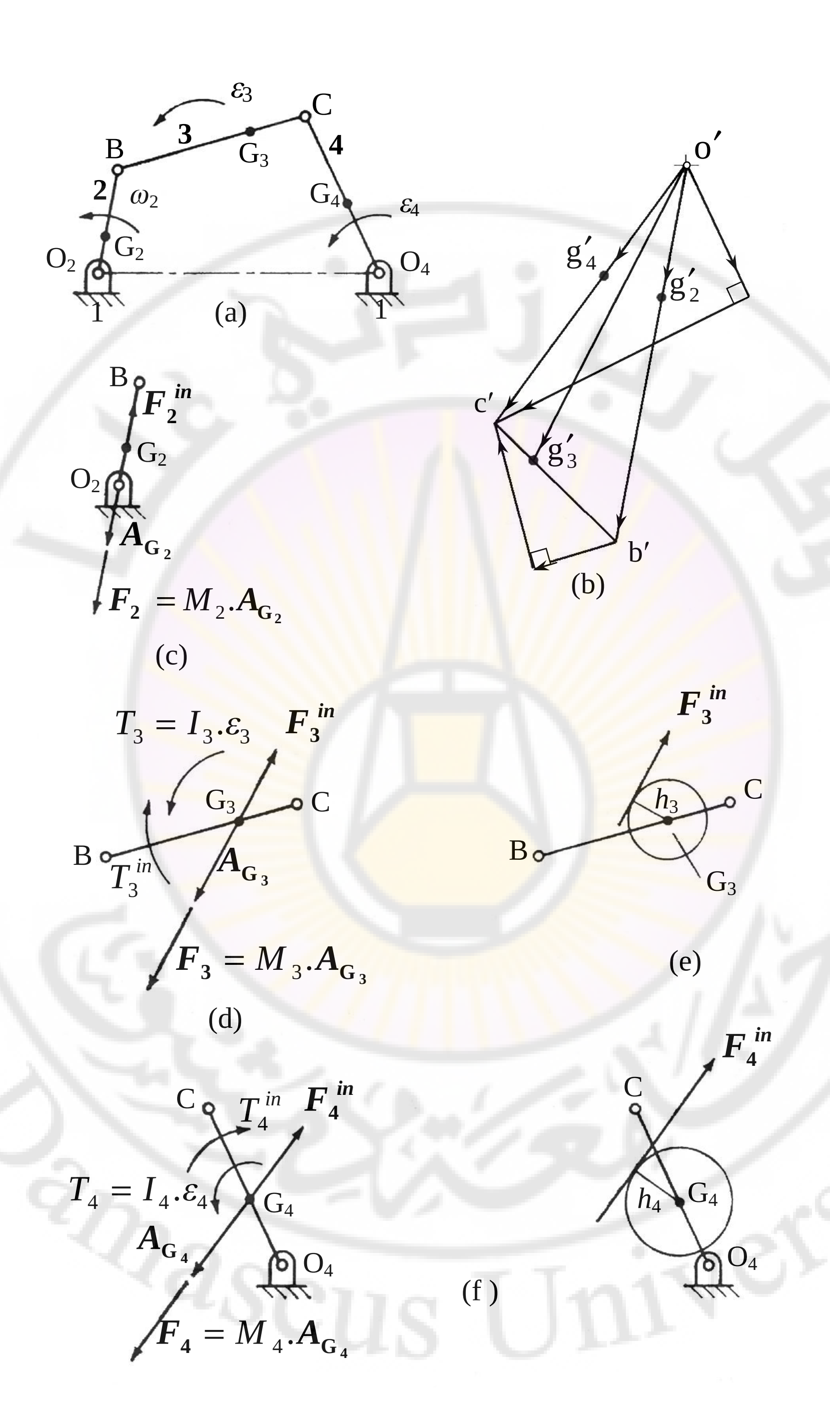
تحدد قوة العطالة $\boldsymbol{F_3^{in}}$ للوصلة 3 بالطريقة نفسها . لكن بما أن هذه الوصلة تتحرك بتسارع زاوي $\varepsilon_3$ فإنه يلزم وجود عزم فعال:

$$T_3 = I_3.e_3$$

وبالتالي فإن العزم العطالي $\boldsymbol{T_3^{in}}$ يساوي العزم الفعال $\boldsymbol{T_3}$ بالقيمة ، ويعاكسه بالاتجاه ، كما في المخطط d في (الشكل-5-12) . يمكن الاستعاضة عن هذه المجموعة العطالية للوصلة 3 ، استناداً إلى ما بيناه في الفقرة السابقة بالقوة نفسها $\boldsymbol{F_3^{in}}$ مع إزاحة خط عمل هذه القوة موازياً لنفسه بالمقدار:

$$h_3 = \frac{I_3.e_3}{M_3.A_{G_3}}$$

وباتجاه يكون فيه عزم قوة العطالة حول $G_3$ باتجاه $\boldsymbol{T_3^{in}}$ ؛ أي يعاكس اتجاه $\varepsilon_3$ ، كما في المخطط e في (الشكل-5-12) ، يقاس البعد $h_3$ على الرسم وفقاً للمقياس المختار لرسم المخطط الحركي للتركيبة .




مخططات تحليل قوى العطالة في وصلات تركيبة رباعية القضبان .

(الشكل-5-12)

يمكن اتباع الخطوات نفسها لتعيين $F_4^{in}$ والمسافة $h_4$ ، كما في المخطط f في (الشكل-5-12) ، حيث:

$$h_4 = \frac{I_4 . e_4}{M_4 . A_{G_4}}$$

وباتجاه يحقق عزماً لقوة العطالة حول $G_4$ باتجاه $T_4^{in}$ أي يعاكس اتجاه $\varepsilon_4$ .

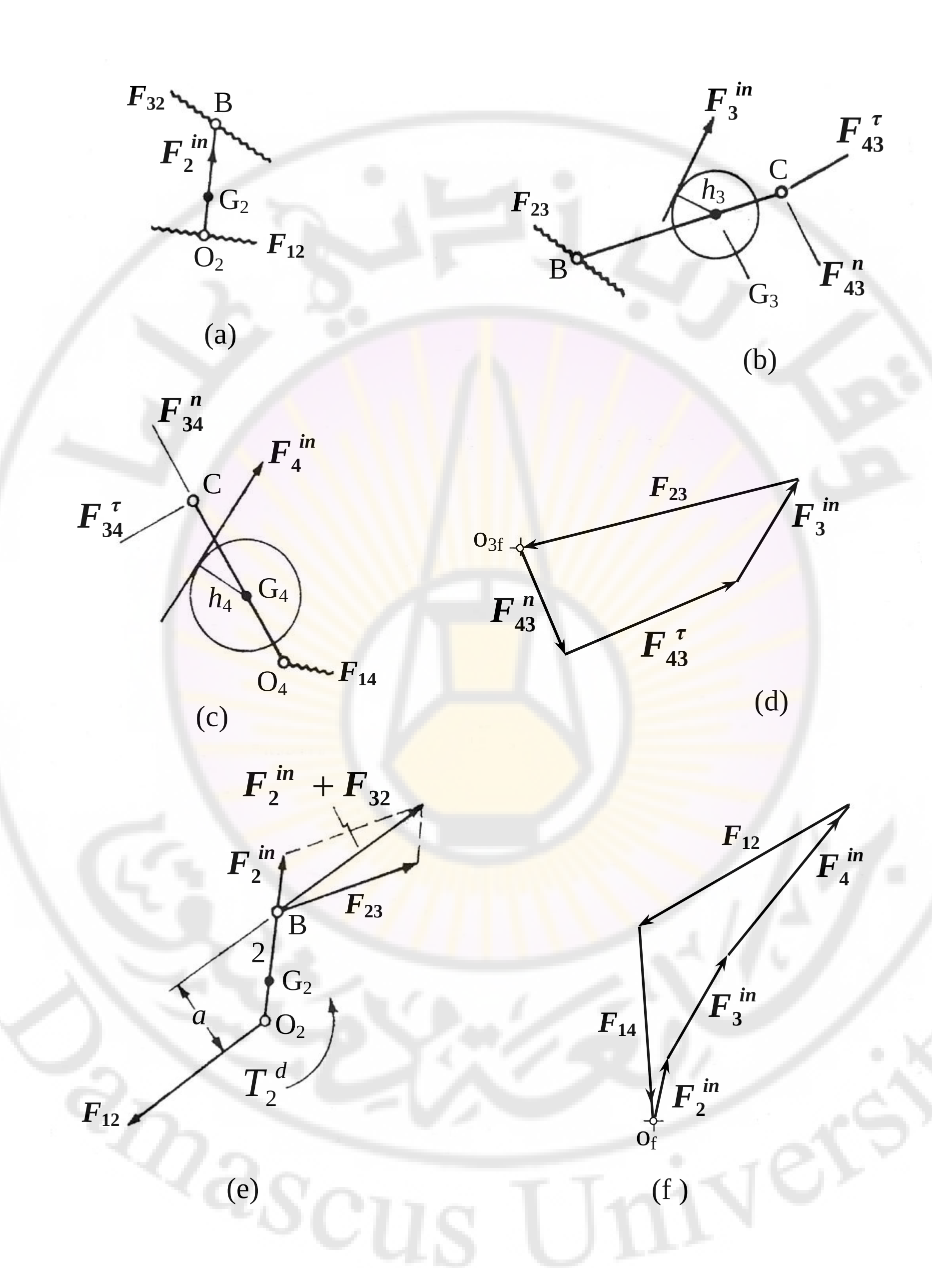
يستكمل التحليل بعدئذ بتعيين ردود الأفعال عند نقاط الازدواجات ، ومن ثم تعيين العزم اللازم تطبيقه على الوصلة 2 ؛ لتحقيق الحركة المطلوبة ، أو بمعنى آخر ؛ تعيين العزم اللازم لموازنة تأثير قوى العطالة في التركيبة .

يتم ذلك باتباع خطوات تحليل القوى الاستاتية نفسها ، والموضحة في الفقرة (5-2-2) ، حيث ترسم مخططات الجسم الحر لكل من الوصلات 2 , 3 , 4 ، كما في a , b , c في (الشكل-5-13) على التتالي . تعدّ قوى العطالة عندئذ قوى خارجية ، وتكون كل وصلة متوازنة تحت تأثير قوة العطالة فيها ، وردود الأفعال المجهولة ، والمنتقلة من الوصلتين المجاورتين لها .

ليس من الضروري تكرار خطوات الحل ؛ إذ إن المخططات d , e , f كافية لتوضيحها استناداً لما سبق شرحه في الفقرة (5-2-2) . ينتج من ذلك أن العزم $T_2^d$ اللازم للتغلب على قوى العطالة في هذه التركيبة ، هو:

$$T_2^d = F_{12} . a$$

وبالاتجاه المبين في المخطط e في (الشكل-5-13) ، يسمى هذا العزم عادة بالعزم الديناميكي ؛ لأنه يمثل العزم اللازم تطبيقه لتحقيق التوازن الديناميكي أي التحريكي للتركيبة .




مخططات الجسم الحر لوصلات تركيبة رباعية القضبان .

(الشكل-5-13)

## 4-5- قوة الارتجاج *Shaking Force*

من الأمور المهمة بالنسبة للمصمم تلك القوى التي تنتقل إلى هيكل أو أساس الآلة ، حيث تنتقل محصلة قوى العطالة المؤثرة في وصلات آلة إلى الهيكل الذي تستند إليه ، عبر الازدواجات المتصلة به . إن تغير قيمة هذه القوى أو اتجاهها يؤدي إلى ارتجاج الآلة أو اهتزازها ؛ لذا فإن محصلة قوى العطالة تسمى بقوة الارتجاج . إن لهذه القوة انعكاسات سلبية على عمل الآلة ، وأدائها من جهة ، وقد تؤدي إلى انهيار بعض أجزاء الهيكل ، بسبب إجهادات التعب من جهة أخرى . من الضروري إذن تحديد قوة الارتجاج ، ودراسة تغيراتها خلال دورة عمل كاملة للآلة ، لما لها من تأثير هام في تصميم هيكل الآلة ، وفي إيجاد الوسائل الكفيلة بعزلها أو تخفيف تأثيرها في الآلات ، والمنشآت المجاورة .

يمكن بسهولة تعيين قوة الارتجاج ، لكونها تساوي دوماً المجموع الشعاعي لقوى العطالة كافة المؤثرة في وصلات الآلة .

$$\boldsymbol{F_S = \Sigma F^{in}} \qquad (13\text{-}5)$$

يبين المخطط a في (الشكل-5-14) التركيبة رباعية القضبان التي سبق تحليلها في الفقرة (5-3-1) ، وقد رسمت عليها قوى العطالة $\boldsymbol{F_4^{in}, F_3^{in}, F_2^{in}}$ المؤثرة في الوصلات 2 , 3 , 4 على التتالي ، والتي تم تعيينها كاملة استناداً إلى (الشكل-5-13).

يكفي عندئذ لتعيين قيمة قوة الارتجاج $\boldsymbol{F_S}$ ، واتجاهها ، اختيار مقياس رسم مناسب لتمثيل القوى ، ومن ثم رسم أشعة قوى العطالة بدءاً من القطب $o_f$ ، كما في المخطط b في (الشكل-5-14) . يمثل المتجه المحصل $\boldsymbol{F_S}$ لهذه القوى قوة الارتجاج ، وذلك بعد تحويل طوله إلى قيمة حقيقية للقوة بدلالة المقياس المختار .

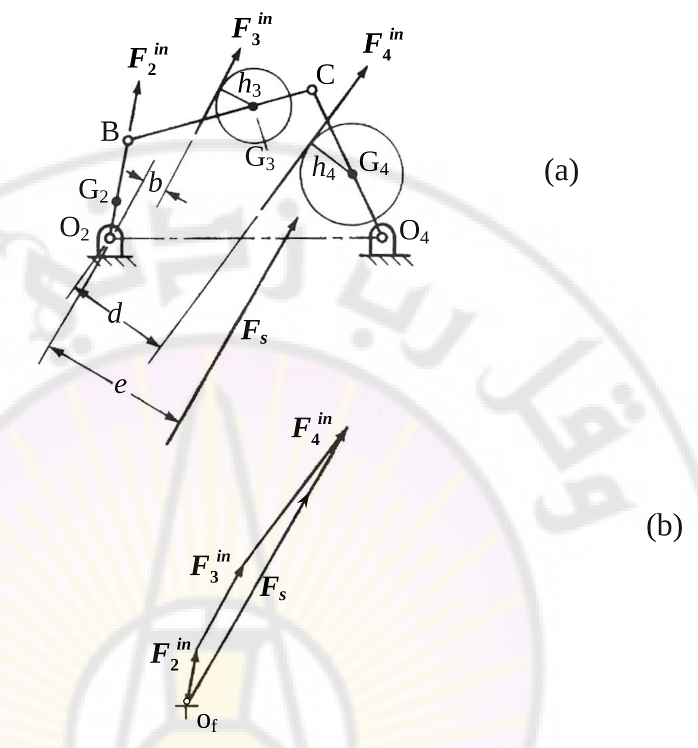
يحدد موقع خط عمل القوة $\boldsymbol{F_S}$ من معادلة العزوم حول أية نقطة مناسبة في مستوي قوى العطالة ، ولتكن مثلاً النقطة $O_2$ ، حيث ينتج:

$$\boldsymbol{m_{O_2}(F_S) = \Sigma m_{O_2}(F^{in})} \qquad (14\text{-}5)$$

منه:

$$F_S . e = F_3^{in} . b + F_4^{in} . d$$

علماً أن عزم القوة $\boldsymbol{F_2^{in}}$ حول النقطة $O_2$ في هذه الحالة يساوي الصفر ؛ وبالتالي تحسب قيمة البعد $e$ الذي يحدد موقع قوة الارتجاج $\boldsymbol{F_S}$ بالنسبة للنقطة $O_2$ ، بحيث يكون هذا البعد بالاتجاه الذي يحقق معادلة العزوم أعلاه .




(الشكل-5-14) تحديد موقع خط عمل قوة الارتجاج لتركيبة رباعية القضبان .

يسمى عزم قوة الارتجاج حول محور عمود الدوران للوصلة القائدة ، بعزم الارتجاج ، وهو في حالة مثال (الشكل-5-14) هو ($F_S$ . e) عكس دوران عقارب الساعة للوضع المبين للمخطط الحركي للتركيبة . من الواضح أن قوى العطالة ستتغير قيمةً ، واتجاهاً ، وموقعاً خلال دورة كاملة للوصلة القائدة ؛ وبالتالي سيؤدي ذلك إلى تغير قيمة قوة الارتجاج ، واتجاهها ، وموقعها . تنتج من هذه التغيرات قوى اهتزازية تنتقل إلى الهيكل الثابت عبر الازدواجات المتصلة به .

إن قوة الارتجاج إذن تساوي محصلة القوى المنتقلة إلى الهيكل الثابت ، تحت تأثير قوى العطالة المؤثرة في الوصلات المتحركة للتركيبة . مثال ذلك تكون قوة الارتجاج في التركيبة رباعية القضبان هي محصلة $\boldsymbol{F_{41}}$ , $\boldsymbol{F_{21}}$ ، وهما القوتان المنتقلتان عند كل من الازدواجين $O_4$ , $O_2$ على التتالي . تتضح صحة ذلك بسهولة من مقارنة مضلع القوى في المخطط f في (الشكل-5-13) مع المخطط b في (الشكل-5-14) ، مع ملاحظة أن:

$$\boldsymbol{F_{41}} = -\boldsymbol{F_{14}} \qquad , \qquad \boldsymbol{F_{21}} = -\boldsymbol{F_{12}}$$

## 5-5- تحليل القوى الاستاتية والعطالية في تركيبة آلية
## *Inertia and Static Forces Analysis in a Mechanism*

بينا في الفقرات السابقة كيفية تحليل كل من القوى الاستاتية ، وقوى العطالة المؤثرة في تركيبة ما بشكل مستقل . إذا كان المطلوب تعيين التأثير المشترك لهاتين المجموعتين من القوى ، فإنه يمكن تطبيق مبدأ التنضيد المذكور في مقدمة هذا الفصل لتحديد كل من القـــوى المحصلة المنتقلة عبر ازدواجات التركيبة .

تنتج القوة الكلية عند ازدواج ما من الجمع الشعاعي للقوة المنتقلة عنده تحت تـــأثير القوى الاستاتية فقط ، والقوة المنتقلة تحت تأثير القوى العطالية من دون غيرها من القـــوى ؛ أي يمكن توضيح هذا المبدأ بالمعادلة الشعاعية .

$$\boldsymbol{F}_{\mathbf{ab}}^{t} = \boldsymbol{F}_{\mathbf{ab}}^{s} + \boldsymbol{F}_{\mathbf{ab}}^{d} \qquad (15\text{-}5)$$

حيث: $\boldsymbol{F}_{\mathbf{ab}}^{t}$ تمثل القوة الكلية المنتقلة من الوصلة a إلى الوصلة b في تركيبة ما .

$\boldsymbol{F}_{\mathbf{ab}}^{s}$ تمثل القوة المنتقلة من a إلى b تحت تأثير القوى الاستاتية في التركيبة .

$\boldsymbol{F}_{\mathbf{ab}}^{d}$ تمثل القوة المنتقلة من a إلى b تحت تأثير قوى العطالة في التركيبة .

كما أن العزم الكلي $\boldsymbol{T}_2$ لازم التأثير به في الوصلة 2 مثلاً هو حاصـــل الجمـــع الشعاعي لعزم الموازنة الاستاتي $\boldsymbol{T}_2^s$ ، وعزم الموازنة التحريكي ؛ أي الديناميكي $\boldsymbol{T}_2^d$ .

يفضل أحياناً إجراء تحليل مشترك مباشرة لتأثير القوى الاستاتية ، والعطالية معـــاً . يتم ذلك عندما لا يستلزم تصميم أجزاء الآلة تحليلاً مستقلاً لكل من مجمـــوعتي القـــوى . لا تختلف خطوات التحليل المشترك عما اتبع سابقاً إلا من حيث شمولها القوى جميعها بآن واحد . يمكن توضيح ذلك من خلال التطبيق التالي .

### 5-5-1- تحليل القوى الاستاتية والعطالية في تركيبة المنزلقة والمرفق
### *Inertia and Static Forces Analysis in the Slider-Crank Mechanism*

ليكن المخطط الحركي للتركيبة الموضح في a من (الشكل-5-15) ، والتي ســـبق تحليلها استاتياً في الفقرة (5-2-1) ، حيث تمثل $\boldsymbol{F}_4$ القوة المعلومة المؤثرة فـــي المكـــبس نتيجة ضغط الغاز ، بينما يدور المرفق 2 بسرعة زاوية ثابتة $\omega_2$ .

تدل النقاط $G_4 , G_3 , G_2$ على مواقع مراكز كتل الوصلات 2 , 3 , 4 على التتالي ؛ إضافة إلى أن كتل هذه الوصلات ، وعزوم عطالتها حول مراكز الكتل الموافقة معلومة .

المطلوب إجراء تحليل مشترك للقوى الاستاتية ، والعطالية المؤثرة في هذه التركيبة ، وتعيين العزم الكلي المنتقل من المرفق 2 إلى عمود الدوران المار من $O_2$ ، وذلك بإهمال الاحتكاك بين الوصلات ، وتأثير وزن كل من الوصلات في القوى الاستاتية .

يرسم مخطط تسارع التركيبة ، كما في b في (الشكل-5-15) ، استناداً إلى المخطط الحركي ، والسرعة الزاوية $\omega_2$ ؛ ليمثل الحركة المطلوبة لمختلف الوصلات . تحدد في هذا المخطط تسارعات مراكز كتل الوصلات مع ملاحظة أن تسارع مركز كتل المكبس $G_4$ ينطبق على تسارع النقطة C ؛ لأن حركته انزلاقية انسحابية . كما يعين اتجاه التسارع الزاوي $\varepsilon_3$ بمعلومية اتجاه المركبة المماسية لتسارع النقطة C بالنسبة إلى النقطة B ، كما في المخطط c في (الشكل-5-15) .

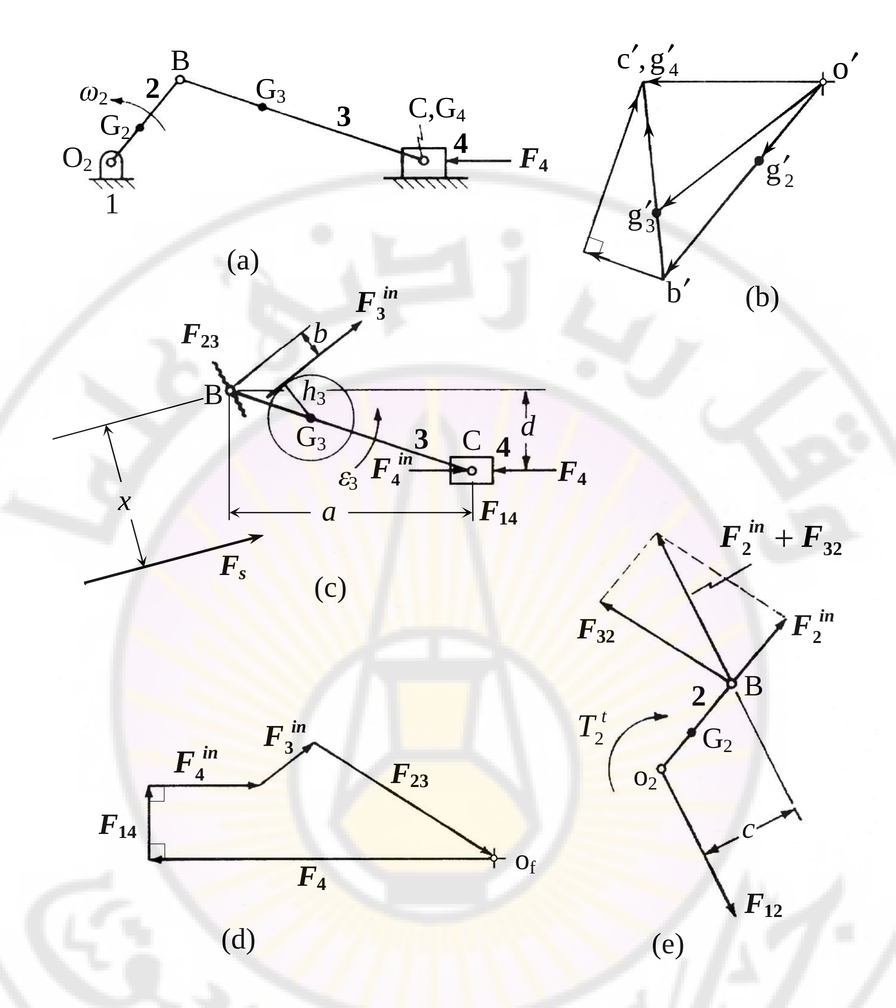
يرسم مخطط الجسم الحر المشترك للوصلتين 3 , 4 حيث تم تعيين كل من قوتي العطالة $\boldsymbol{F_4^{in}}, \boldsymbol{F_3^{in}}$ تبعاً لما بيناه سابقاً ، مع ملاحظة أن القوة $\boldsymbol{F_4^{in}}$ تمر من النقطة C باتجاه يعاكس تسارع المنزلقة 4 ؛ لأن حركتها انسحابية . تعين القوة الكلية $\boldsymbol{F_{14}}$ من معادلة العزوم حول النقطة B ، حيث:

$$F_{14}.\, a = F_4.\, d - F_3^{in}.\, b - F_4^{in}.\, d$$

علماً أن الأبعاد a , b , d على المخطط الحركي ، يجب أن تحول إلى قيمتها الحقيقية بدلالة مقياس رسم هذا المخطط .

يمكن بعدئذ تعيين القوة الكلية $\boldsymbol{F_{23}}$ من مضلع توازن القوى للوصلتين 3 , 4 ، كما في المخطط d في (الشكل-5-15) ، أما القوة $\boldsymbol{F_{32}}$ ، فإنها تساويها ، وتعاكسها بالاتجاه .

ينتج من مخطط الجسم الحر للوصلة 2 المبين في e في (الشكل-5-15) ، أن القوة $\boldsymbol{F_{12}}$ الكلية تساوي محصلة القوتين $(\boldsymbol{F_2^{in}} + \boldsymbol{F_{32}})$ وتعاكسها بالاتجاه ، علماً أن قوة العطالة $\boldsymbol{F_2^{in}}$ للوصلة 2 تنطبق على $O_2B$ ، وباتجاه عكس تسارع $G_2$ ؛ لأنها تدور بسرعة زاوية ثابتة . بينما يمثل $T_2$ العزم الكلي الذي يؤثر به عمود الدوران في المرفق 2 للحفاظ على توازن التركيبة تحت تأثير القوى الاستاتية والعطالية جميعها فيها ، يساوي هذا العزم المزدوجة $(F_{12}\ .\ c)$ ، ويعاكسها بالاتجاه .




تحليل كامل للقوى الاستاتية والعطالية المؤثرة على تركيبة المنزلقة والمرفق

(الشكل-5-15)

وبالتالي فإن العزم المنتقل من المرفق ؛ لأداء عمل معين في آلة تتصل بعمود الدوران $O_2$ يساوي العزم $T_2^t$ ، ويعاكسه بالاتجاه ؛ أي: إنه يساوي عزم المزدوجة $(F_{12} \,.\, c)$ قيمة ، واتجاهاً ؛ أي عكس اتجاه عقارب الساعة .

تجدر الإشارة إلى أن العزم $\boldsymbol{T_2^d}$ المؤثر في المرفق 2 نتيجة قوى العطالة فقط ، هو حاصل الفرق الجبري بين العزم الكلي $\boldsymbol{T_2^t}$ المعين في هذه الفقرة ، والعزم الاستاتي $\boldsymbol{T_2^s}$ الذي سبق تعيينه في مجال تحليل القوى الاستاتية لهذه التركيبة في الفقرة (5-2-1) .

أما قوة الارتجاج $F_S$ ، فإنه يمكن تعيينها برسم مخطط لقوى العطالة الثلاث ، بينما يحدد موقع تأثير خط عملها من معادلة العزوم حول النقطة B مثلاً:

$$F_S.\, x = F_3^{in}.\, b + F_4^{in}.\, d$$

حيث $x$ تمثل البعد العمودي بين خط عمل $F_S$ والنقطة B .

وبالتالي فإن عزم الارتجاج حول $O_2$ هو عكس اتجاه دوران عقارب الساعة في هذا الوضع للتركيبة ، وتحدد قيمته بدلالة بعد خط عمل $F_S$ عن $O_2$ .

يجب الانتباه إلى أن قوة الارتجاج في هذه الحالة لا يمكن تعيينها بدلالة القوتين $F_{21}$ , $F_{41}$ المنتقلتين من التركيبة إلى الهيكل ؛ لأنهما تمثلان التأثير المشترك للقوى الاستاتية ، والعطالية .

**مسألة-5-1**

ليكن المخطط الحركي لتركيبة الجر المبينة في a في (الشكل-5-16) ، والمستعملة للحصول على حركة سريعة الارتداد للمنزلقة 6 . تدور الوصلة 2 بسرعة زاوية ثابتة ($\omega_2 = 50$ rad/sec) باتجاه عكس دوران عقارب الساعة ، وتؤثر في الوصلة 6 قوة أفقية مقاومة ($F_6 = 400$ N) .

المطلوب إجراء تحليل حركي ، وديناميكي كامل ؛ لتعيين القوى المنتقلة عند الازدواجات تحت تأثير القوى العطالية والاستاتية ، ومن ثم تحديد العزم اللازم أن يؤثر به عمود الدوران المار من $O_2$ في الوصلة 2 ؛ للحفاظ على توازن التركيبة في الوضع المحدد بـ ($\theta_2 = 90^o$) .

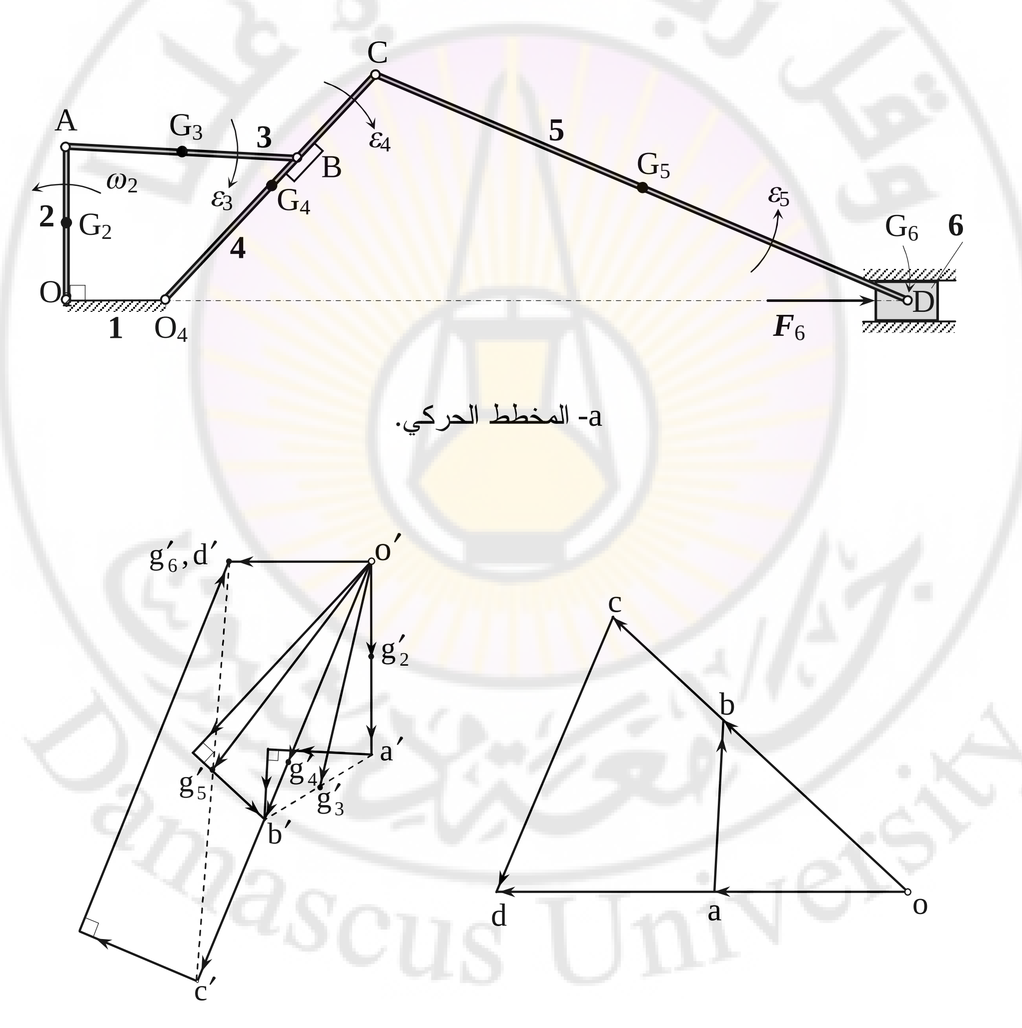
علماً أن الوصلات كافة متجانسة ، ومتناظرة بالنسبة لمراكز كتلها ، وأن:

$$O_2A = 100\text{ mm} \quad , \quad AB = 150\text{ mm} \quad , \quad CD = 375\text{ mm}$$
$$O_2O_4 = 65\text{ mm} \quad , \quad O_4B = 125\text{ mm} \quad , \quad O_4C = 200\text{ mm}$$
$$W_2 = 20\text{ N} \quad , \quad W_3 = 25\text{ N} \quad , \quad W_4 = 40\text{ N} \quad , \quad W_5 = 80\text{ N} \quad , \quad W_6 = 90\text{ N}$$
$$I_3 = 0.02\text{ kg.m}^2 \quad , \quad I_4 = 0.033\text{ kg.m}^2 \quad , \quad I_5 = 0{,}051\text{ kg.m}^2$$

**الحل:**

يرسم المخطط الحركي مقياس 1/5 ، كما في a في (الشكل-5-16) ، ومن ثم يرسم مخطط السرعة للتركيبة بمقياس (2 m/sec ≡ 1 cm) ، كما في b في (الشكل-5-16) ، ينتج من هذا المخطط أن:

$$w_3 = 30\ \text{rad/sec} - \text{ccw} \quad , \quad w_4 = 52\ \text{rad/sec} - \text{ccw} \quad , \quad w_5 = 21\text{rad/sec} - \text{cw}$$




a- المخطط الحركي.

b- مخطط السرعة.

c- مخطط التسارع.

(الشكل-5-16) التحليل الحركي لتركيبة الجر .

استناداً إلى ذلك يرسم مخطط التسارع المبين في c في (الشكل-5-16) ، بمقياس مناسب ($100 \text{ m/sec}^2 \equiv 1 \text{ cm}$) ، حيث ينتج من هذا المخطط أن:

$$A_{G_2} = 125 \text{ m/sec}^2 \quad , \quad A_{G_3} = 300 \text{ m/sec}^2 \quad , \quad A_{G_4} = 280 \text{ m/sec}^2$$

$$A_{G_5} = 330 \text{ m/sec}^2 \quad , \quad A_{G_6} = A_D = 190 \text{ m/sec}^2$$

$$e_3 = 585 \text{ rad/sec}^2 - \text{cw} \, , e_4 = 960 \text{ rad/sec}^2 - \text{cw} \, , e_5 = 1310 \text{ rad/sec}^2 - \text{ccw}$$

بالاتجاهات المبينة في المخطط a في (الشكل-5-16).

يتم بعدئذ تعيين قوة العطالة المؤثرة في كل من الوصلات من العلاقة:

$$F^{in} = \frac{W}{g} A_G$$

وبالتالي فإن:

$$F_2^{in} = 225 \text{ N} \, , F_3^{in} = 765 \text{ N} \, , F_4^{in} = 1142 \text{ N} \, , F_5^{in} = 2691 \text{ N} \, , F_6^{in} = 1743 \text{ N}$$

كما يعين العزم العطالي المؤثر حول كل من مراكز الكتل من العلاقة:

$$T_G^{in} = I_G . e$$

حيث ينتج أن:

$$T_{G_3}^{in} = 11.7 \text{ N.m} \quad , \quad T_{G_4}^{in} = 31.68 \text{ N.m} \quad , \quad T_{G_5}^{in} = 66.8 \text{ N.m}$$

استناداً إلى ما أوضحناه في الفقرة (5-3) ، يمكن الاستعاضة عن المجموعة العطالية $\boldsymbol{F^{in}, T_G^{in}}$ لكل وصلة بقوة العطالة المكافئة $\boldsymbol{F^{in}}$ التي تؤثر عند بعد $h$ من مركز كتـل الوصلة ، ويعين من العلاقة:

$$h = T_G^{in} / F^{in}$$

حيث ينتج أن:

$$h_3 = 15.3 \text{ mm} \quad , \quad h_4 = 27.7 \text{ mm} \quad , \quad h_5 = 24.8 \text{ mm}$$

مع ملاحظة أن العزم العطالي للوصلة 2 يساوي الصفر ؛ لأنها تـدور بسـرعة زاوية ثابتة ، كما أن العزم العطالي للوصلة 6 يساوي أيضاً الصفر ؛ لأنها تتحرك حركـة ترددية انسحابية .

يمكن عندئذ رسم مخطط الجسم الحر لكل من الوصلات 2 , 3 , 4 , 6 , 5 كما في a , b , e , g , k في (الشكل-5-5-17) على التتالي ، وذلك باتباع الخطوات التي بيناها ســـابقاً في الفقرة (5-5-1) لدراسة التأثير المشترك للقوى الاستاتية ، والعطالية معاً ، علماً أن مقياس رسم الأطوال البعدية هو 1/5 .

ينتج من معادلة العزوم حول النقطة C فــي مخطــط الجســم الحــر a فــي (الشكل-5-5-17) للوصلة 5 ، أن:

$$F_{65}^{t} = 1112 \text{ N}$$

يتم اختيار مقياس لرسم مضلعات القوى ، وليكن (1000 N ≡ 1 cm) ؛ وبالتالي ينتج من مضلع القوى c في (الشكل-5-5-17) للوصلة 6 ، أن:

$$F_{56}^{n} = 2750 \text{ N} \qquad , \qquad F_{16} = 2050 \text{ N}$$

بالاتجاهات المبينة في الشكل .

كما ينتج من مضلع القوى d في (الشكل-5-5-17) للوصلة 5 ، أن:

$$F_{45} = 3700 \text{ N}$$

ومن معادلة العزوم حول $O_4$ في المخطط e من (الشكل-5-5-17) ، ينتج أن:

$$F_{34}^{t} = 3660 \text{ N}$$

كما ينتج من معادلة العزوم حول A في المخطط g من (الشكل-5-5-17) ، أن:

$$F_{43}^{n} = 2420 \text{ N}$$

يرسم عندئذ مضلع القوى f في (الشكل-5-5-17) للوصلة 4 ، حيث نحصل على:

$$F_{14} = 2000 \text{ N}$$

وكذلك ينتج من مضلع القوى h من (الشكل-5-5-17) للوصلة 3 ، أن:

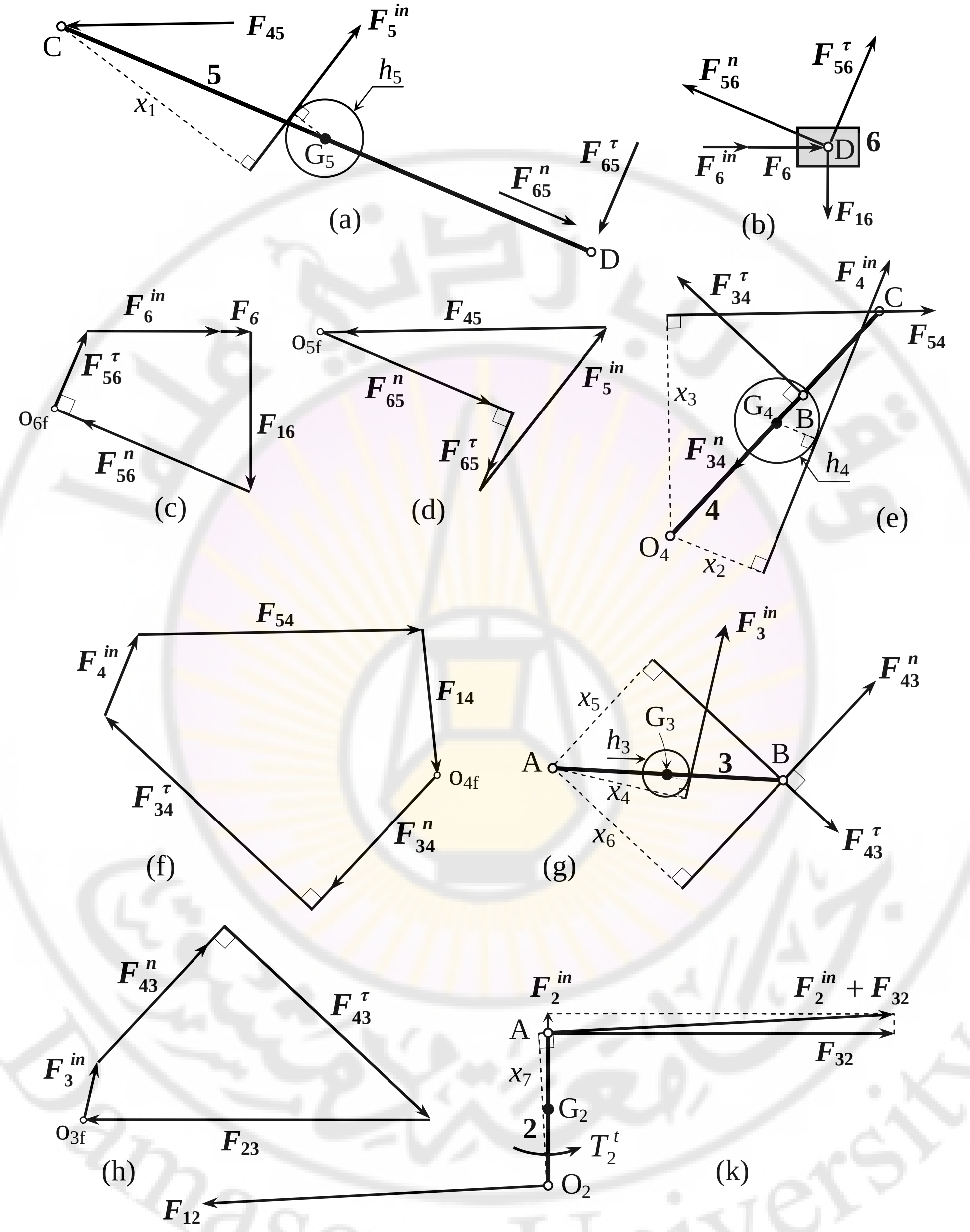
$$F_{23} = 4420 \text{ N}$$

يلاحظ بالتالي من مخطط الجسم الحر k في (الشكل-5-5-17) للوصلة 2 ، أن:

$$F_{12} = 4430 \text{ N}$$

ومنه فإن العزم $T_2^t$ اللازم لتوازن الوصلة 2 ، هو:

$$T_2^t = F_{12} . x_7 = 440 \text{ N.m}$$




(الشكل-5-17) مخططات التحليل المشترك للقوى الاستاتية والعطالية لتركيبة الجر .

إذا كان المطلوب تعيين قوة الارتجاج $F_S$ ، فإنه يمكن رسم مخطط قوى يمثل قوى العطالة كافة بحيث تكون محصلتها هي $F_S$ قيمة ، واتجاهاً . أما نقطة تأثيرها ، فإنها تحدد من معادلة العزوم حول أية نقطة في مستوى الحركة ، ولتكن $O_2$ مثلاً .

**مسألة-5-2**

**مسألة امتحان الفصل الثاني من العام الدراسي 2006-2007**

يبين (الشكل-5-18) أحد أوضاع تركيبة رباعية القضبان متصالبة ، حيث تدور الوصلة 2 بسرعة زاوية ثابتة ($\omega_2 = 40$ rad/sec) باتجاه حركة عقارب الساعة ، وتؤثر في النقطة D من الوصلة 4 قوة ($F_D = 500$ N) بالاتجاه المبين .

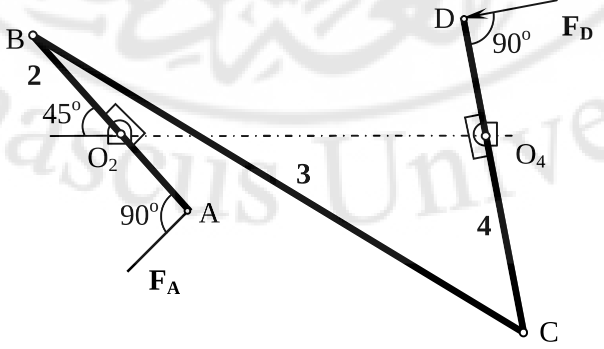
المطلوب بإهمال أوزان الوصلات وقوى الاحتكاك في الازدواجات الدورانية إجراء تحليل حركي ، وديناميكي كامل ؛ لتعيين القوى المنتقلة عند الازدواجات الدورانية تحت تأثير القوى العطالية ، والاستاتية ، وتحديد القوة $F_A$ لازم التأثير بها في الوصلة 2 حتى تتحرك بسرعة زاوية $\omega_2$ .

علماً أن الوصلتين 2 و 4 موازنتان بحيث يكون مركزا كتلتيهما منطبقين على مركزي دورانهما $O_2$ و $O_4$ ، ومركز كتل الوصلة 3 يقع في منتصفها ، وأن:

| | | |
|---|---|---|
| $O_2A = 7.5$ cm | $AB = O_4C = 20$ cm | $CD = 30$ cm |
| $BC = 55$ cm | $O_2O_4 = 35$ cm | |
| $W_2 = 25$ N | $W_3 = 35$ N | $W_4 = 30$ N |
| $I_{G_2} = 0.06\ \text{kg.m}^2$ | $I_{G_3} = 0.1\ \text{kg.m}^2$ | $I_{G_4} = 0.07\ \text{kg.m}^2$ |

باستعمال مقاييس الرسم الآتية:

- مقياس المخطط الحركي (5 cm من الأبعاد الحقيقية تعادل 1 cm على الرسم).
- مقياس مخطط السرعة (160 cm/sec ≡ 1 cm).
- مقياس مخطط التسارع ($5000\ \text{cm/sec}^2 \equiv 1$ cm).
- مقياس مضلعات القوى (200 N ≡ 1 cm).




(الشكل-5-18) تركيبة رباعية القضبان متصالبة .

**الحل:**

استناداً لمخططات الحركة الموضحة في a , b , c في (الشكل-5-19) ، نحصل على النتائج الآتية:

| $V$ (cm/sec) | $\omega$ (rad/sec) | $A$ (cm/sec$^2$) | $\varepsilon$ (rad/sec$^2$) | $A_G$ (m/sec$^2$) |
|---|---|---|---|---|
| $V_B = 500$ | $\omega_2 = 40$ ↻ | $A_B = 20000$ | $\varepsilon_2 = 0$ | $A_{G_2} = 0$ |
| $V_A = 300$ | $\omega_3 = 7$ ↻ | $A_A = 12000$ | $\varepsilon_3 = 375$ ↺ | $A_{G_3} = 188$ |
| $V_C = 155$ | $\omega_4 = 7.75$ ↺ | $A_C = 22750$ | $\varepsilon_4 = 1140$ ↺ | $A_{G_4} = 0$ |
| $V_D = 77.5$ | | $A_D = 11375$ | | |

واستناداً لعلاقات تحديد المجموعة العطالية ، ومخططات الجسم الحر الموضحة في d , e , f في (الشكل-5-19) ، نحصل على النتائج الآتية:

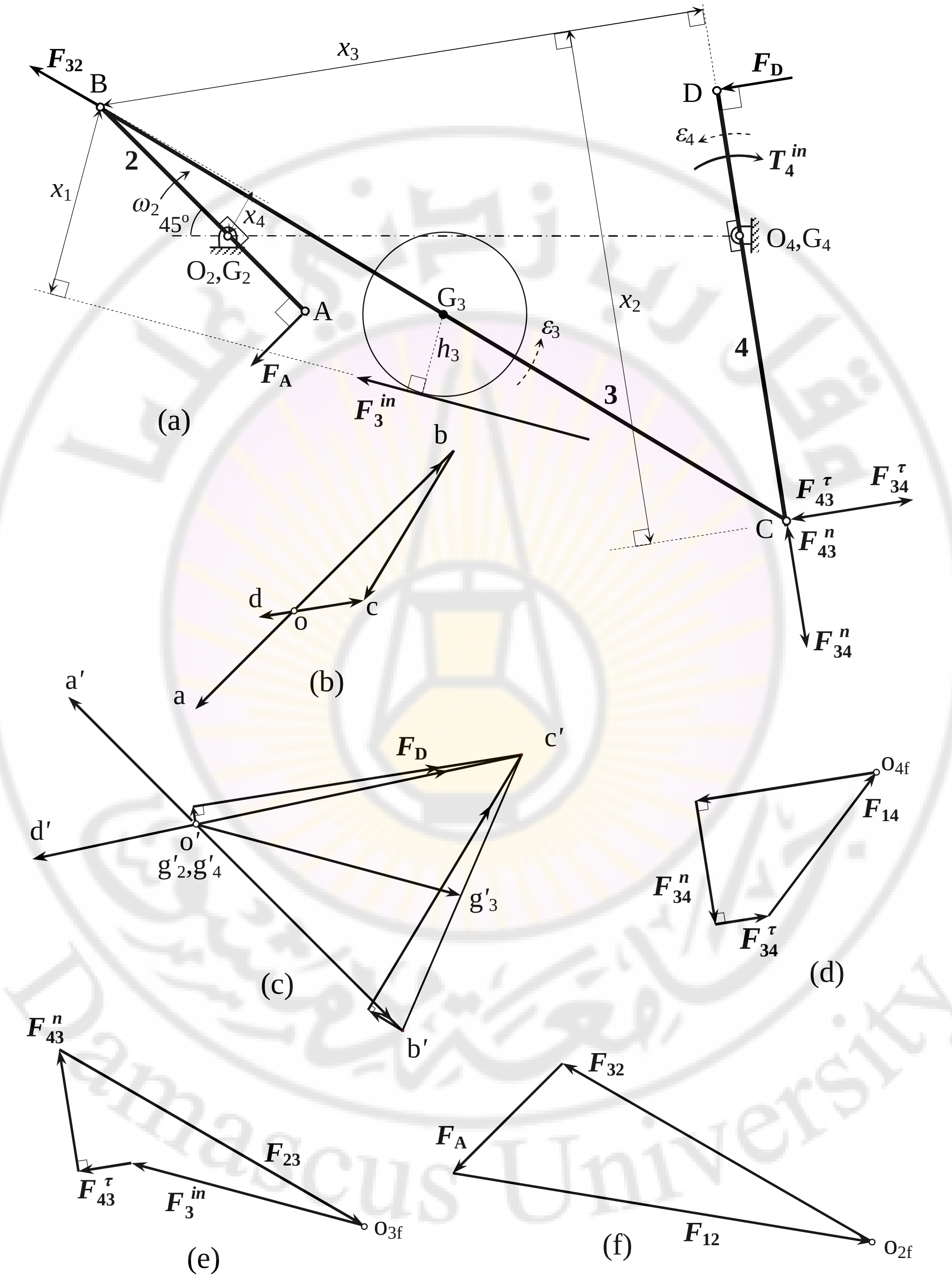
| $F^{in}$(N) | $T^{in}$(N.m) | $h$ (cm) | $F$ (N) |
|---|---|---|---|
| $F_2^{in} = 0$ | $T_2^{in} = 0$ | $h_2 = 0$ | $F_{34}^t = 149$ |
| $F_3^{in} = 670$ | $T_3^{in} = 37.5$ | $h_3 = 5.6$ | $F_{34}^n = 343$ |
| $F_4^{in} = 0$ | $T_4^{in} = 79.8$ | $h_4 = \infty$ | $F_{14} = 490$ |
| | | | $F_{23} = 980$ |
| | | | $F_{12} = 1160$ |
| | | | $F_A = 425$ |

وأن:

$$F_{34}^t = \frac{T_4^{in} - F_D . \mathrm{O_4D}}{\mathrm{O_4C}} = \frac{79.8 - 500 \times 0.1}{0.2} = 149 \text{ N}$$

$$F_{43}^n = \frac{F_3^{in} . x_1 + F_{43}^t . \mathrm{x}_2}{x_3} = \frac{670 \times 2.7 + 149 \times 7.1}{8.35} = 343 \text{ N}$$

$$F_A = \frac{F_{32} . x_4}{\mathrm{O_2A}} = \frac{980 \times 0.65 \times 5}{7.5} = 425 \text{ N}$$




مخططات التحليل الحركي ، والديناميكي لتركيبة رباعية القضبان المتصالبة .

(الشكل-5-19)

## 6-5- تحليل القوى في المنظمات *Forces Analysis in Governors*

بينا في الفقرة (2-11) وظيفة المنظم كتركيبة آلية تستعمل في تنظيم القدرة الناتجــة من آلة لتلائم تغيرات الحمل المطبق عليها ؛ إضافة إلى توضيح مبدأ عمل أهم أنواعها . بما أن القوى المؤثرة في وصلات المنظم هي بوجه عام قوى نابذة أو عطاليـــة ، وقـــوى شـــد أو انضغاط نابضية ، فإنه يفضل إجراء الدراسة الديناميكية للمنظمات تحليلياً استناداً إلى مبـــادئ التحريك الأساسية ؛ بخاصة أن اتجاه هذه القوى ، ونقاط تأثيرها تحدد بسهولة انطلاقـــاً مـــن نوع المنظم ، وآلية حركته .

يمكن توضيح أهم الأسس المعتمدة في التحليل الديناميكي للمنظمات من خلال الأمثلة النموذجية الآتية.

**مسألة-5-3**

يبين الرسم a من (الشكل-5-20) تخطيطاً لتركيبة منظم هارتنـــل (*Hartnell*) ، الذي يعمل بتأثير قوة الطرد المركزي كما أشرنا سابقاً في الفقرة (2-11-1)، حيث الأبعاد:

$$a = 60\text{ mm} \quad , \quad b = 120\text{ mm} \quad , \quad c = 100\text{ mm}$$

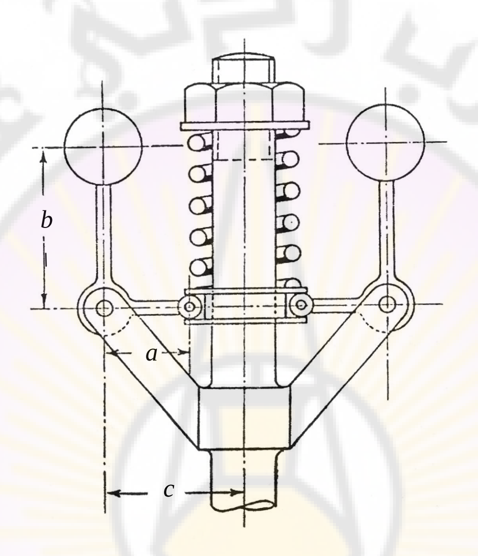
ووزن كل من كرتيه ($W = 25$ N) ، ويدور بسرعة 300 r.p.m عندما يكـــون الـــذراع الحامل لكل من كرتيه شاقولياً ، كما في الرسم a من (الشكل-5-20).

فإذا كان ازدياد السرعة بمقدار 3% يؤدي إلى انزلاق الجلبة 6 mm ، المطلوب بإهمال تأثير وزن كل من الكرتين ، وتأثير ميل الأذرع ، الآتي:

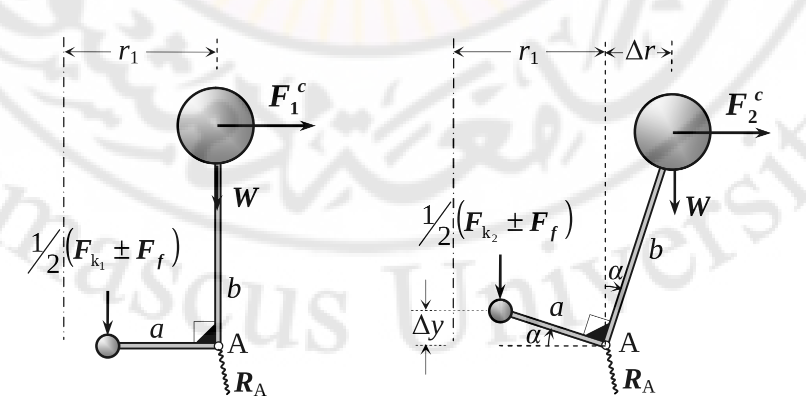
1. تعيين عامل صلابة النابض .
2. تعيين مجال سرعات عمل المنظم الذي تبقى خلاله الجلبة ثابتة عند الوضع الجديـــد 6 mm فوق الوضع السابق ، إذا كانت قوة الاحتكاك المؤثرة عند الجلبة 28 N ، ومن ثم تعيين معامل عدم حساسية المنظم .
3. تعيين جهد المنظم ، وقدرته عند ازدياد فجائي للسرعة بنسبة 3% ، بإهمال قـــوة الاحتكاك المؤثرة عند الجلبة .

**الحل:**

يتم عادة عند تحليل القوى في المنظمات النابذة إهمال تأثير وزن الأذرع المرفقيــة المتصلة بالكرات من جهة وبالجلبة المنزلقة من جهة أخــرى ؛ لأن تأثيرهــا صــغير جــداً بالمقارنة مع بقية القوى المؤثرة في وصلات المنظم .




a- تخطيط لتركيبة منظم هارتنل (*Hartnell*) .




c- مخطط الجسم الحر عند الوضع ($n_2$ $r_2$).     b- مخطط الجسم الحر عند الوضع ($n_1$ $r_1$).

(الشكل-5-20)

1. يعين عامل صلابة النابض من العلاقة الفيزيائية لقوة مرونة النابض:

$$F_k = K(\Delta l_{in} + y)$$

حيث:

$K$ تمثل عامل صلابة النابض .

$\Delta l_{in}$ تمثل الانضغاط الابتدائي للنابض .

$y$ تمثل الانضغاط الإضافي للنابض الناتج من حركة الجلبة إلى الأعلى ، ويساوي المسافة الشاقولية التي يتحركها الدحروج المتصل بالجلبة .

فعند سرعة الدوران ($n_1 = 300$ r.p.m) الموافقة لنصف قطر دوران مركز الكرة ($r_1 = c = 100$ mm) ، فإن قوة النابض $F_{k_1}$ في هذا الوضع ، هي:

$$F_{k_1} = K(\Delta l_{in} + y_1) \qquad (1)$$

وبعد ازدياد السرعة إلى:

$$n_2 = n_1 + 0.03\, n_1 = 300\,(1 + 0.03) = 309 \text{ r.p.m}$$

الموافقة لنصف قطر دوران مركز الكرة ($r_2 = r_1 + \Delta r_{21}$) ، فإن قوة النابض $F_{k_2}$ في هذا الوضع ، هي:

$$F_{k_2} = K(\Delta l_{in} + y_2) \qquad (2)$$

بطرح المعادلتين (2) , (1) ، تنتج علاقة تغير قوة النابض:

$$F_{k_2} - F_{k_1} = K(y_2 - y_1) = K.\,\Delta y_{21}$$

منه علاقة عامل صلابة النابض:

$$K = \frac{F_{k_2} - F_{k_1}}{\Delta y_{21}} \qquad (3)$$

حيث ($\Delta y_{21} = 6$ mm) تمثل مقدار انضغاط النابض الذي يساوي إلى إزاحة الجلبة المتناسب مع إزاحة مركز الكرة $\Delta r_{21}$ ، والموافق لازدياد السرعة مقدار $3\%\, n_1$ .

كما تحسب قوة النابض $F_{k_1}$ استناداً إلى علاقات التـوازن الـديناميكي للوصـلة المرفقية القائمة ، حيث ينتج من معادلة العزوم حول A وفق مخطط الجسم الحر للوصـلة المرفقية القائمة الموضح في b في (الشكل-5-20) ، الذي يبين القوى المؤثرة فـي كـرة المنظم ، والذراع المرفقية ، والقوة التي يخضع لها كل من الـدحروجين ، والتـي تسـاوي لنصف قيمة القوة المؤثرة في الجلبة على طول محور الدوران ، أن:

$$F_1^c . b = \frac{1}{2}(F_{k_1} \pm F_f)\, a$$

حيث $F_f$ تمثل قوة الاحتكاك عند الجلبة ، ومن الواضح أنها إلى الأسفل عند حركة الجلبة إلى الأعلى والعكس بالعكس . سنهمل هذه القوة في مجال حل هذا الطلـب فـي هـذا المثال بخاصة أنها لا تؤثر في أسس التحليل لكونها - إن وجدت - ثابتة القيمة .

أما $F^c$ تمثل قوة العطالة النابذة المؤثرة في مركز الكرة ، وهي بشكل عام:

$$F^c = M.w^2.r$$

حيث $(M = W/g)$ تمثل كتلة الكرة ، وتساوي إلى $(M = 25/9.81 = 2.55\ \text{kg})$ . وعند سرعة الدوران $(\omega_1 = 2\pi\, n_1/60 = 31.4\ \text{rad/sec})$ الموافقة لنصف قطر دوران مركز الكرة $(r_1 = 0.1\ \text{m})$ ، فإن قوة العطالة النابذة $F_1^c$ المؤثرة في الكرة ، هي:

$$F_1^c = M.w_1^2.r_1$$

بالتعويض:

$$F_1^c = \frac{25}{9.81} \times \left(\frac{2p \times 300}{60}\right)^2 \times \frac{100}{1000} = 251.26\ \text{N}$$

بالتالي نحصل من علاقة العزم أن:

$$F_1^c . b = \frac{1}{2} F_{k_1} . a \quad \Rightarrow \quad F_{k_1} = \frac{2b}{a} F_1^c$$

منه بالتعويض نحصل على قوة النابض:

$$F_{k_1} = 1005\ \text{N}$$

وتحسب قوة النابض $F_{k_2}$ استناداً إلى علاقات التوازن الديناميكي للوصلة المرفقية القائمة ، حيث ينتج من معادلة العزوم حول A وفق مخطط الجسم الحر للوصلة المرفقيــة القائمة الموضح في c في (الشكل-5-20) ، أن:

$$F_2^c . b . \cos a = \frac{1}{2} F_{k_2} . a . \cos a - W . b . \sin a$$

باعتبار $\alpha$ صغيرة بحيث $(\sin a \approx 0)$ ، مما يؤدي إلى إهمال تأثير وزن الكرات ، وتؤول معادلة العزم إلى:

$$F_2^c . b = \frac{1}{2} F_{k_2} . a$$

يلاحظ أن معادلة العزم هي نفسها لأوضاع الوصلة القائمة جميعها ، ومنه:

$$F_{k_2} = \frac{2b}{a} F_2^c$$

فعند سرعة الدوران $(\omega_2 = 2\pi\, n_2/60 = 32.34 \text{ rad/sec})$ الموافقة لنصف قطــر دوران مركز الكرة $(r_2 = r_1 + \Delta r_{21})$ ، فإن قوة العطالة النابذة $F_2^c$ المؤثرة في الكرة ، هي:

$$F_2^c = M . w_2^2 . r_2$$

حيث يلاحظ على مخطط الجسم الحر للوصلة المرفقية القائمة عند هذا الوضع الموضح فــي c من (الشكل-5-20) ، دوران الوصلة زاوية $\alpha$ حول A ، أن:

$$\sin a = \frac{\Delta r_{21}}{b} = \frac{\Delta y_{21}}{a} \quad \Rightarrow \quad \Delta r_{21} = \frac{b}{a} . \Delta y_{21} = \frac{120}{60} \times 6 = 12 \text{ mm}$$

منه يكون نصف قطر الدوران:

$$r_2 = r_1 + \Delta r_{21} = 112 \text{ mm}$$

ومنه قوة العطالة النابذة:

$$F_2^c = \frac{25}{9.81} \times \left(\frac{2p \times 309}{60}\right)^2 \times \frac{112}{1000} = 298.55 \text{ N}$$

بالتعويض نحصل على قوة النابض:

$$F_{k_2} = 1194.22 \text{ N}$$

وبالتعويض في المعادلة (3):

$$K = 31.54 \text{ N/mm} = 31.54 \text{ kN/m}$$

تجدر الإشارة إلى أن إهمال تأثير وزن كل من الكرتين لا يؤثر في أسس التحليـــل السابق ؛ نظراً لأن تأثيره في معادلة العزوم ضئيل جداً بالمقارنة مع القوة النابذة وقوة العطالة ؛ بسبب كون زاوية ميل الأذرع صغيرة في معظم التطبيقات العملية ، ويلاحظ أنها في هذا المثال:

$$\sin a = 0.1 \qquad \Rightarrow \qquad a \cong 6^{o}$$

مما يسمح اعتبار معادلة العزم هي نفسها لجميع أوضاع الوصلة المرفقية القائمة حاملة الكرة .

2. يتم تعيين مجال سرعات عمل المنظم الذي تبقى خلاله الجلبة ثابتة عنــد الوضــع الجديد 6 mm فوق الوضع السابق ، بتعيين سرعة المنظم $\omega_{2f}$ عند هذا الوضع مع عــدّ قوة الاحتكاك المؤثرة عند الجلبة ، وذلك من علاقة القوة النابذة:

$$(F_2^c)_f = M.(w_2^2)_f \cdot r_2 \quad \Rightarrow \quad (w_2^2)_f = \frac{1}{M.r_2}(F_2^c)_f$$

وتحسب $(F_2^c)_f$ قوة العطالة النابذة من تطبيق علاقة العزم عند الوضع المذكور:

$$(F_2^c)_f \cdot b = \frac{1}{2}(F_{k_2} \pm F_f)\, a \quad \Rightarrow \quad (F_2^c)_f = \frac{a}{2b}(F_{k_2} \pm F_f)$$

بالتعويض نحصل على:

$$(F_2^c)_f = \frac{60}{2\times 120}(1194.22 \pm 28) = 298.55 \pm 7 \text{ N}$$

بالتعويض في علاقة السرعة الزاوية نحصل على:

$$(w_2^2)_f = \frac{1}{(25/9.81)\times 0.112}(298.55 \pm 7) = 1046 \pm 24.5$$

منه حدود مجال السرعة عند $r_2$ ، من:

$$(w_2^2)''_f = 1046 - 24.5 = 1021.5 \text{ rad}^2/\text{sec}^2$$

$$(w_2)''_f = 31.96 \text{ rad/sec} \quad \Rightarrow \quad (n_2)''_f = 305.36 \text{ r.p.m}$$

إلى:

$$(w_2^2)'_f = 1046 + 24.5 = 1070.5 \text{ rad}^2/\text{sec}^2$$

$$(w_2)'_f = 32.72 \text{ rad/sec} \quad \Rightarrow \quad (n_2)'_f = 312.59 \text{ r.p.m}$$

بالتالي تكون حدود مجال السرعة عند $r_2$ ، هي:

$$305 \text{ r.p.m} \quad \Rightarrow \quad 313 \text{ r.p.m}$$

ومعامل عدم الحساسية عنده:

$$m_n = \frac{w' - w''}{w_{av.}} = \frac{2(w' - w'')}{w' + w''} = \frac{2(32.72 - 31.96)}{32.72 + 31.96} = 0.023$$

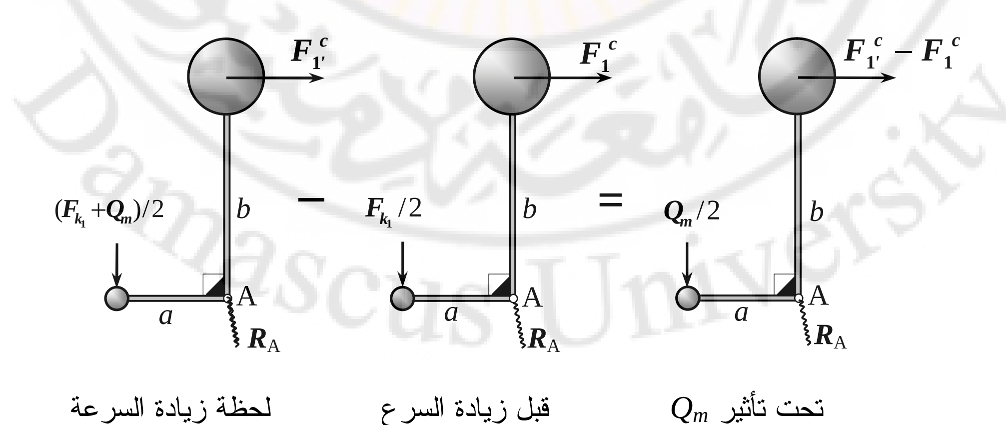
3. يمثل جهد المنظم $Q$ القوة الوسطية التي يؤثر بها المنظم في الجلبة عند تغير مفاجئ في السرعة . من الواضح أن الجهد يساوي الصفر عند سرعة اتزان ثابتة ، لكن عند حدوث تغير مفاجئ في هذه السرعة ، فإن قوة آنية $Q_{\mathrm{m}}$ ستؤثر في الجلبة ؛ وبالتالي تنتقل عبر وسيلة التحكم المستعملة لتنظيم سرعة الآلة . تتناقص هذه القوة الآنية تدريجياً حتى تصبح معدومة عند وصول الجلبة إلى وضع الاتزان الجديد ، ومنه فإن الجهد يعطى بالعلاقة:

$$Q = Q_{\mathrm{m}} / 2$$

يمكن تعيين قيمة القوة الآنية بسهولة استناداً إلى مبدأ الفعـل ورد الفعـل ، حيـث تساوي القوة لازم التأثير بها عند الجلبة لمنعها من الحركة ، نتيجة ازدياد السرعة المفـاجئ الذي حدد في المثال بمقدار 3% من سرعة الاتزان الابتدائية 300 r.p.m .

تصبح مخططات الجسم الحـر للوصـلة المرفقيـة القائمـة عندئـذ ، كمـا فـي (الشكل-5-21) ، حيث ينتج من معادلات العزوم حول A للأوضاع الثلاثة ، أن:

$$(1/2)\, Q_{\mathrm{m}} .\, a = (F_{1'}^{c} - F_{1}^{c})\, b \quad \Rightarrow \quad Q_{\mathrm{m}} = \frac{2b}{a}(F_{1'}^{c} - F_{1}^{c})$$




لحظة زيادة السرعة     قبل زيادة السرع     تحت تأثير $Q_m$

(الشكل-5-21) مخطط الجسم الحر للوصلة القائمة .

حيث:

$$F_{1'}^{c} = M . w_2^2 . r_1 = 266.56 \text{ N}$$

ومنه بالتعويض في علاقة القوة الآنية:

$$Q_m = 61.22 \text{ N}$$

منه جهد المنظم:

$$Q = Q_m / 2 = 30.6 \text{ N}$$

أما قدرة المنظم $E$ فهي العمل الناتج من المنظم خلال انـزلاق الجلبـة الموافـق لازدياد السرعة ؛ أي إن:

$$E = Q . \Delta y_{12}$$

منه:

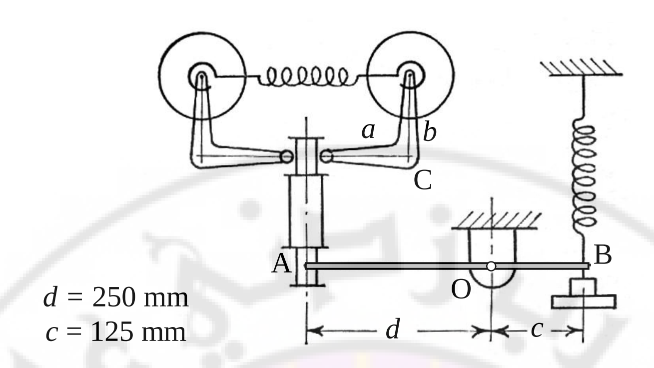
$$E = Q . \Delta y_{21} = 183.6 \text{ N.mm}$$

**مسألة-5-4**

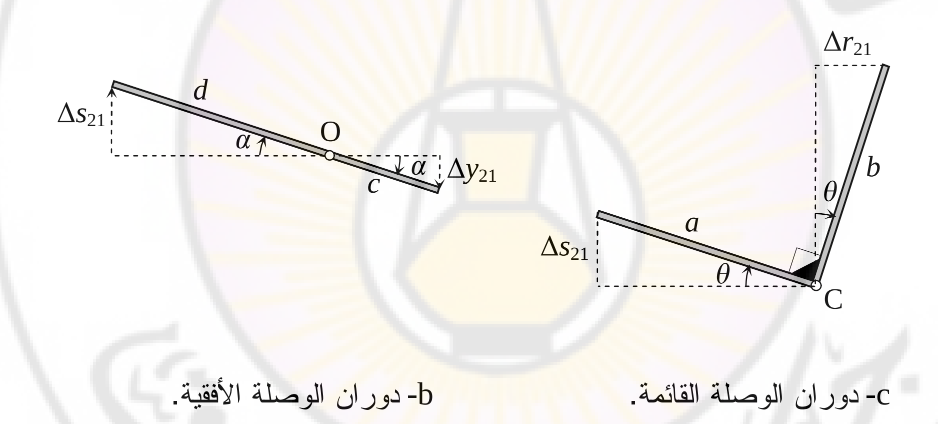
يبين الرسم a في (الشكل-5-22) تخطيطاً لتركيبـة مـنظم ويلسـون – هارتنـل (*Wilson - Hartnell*) ، حيث كتلة كل كرة 2.3 kg ، ومجال سـرعات عمـل المـنظم 240 , 252 r.p.m عند نصفي القطرين الحـديين 125 , 175 mm علـى التتـالي . الوصلة المرفقية الحاملة للكرة قائمة الزاوية ذات ضلعين متساويين ، وعامل الصلابة المكافئ للنابضين الرئيسيين يساوي 800 N/m .

المطلوب بعد إهمال تأثير الوزن ، وقوى الاحتكاك وميل الأذرع الآتي:

1. تعيين عامل صلابة النابض المساعد .
2. حساب جهد المنظم ، وقدرته عند نصف قطر دوران 150 mm ، وازديـاد فـي السرعة بنسبة 1 % من سرعة الاتزان عند هذا الوضع .
3. إذا فرض عدم وجود النابض المساعد ، فما هو عامل الصلابة والطول الحر اللازم لكل من النابضين الرئيسين .




a- تخطيط لتركيبة منظم ويلسون – هارتنل (*Wilson - Hartnell*) .




b- دوران الوصلة الأفقية.

c- دوران الوصلة القائمة.

d- مخطط الجسم الحر للوصلة الأفقية.

e- مخطط الجسم الحرللوصلة القائمة.

(الشكل-5-22)

**الحل**

1. يعين عامل صلابة النابض المساعد من العلاقة الفيزيائية لقوة نابض:

$$F = K_F (\Delta l_{in}^F + y)$$

بالتعويض في الوضعين $(r_1 , n_1)$ ، $(r_2 , n_2)$ على التتالي ، والطرح تنتج علاقة تغير قـوة النابض:

$$\Delta F_{21} = K_F \, . \, \Delta y_{21}$$

منه علاقة عامل صلابة النابض المساعد:

$$K_F = \frac{\Delta F_{21}}{\Delta y_{21}} \qquad (1)$$

حيث $\Delta y_{21}$ تمثل انضغاط النابض المساعد الذي يساوي انتقال الطرف الأيمـن B مـن الوصلة الأفقية AB الذي يحسب من حركة دوران AB حول المسند الثابت O ، المبين في المخطط b في (الشكل-5-22):

$$\sin a = \frac{\Delta y_{21}}{c} = \frac{\Delta s_{21}}{d} \quad \Rightarrow \quad \Delta y_{21} = \frac{c}{d} \Delta s_{21} \qquad (2)$$

حيث $\Delta s_{21}$ تمثل انتقال الطرف الأيسر A من الوصلة الأفقية AB الذي يساوي ازاحة الجلبة ؛ أي انتقال طرف الوصلة القائمة حاملة الكرة المتمفصلة معها ، والذي يحسـب مـن حركة دوران الوصلة القائمة حول C ، المبين في المخطط c في (الشكل-5-22):

$$\sin q = \frac{\Delta s_{21}}{a} = \frac{\Delta r_{21}}{b} \quad \Rightarrow \quad \Delta s_{21} = \frac{a}{b} \Delta r_{21} \qquad (3)$$

بالتعويض نحصل على إزاحة الجلبة:

$$\Delta s_{21} = \frac{a}{b}(r_2 - r_1) = 175 - 125 = 50 \text{ mm}$$

بالتعويض في (2) نحصل على انضغاط النابض المساعد:

$$\Delta y_{21} = \frac{125}{250} 50 = 25 \text{ mm}$$

ويحسب $\Delta F_{21}$ ، تغير قوة مرونة النــابض المســاعد ، مــن علاقــات التــوازن الديناميكي للوصلة الأفقية ، حيث ينتج من معادلة العزوم حول O وفق مخطط الجسم الحر للوصلة الأفقية المبين في d في (الشكل-5-22) ، أن:

$$F\,.\,c = F_s\,.\,d \quad \Rightarrow \quad F = \frac{d}{c}F_s$$

منه علاقة تغير قوة مرونة النابض المساعد:

$$\Delta F_{21} = \frac{d}{c}\Delta F_{s_{21}} \qquad (4)$$

ويحسب $\Delta F_{s_{21}}$ ، تغير القوة المؤثرة في الجلبة ، من علاقات التوازن الــديناميكي للوصلة القائمة ، حيث ينتج من معادلة العزوم حول C وفق مخطط الجسم الحر للوصـــلة المرفقية القائمة المبين في e في (الشكل-5-22) ، أن:

$$\frac{1}{2}F_s\,.\,a = F^c\,.\,b - P\,.\,b \quad \Rightarrow \quad F_s = \frac{2b}{a}(F^c - P)$$

منه علاقة تغير القوة المؤثرة في الجلبة:

$$\Delta F_{s_{21}} = \frac{2b}{a}(\Delta F_{21}^c - \Delta P_{21}) \qquad (5)$$

ويحسب $\Delta P_{21}$ ، تغير قوة مرونة النابض الرئيس ، من تغير العلاقة الفيزيائية لقوة نابض:

$$\Delta P_{21} = K_P\,.\,\Delta x_{21} = K_P(2\Delta r_{21}) \qquad (6)$$

بالتعويض نحصل على:

$$\Delta P_{21} = 2\times 800(0.175 - 0.125) = 80\ \text{N}$$

ويحسب $\Delta F_{21}^c$ ، تغير قوة العطالة النابذة ، من تغير علاقة القوة النابذة لمركز الكرة:

$$\Delta F_{21}^c = F_2^c - F_1^c \qquad (7)$$

حيث:

$$F_2^c = M\,.w_2^2\,.r_2 = 2.3(\frac{2p\times 252}{60})^2\times 0.175 = 280.3\ \text{N}$$

$$F_1^c = M\,.w_1^2\,.r_1 = 2.3(\frac{2p\times 240}{60})^2\times 0.125 = 181.6\ \text{N}$$

بالتعويض في (7) نحصل على تغير قوة العطالة النابذة:

$$\Delta F_{21}^{c} = 98.7 \text{ N}$$

بالتعويض في (5) نحصل على تغير القوة المؤثرة في الجلبة:

$$\Delta F_{s_{21}} = 37.4 \text{ N}$$

بالتعويض في (4) نحصل على تغير قوة مرونة النابض المساعد:

$$\Delta F_{21} = 74.8 \text{ N}$$

بالتعويض في (1) نحصل على عامل صلابة النابض المساعد:

$$K_F \approx 3 \text{ N/mm} = 3000 \text{ N/m}$$

2. لحساب جهد المنظم $Q$ عند ازدياد في السرعة بنسبة % 1 من سرعة الاتزان ، عند الوضع الموافق لنصف قطر دوران ($r_3$ = 150 mm) يقع بين الوضعين الحديين ، يتطلب تحديد سرعة الاتزان عند الوضع الموافق لــ $r_3$ ، وذلك من علاقة قوة العطالة النابذة عند هذا الوضع:

$$F_3^c = M.w_3^2.r_3 \quad \Rightarrow \quad w_3 = \left(\frac{F_3^c}{M.r_3}\right)^{1/2}$$

تحسب $F_3^c$ من علاقتها مع تغيرها مع قوة العطالة النابذة للوضع الحدي الأول المعلوم:

$$\Delta F_{31}^c = F_3^c - F_1^c \quad \Rightarrow \quad F_3^c = \Delta F_{31}^c + F_1^c$$

ويحسب $\Delta F_{31}^c$ تغير القوة النابذة بين وضعين من العلاقة (5):

$$\Delta F_{31}^c = \frac{a}{2b}\Delta F_{s_{31}} + \Delta P_{31}$$

ويحسب $\Delta P_{31}$ تغير قوة مرونة النابض الرئيس من العلاقة (6):

$$\Delta P_{31} = K_P \,.\, \Delta x_{31} = K_P(2\Delta r_{31})$$

بالتعويض نحصل على:

$$\Delta P_{31} = 2\times 800(0.150 - 0.125) = 40 \text{ N}$$

ويحسب $\Delta F_{s_{31}}$ تغير القوة المؤثرة في الجلبة من العلاقة (4):

$$\Delta F_{s_{31}} = \frac{c}{d}\Delta F_{31}$$

ويحسب $\Delta F_{31}$ تغير قوة مرونة النابض المساعد من العلاقة (1):

$$\Delta F_{s_{31}} = \frac{c}{d}K_F.\Delta y_{31}$$

ويحسب $\Delta y_{31}$ انضغاط النابض المساعد من العلاقة (2):

$$\Delta F_{s_{31}} = \frac{c}{d}K_F.\frac{c}{d}\Delta s_{31}$$

ويحسب $\Delta s_{31}$ انتقال الجلبة من العلاقة (3):

$$\Delta F_{s_{31}} = (\frac{c}{d})^2 K_F.\frac{a}{b}(r_3 - r_1)$$

بالتعويض نحصل على تغير القوة المؤثرة في الجلبة:

$$\Delta F_{s_{31}} = (\frac{125}{250})^2 \times 3000 \times (0.150 - 0.125) = 18.75\ \text{N}$$

منه بالتعويض في علاقة $\Delta F_{31}^c$ :

$$\Delta F_{31}^c = \frac{18.75}{2} + 40 = 49.375\ N$$

منه بالتعويض في علاقة $F_3^c$ :

$$F_3^c = \Delta F_{31}^c + F_1^c = 49.375 + 181.6 \cong 231\ \text{N}$$

منه بالتعويض في علاقة $\omega_3$ نحصل على سرعة الاتزان ، وعدد الدورات عند الوضع الموافق لـ $r_3$ :

$$w_3 = \left(\frac{F_3^c}{M.r_3}\right)^{1/2} = \left(\frac{231}{2.3 \times 0.150}\right)^{1/2} = 25.87\ \text{rad/sec} \quad \Rightarrow \quad n_3 \approx 247\ \text{r.p.m}$$

إن جهد المنظم $Q$ يمثل القوة الوسطية للقوة الآنية $Q_m$ التي يؤثر بها المنظم في الجلبة لحظة زيادة السرعة إلى:

$$n_4 = n_3 + 0.01 n_3 = 1.01 n_3 = 249.5 \text{ r.p.m} \quad , \quad w_4 = 26.13 \text{ rad/sec}$$

ويعطى بالعلاقة:

$$Q = Q_m / 2$$

وتحسب القوة الآنية $Q_m$ من علاقات التوازن الديناميكي للوصلة المرفقية القائمة لحظة زيادة السرعة من الوضع المحدد بنصف قطر $r_3$ . تصبح مخططات الجسم الحر للوصلة المرفقية القائمة عندئذ كما في (الشكل-5-23) ، حيث ينتج من معادلات العزوم حول C للأوضاع الثلاث ، أن:

$$(Q_m / 2)\, a = (F_{3'}^c - F_3^c)\, b$$

منه القوة الآنية:

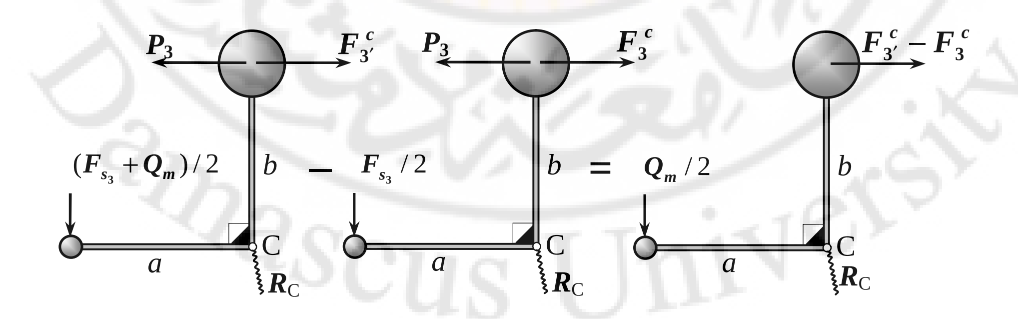
$$Q_m = \frac{2b}{a}(F_{3'}^c - F_3^c) = \frac{2b}{a}[M(w_3')^2 . r_3 - M(w_3)^2 . r_3]$$

بالتعويض بالقيم:

$$Q_m = 2 \times 2.3 \times 0.15[(26.12)^2 - (25.87)^2] \approx 9.3 \text{ N}$$

منه جهد المنظم:

$$Q = 4.65 \text{ N}$$




تحت تأثير $Q_m$. قبل زيادة السرعة. لحظة زيادة السرعة.

(الشكل-5-23) مخطط الجسم الحر للوصلة القائمة .

وتحسب قدرة المنظم $E$ لحظة زيادة السرع من العلاقة:

$$E = Q.\Delta s_{34}$$

ويحسب $\Delta s_{34}$ ، انتقال الجلبة الموافق لازدياد السرعة من العلاقة (3):

$$\Delta s_{34} = \frac{a}{b}\Delta r_{34} = \frac{a}{b}(r_4 - r_3)$$

ويحسب $r_4$ ، نصف قطر الدوران الموافق لـــ ($n_4$ = 249.5 $r.p.m$) من العلاقة (1):

$$\Delta F_{43}^c = \frac{a}{2b}\Delta F_{s_{43}} + \Delta P_{43}$$

أي:

$$F_4^c - F_3^c = \frac{a}{2b}(F_{s_4} - F_{s_3}) + (P_4 - P_3)$$

باستخدام العلاقات (4),(1),(2),(3),(6) ، يمكن كتابة العلاقة الأخيرة بدلالة مجهول واحد $r_4$ :

$$m.w_4^2.r_4 - F_3^c = \frac{1}{8}K_f(r_4 - r_3) + 2K_P(r_4 - r_3)$$

بالتعويض بالقيم:

$$2.3(26.13)^2 r_4 - 230.95 = 0.125\times 3000(r_4 - 0.15) + 2\times 800(r_4 - 0.15)$$

منه نصف قطر الدوران:

$$404.4\ r_4 = 65.3 \quad \Rightarrow \quad r_4 = 0.16147\ \text{m} = 161.47\ \text{mm}$$

وبالتعويض في علاقة $\Delta s_{34}$ انتقال الجلبة:

$$\Delta s_{34} = 161.47 - 150 = 11.47\ \text{mm}$$

وبالتعويض في علاقة $E$ قدرة المنظم:

$$E = 4.65\times 11.47 = 53.33\ \text{N.mm}$$

3. يمكن إيجاد عامل الصلابة $K'_P$ والطول الحر $l'$ للنابض البديل عن النابضين الرئيسين في حالة عدم وجود النابض المساعد $(K_F = 0)$ . من تطبيق العلاقة الفيزيائية لقوة نابض على النابض البديل .

$$P' = K'_P(\Delta l_{\text{in}}^{P'} + x')$$

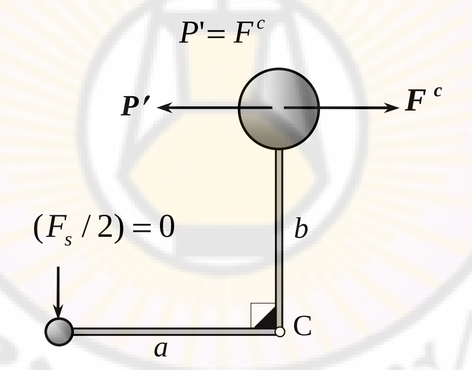
تحسب $P'$ من تطبيق علاقة التوازن الديناميكي على الوصلة القائمة عند وضع عام كما في (الشكل-5-24) ، حيث ينتج من معادلات العزوم حول C ، أن:

$$\frac{1}{2}F_s.a = (F^c - P').b$$

حيث $F_s$ القوة المؤثرة في الجلبة وتساوي استناداً إلى العلاقة (4) ، ومن ثم إلى العلاقة (1):

$$F_s = \frac{c}{d}.F = \frac{c}{d}K_F(\Delta l_{\text{in}}^F + y) = 0$$

منه بالتعويض نحصل على أن:




(الشكل-5-24) مخطط الجسم الحر للوصلة القائمة مع النابض الرئيس البديل .

بالنسبة للوضع الموافق لـــ $(n_1, r_1)$:

$$P'_1 = F_1^c \quad \Rightarrow \quad K'_P(2r_1 - l') = 181.6 \text{ N}$$

بالنسبة للوضع الموافق لـــ $(n_2, r_2)$:

$$P'_2 = F_2^c \quad \Rightarrow \quad K'_P(2r_2 - l') = 280.3 \text{ N}$$

معادلتان بمجهولين هما $K'_P, l'$ ، بحلهما نحصل على:

$$K'_P = 987 \text{ N/m} \quad , \quad l' = 66 \text{ mm}$$

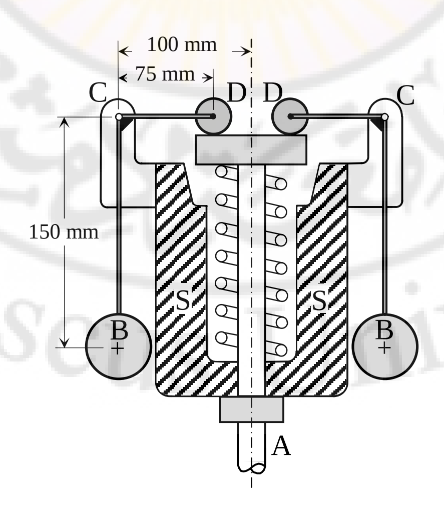
**مسألة-5-5**

يبين (الشكل-5-25) تخطيطاً لتركيبة منظم مشترك التحميل ، محوره A مقيد الحركة في الاتجاه الشاقولي . تتصل كل من كرتيه بوصلة مرفقية قائمة الزاوية BCD ، تتمفصل مع الجلبة عند C ، ومجهزة بدحروجين في D يضغطان على السطح العلوي للمحور ؛ مما يؤدي إلى رفع الجلبة إلى الأعلى ، وانضغاط النابض المحصور بين الجلبة والمحور A .

فإذا كانت كتلة كل من الكرتين ($m = 2.7$ kg) ، كتلة الجلبة ($m_s = 13.5$ kg) وقوة الاحتكاك عند الجلبة ($F_f = 22$ N) ، وقوة انضغاط النابض عندما تكون الجلبة في أخفض وضع لها هي ($P_1 = 475$ N) عند نصف قطر دوران الكرتين ($r_1 = 100$ mm) ، كما هو مبين في (الشكل-5-25) .

المطلوب بإهمال كتلة الوصلتين المرفقيتين والدحروجين المتصلين بهما ، وبالأخذ بالحسبان تأثير كل من وزن الكرتين وميل الأذرع ، إيجاد الآتي:

1. السرعة الزاوية التي تبدأ عندها الجلبة بالحركة نحو الأعلى من أخفض وضع لها .
2. عامل صلابة النابض المستعمل ، إذا كانت زيادة في السرعة قدرها 10% من سرعة الاتزان الأولى تؤدي إلى ارتفاع الجلبة بمقدار 6 mm .
3. جهد المنظم ، وقدرته عند ازدياد مفاجئ في السرعة بين الوضعين المذكورين أعلاه .




(الشكل-5-25) تخطيط لتركيبة منظم مشترك التحميل .

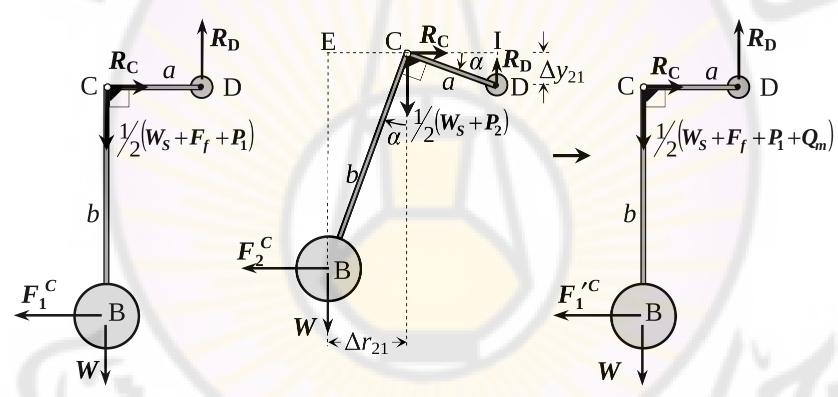
**الحل:**

1. تحسب السرعة الزاوية $\omega_1$ في الموضع الموافق لــ $n_1$ , $r_1$ ، من علاقة قوة العطالة النابذة $F_1^c$ المؤثرة في مركز الكرة:

$$F_1^c = m.w_1^2.r_1 \quad \Rightarrow \quad w_1^2 = \frac{F_1^c}{m.r_1} = \frac{F_1^c}{2.7\times 0.1} = \frac{F_1^c}{0.27}$$

وتحسب قوة العطالة النابذة $F_1^c$ من علاقات التوازن الديناميكي للوصلة القائمة حاملة الكرة لحظة بدء حركة الجلبة نحو الأعلى ، الموضحة في المخطط a في (الشكل-5-26) ، حيث ينتج من معادلة العزم حول D ، أن:

$$F_1^c.b = [W + \frac{1}{2}(W_s + F_f + P_1)].a$$




a- في الموضع $n_1$ , $r_1$. b- في الموضع $n_1$ , $r_1$. c- تأثير $Q_m$.

(الشكل-5-26) مخطط الجسم الحر للوصلة القائمة .

بالتعويض بالقيم نحصل على قيمة القوة النابذة:

$$F_1^c = \frac{75}{150}[2.7\times 9.81 + \frac{1}{2}(13.5\times 9.81 + 22 + 475)] = 170.6 \text{ N}$$

بالتعويض في علاقة السرعة الزاوية:

$$w_1^2 = \frac{170.6}{0.27} = 631.85 \text{ rad}^2/\text{sec}^2$$

منه نحصل على السرعة التي تبدأ عندها الجلبة بالحركة نحو الأعلى:

$$w_1 = 25.14 \text{ rad/sec} \quad \Rightarrow \quad n_1 = 25.14\times 60/2p = 240 \text{ r.p.m}$$

2. يحسب عامل صلابة النابض من العلاقة الفيزيائية لقوة نابض:

$$P = K(\Delta l_{in} + y)$$

منه علاقة تغير قوة النابض:

$$P_2 - P_1 = K(y_2 - y_1)$$

منه علاقة عامل صلابة النابض:

$$K = \frac{P_2 - P_1}{\Delta y_{21}}$$

حيث لدينا:

$$P_1 = 475 \text{ N} \quad , \quad \Delta y_{21} = 6 \text{ mm}$$

وتحسب $P_2$ من علاقة التوازن الديناميكي للوصلة القائمة حاملة الكرة عند الوضع الموافق لـــ $n_2$ , $r_2$ ، الموضحة في المخطط b في (الشكل-5-26) ، حيث ينتج من معادلات العزم حول I ، أن:

$$F_2^c.\text{BE} = W.\text{IE} + \frac{1}{2}(W_s + P_2).\text{IC}$$

حيث نعلم أنه عند هذا الوضع ، تكون القوة النابذة:

$$F_2^c = m.w_2^2.r_2$$

والسرعة الزاوية:

$$n_2 = n_1 + 0.1n_1 = 1.1n_1 = 264 \text{ r.p.m} \quad \Rightarrow \quad w_2 = 1.1w_1 = 27.64 \text{ rad/sec}$$

ونصف قطر دوران:

$$r_2 = r_1 + \Delta r_{21} = r_1 + \text{EC}$$

ومن المخطط b في (الشكل-5-26):

$$\sin a = \frac{\Delta r_{21}}{b} = \frac{\Delta y_{21}}{a} \quad \Rightarrow \quad \Delta r_{21} = \frac{b}{a}\Delta y_{21} = \frac{150}{75} \times 6 = 12 \text{ mm}$$

منه:

$$r_2 = 100 + 12 = 112 \text{ mm}$$

بالتعويض في علاقة $F_2^c$ :

$$F_2^c = 2.7(27.64)^2 \times 0.112 = 231 \text{ N}$$

وتحسب الأطوال من المخطط b في (الشكل-5-26):

$$BE = (\overline{CB}^2 - \overline{EC}^2)^{1/2} = [(150)^2 - (12)^2]^{1/2} = 149.52 \text{ mm}$$

$$IC = (\overline{CD}^2 - \overline{ID}^2)^{1/2} = [(75)^2 - (6)^2]^{1/2} = 74.76 \text{ mm}$$

$$IE = EC + IC = 12 + 74.76 = 86.76 \text{ mm}$$

بالتعويض في علاقة العزم:

$$231 \times 149.52 = 2.7 \times 9.81 \times 86.76 + \frac{1}{2}(13.5 \times 9.81 + P_2) \times 74.76 \Rightarrow P_2 = 730 \text{ N}$$

بالتعويض في علاقة عامل صلابة النابض:

$$K = (730 - 475)/6 = 42.5 \text{ N/mm} = 42.5 \text{ kN/m}$$

3. يحدد جهد المنظم $Q$ من العلاقة:

$$Q = Q_m / 2$$

وتحسب القوة الآنية $Q_m$ من دراسة التوازن الديناميكي للوصلة القائمة لحظة زيادة السرعة من الوضع المحدد بنصف قطر $r_1$ ، حيث ينتج من معادلة العزوم حول D وفق مخطط الجسم الحر للوصلة المرفقية القائمة المبين في المخطط c من (الشكل-5-26) ، أن:

$$F_{1'}^c . b = [W + \frac{1}{2}(W_s + F_f + P_1 + Q_m)].a \Rightarrow Q_m = \frac{2b}{a}F_{1'}^c - 2W - (W_s + F_f + P_1)$$

حيث:

$$F_{1'}^c = m.w_2^2.r_1 = 2.7(27.64)^2.0.1 = 206.27 \text{ N}$$

بالتعويض في علاقة القوة الآنية:

$$Q_m = \frac{2 \times 150}{75}206.27 - 2 \times 2.7 \times 9.81 - (13.5 \times 9.81 + 22 + 475) = 142.66 \text{ N}$$

كما يمكن الحصول على $Q_m$ من طرح علاقتي العزم لكل من الرسمين a و c من (الشكل-5-26):

$$Q_m = \frac{2b}{a}(F_{1'}^c - F_1^c) = 142.66 \text{ N}$$

منه جهد المنظم:

$$Q = 142.66/2 = 71.33 \text{ N}$$

أما قدرة المنظم $E$ ، فتعطى بالعلاقة:

$$E = Q.\Delta y_{21} = 71.33 \times 6 = 428 \text{ N.mm}$$

يلاحظ من التحليل السابق لمنظمات تعمل بالطرد المركزي ، أن القوة النابذة هي في الواقع قوة العطالة الناتجة من المركبة الناظمية لتسارع الكرة على أساس أن تحليل القوى يتم عند سرعة اتزان معينة . سنبين في المثال التالي تأثير التسارع الزاوي الـذي يـؤدي دوراً مهماً في أداء المنظمات المرفقية العطالية .

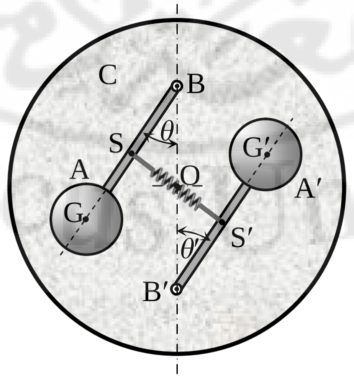
**مسألة-5-6**

يبين (الشكل-5-27) تخطيطاً لتركيبة منظم مرفقي مركّب علـى عمـود الـدوران مباشرة ، بوساطة الصفيحة C التي تدور حول مركزها المنطبق على محور الدوران O . يتمفصل الذراعان A , A′ مع هذه الصفيحة عند B , B′ على التتالي ، حيث البعد بينهما 60 mm . تثبت إلى كل من الذراعين كرة بحيث إن كتلة كل ذراع مع كرته هي: 225 g ، والنقطتان G , G′ تمثلان مركز ثقل A , A′ على التتالي . يتم تحميل المنظم بنابض شدّ يصل بين S , S′ ، وتؤمن وسيلة تحكم - غير مبينة في الشكل - تساوي الزاويتين $\theta , \theta'$ دوماً .

فإذا كان عامل صلابة النابض 700 N/m ، المطلوب:

1. تعيين قوة الشد اللازمة لتكـون الزاويتـان $(\theta = \theta' = 30^o)$ عنـد سـرعة دوران 300 r.p.m .
2. إذا تسارع المنظم ، عند دورانه باتجاه عكس دوران عقارب الساعة ، بتسارع زاوي $(\varepsilon_2 = 50 \;\; rad/sec^2)$ ، فما هي قيمة سرعة الدوران التي تكون عنـدها الزاويتـان $(\theta = \theta' = 45^o)$ ، وذلك بإهمال عزم عطالة الأجزاء المتحركة وكتلة النابض .

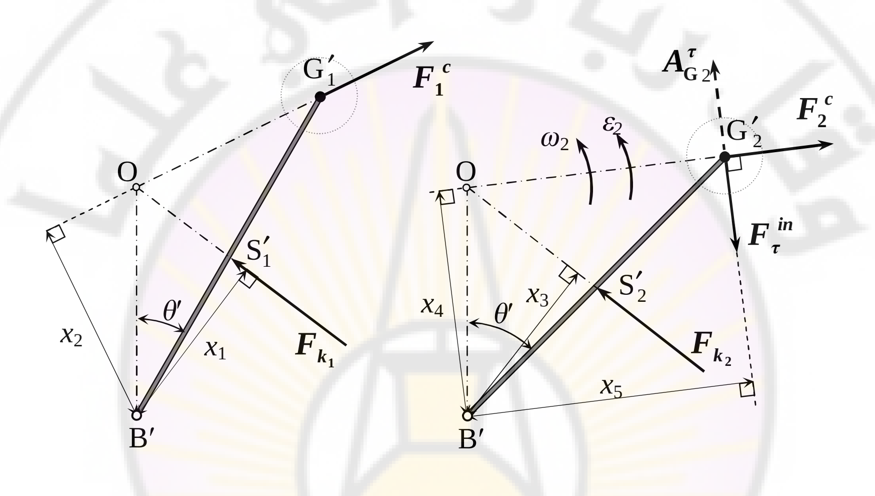
علماً أن: BS = B′S′ = 24 mm , BG = B′G′ = 48 mm




(الشكل-5-27) تخطيط لتركيبة منظم مرفقي .

**الحل:**

1. يبين مخطط الجسم الحر في a في (الشكل-5-28) ، القوة النابذة $F_1^c$ المؤثرة في مركز ثقل الذراع B′G′ ، وقوة شد النابض $F_{k_1}$ المؤثرة في النقطة $S_1'$ . لقد تم رسم الأطوال البعدية لهذا المخطط عند زاوية ($\theta' = 30^o$) ، بمقياس 1 / 1 لتسهيل حساب الأبعاد اللازمة للحل مباشرة بالقياس دون الحاجة إلى تعيينها باستعمال العلاقات المثلثية .




a- عند الموضع ($\theta' = 30^o$).   b- عند الموضع ($\theta' = 45^o$).

(الشكل-5-28) مخطط الجسم الحر للذراع B′G′ .

إن قيمة القوة النابذة هي:

$$F_1^c = M.w_1^2.r_1$$

حيث:

$r_1$ تمثل نصف قطر دوران G′ حول O ، وبالقياس ($r_1 = OG'_1 = 27$ mm) .

$M$ تمثل كتلة الذراع مع كرته ، وتساوي ($M = 225$ g $= 0.225$ kg) .

$\omega_1$ تمثل السرعة الزاوية للدوران عند الوضع الزاوي ($\theta = 30^o$) ، وتساوي إلى:

$$w_1 = \frac{2p \times 300}{60} = 31.4 \text{ rad/sec}$$

ومنه:

$$F_1^c = 6 \text{ N}$$

ينتج من معادلة العزوم حول $B'$ ، أن قوة الشد في النابض ، هي:

$$F_1^c . x_2 = F_{k_1} . x_1 \qquad \Rightarrow \qquad F_{k_1} = 7 \text{ N}$$

حيث يمكن قياس الأبعاد $x_2 , x_1$ مباشرة من الرسم a في (الشكل-5-28):

$$x_2 = 27 \text{ mm} \qquad , \qquad x_1 = 23 \text{ mm}$$

2. يبين مخطط الجسم الحر في b في (الشكل-5-28) ، القوى المؤثرة في الذراع $B'G'$ عند تسارع المنظم بتسارع زاوي $\varepsilon_2$ حيث ($\theta' = 45^o$) . تنتج من ذلك قوة العطالة المماسية $\boldsymbol{F_\tau^{in}}$ تؤثر في $G'_2$ عكس اتجاه التسارع المماسي $\boldsymbol{A_{G_2}^\tau}$ لمركز الكتل $G'_2$ ، بينما تصبح قوة العطالة الناظمية $\boldsymbol{F_n^{in}}$ والتي تمثل قوة العطالة النابذة $\boldsymbol{F_2^c}$ ، هي عكس اتجاه التسارع الناظمي $\boldsymbol{A_{G_2}^n}$ لمركز الكتل $G'_2$ ، أما قوة شد النابض $\boldsymbol{F_{k_2}}$ ، فتؤثر في $S'_2$ .

إن قيمة قوة العطالة النابذة في هذه الحالة هي بدلالة السرعة $\omega_2$ ، المطلوب حسابها:

$$F_2^c = M . w_2^2 . r_2 = 0.225 \times 0.034 w_2^2 = 0.00765 w_2^2 \text{ N}$$

حيث $r_2$ تمثل نصف قطر دوران $G'_2$ حول O ، وبالقياس ($r_2 = OG'_2 = 34$ mm).

أما التسارع المماسي لمركز الكتل $G'_2$ :

$$A_{G_2}^t = e_2 . r_2 = 50 \times 0.034 = 1.7 \text{ m/sec}^2$$

ومنه قوة العطالة المماسية:

$$F_t^{in} = M . A_{G_2}^t = 0.225 \times 1.7 = 0.383 \text{ N}$$

وتحسب قوة شد النابض في هذه الحالة بدلالة الزيادة في طول النابض ، حيث:

$$F_{k_2} = F_{k_1} + K(2\Delta l) = F_{k_1} + K[2(OS'_2 - OS'_1)]$$

لأن النابض يستطيل من كلا طرفيه $S , S'$ بالمسافة نفسها ؛ وبالتالي فإن استطالته الكلية هي ضعف هذه المسافة ، ومنه بقياس الطول ($OS'_1 = 15.4$ mm) من المخطط a في (الشكل-5-28) ، وقياس الطول ($OS'_2 = 21.8$ mm) من المخطط b في (الشكل-5-28) ، فإن:

$$F_{k_2} = F_{k_1} + K(2\Delta l) = 7 + 700\,[2(0.0218 - 0.0154)] = 16 \text{ N}$$

ينتج من معادلة العزوم حول $B'$ من المخطط b في (الشكل-5-28) ، أن:

$$F_2^c . x_4 = F_{k_2} . x_3 + F_t^{in} . x_5 \quad \Rightarrow \quad F_2^c = 12.12 \text{ N}$$

بعد قياس:

$$x_5 = 39 \text{ mm} \quad , \quad x_4 = 29.8 \text{ mm} \quad , \quad x_3 = 23.5 \text{ mm}$$

بالتعويض في علاقة $F_2^c$ ، ينتج أن:

$$w_2^2 = 1584.3 \text{ rad}^2/\text{sec}^2 \quad \Rightarrow \quad w_2 = 39.8 \text{ rad/sec}$$

وبالتالي فإن الزاوية ($\theta' = 45^o$) تحدث عند سرعة دوران:

$$n_2 = 60 w_2 / 2p = 380 \text{ r.p.m}$$

### 5-7- توزيع الكتل *Distribution of Mass*

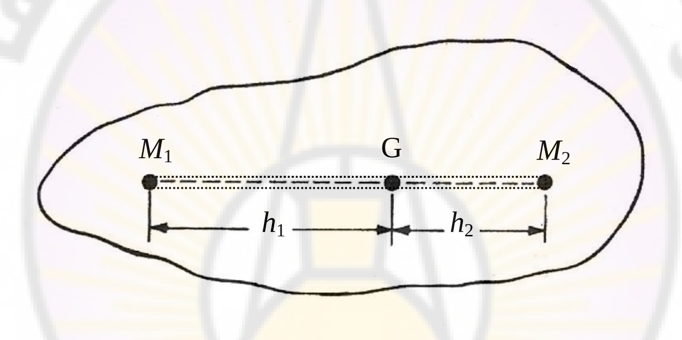
تبين لنا من دراسة تحريك جسم صلب تحت تـأثير جملـة قـوى خارجيـة ، أن تسارعاته الخطية ، والزاوية الناتجة تعتمد على توزيع الكتل فيه ، وعلى كتلته الكلية ، علاوة على القوى المؤثرة فيه ، لذا لا بد من تحديد G موقع مركز كتل هذا الجسم ؛ وبخاصة عند تعيين قوى العطالة المؤثرة فيه ، ويمكن التأكد على أن موضع مركز كتل الجسـم الصـلب بواسطة توزيع الكتل يؤدي إلى أن G هي أيضاً مركز ثقل الجسم . وبما أن موضع مركز الكتل لا يحدد توزيع كتل الآلية تحديداً كاملاً ، وأن معادلة العزم حول محور عمودي علـى مستوى الحركة ، تحتوي على تكامل يعتمد على توزيع الكتلة نسبة إلـى محـور العـزم ، ويحصل هذا التكامل كلما كان للجسم الصلب تسارع زاوٍ حول محور دورانه . يدعى مقـدار التكامل هذا بعزم العطالة للكتلة حول محور الذي يعبر تماماً عن ميزة لتوزيع الكتـل ؛ لـذا لدراسة تحريك جسم صلب تحت تأثير جملة قوى خارجية لا بد من تحديد:

1. كتلة الجسم .
2. موقع مركز كتل الجسم .
3. عزم عطالة كتلة الجسم .

## 5-7-1- الجُمل المكافئة ديناميكياً *Equivalent Dynamical Systems*

يمكن أحياناً تبسيط التحليل الديناميكي لجسم صلب أو وصلة ، من خـــلال تمثيلهـــا بجملة من الكتل النقطية المتصلة فيما بينها اتصالاً صلباً ، تتحرك بتسارعات الجسم نفسها أو الوصلة عند التأثير فيها بالقوى نفسها . تسمى هذه الجملة بجملة مكافئة ديناميكياً .

رغم أنه لا يوجد ما يحد من عدد كتل هذه الجملة ، إلا أن أبسط أشكالها هو تكوينها من كتلتين بينهما قضيب صلب مهمل الوزن والكتلة . يبين (الشكل-5-29) جسماً صلباً كتلته $M$ وعزم عطالته $I_G$ حول محور مار من مركز كتلته G وعمودي على مستوي الحركة .




(الشكل-5-29) تمثيل جسم صلب بكتلتين بينهما قضيب صلب مهمل الوزن .

يمكن عدّ هذا الجسم مؤلفاً من جسيمين ؛ أي من نقطتين ماديتين كتلتهما: $M_1$ , $M_2$ بينهما وصلة صلبة مهملة الوزن والكتلة ، كما في الشكل . تكافئ جملة الكتلتـــين ديناميكيـــاً الجسم الصلب إذا تحققت المعادلات الآتية:

$$M = M_1 + M_2 \qquad (16\text{-}5)$$

$$M_1 . h_1 = M_2 . h_2 \qquad (17\text{-}5)$$

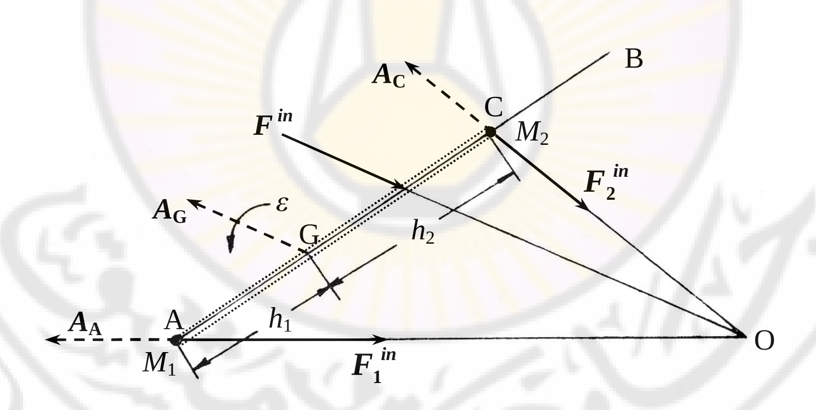
$$I_G = M_1 . h_1^2 + M_2 . h_2^2 \qquad (18\text{-}5)$$

يتم البرهان على هذه العلاقات بالرجوع الى تعريف المجموعة المكافئة ديناميكـــاً ، وقوانين التحريك الأساسية التي تحدد محصلة كل من القوى والعزوم ، حيث:

$$F = M . A_G \qquad , \qquad T_G = I_G . e$$

فلكي يكون تسارع مركز الثقل $A_G$ الناتج من تأثير محصلة القوى الخارجية نفسها ، واحداً لكل من الجسم والجملة المكافئة ، فإنه يجب أن تتحقق المعادلة (5-16) لتتساوى كتلة الجسم مع مجموع كتل الجملة المكافئة ، كما أنه يجب أن تتحقق المعادلة (5-17) ؛ ليكون موقع مركز الثقل ثابتاً ، ويتحقق شرط تساوي التسارع الزاوي $\varepsilon$ لكل من الجسم والجملة المكافئة من المعادلة (5-18) عند التأثير في كل منهما بالعزم المحصل نفسه ؛ أي: إن عزم عطالة الجسم يجب أن يساوي مجموع عزوم عطالة كتل الجملة حول مركز الكتل G . نلاحظ من هذه المعادلات أنها تحتوي على أربع قيم مجهولة $M_2 , M_1 , h_2 , h_1$ ؛ لذا يجب فرض قيمة إحداها قبل تطبيق هذه المعادلات في تعيين بقية القيم .

يجد مفهوم الجمل المكافئة ديناميكياً تطبيقات كثيرة في مجال دراسة موازنة الآلات تحت تأثير قوى الارتجاج ، وغيرها من القوى المشوشة ؛ وبخاصة تبسيط التحليل الديناميكي لوصلات تركيبية ما . يمكن توضيح ذلك من خلال تعيين قوة العطالة من حركة الوصلة AB التي مركز كتلتها G ، وكتلتها $M$ ، وعزم عطالتها $I_G$ ، كما في (الشكل-5-30) .




(الشكل-5-30) تعيين قوة العطالة من حركة وصلة .

إذا فرض أن الجملة المكافئة لهذه الوصلة تتألف من كتلتين تقع إحداهما $M_1$ في النقطة A ، فإن البعد $h_1$ يكون قد حدد ، وأصبح معلوماً . يمكن عندئذ تعيين قيمة كل من $M_2 , M_1 , h_2$ من المعادلات (5-16),(5-17),(5-18) بمعلومية كتلة ، وعزم عطالة الوصلة ، وتكون النقطة C على بعد $h_2$ من مركز الكتل هي موضع الكتلة الثانية $M_2$ من الجملة المكافئة ديناميكياً للوصلة .

تحدد تسارعات النقاط A , G , C من مخطط تسارع الوصلة ، ولتكن اتجاهاتها كما في (الشكل-5-30) . إن خط عمل قوة العطالة $F_1^{in}$ المؤثرة في الكتلة $M_1$ من الجملة المكافئة ينطبق على منحى تسارع النقطة A ، أما خط عمل قوة العطالة $F_2^{in}$ المؤثرة في الكتلة $M_2$ ، فإنه ينطبق على منحى تسارع النقطة C ، يتلاقى هذان الخطان في النقطة O . إن قوة العطالة الكلية $F^{in}$ المؤثرة في الجملة المكافئة ؛ وبالتالي على الوصلة AB هي محصلة القوتين $F_2^{in}, F_1^{in}$ ، فإن خط عملها إذن يمر من النقطة O استناداً إلى نظرية تلاقي ثلاث قوى متوازنة واقعة في مستوٍ واحد في نقطة واحدة ، وفي الوقت نفسه يوازي منحى تسارع مركز الكتل . إن اتجاه قوة العطالة $F^{in}$ هو بعكس اتجاه التسارع $A_G$ ، وقيمتها تساوي $M . A_G$ .

نلاحظ من ذلك سهولة تحديد قوة العطالة المؤثرة في الوصلة تخطيطياً بدون الحاجة لحساب $F_2^{in}, F_1^{in}$ وغيرها من القيم ، بخلاف قيمة تسارع مركز الكتل ، واتجاهه ، وقيمة البعد $h_2$ . يمكن الاستغناء عن حل المعادلات الثلاث باستخدام مفهوم نصف قطر العطالة $\rho_G$ في التعبير عن عزم عطالة جسم صلب بالشكل العام:

$$I_G = M.\ r_G^2 \qquad (19\text{-}5)$$

وبالتعويض من قيمة عزم عطالة $I_G$ في المعادلة (5-18) ، وحل المعادلات (5-16) , (5-17) , (5-18) ، ينتج الشرط الأساسي في توضيع كتلتي الجمل المكافئة بدلالة نصف قطر عطالة الوصلة أو الجسم الصلب:

$$r_G^2 = h_1.\ h_2 \qquad (20\text{-}5)$$

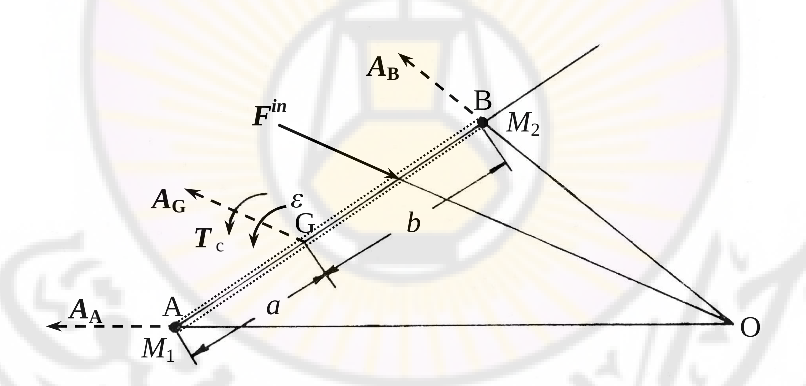
وبالتالي فإنه يكفي ، بعد اختيار موضع الكتلة $M_1$ ، وتحديد $h_1$ ، تطبيق المعادلة (5-20) لتعيين موضع الكتلة $M_2$ ، ومن ثم استكمال الحل لتعيين قوة عطالة الوصلة تخطيطياً بشكل مباشر ، من دون الحاجة لتعيين قيم $M_2 , M_1$ ؛ مما يبسط التحليل إلى أقصى الحدود ؛ بخاصة عند تحليل تركيبة ذات وصلات كثيرة .

قد يفضل في الكثير من التطبيقات العملية اختيار موضع كل مـــن $M_2 , M_1$ فـــي نقطتين محددتين A , B ، كما في (الشكل-5-31) ؛ وذلك بغية تسهيل الدراسة مـــن حيـــث موازنة الكتل ، وكذلك التحليل اللاحق لتعيين قوى العطالة في تركيبـــة . ينـــتج مـــن ذلـــك - بشكل عام - عدم تحقيق شروط التكـــافؤ الـــديناميكي التـــام ، حيـــث تنطبـــق المعادلتـــان (5-16) , (5-17) في تحديد كل من $M_2$ , $M_1$ ، بينما لا يمكن تحقيق المعادلـــة (5-18) ؛ إذ إن:

$$r_G^2 \neq a.b$$

مما يؤدي إلى عدم تساوي عزم عطالة الوصلة $(M.\ r_G^2)$ مع عزم عطالة جملـــة الكتلتـــين $(M\ .\ a\ .\ b)$ ، وضرورة تطبيق عزم تصحيح $T_c$ ؛ لتصبح هذه الجملة مكافئـــة ديناميكيـــاً للوصلة ، حيث:

$$T_c = M(a\,.\,b - r_G^2).\,e$$




(الشكل-5-31) اختيار موضع كل من الكتلتين $M_2 , M_1$ في نقطتين محددتين A , B .

يحدد اتجاه عزم التصحيح من قيمة الجداء $(a\ .\ b)$ بالنسبة إلى $r_G^2$ ، إذ يكون باتجاه $\varepsilon$ في حالة $(a.b > r_G^2)$ وبعكس هذا الاتجاه في حالة $(a.b < r_G^2)$ .

## 5-7-2- مركز كتل جسم صلب    *Center of Mass of a Rigid Body*

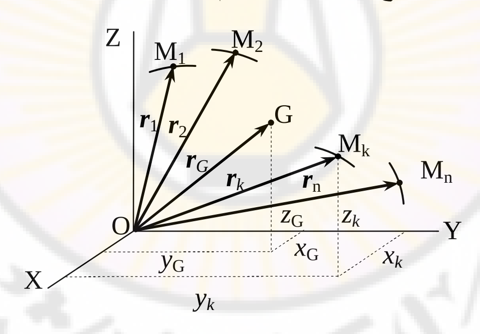
يلاحظ من دراسة تحريك جسم صلب ضرورة تحديد موقع مركز كتل هذا الجسم ؛ وبخاصة عند تعيين قوى العطالة المؤثرة فيه . يعرف مركز كتل جسم بأنه النقطة التي تؤثر فيها محصلة قوى الجاذبية - أي الوزن - دون اعتبار لموقع هذا الجسم في الفــراغ ، ويعــدّ خاصة أساسية من الخواص الفيزيائية للجسم .

تعتمد حركة الجسم الصلب على كتلته الكلية ، وعلى توزيع الكتل فيه علاوة على القوى المؤثرة ، وإن كتلة الجسم $M$ تساوي المجموع الحسابي لكتل كل النقاط ، أو الجسيمات المكونة لها $\Sigma m_k$ ، أي $(M = \Sigma m_k)$ .

ومركز الكتل لجسم صلب ، أو مركز العطالة لجملة جسيماته المبين في (الشكل-5-32) ، هو تلك النقطة G من الجملة المعينة بالمتجه الموضعي $\boldsymbol{r}_G$ وفق العلاقة:

$$\boldsymbol{r}_G = \frac{\sum m_k.\boldsymbol{r}_k}{M} \tag{5-21}$$

حيث تمثل $\boldsymbol{r}_k$ متجهات مواضع جسيمات الجسم .




(الشكل-5-32) تحديد مركز كتل جسم .

وتتحدد إحداثيات مركز الكتل بإسقاط العلاقة على جملة محاور ديكارتية:

$$x_G = \frac{\sum m_k.x_k}{M} \quad ، \quad y_G = \frac{\sum m_k.y_k}{M} \quad ، \quad z_G = \frac{\sum m_k.z_k}{M} \tag{5-22}$$

حيث: $m_k$ تمثل كتلة جسيم ما من الجملة ، أي نقطة مادية منه.

$M$ تمثل الكتلة الكلية للجملة .

$x_k , y_k , z_k$ تمثل إحداثيات النقطة المادية بالنسبة لمحاور الإحداثيات .

$x_G , y_G , z_G$ تمثل إحداثيات مركز كتل الجملة بالنسبة للمحاور نفسها .

في مجال الجاذبية المتجانس تكون ($g$ = const.) ، ومن علاقة الوزن لجملة مادية ($W = m.g$) حيث يتناسب وزن أي جسيم من جسيمات الجسم مع كتلته ؛ لذا يمكن الحكم على موضع مركز الثقل بواسطة توزيع الكتل ؛ مما ينتج أن G هي أيضاً مركز ثقل الجملة.

على الرغم أن موضع مركز الكتل ينطبق على مركز ثقل الجسم الموجود في مجال الجاذبية الأرضية المتجانس ، إلا أن هذين المفهومين لا يُعدّان متطابقين ، فمفهوم مركز الثقل كنقطة يمر من خلالها خط عمل محصلة قوى الجاذبية الأرضية ، يكون له في واقع الحال معنى للجسم الصلب فقط الموجود في مجال الجاذبية الأرضية المتجانس .

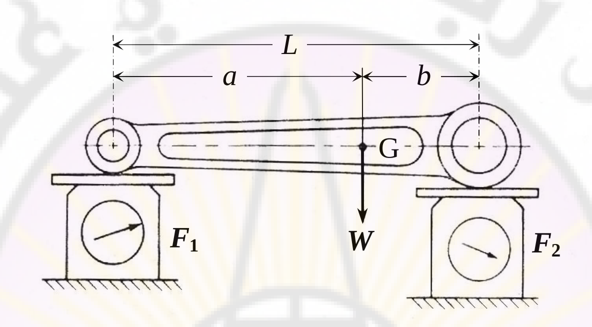
أما مفهوم مركز الكتل كمميزة لتوزيع الكتل في الجسم ، فيكون ذا معنى لأية مجموعة من الجسيمات والأجسام المادية ؛ بالإضافة إلى أن هذا المفهوم يحتفظ بمعناه ، سواء وقعت هذه المجموعة تحت تأثير قوى أم لم تقع ، ولكي نتجنب أي اختلاط بينهما ، فإننا سندعو G بمركز الكتلة (*Center of Mass*) عندما ندرس ، ونناقش الخواص المرتبطة بكتلة الجسم ، وبمركز الثقل (*Center of Gravity*) عندما ندرس ، ونناقش الخواص المرتبطة بوزن الجسم .

تعطي المراجع الهندسية المعادلات اللازمة لتعيين مركز ثقل بعض الأجسام ذات الأشكال الهندسية المنتظمة . أما بالنسبة للأجسام أو الوصلات التي تحتوي على محوري تناظر في مستوي الحركة ، فإن مركز الثقل يحدد مباشرة كنقطة تقاطع هذين المحورين ، مثال ذلك: المسننات ، والبكرات ، والأسطوانات ، وغيرها . يصادف في الكثير من الآلات وجود وصلات ذات أشكال غير منتظمة أو معقدة ، بحيث يبدو من الصعب جداً تعيين مركز الثقل بالتحليل الرياضي . يمكن عندئذ اللجوء إلى الطرائق التجريبية التي تعتمد في أساسها على المفهوم الفيزيائي لمركز الثقل .

إن أبسط هذه الطرائق هي طريقة تعليق الوصلة من إحدى نقاطها بحيث يمكنها الدوران بطلاقة ، ورسم خط شاقولي يمر من نقطة التعليق . ومن ثم تعليقها من نقطة اخرى ، ورسم خط شاقولي آخر يمر من هذه النقطة . إن نقطة تقاطع هذين الخطين هي مركز كتل الوصلة ، وقد يحدث أحياناً أن يقع مركز الكتل خارج الكتلة الفيزيائية للوصلة .

هنالك طريقة تجريبية أخرى لتعيين موقع مركز ثقل وصلة ، يفضل استخدامها عند وجود محور تناظر للوصلة ، أو كون شكلها الهندسي بحيث يبدو من الصعب تطبيق طريقة التعليق .

يبين (الشكل-5-33) مبدأ تطبيق هذه الطريقة حيث توضع الوصلة بشكل ترتكز عند نهايتها على ميزانين . إن الوزن الكلي للوصلة هو $W$ ويؤثر في مركز الثقل G .




(الشكل-5-33) تحديد مركز ثقل وصلة لا تحوي محور تناظر .

إن قراءة كل من الميزانين تعطي قيمة ردي الفعل $F_2$ , $F_1$ ، حيث يساوي مجموعهما وزن الوصلة . من معادلة العزوم حول النهاية اليسرى ينتج:

$$W.\,a = F_2.\,L \quad \Rightarrow \quad a = F_2.L/(F_2 + F_1)$$

**5-7-3- عزم عطالة جسم صلب**

***Mass Moment of Inertia of a Rigid Body***

لا يمكن تعيين قوى العطالة في وصلة دون معرفة عزم عطالة هذه الوصلة $I_G$ حول محور مار من مركز كتلتها G ، لذا فإنه من الضروري تعيين قيمة عزم العطالة هذا الذي يعرف بالمعادلة:

$$I_G = \Sigma m_k .\, r_{kG}^2 \qquad (5\text{-}23)$$

حيث:

$m_k$ تمثل كتلة جسيم ما من الوصلة أي كتلة نقطة مادية منه .

$r_{kG}$ تمثل بعد هذا الجسيم عن مركز الكتل .

يمكن إيجاد عزم العطالة $I_O$ حول محور مار من نقطة ما O موازياً للمحــور المار من مركز الكتل ، استناداً إلى نظرية المحاور المتوازية ؛ أي نظرية كريستيان هيوجنس (*Christian Huygens*) ، بتطبيق المعادلة:

$$I_O = I_G + M.d^2 \tag{24-5}$$

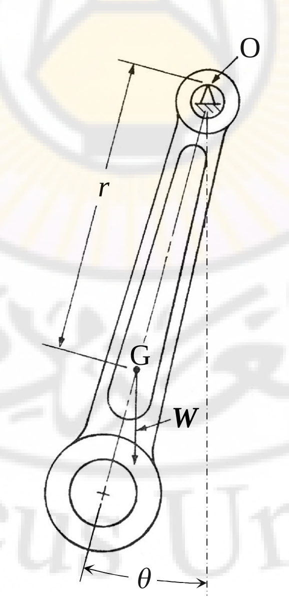
حيث:

$M$ تمثل الكتلة الكلية للوصلة .

$d$ تمثل البعد بين المحورين .

نلاحظ أن التطبيق الرياضي للمعادلة (5-23) محدود بـــبعض الأشــكال الهندســية المنتظمة والبسيطة ؛ لذا فمن الضروري أحياناً اللجوء إلى طرائق تجريبية لتحديد عزم عطالة الوصلات . سنوضح فيما يلي طريقتين حيث يعتمد مبدأ تطبيقهما على نظرية النواس المركب .

تعلق الوصلة في الحالة الأولى بحيث تكون حرة الاهتزاز حول نقطة ارتكاز O على بعد $r$ من مركز ثقلها G ، كما في (الشكل-5-34) . يفضل أن يكون مسند الارتكاز بشكل حد سكين مدبب ؛ مما يجعل الاحتكاك عنده صغيراً جداً بحيث يمكن إهماله .




(الشكل-5-34) تحديد عزم عطالة تجريبياً لجسم صلب منتظم هندسياً .

إذا أزيحت الوصلة زاوية $\theta$ من وضع الاتزان ، وتركت لتهتز اهتزازاً حراً حول O تحت تأثير وزنها $W$ فقط ، فإن العزم المرجع المؤثر فيها يعطى بالعلاقة:

$$-W.r.\sin\theta = I_O.\varepsilon = I_O.\ddot{\theta} \qquad (25\text{-}5)$$

حيث تبين الإشارة السالبة أن هذا العزم يؤثر بعكس اتجاه تزايد الزاوية $\theta$ ، يمكن في حال إزاحة الوصلة بزاوية صغيرة بتقريب $\sin\theta$ إلى قيمة $\theta$ المقدرة بالراديان ؛ إذ إن الخطأ النسبي الحاصل عند كون الزاوية $25^o$ لا يتجاوز $3\%$ ، ويعد معدوماً في حال كون قيمة هذه الزاوية أقل من $10^o$ . تصبح المعادلة (25-5) عندئذ على الشكل الآتي:

$$I_O.\ddot{\theta} + W.r.\theta = 0$$

هذه معادلة تفاضلية خطية من الرتبة الثانية لحركة توافقية بسيطة ، تـؤدي نوسـة كاملة خلال زمن $\tau$ يسمى بـ دور الاهتزاز ، حيث:

$$\tau = 2\pi\sqrt{I_O / W.r} \qquad (26\text{-}5)$$

ينتج من ذلك أن:

$$I_O = W.r\,(\tau / 2\pi)^2 \qquad (27\text{-}5)$$

يمكن تعيين عزم عطالة هذه الوصلة $I_G$ حول محور مار مـن مركـز ثقلهـا ، بالرجوع إلى المعادلة (24-5) ، حيث:

$$I_G = I_O - \frac{W}{g}.r^2$$

أي أن:

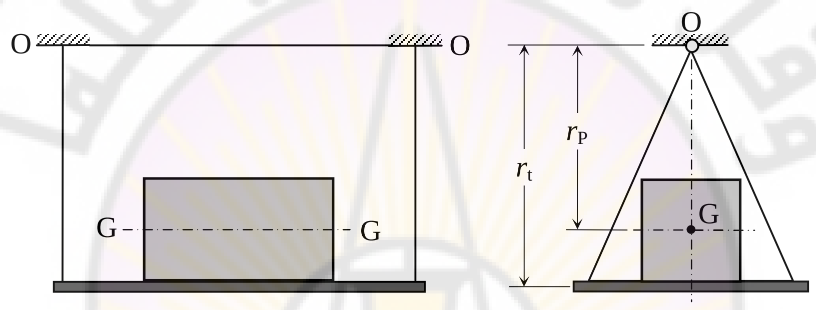
$$I_G = W.r\,[(\tau / 2\pi)^2 - (r / g)] \qquad (28\text{-}5)$$

ومنه فإنه يكفي تجريبياً حساب دور الاهتزاز بعد تحديد زمن عدد ما من النوسات ، وبمعلومية وزن الوصلة $W$ ، وبعد محور الاهتزاز عن مركـز ثقلهـا $r$ ، وقيمـة ثابـت الجاذبية الأرضية $g$ ، تعيين عزم العطالة $I_G$ من المعادلة (28-5) .

نلاحظ من ذلك أن دقة تحديد $I_G$ تعتمد على الدقة المتوفرة في تحديد $\tau, r$ ، وأنه كلما كبرت قيمة الدور $\tau$ وصغرت قيمة البعد $r$ ، فإن الخطأ النسبي الإجمـالي الممكـن حدوثه في تعيين $I_G$ ينخفض . يمكن تحقيق ذلك في حالة (الشكل-5-34) بتعليق الوصـلة من النهاية الأخرى .

تصادف أحياناً بعض الوصلات التي لا يتوفر فيها إمكان تعليقها للاهتـــزاز حـــول مسند ، أو أن شكلها الهندسي لا يساعد على تحديد قيمة كل من $\tau , r$ ضمن حـــدود دقيقـــة مقبولة . يمكن عندئذ تحديد عزم العطالة باستخدام طريقة ثانية تعتمد أساســـاً علـــى نظريـــة النواس المركب نفسها .

توضع الوصلة على منصة اختبار معلقة ، خفيفة الوزن نسبياً بحيث يقـــع المحـــور G-G المار من مركز ثقل الوصلة مباشرة تحت محور الاهتزاز O-O ويوازيه ، كما في (الشكل-5-35) .




(الشكل-5-35) تحديد عزم عطالة تجريبياً لجسم صلب غير منتظم هندسياً .

ليكن: $W_P$ وزن الوصلة .

$W_t$ وزن المنصة .

$r_P$ البعد بين محور الاهتزاز والمحور المار من مركز ثقل الوصلة .

$r_t$ البعد بين محور الاهتزاز والمحور المار من مركز ثقل المنصة .

$I_{P_O}$ عزم عطالة الوصلة حول المحور O - O .

$I_{t_O}$ عزم عطالة المنصة حول المحور O - O .

$\tau$ دور اهتزاز جملة الوصلة والمنصة .

$\tau_t$ دور اهتزاز المنصة وحدها .

استناداً إلى التحليل السابق وبالمقارنة مع المعادلة (5-26) ، ينتج أن:

$$t = 2p\sqrt{(I_{P_O} + I_{t_O})/[r(W_P + W_t)]} \qquad (29\text{-}5)$$

حيث $r$ هو البعد بين محور الاهتزاز O - O ومركز ثقل جملة الوصلة والمنصة ، والذي يعطى بالعلاقة الآتية استناداً إلى معادلة العزوم الاستاتية حول O - O :

$$r = (W_P . r_P + W_t . r_t)/(W_p + W_t) \qquad (30\text{-}5)$$

ينتج بالتعويض من (5-30) في (5-29) ، أن:

$$t = 2p\sqrt{(I_{P_O} + I_{t_O})/(W_P . r_P + W_t . r_t)}$$

أي:

$$I_{P_O} = (\frac{t}{2p})^2 (W_P . r_P + W_t . r_t) - I_{t_O} \qquad (31-5)$$

لكن من اهتزاز المنصة وحدها ، واستناداً إلى المعادلة (5-27) ، فإن:

$$I_{t_O} = W_t . r_t (t_t / 2p)^2$$

ومن تعويض هذه القيمة في المعادلة (5-31) ، والإصلاح ، ينتج:

$$I_{P_O} = (\frac{t}{2p})^2 W_P . r_P + \frac{W_t . r_t}{4p^2}(t^2 - t_t^2) \qquad (32-5)$$

لكن عزم عطالة الوصلة $I_P$ حول المحور G-G ، معطى استناداً إلى نظرية المحاور المتوازية بالعلاقة الآتية:

$$I_P = I_{P_O} - \frac{W_P}{g} . r_P^2$$

أي إن:

$$I_P = W_P . r_P [(\frac{t}{2p})^2 - \frac{r_P}{g}] + \frac{W_t . r_t}{4p^2}(t^2 - t_t^2) \qquad (33-5)$$

يكفي إذن لتعيين عزم عطالة وصلة حول محور مار من مركز ثقلها ، حساب $\tau , \tau_t$ بعد تحديد زمن عدد ما من النوسات في كل من حالتي اهتزاز المنصة وحدها ، واهتزاز جملة الوصلة والمنصة على التتالي ، ومن ثم بمعلومية القيم الأخرى تطبيق المعادلة (5-33) .

نلاحظ من التحليل السابق أن دقة تحديد $I_p$ تعتمد على نسبة الخطأ الحاصل من إهمال كتلة حبال التعليق ، والاحتكاك عند محور الاهتزاز ؛ إضافةً إلى اعتمادها على الدقة التي يمكن تحقيقها في تعيين القيم الواردة في المعادلة (5-33) .

لذا يجب - عند استعمال هذه الطريقة - اختيار حبال مهملة الوزن نسبياً ، وتأمين تعليقها إلى محور الاهتزاز بشكل يخفف من الاحتكاك إلى أقصى الحدود ؛ إضافةً إلى اختيار المنصة ، ووضع القطعة بحيث تكون قيمة البعد $r_p$ أصغر ما يمكن دون أن يؤثر ذلك كثيراً في دقة تحديد دور الاهتزاز .

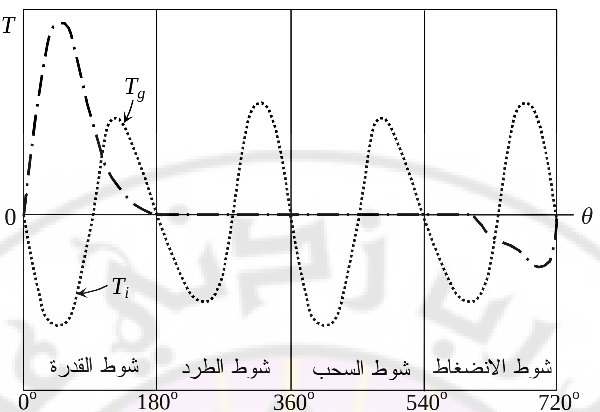
## 8-5- مخطط عزم الدوران *Turning Moment Diagram*

تبين من دراسة تحريك وصلات تركيبية ما تحت تأثير القوى الخارجية ، وقوى العطالة ؛ وبخاصة في الفقرة (5-5-1) أن العزم المنتقل إلى عمود الدوران يتغير بتغير الأوضاع النسبية للوصلات من جهة ، وبتغير قيمة القوى الخارجية المؤثرة في التركيبية من جهة أخرى . يمكن تمثيل قيمة العزم الناتج بيانياً بالنسبة لكل وضع من أوضاع الوصلة المتصلة بعمود الدوران ؛ أي التي تنقل هذا العزم . يسمى المخطط الناتج خلال دورة عمل كاملة للتركيبية بـــ مخطط عزم الدوران .

إن لتحليل هذا المخطط أهمية كبيرة في تصميم الآلات المختلفة ، ودراسة أدائها ، بخاصة فيما يتعلق بتأثيره في سرعة عمود الدوران ، وتحديد الاستطاعة الاقتصادية لهذه الآلات . يعد مخطط عزم الدوران لتركيبة المنزلقة ، والمرفق المستخدمة في المحركات الترددية مثالاً نموذجياً للتحليل ، نظراً للتغيرات الكبيرة التي تحصل في ضغط الغاز ، وقوى العطالة عند الأوضاع المختلفة للمرفق خلال دورة كاملة للعمليات الترموديناميكية .

يمكن إيجاد منحني عزم الدوران $T$ لمحرك احتراق داخلي وحيد الأسطوانة ، رباعي الشوط حيث يدور المرفق دورتين كاملتين ($\theta = 720$) لكل دورة عمل واحدة للمحرك ، يؤدي خلالها المكبس أربعة أشواط $T$ ، من تحليل القوى الاستاتية لضغط الغاز بشكل مستقل وتعيين تغيرات العزم الاستاتي عند المرفق ، ومن ثم تحليل قوى العطالة بشكل منفرد وتعيين العزم العطالي عند المرفق . ينتج مخطط عزم الدوران من المحصلة الجبرية للعزمين السابقين عند مختلف أوضاع زاوية المرفق .

يحدد العزم الناتج من ضغط الغاز من تحليل القوى الاستاتية كما في الفقرة (5-2-1) ، حيث تعين قيمة القوة المؤثرة في المكبس في كل وضع من أوضاع المرفق ($\theta = 720$) ، يؤدي خلالها المكبس أربعة أشواط ، كما هو مبين في (الشكل-5-36) على المحور الأفقي للمخطط ؛ بالاستعانة بالمنحني البياني لتغيرات ضغط الغاز بالنسبة لوضع المكبس . يمثل المنحني $T_g$ المبين في (الشكل-5-36) تغيرات قيم هذا العزم حيث يكون موجباً أي فعالاً خلال شوط القدرة ؛ بينما ينعدم نسبياً خلال شوطي الانفلات والسحب وبدء شوط الانضغاط حيث يصبح سالباً أي مبذولاً ؛ إذ يقوم المكبس عندئذ بضغط شحنة الغاز الجديدة التي تم إدخالها إلى الأسطوانة خلال شوط السحب .



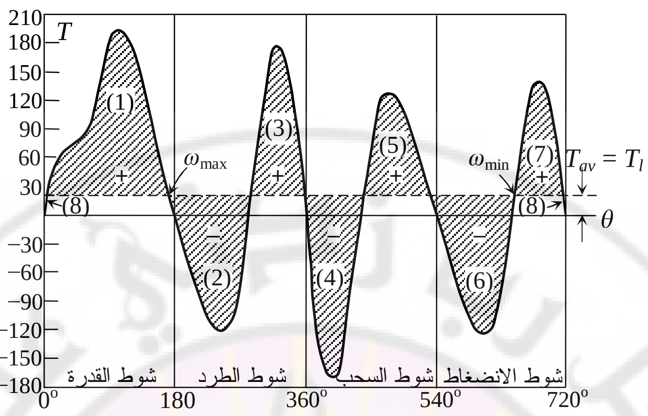

مخطط تغيرات كل من العزم الاستاتي ، والعزم العطالي لمحرك احتراق داخلي وحيد الأسطوانة .
(الشكل-5-36)

أما منحني العزم العطالي $T_i$ المبين في (الشكل-5-36) ، فإنه يحدد من تحليل قوى العطالة المؤثرة في التركيبة باتباع الخطوات نفسها الموضحة في الفقرة (5-3) في كل وضع من أوضاع المرفق خلال دورة واحدة ($\theta = 360^o$) ؛ إذ إن المنحني الناتج لتغيرات العزم العطالي لدورة واحدة يكرر نفسه خلال الدورة الثانية للمرفق ($\theta = 360^o$-$720^o$) ؛ لأن الأوضاع النسبية للوصلات لا تتغير في الدورتين ، وبالتالي قيم تسارعات هذه الوصلات واتجاهاتها .

أما مخطط العزم الصافي $T$ المبين في (الشكل-5-37) ، فإنه ينتج من المحصلة الجبرية للعزمين السابقين عند مختلف أوضاع زاوية المرفق ، ويكرر نفسه لكل دورتين للمرفق في حالة محرك الاحتراق الداخلي ، وحيد الأسطوانة ورباعي الشوط .

كما يمكن تحديد قيم العزم الصافي $T$ المنتقل إلى عمود الدوران لمختلف أوضاع المرفق بإجراء تحليل تخطيطي مشترك للقوى الناتجة من الضغط والعطالة . يتم ذلك بتكرار الخطوات التي اتبعت في الفقرة (5-5-1) عند أوضاع مختلفة لزاوية المرفق من $0^o$ إلى $720^o$ ، ينتج مخطط العزم الصافي $T$ المبين في (الشكل-5-37) ، أما القيم المبينة للعزم $T$ ؛ فهي قيم رمزية بهدف توضيح التفاوت النسبي الكبير بين قيم العزم الناتج من هذا النوع من المحركات .

إلا أنه يفضل أحياناً تحديد قيم هذا العزم تحليلياً ، وايجاد المعادلات الرياضية التي تعين تغيرات عزم الدوران بالنسبة لزاوية المرفق ، أو إجراء التحليل استناداً إلى مفهوم الجُمل المكافئة ديناميكياً (الفقرة 5-7-1) .




(الشكل-5-37) مخطط تغيرات عزم الدوران لمحرك احتراق داخلي وحيد الأسطوانة

تمثل المساحات الموجبة من مخطط العزم $T$ ، والتي تقع فوق المحور الأفقي $(T = 0)$ القدرة الموجبة أي القدرة الناتجة من المحرك ؛ أي عندما يكون اتجاه العزم $T$ باتجاه دوران المرفق ؛ بينما تمثل المساحات السالبة من مخطط العزم القدرة السالبة أي القدرة المبذولة ، وهي التي يكون عندها اتجاه العزم $T$ عكس اتجاه دوران المرفق . تنتج قيمة العزم الوسطي $T_{av}$ من حاصل قسمة المجموع الجبري لهذه المساحات كافة على المجال الكلي لإزاحة المرفق خلال دورة عمل كاملة للمحرك $(\theta = 720^o)$ .

يمكن تصنيف المجموعات الآلية المؤلفة من محرك ، وحمل مقاوم ؛ وفقاً لاحتمالات تغير العزم الآتي:

1. العزم المحرك متغير ، وعزم الحمل المقاوم ثابت ، مثال ذلك مجموعة توليد مؤلفة من محرك احتراق داخلي ، ومولد كهربائي .
2. العزم المحرك ثابت بينما عزم الحمل المقاوم متغير ، مثال ذلك مجموعة محرك كهربائي ، ومكبس تشكيل أو تخريم ، أو محرك كهربائي ، وضاغط هواء ترددي .
3. عزم المحرك ، وعزم الحمل متغيران ، مثال ذلك محرك احتراق داخلي يدير ضاغط هواء ترددي أو مضخة مكبسية .

الحالتان الأولى والثانية متماثلتان ديناميكياً ، حيث يكون العزم الوسطي لمخطط العزم المتغير مساوياً للعزم الثابت مقاوماً كان أو محركاً . أما في الحالة الثالثة ، فإن العزم الوسطي لكل من مخططي العزمين المتغيرين يجب أن يكون واحداً ؛ ليمكن للمجموعة الآلية أن تعمل بشكل صحيح واقتصادي .

فإذا كان عزم الحمل المقاوم $T_l$ ، المطبق على عمود دوران المرفق لمحرك الاحتراق الداخلي ثابتاً ، فإنه يجب أن يساوي العزم الوسطي للمحرك $T_{av}$ ، أي $(T_{l.} = T_{av})$ ، وذلك استناداً إلى مبدأ انحفاظ القدرة .

تمثل المساحات المرقنة عرضياً فوق خط العزم الوسطي $T_{av.}$ القدرة الزائدة على تلك اللازمة للحمل المقاوم ؛ وبالتالي تعمل على زيادة سرعة عمود المرفق . أما المساحات المرقنة عرضياً تحت خط العزم الوسطي ، فإنها تمثل القصور الحاصل في القدرة الناتجة من المحرك ؛ وبالتالي يؤدي ذلك إلى نقصان سرعة عمود المرفق . يعود ذلك إلى كون القدرة الزائدة أو المتناقصة قدرة حركية ينتج منها تزايد أو تناقص نسبي في سرعة الدوران ، استناداً إلى علاقة القدرة الحركية $E_c$ لجسم صلب يدور بسرعة زاوية $\omega$ عزم عطالته حول محور مار من مركز كتلته $I_G$ ، حيث:

$$E_c = ½ (I_G . \omega^2) \qquad (34\text{-}5)$$

يلاحظ - وفقاً لمفهوم القيمة الوسطية لتغيرات منحن أو تابع ما في التحليل الرياضي - أن مجموع المساحات 1, 3, 5, 7 المحصورة فوق خط العزم الوسطي يساوي مجموع المساحات 2, 4, 6, 8 المحصورة تحته .

ينتج من تغير مستوى القدرة عند نقاط تقاطع مخطط عزم الدوران مع خط العزم الوسطي ، أن القدرة العظمى لعمود المرفق $E_{max.}$ تنتج عند إحدى نقاط التقاطع هذه ، بينما تكون القدرة صغرى $E_{min.}$ عند نقطة تقاطع أخرى . يؤدي ذلك إلى حدوث سرعة عظمى $\omega_{max.}$ عند نقطة التقاطع الأولى ، وسرعة صغرى $\omega_{min.}$ عند نقطة التقاطع الأخرى .

إن التحليل السابق قد تم على أساس تغيرات عزم الدوران الناتج من محرك احتراق داخلي وحيد الأسطوانة ، ورباعي الشوط ، وتأثير هذه التغيرات في أداء المحرك عندما يكون عزم الحمل المقاوم المطبق على عمود دوران المرفق ثابتاً . إلا أنه يمكن تطوير مجمل المفاهيم التي بيناها من خلال هذا التحليل ؛ لتشمل كل الاحتمالات الممكنة لحالات تغير العزم مهما كان مصدرها أو نوعها ، مع ملاحظة إجراء التحليل لدورة عمل كاملة التي يمكن أن تتم خلال زاوية $\theta$ ، قد تختلف عما هي عليه في التحليل السابق . يحدد مجال تحليل المخطط بالمجال الذي يبدأ عنده مخطط عزم الدوران بتكرار نفسه .

## 5-8-1- تراوح القدرة *Fluctuation of Energy*

تبين لنا في الفقرة السابقة وجود نقطة تقاطع بين مخطط عزم دوران المحرك ، وخط العزم الوسطي ، أو مخطط عزم الحمل الثابت ، يكون عندها مستوى القدرة أعظمياً ، بينما يكون هذا المستوى أصغرياً عند نقطة تقاطع أخرى خلال دورة عمل كاملة ؛ وبالتالي فإن التغير في القدرة بين هاتين النقطتين يمثل أعظم تغير في القدرة خلال دورة العمل ، يسمى هذا التغير بـــ التراوح الأعظمي للقدرة ، ويرمز له بـــ $E_f$ . يمكن إذن التعبير عن التراوح الأعظمي للقدرة بالمعادلة الجبرية الآتية:

$$E_f = E_{\max,} - E_{\min,} \qquad (35\text{-}5)$$

تجدر الإشارة إلى أن نقطتي التقاطع اللتين تحددان مواقع حدوث القدرة العظمى $E_{\max.}$ والصغرى $E_{\min.}$ ، تعينان في الواقع من تقاطع مخططي العزم المحرك ، وعزم الحمل المقاوم بشكل عام . إلا أنهما في حالة (الشكل-5-36) قد انطبقتا على خط العزم الوسطي ؛ لأن هذا الخط هو مخطط عزم الحمل الثابت حيث $(T_{l.} = T_{av})$ ؛ لذا يجب الانتباه دوماً إلى ضرورة تعيين نقاط تقاطع كافة استناداً إلى مخططي العزم حصراً ؛ لأن التفاوت في مستويات القدرة ينتج من تغيرات كل من العزم المحرك ، وعزم الحمل .

يتضح من تعريف التراوح الأعظمي للقدرة أنه يساوي - بوجه عام - المجموع الجبري للمساحات المحصورة بين مخططي العزمين المحرك المقاوم ، في المجال الواقع بين نقطتي تقاطعهما اللتين تحدث عندهما القدرة العظمى $E_{\max.}$ ، والصغرى $E_{\min.}$ .

يلاحظ من (الشكل-5-37) أن تراوح القدرة الناتج في محرك احتراق داخلي ، وحيد الأسطوانة ، رباعي الشوط ، كبير نسبياً بسبب وجود شوط قدرة فعال واحد خلال دورتين لعمود المرفق . يمكن تخفيض هذا التراوح جزئياً باللجوء إلى استخدام محرك متعدد الأسطوانات بفترات إشعال متساوية فيما بينها ، شرط أن تكون الأسطوانات كافة متماثلة من حيث الشكل ، والوزن ومنحني تغير ضغط الغاز . تختلف منحنيات الضغط عادة بين أسطوانة ، وأخرى بشكل طفيف جداً يمكن إهماله ، يعود هذا الاختلاف إلى صعوبة تنظيم كمية الغاز إلى كل أسطوانة بشكل متساوٍ فيما بينها .

إن العزم الكلي الناتج في لحظة ما على عمود المرافق هو المجموع الجبري للعزوم المؤثرة في كل من المرافق في اللحظة نفسها . يمكن إذن ، برسم مخطط عزم الدوران لكل مرفق على حدة ، الحصول على المخطط المحصل للمحرك من الجمع الجبري لهذه المخططات ، علماً أن ترتيب الاشعال سيعمل على إزاحة مخطط كل مرفق عن الذي يليه بزاوية:

$$q_{\mathrm{n}} = 720/\mathrm{n}$$

حيث n تمثل عدد أسطوانات المحرك .

ينتج من ذلك أن المخطط المحصل للمحرك يتكرر بالشكل نفسه خلال مجال زاوية $\theta_{\mathrm{n}}$ ، ويكفي عندئذ تحليل المخطط ضمن هذا المجال فقط لتعيين التراوح الأعظمي للقدرة . من الواضح أن هذا التراوح سيكون أقل منه في حالة محرك مماثل بأسطوانة واحدة ، وذلك نظراً لتداخل المخططات الفردية أو تراكبها لكل من المرافق خلال دورة كاملة .

يفضل أحياناً التعبير عن التراوح الأعظمي للقدرة $E_f$ كنسبة من القدرة الكلية الناتجة خلال دورة كاملة على الشكل:

$$K_e = \frac{E_f}{E} \qquad (36\text{-}5)$$

حيث: $K_e$ تمثل معامل تراوح القدرة .

$E$ تمثل القدرة الكلية الناتجة خلال دورة كاملة . وتساوي المجموع الجبري المساحات الموجبة والسالبة جميعها حول خط العزم $(T = 0)$ ، خلال دورة عمل كاملة .

تعطي بعض المراجع قيماً تقريبية لمعامل تراوح القدرة في محركات الاحتراق الداخلي حيث:

| | $K_e$ |
|---|---|
| 1. محرك وحيد الأسطوانة ، رباعي الشوط | 0.95 |
| 2. محرك ذو أربع أسطوانات ، رباعي الشوط | 0.035 |
| 3. محرك ذو ست أسطوانات ، رباعي الشوط | 0.02 |
| 4. محرك ذو ثماني أسطوانات ، رباعي الشوط | 0.015 |

يلاحظ من ذلك الأثر الفعال لتعدد الأسطوانات في تخفيض تراوح القدرة الأعظمي ، لكن يصبح معدل هذا التأثير شبه مهمل لأكثر من ثماني أسطوانات .

## 5-8-2- تراوح السرعة *Fluctuation of Speed*

بينا في الفقرة (5-8) أنه ينتج من تراوح القدرة تغير في سرعة عمود الدوران ، حيث تحدث السرعة العظمى $\omega_{max.}$ عند زاوية المرفق الموافقة للقدرة العظمى $E_{max.}$ ، بينما تحدث السرعة الصغرى $\omega_{min.}$ عند تلك الزاوية الموافقة للقدرة الصغرى $E_{min.}$ . يمثل الفرق $(\omega_{max} - \omega_{min})$ تراوح السرعة الأعظمي لعمود الدوران ، ويعبر عنه عادة بدلالة معامل تراوح السرعة الذي يرمز له بـــ $K_s$ ، ويعرّف بالعلاقة:

$$K_s = \frac{w_{max.} - w_{min.}}{w_{av}} \qquad (37\text{-}5)$$

حيث $\omega_{av}$ تمثل السرعة الوسطية لعمود الدوران ، وتسمى عادة بـــ السرعة الأسمية ، ويرمز لها بـــ $\omega$ ، ولما كانت قيم معامل تراوح السرعة عادة صغيرة ، فإنه يمكن عدّ السرعة الوسطية مساوية الوسط الحسابي للسرعتين العظمى والصغرى ؛ أي:

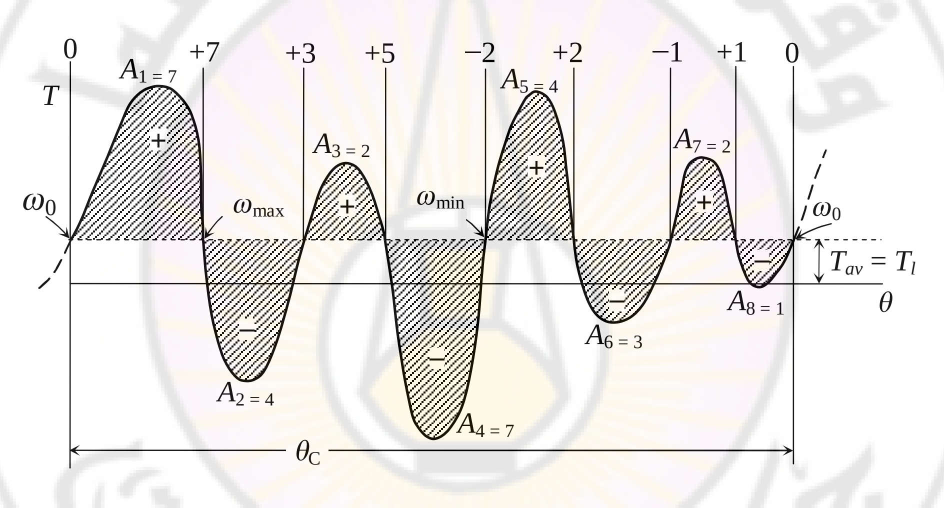
$$w_{av} = \frac{w_{max.} + w_{min.}}{2}$$

تعطي العيارية البريطانية مثلاً القيم الوسطية المسموح بها لمعامل تراوح السرعة ، الذي سبق تعريفه في المعادلة (5-37) ، وذلك لطبيعة التطبيقات المختلفة ، مثال ذلك قيم الجدول التالي:

| | $K_S$ |
|---|---|
| 1. آلات تكسير الأحجار والمطارق | 0.2 |
| 2. الآلات الزراعية وآليات البناء | 0.05 |
| 3. آلات التشغيل والمضخات | 0.03 |
| 4. آلات الغزل والنسيج | 0.015 |
| 5. مولدات التيار المستمر | 0.006 |
| 6. مولدات التيار المتناوب | 0.002 |

### 5-8-3- القدرة العظمى والصغرى *Maximum and Minimum Energy*

يصعب عادة تحديد موقع النقطتين الحديتين اللتين تحددان كلاً من السرعتين العظمى والصغرى مباشرة من شكل تغيرات مخططي العزم المحرك ، وعزم الحمل ؛ بخاصة عندما يتقاطع هذان المخططان عند نقاط عدة خلال دورة عمل كاملة . تستعمل عندئذ طريقة منهجية حسابية في الانتقال من نقطة تقاطع إلى التي تليها ، وتعيين قيمة القدرة عند كل منها . يمكن توضيح ذلك استناداً إلى (الشكل-5-38) الذي يبين مخطط تغيرات العزم $T$ لمحرك ، حيث الحمل المقاوم $T_l$ المطبق على عمود الدوران ثابت ؛ وبالتالي يساوي العزم الوسطي .




(الشكل-5-38) مخطط تغيرات العزم لمحرك .

تمثل المساحات المرقنة عرضياً المساحات المحصورة بين مخططي العزمين المحرك ، والمقاوم . لقد بينت مساحة كل منها ، حيث ترمز المساحة $(A_1 = 7)$ مثلاً ، إلى أن المساحة المحصورة بين المخططين ونقطتي تقاطعهما الأولى والثانية هي (7) وحدات قدرة ، تبعاً لنظام الوحدات القياسية المستعمل في رسم العزم بالنسبة لزاوية المرفق $\theta$ التي تقاس بالراديان عند إجراء العمليات الحسابية .

إذا فرضنا أن السرعة عند نقطة التقاطع الأولى هي $\omega_0$ ، وأن القدرة عندها هي $E_0$ ، فإن هذه القدرة تصبح عند نقطة التقاطع الثانية $(E_0 + 7)$ ؛ أي إنه حصل ازدياد نسبي في القدرة قدره (7+) وحدة قدرة ؛ لأن المساحة $A_1$ موجبة ؛ إذ إنها فوق مخطط العزم المقاوم $T_l$ . ينتج من ذلك أن السرعة عند نقطة التقاطع الثانية هي أكبر من $\omega_0$ ، تبدأ القدرة بعد ذلك بالتناقص بسبب المساحة السالبة $A_2$ حتى نقطة التقاطع الثالثة بحيث تصبح عند هذه النقطة $(E_0 + 3)$ ؛ وبالتالي فإن السرعة عند هذه النقطة الثالثة هي أقل منها عند نقطة التقاطع الثانية ، لكنها أكبر من $\omega_0$ ؛ لأن مجموع المساحتين $(A_1 + A_2)$ جبرياً هو موجب (3+) وحدة قدرة . وهكذا يمكن الاستمرار بتعيين القدرة عند كل نقطة تقاطع على التتالي ، حتى نهاية المجال $\theta_C$ لدورة عمل كاملة .

تشير القيم المبينة شاقولياً فوق نقاط تقاطع المخططين في (الشكل-5-38) إلى مستوى القدرة النسبي عند كل منها . يلاحظ في هذه الحالة أن أعظم قدرة (7+) تنتج عند نهاية المساحة $A_1$ ؛ وبالتالي فالسرعة عند هذا الوضع للمرفق أعظمية $\omega_{max.}$ ، أما أصغر قدرة (2-) ، فإنها تحصل عند نهاية المساحة $A_4$ التي توافق نقطة حدوث أصغر سرعة للمرفق $\omega_{min.}$ . إن المجموع الجبري للمساحات كافة خلال المجال $\theta_C$ يساوي الصفر ؛ لأن مستوى القدرة عند نهاية دورة العمل يعود إلى ما كان عليه عند بدايتها .

ينتج من ذلك في حالة (الشكل-5-37) أن تراوح القدرة الأعظمي استناداً إلى المعادلة (5-35) هو:

$$E_f = +7 - (-2) = 9 \quad \text{وحدة قدرة}$$

تجدر الإشارة إلى أن نقطتي التقاطع الحديتين ، يمكن أن تقعا عند أي نقطتي تقاطع منذ بدء دورة العمل حتى نهايتها تبعاً لشكل كل من مخططي العزم . كما أنه ليس من الضروري أن يتم أول تقاطع بين المخططين عند $(\theta = 0)$ ، كما في (الشكل-5-38) ، وكذلك الأمر بالنسبة لآخر نقطة تقاطع بينهما التي يمكن ألا تقع عند $(\theta = \theta_C)$ . لكن يجب الانتباه في هذه الحالة إلى ضرورة إدخال المساحة المحصورة بين $(\theta = 0)$ وأول نقطة تقاطع ، وكذلك المساحة المحصورة بين آخر نقطة تقاطع والنقطة $(\theta = \theta_C)$ عند إجراء حساب القدرة ، مثال ذلك المساحتان المؤشر عليهما بالرقم (8) في (الشكل-5-37) .

### 4-8-5- الدولاب المعدل ***Flywheel***

يتضح من الفقرات السابقة أن التراوح الأعظمي للقدرة المنتقلة عبر عمود المرفق ، يتعلق بنوع المحرك ومخطط العزم المقاوم المطبق على عمود دوران المرفق . يمكن أحياناً تخفيض القيمة العظمى لتراوح القدرة بإجراء بعض التعديلات الممكنة في تصميم أجزاء المجموعة الآلية المكونة من المحرك والحمل . إلا أن ذلك يبقى محدوداً ضمن حدود معينة تتعلق بطبيعة القوى المؤثرة في هذه المجموعة ، بخاصة في محركات الاحتراق الداخلي حيث لا يمكن تجاوز طبيعة القوى الديناميكية المؤثرة فيه ، التي تستلزم وجود شوط قدرة فعال واحد خلال كل أربعة أشواط يتحركها المكبس ؛ بالتالي فإن تراوح السرعة الناتج من تراوح القدرة يكون في أغلب الحالات غير مقبول ؛ لتؤدي المجموعة الآلية عملها بشكل صحيح .

لذا فإنه يجب تصميم خزان قدرة يتصل بعمود الدوران ، بحيث يدخر القدرة الزائدة عندما يكون العزم المحرك أكبر من عزم الحمل المقاوم ، ليبذلها خلال الحالة العكسية . يتم ذلك بسهولة بتركيب دولاب على عمود الدوران يمتص القدرة الزائدة بازدياد سرعة دورانه ، بينما يترافق بذل هذه القدرة المختزنة بنقصان السرعة ، يسمى هذا الدولاب بالدولاب المعدل أو ما يطلق عليه بالحذافة . يجب إذن تصميم أبعاد هذه الحذافة ، وكتلتها بحيث تحافظ على تراوح السرعة المسموح به ؛ وفقاً لطبيعة العمل الذي يؤديه المحرك ، والحمل المطبق عليه .

يلاحظ من علاقة القدرة الحركية أن تراوح السرعة الناتج من تراوح معين للقدرة يتعلق بعزم عطالة الأجزاء المتحركة منسوباً إلى عمود الدوران ، حيث ينتج من المعادلتين (5-34) ، (5-35) أن التراوح الأعظمي للقدرة هو:

$$E_f = 1/2 \,.\, I_f \,(w_{max.}^2 - w_{min.}^2) \qquad (38\text{-}5)$$

حيث $I_f$ تمثل عزم عطالة الحذافة حول محور الدوران ، بافتراض أن عطالة بقية الأجزاء المتحركة صغيرة ، ويمكن إهمالها عملياً .

ينتج من تعويض قيمة السرعة الوسطية في المعادلة (5-38) ، والإصلاح أن:

$$E_f = I_f \,.\, K_s \,.\, w_{av}^2 \qquad (39\text{-}5)$$

يجب الانتباه عندئذ إلى ضرورة توافق الوحدات القياسية لمكونات المعادلة (5-39) ، حيث تكون في الجملة الدولية:

$$E_f \,(\text{N.m}) \quad , \quad I_f \,(\text{kg.m}^2) \quad , \quad w_{av} \,(\text{rad/sec})$$

يعطى أحياناً مخطط العزم بيانياً دون كتابته بمعادلة رياضية ، حيث يتم في هذه الحالة تعيين التراوح الأعظمي للقدرة ، والعزم الوسطي من حساب المساحات المختلفة وفق الأسس التي ذكرت في الفقرات السابقة . يتكون المخطط في أغلب التطبيقات العملية من هذا النوع من أشكال هندسية بسيطة ، مستطيل ، مثلث ، يمكن حساب مساحاتها بسهولة .

**مسألة-5-7**

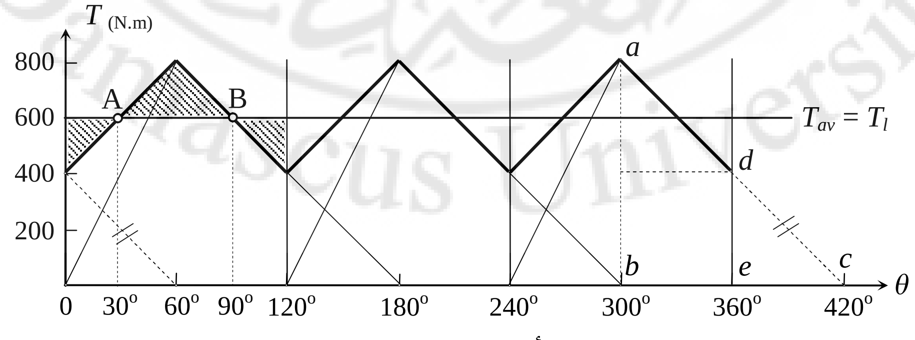
محرك ذو ثلاث أسطوانات متماثلة ، الزاوية بين كل مرفقين متتاليين $120^o$ ومجال دورة عمل كاملة $360^o$ . يتغير عزم الدوران الصافي لكل أسطوانة بحيث يتزايد بانتظام من صفر إلى قيمة عظمى 800 N.m خلال دوران المرفق $60^o$ من النقطة الميتة ، ثم يتناقص بانتظام حتى ينعدم عند $180^o$ ، ويبقى معدوماً حتى نهاية الدورة .

فإذا دار المحرك بسرعة وسطية 3000 r.p.m ، والمطلوب:

1. رسم مخطط العزم الكلي الناتج من المحرك خلال دورة كاملة .
2. تعيين الاستطاعة الوسطية بالكيلو واط .
3. تعيين تراوح القدرة الأعظمي .
4. حساب معامل تراوح السرعة في حال تركيب حذافة حلقية وزنها 70 N ، ونصف قطر عطالتها حول مركز ثقلها 80 mm .
5. تعيين التسارع الزاوي الأعظمي للحذافة .

**الحل:**

1. يتم الحصول على مخطط العزم الكلي المبين في (الشكل-5-39) ، بجمع مخططات عزوم الأسطوانات الثلاث وفق كل نقطة من دوران المرفق .




(الشكل-5-39) مخططات عزوم الأسطوانات الثلاث ، ومخطط العزم الكلي لمحرك .

2. تعين استطاعة المحرك الوسطية من العلاقة:

$$P = T_{av}.w_{av}$$

حيث $\omega_{av}$ السرعة الزاوية الوسطية للمحرك ، وتساوي إلى:

$$w_{av} = w = 2p\,.n/60 = 2p \times 3000/60 = 314 \text{ rad/sec}$$

و $T_{av}$ العزم الوسطي ويحسب من مخطط العزم ، حيث يلاحظ من مخطط عزم الدوران أن دورية العزم المحصل تتم كل $120^{o}$ ؛ لينجز خلالها قدرة $E_\theta$ ، منه:

$$T_{av} = \frac{E_q}{q} = [\frac{1}{2} \times 120(800 - 400) + 400 \times 120]/120 = 600 \text{ N.m}$$

بالتعويض في علاقة الاستطاعة:

$$P = 600 \times 314 = 188400 \text{ W} = 188.4 \text{ kW}$$

3. يعين معامل تراوح القدرة $K_e$ ، من العلاقة:

$$K_e = \frac{E_f}{E}$$

حيث $E_f$ تمثل التراوح الأعظمي للقدرة ، وتساوي إلى المساحة المحصورة بين النقطتين A و B نقطتي تقاطع العزم $T$ مع العزم المقاوم $(T_l = T_{av})$ ، وتحسب مباشرة من مخطط عزم الدوران:

$$E_f = \frac{1}{2}(800 - 600)(90^{o} - 30^{o})\frac{p}{180} = 105 \text{ N.m}$$

و $E$ تمثل القدرة خلال دورة عمل كاملة ، وتساوي إلى مساحة المثلثات الثلاثة:

$$E = 3 \times \frac{1}{2} \times p \times 800 = 3768 \text{ N.m}$$

منه بالتعويض في علاقة معامل تراوح القدرة:

$$K_e = \frac{105}{3768} = 0.028$$

4. يعين معامل تراوح السرعة $K_s$ ، من العلاقة:

$$E_f = I_f . K_s . w^2 \quad \Rightarrow \quad K_s = \frac{E_f}{I_f . w^2}$$

حيث $I_f$ تمثل عزم عطالة الحذافة ، وتساوي إلى:

$$I_f = M . r^2 = \frac{W}{g} r^2 = \frac{70}{9.81} \times (\frac{80}{1000})^2 = 0.045 \text{ kg.m}^2$$

منه بالتعويض في علاقة معامل تراوح السرعة:

$$K_s = \frac{105}{0.045(314)^2} = 0.0237$$

5. يعين التسارع الزاوي الأعظمي $\varepsilon_{max}$ ، من العلاقة:

$$\Delta T_{max} = (T - T_l)_{max} = I . e_{max} \quad \Rightarrow \quad e_{max} = \frac{(T - T_l)_{max}}{I}$$

حيث يمكن إيجاد $(T\text{-}T_l)_{max}$ مباشرة من مخطط عزم الدوران ، حيث نلاحظ أن:

$$(T - T_l)_{max} = (T - T_l)_{q=60^o} = 800 - 600 = 200 \text{ N.m}$$

منه بالتعويض في علاقة التسارع الزاوي الأعظمي:

$$e_{max} = \frac{200}{0.045} = 4445 \text{ rad/sec}^2$$

ويحدث ذلك عند الزاوية $(\theta = 60^o)$ ، ويكرر ذلك كل $120^o$ .

كما يعطى مخطط العزم أحياناً باستعمال التمثيل البياني أو الاختباري لكل من مخططي العزم المحرك ، وعزم الحمل ، وهذا ينتج عادة من الاختبارات التي تجرى على المجموعة الآلية ، فإن قيمة التراوح الأعظمي للقدرة $E_f$ تحدد بسهولة بوساطة جهاز قياس المساحات ، الممساح (*Planimeter*) ، حيث يتم تعيين المساحات المحصورة بين مخططي العزمين ، ومن ثم اتباع الخطوات التي بيناها سابقاً في الفقرة (5-8-1) و(الشكل-5-38) .

**مسألة-8-5-8**

وجد في اختبار تجريبي أن منحني عزم الدوران لمحرك ذي أربعة أسطوانات رسم بدلالة الوضع الزاوي للمرفق $\theta$ بالمقاييس الآتية:

شاقولياً ( $1 \text{ cm} \equiv 150 \text{ N.m}$ ) وأفقياً ( $1 \text{ cm} \equiv 12^o$ )

وأنه يكرر نفسه كل نصف دورة لحركة المرفق ، والمساحة المحصورة بين مخطط عزم الدوران للمحرك ، وخط العزم ( $T = 0$ ) هي $165 \text{ cm}^2$ ، والمساحات المحصورة بين مخطط عزم الدوران ، وخط العزم المقاوم الثابت ، والمأخوذة بالترتيب من إحدى النهايات ، هي:

$+ 3.25 \;,\; - 7.8 \;,\; + 5.8 \;,\; - 8.95 \;,\; + 5.4 \;,\; - 4.65 \;,\; + 6.95 \text{ cm}^2$

فإذا كانت السرعة الوسطية لدوران المحرك 750 r.p.m ، وكانت الحذافة المركبة حلقية وزنها 680 N ، ونصف قطر عطالتها 35 cm ، المطلوب إيجاد:

1. استطاعة المحرك الوسطية .
2. النسبة المئوية لمعامل تراوح السرعة .

**الحل**:

1. تُعين استطاعة المحرك الوسطية من العلاقة:

$$P = T_{av} . w_{av}$$

حيث $\omega_{av}$ السرعة الزاوية الوسطية للمحرك ، وتساوي إلى:

$$w_{av} = w = 2p .n/60 = 2p \times 750/60 = 25p = 78.5 \text{ rad/sec}$$

و $T_{av}$ تمثل العزم الوسطي ، ويحسب باعتباره أنه يساوي إلى المجموع الجبري للمساحات الموجبة بالنسبة لخط العزم ( $T = 0$ ) التي تمثل القدرة الناتجة من المحرك ، والمساحات السالبة التي تساوي إلى القدرة المبذولة على المجال الموافق لإزاحة المرفق ($\theta_C = 180^o$):

$$T_{av} = (165 \times 150 \times 12)/180 = 1650 \text{ N.m}$$

بالتعويض في علاقة الاستطاعة:

$$P = 1650 \times 78.5 = 129525 \text{ W} \approx 130 \text{ kW}$$

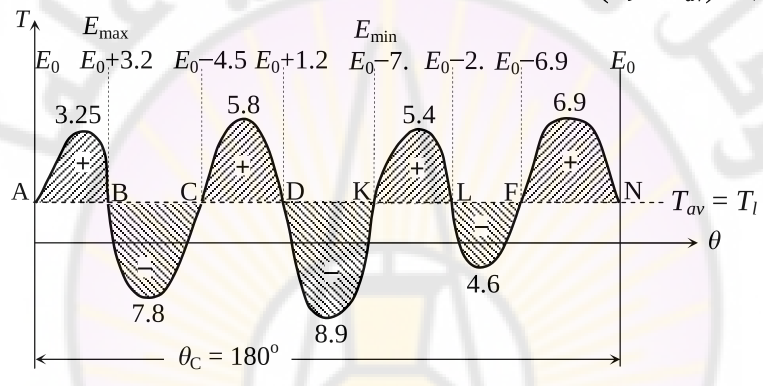
2. يعين معامل تراوح السرعة $K_s$ ، من العلاقة:

$$E_f = I_f . K_s . w^2 \quad \Rightarrow \quad K_s = E_f / I_f . w^2$$

حيث $E_f$ تمثل التراوح الأعظمي للقدرة ، وتحسب من العلاقة:

$$E_f = E_{max,} - E_{min,}$$

و $E_{max,}, E_{min,}$ تمثل القدرة الأعظمية ، والأصغرية خلال دورة العمل ، وتعينان من (الشكل-5-40) باختيارهما من القدرة عند نقاط تقاطع مخططي العزم المحرك ، وعزم الحمل المقاوم الثابت $(T_l = T_{av})$ .




(الشكل-5-40) مخطط تغيرات العزم لمحرك .

نلاحظ من المخطط أن القدرة الأعظمية هي:

$$E_{max,} = 3.25 \times 150 \times 12 \times p / 180 = 102.05 \text{ N.m}$$

والقدرة الأصغرية هي:

$$E_{min,} = -7.7 \times 150 \times 12 \times p / 180 = -241.78 \text{ N.m}$$

منه التراوح الأعظمي للقدرة:

$$E_f = 102.05 - (-241.78) = 343.83 \text{ N.m}$$

أما $I_f$ فتمثل عزم عطالة الحذافة الحلقية ، ويساوي إلى:

$$I_f = M . r^2 = \frac{W}{g} r^2 = \frac{680}{9.81} (0.35)^2 = 8.49 \text{ k}g\text{.m}^2$$

بالتعويض في علاقة معامل تراوح السرعة:

$$K_s = \frac{343.83}{8.49\,(78.5)^2} = 0.0065 = 0.65\%$$

أما في حال إجراء الدراسة الديناميكية للمجموعة الآلية تحليلياً ، فإن تغيرات كل من العزم المحرك ، وعزم الحمل تعطى عندئذ بمعادلة رياضية بدلالة الإزاحة الزاوية $\theta$ لعمود الدوران . يمكن عندئذ تعيين قيمة $E_f$ من حساب قيمة تكامل المنحني أو المنحنيات التي تحد المساحات المكافئة للتراوح الأعظمي للقدرة على الشكل الآتي:

$$E_f = \int_{q_{min.}}^{q_{max.}} (T - T_l)\, dq \qquad (40\text{-}5)$$

حيث:

$\theta_{min.}$ تمثل قيمة الزاوية التي تحدث عندها السرعة الصغرى .

$\theta_{max.}$ تمثل قيمة الزاوية التي تحدث عندها السرعة العظمى .

$T$ تمثل معادلة العزم المحرك بدلالة الزاوية $\theta$ .

$T_l$ تمثل معادلة عزم الحمل بدلالة الزاوية $\theta$ .

يجب أن نلاحظ - عند إجراء التكامل في المعادلة (5-40) - ضرورة تجزئة هذا التكامل ضمن مجالات نقاط تقاطع المنحنيين $T$ , $T_l$ المتتالية ، في حال وجود مثل هذه النقاط في المجال الواقع بين $\theta_{min}$ , $\theta_{max}$ مثال ذلك في (الشكل-5-38) ، يجب إجراء ثلاثة تكاملات جزئية لوجود نقطتي تقاطع إضافيتين في المجال بين $\theta_{min}$ , $\theta_{max}$ ، وتكون قيمة $E_f$ وفقاً للمعادلة (5-40) هي المجموع الجبري لنتائج هذه التكاملات الثلاثة .

يمكن تلخيص الخطوات اللازمة لتطبيق المعادلة (5-40) في تعيين $E_f$ على الشكل الآتي:

1. رسم مخططي العزمين $T$ , $T_l$ بالنسبة إلى $\theta$ ضمن مجال دورة عمل كاملة استناداً إلى المعادلة الرياضية لكل منهما .

2. تعيين قيم $\theta$ الموافقة لنقاط تقاطع المخططين جميعها ضمن هذا المجال ، وذلك نتيجة حل المعادلة $(T = T_l)$ .

3. إذا كان عدد نقاط التقاطع المعينة في (2) كبيراً نسبياً ، أكثر من ثلاث نقاط أو أربع ، فإنه يجب حساب المساحات الموجبة والسالبة جميعها بين كل نقطتي تقاطع متتاليتين ، ومن ثم اتباع الطريقة التي سبق ذكرها في الفقرة (5-8-1) و(الشكل-5-38) لتعيين $\theta_{min}$ , $\theta_{max}$ ؛ وبالتالي إجراء التكامل في المعادلة (5-40) ، مع ملاحظة ما نوهنا عنه أعلاه بشأن التكاملات الجزئية بين هاتين الزاويتين .

4. أما إذا كان عدد نقاط التقاطع المعينة في (2) قليلاً ، فإنه يمكن مباشرة تعيين المساحة العظمى الموجبة أو السالبة ، وهي تمثل في الواقع التراوح الأعظمي للقدرة $E_f$ ، يكفي عندئذ إجراء التكامل (5-40) على أساس $\theta_{min}$ , $\theta_{max}$ هما الزاويتان اللتان تحدان هذه المساحة . تحدث هذه الحالة عندما يكون المجال صغيراً نسبياً ؛ بخاصة في المحركات متعددة الأسطوانات ، علماً أن أغلب التطبيقات العملية هي من هذا النوع . من الواضح أنه يجب في حال عدم التمكن من استقراء موقع المساحة اتباع ما ذكر في الفقرة (3) أعلاه .

**مسألة-5-9**

يعطى عزم الدوران الناتج من محرك بالمعادلة:

$$T_{(\mathrm{N\,m})} = 2500 + 675 \sin 2q$$

حيث $\theta$ تمثل زاوية المرفق مقاسة من النقطة الميتة .

يدور هذا المحرك بسرعة وسطية 600 r.p.m . يدير هذا المحرك - عبر مجموعة مسننات تخفيض - آلة ذات سرعة دوران وسطية 300 r.p.m ، حيث يتغير فيها عزم الحمل المقاوم وفق المعادلة:

$$T_{l\,(\mathrm{N\,m})} = 2500 + 270 \sin q$$

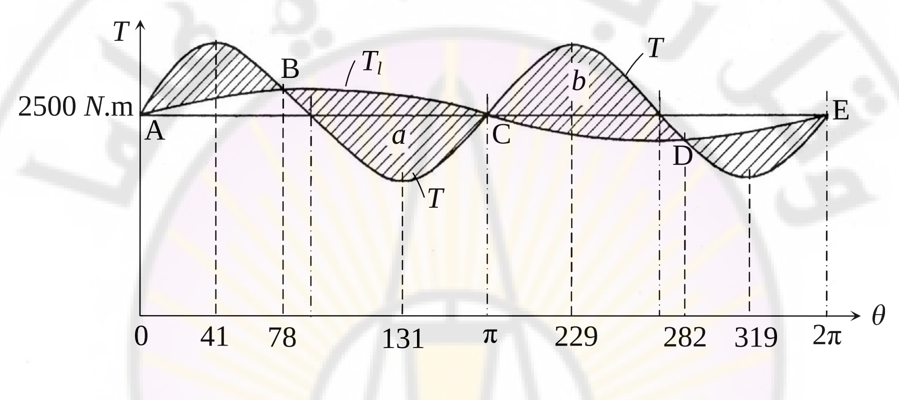
إذا كان عزم عطالة الأجزاء المتصلة بمحور المحرك يكافئ كتلة قدرها 5 kg ونصف قطر عطالة قدره 30 cm ، وكان عزم عطالة الأجزاء المتصلة بمحور الآلة يكافئ كتلة 20 kg ونصف قطر عطالة 30 cm . المطلوب:

1. تعيين الاستطاعة الوسطية ؛ أي الاسمية للمحرك .
2. تعيين عزم عطالة الحذافة اللازم تركيبها على محور المحرك ، بحيث يكون معامل تراوح السرعة 6% .
3. تحديد الوضع الزاوي للمرفق الذي يحدث عنده أعظم تسارع زاوٍ للأجزاء المتحركة بالنسبة للمحرك ، وحساب قيمة هذا التسارع .

يمكن أن تعدّ هذه المسألة نموذجاً شاملاً لأن كلا العزمين متغيران ، ويوضح عدة مفاهيم قد يصعب استيعابها دون تطبيق عملي .

**الحل:**

نبدأ أولاً برسم كل من مخططي $T$ , $T_l$ بالنسبة للزاوية $\theta$ ، كما في (الشكل-5-41) ، حيث يلاحظ أن دورة العمل المشتركة لهما هي $2\pi$ ؛ إضافة إلى أن كليهما متناظران حول الوضع $(\theta = \pi)$ . يتم ذلك بسهولة بحساب قيمة كل من العزمين عند عدة قيم معينة للزاوية $\theta$ استناداً إلى المعادلة المعطاة لكل منهما .




(الشكل-5-41) مخططي العزم المحرك وعزم الحمل .

1.تعطى الاستطاعة الوسطية P للمحرك بدلالة سرعته الوسطية $\omega_{av}$ ، بالعلاقة:

$$P = T_{av}.w_{av}$$

حيث $\omega_{av}$ السرعة الزاوية الوسطية للمحرك:

$$w_{av} = w_m = \frac{2p \times 600}{60} = 62.8\ \text{rad/sec}$$

يعين العزم الوسطي $T_{av}$ استناداً إلى الفقرة (5-8) ، حيث يساوي المجموع الجبري للمساحات المحصورة بين أي من المخططين والمحور الأفقي $(T = 0)$ مقسوماً على المجال الكلي لدورة كاملة ؛ أي: إن العزم الوسطي يساوي:

$$T_{av} = \frac{\text{القدرة الكلية خلال دورة كاملة}}{\text{المجال الكلي لدورة كاملة}}$$

لكن لدينا من مبادئ التحليل الرياضي ، أن المساحات المحصورة بين منحن والمحور الأفقي للإحداثيات ضمن مجال تغير ما ، تساوي تكامل المعادلة الرياضية لهذا المنحني بين حدي مجال التغير ؛ وبالتالي فإن في هذا المثال:

$$T_{av} = \frac{\int_0^{2p} T \,.\, dq}{2p} = 2500 \text{ N.m}$$

وذلك لأن تكامل الحد الدوري $\sin 2\theta$ في معادلة العزم يساوي الصفر ، ويجب أن يكون العزم الوسطي للمحرك مساوياً العزم الوسطي اللازم لتدوير الآلة انطلاقاً من مبدأ انحفاظ القدرة عند إهمال مردود النقل بينهما .

يلاحظ من ذلك أنه يمكن مباشرة تعيين العزم الوسطي للمجموعة الآلية على أساس أنه يساوي الحد الثابت في معادلة العزم لكونه لا يتعلق بقيم $\theta$ ؛ إذ إن وسطي الحدود الدورية الأخرى خلال دورة العمل يساوي الصفر دوماً .

ومنه:

$$P = 157 \text{ kW}$$

2. يحسب عزم عطالة الحذافة $I_f$ ، من اعتبار أن عزم العطالة الكلي $I$ يساوي إلى مجموع عزم عطالة الحذافة مع عزم العطالة المكافئ $I_{eq}$ للأجزاء المتحركة للمحرك ، والآلة معاً منسوباً إلى محور المحرك ، من العلاقة:

$$I = I_f + I_{eq} \quad \Rightarrow \quad I_f = I - I_{eq}$$

بما أن المطلوب تركيب الحذافة على محور المحرك الذي يدور بسرعة 600 r.p.m ، فإننا نعين عزم العطالة الكلية $I$ اللازمة لتأمين معامل تراوح السرعة المطلوب من المعادلة (5-39) ، حيث إن:

$$E_f = I \,.\, K_s \,.\, w_{av}^2 \quad \Rightarrow \quad I = \frac{E_f}{K_s \,.\, w_{av}}$$

ويحسب التراوح الأعظمي للقدرة $E_f$ من تطبيق المعادلة (5-40) ، حيث إن:

$$E_f = \int_{q_{\text{min.}}}^{q_{\text{max.}}} (T - T_l)\, dq$$

وتحدد الزوايا $\theta_{min}$ , $\theta_{max}$ من قيم الزوايا التي يتقاطع عندها مخططا العزمين $T$ , $T_l$ ، من حل المعادلة:

$$T = T_l$$

حيث ينتج أن:

$$675 \sin 2\theta - 270 \sin\theta = 0$$

ومنه:

$$\sin\theta \; (5 \cos\theta - 1) = 0$$

إما:

$$\sin\theta = 0 \qquad \Rightarrow \qquad \theta = 0 , \pi \; , 2\pi$$

أو:

$$\cos\theta = 0.2 \qquad \Rightarrow \qquad \theta = 78.4^{\circ} \;, \;\; 281.6^{\circ}$$

أي إن تقاطع $T$ مع $T_l$ خلال دورة عمل كاملة يحدث عند القيم الزاوية التقريبية:

$$\theta = 0 \;\;, \;\; 78^{\circ} \;\;, \;\; \pi \;\;, \;\; 282^{\circ} \;\;, \;\; 2\pi$$

يلاحظ من (الشكل-5-41) ؛ وبسبب التناظر حول $(\theta = \pi)$ ، أن المساحة المرقنة الموجبة من A إلى B تساوي المساحة السالبة من D إلى E ، وكذلك الأمر بالنسبة للمساحتين من B إلى C ومن C إلى D اللتين رمزنا لهما b , a على التتالي . تعدّ المساحة موجبة في المجال الذي يكون فيه العزم المحرك $T$ أكبر من عزم الحمل المقاوم $T_l$ ، وهي سالبة في الحالة العكسية .

يتضح من الشكل أن القدرة العظمى $E_{max.}$ تنتج عند نقطتي التقاطع B , D ، بينما تكون القدرة الصغرى $E_{min.}$ عند C . يكفي بسبب التناظر حساب التراوح الأعظمي $E_f$ من المساحة a أو b ، حيث ينتج من تطبيق المعادلة (5-40) ، أن:

$$E_f = \int_{180^{o}}^{78^{o}} (675 \sin 2\theta - 270 \sin\theta)\, d\theta$$

ومنه:

$$E_f = 972 \text{ N.m}$$

حيث:

$$\theta_{min.} = 180^{\circ} \qquad , \qquad \theta_{max.} = 78^{\circ}$$

يلاحظ في هذا المثال أنه أمكن تعيين النقطتين الحديتين للسرعتين العظمى ، والصغرى مباشرة من دراسة مخططي العزم وفقاً لــ (الشكل-5-41) . لذا لم يكن ضرورياً حساب المساحة المرقنة بين A , B ؛ لأنه من الواضح أنها أصغر من المساحة a . لكن قد يلزم أحياناً حساب بقية المساحات لتعيين هاتين النقطتين الحديتين .

تجدر الإشارة إلى أنه في حال حساب $E_f$ بحيث يتم استعمال حدود التكامل المحدّد لمجال التراوح الأعظمي بشكل معكوس ؛ أي في حالة هذا المثال من ($\theta = 78^o$) إلى ($\theta = 180^o$) ، فإن القيمة الناتجة عندئذ للتراوح الأعظمي $E_f$ ستكون مساوية القيمة التي عينت سابقاً لكن سالبة . تشير الإشارة السالبة عندئذ إلى القدرة السالبة الأعظمية التي يجب بذلها في المحرك من الحذافة .

بالتعويض في علاقة عزم العطالة الكلية $I$ ، نحصل على:

$$I = 4.11\,\text{kg.m}^2$$

ويتم تعيين عزم العطالة المكافئ $I_{eq}$ للأجزاء المتحركة للمحرك ، والآلة معاً منسوباً إلى محور المحرك ، من العلاقة:

$$I_{eq} = I_m + I_{lm}$$

حيث:

$I_m$ تمثل عزم عطالة أجزاء المحرك منسوباً إلى محوره .

$I_{lm}$ تمثل عزم عطالة أجزاء الآلة منسوباً إلى محور المحرك .

ينتج من تطبيق معادلة انحفاظ القدرة الحركية لأجزاء الآلة ، أن:

$$(1/2)\, I_{lm} \,.\, w_m^2 = (1/2)\, I_l \,.\, w_l^2 \qquad \Rightarrow \qquad I_{lm} = \frac{w_l^2}{w_m^2}\, I_l$$

حيث:

$\omega_l$ تمثل السرعة الزاوية للآلة .

$I_l$ تمثل عزم عطالة أجزاء الآلة منسوباً إلى محورها .

ومنه عزم العطالة المكافئ للأجزاء المتحركة للمحرك ، والآلة معاً:

$$I_{eq} = 5(0.3)^2 + 20(0.3)^2(\frac{300}{600})^2 = 0.9 \text{ kg.m}^2$$

وبالتالي يكون عزم عطالة الحذافة:

$$I_f = 3.21 \text{ kg.m}^2$$

3. ينتج التسارع الزاوي الأعظمي عندما يكون العزم المحصل للمحرك ، والآلة ؛ أي الحمل أعظمياً ، إذ إن:

$$(T - T_l)_{\max.} = I \, . \, e_{\max.} \quad \Rightarrow \quad e = \frac{(T - T_l)_{\max}}{I}$$

حيث يلاحظ من (الشكل-5-41) أن أعظم عزم محصل $(T - T_l)_{\max.}$ يحدث في المجال من C إلى D ، تعين الزاوية الموافقة ضمن هذا المجال من العلاقة:

$$\frac{d}{dq}(T - T_l) = 0 \qquad \Rightarrow \qquad q = 229^{o}$$

وهي التي يكون عندها:

$$(T - T_l)_{(q = 229^{o})} = (T - T_l)_{\max.} = 872 \text{ N.m}$$

وأن $I$ تمثل عزم العطالة الكلي للمجموعة ، ويساوي إلى:

$$I = I_f + I_{eq} = 3.21 + 0.9 = 4.11 \text{ kg.m}^2$$

ومنه بالتعويض:

$$e_{\max.} = 212 \text{ rad/sec}^2$$

تجدر الإشارة إلى وجود قيمة أخرى ($\theta = 131^{o}$) حيث يكون العزم المحصل أصغرياً ؛ مما يؤدي إلى أعظم تباطؤ قيمته المطلقة تساوي القيمة المحسوبة أعلاه للتسارع الزاوي الأعظمي .

لن تختلف أسس التحليل السابق في حالة كون أحد العزمين ثابتاً ؛ إذ إنه يساوي عندئذ العزم الوسطي ، وتبقى خطوات الحل هي نفسها . كما تشمل التمارين التطبيقية في نهاية هذا الفصل مجمل هذه الحالات المختلفة .

## 5-8-5- تطبيقات الدولاب المعدل *Flywheel Application*

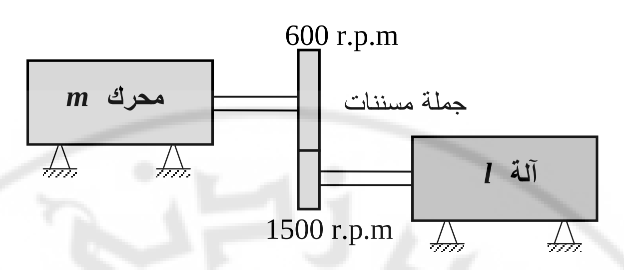
يستعمل مفهوم تخزين القدرة بوساطة كتلة دوارة - تسمى الحذافة - في عدة تطبيقات لعلّ أهمها ما بيناه في الفقرة السابقة ، حيث تقوم الحذافة بالحد من تراوح السرعة ضمن حدود مقبولة ؛ وفقاً للعمل الذي تؤديه المجموعة الآلية . أي إن الحذافة تقوم بتعديل تغيرات السرعة أو توهينها خلال كل دورة عمل ، التي يمكن أن تنتج ، في أية مجموعة نقل ميكانيكية ، من تدفق غير منتظم للقدرة بسبب تغيرات العزم . تنشأ هذه التغيرات في أغلب الأحيان عن البنية الوظيفية لمجموعة النقل حيث تكون طبيعة توليد القدرة أو استهلاكها متغيرة خلال كل دورة عمل ؛ لذا تعد المحركات ، والآلات الترددية بأنواعها المختلفة ، احتراق داخلي ، ضواغط ، مضخات وغيرها ، أهم مجال تطبيقي للحذافة . يماثل عمل الحذافة في تعديل تموجات السرعة - من خلال اختزان القدرة - أداء المكثف كخزان للشحنة في الدارات الكهربائية .

**مسألة-5-10**

يعطي محرك رباعي الشوط ذو أسطوانة واحدة استطاعة قدرها 60 kw عند سرعة دوران 600 r.p.m . يدير هذا المحرك ، كما في (الشكل-5-42) ، عبر جملة مسننات ، آلة سرعة دورانها 1500 r.p.m .

فإذا كان التراوح الأعظمي للقدرة يساوي 85% من القدرة الناتجة خلال دورة عمل كاملة للمحرك . وكان عزم عطالة الأجزاء المتصلة بعمود المحرك $80\ kg.m^2$ ، بينما عزم عطالة الأجزاء الدوارة على عمود الآلة $7\ kg.m^2$ ، المطلوب:

1. تعيين معامل تراوح سرعة هذه المجموعة الآلية .
2. تعيين عزم عطالة الحذافة اللازم تركيبها على عمود الآلة ؛ للحفاظ على معامل تراوح سرعة لا يزيد على $\pm 0.4\%$ حول قيمة السرعة الوسطية .




(الشكل-5-42) مجموعة آلية .

**الحل**:

1.يعين معامل تراوح سرعة المجموعة الآلية $K_s$ من العلاقة:

$$E_f = I_{eq}.K_s.w_m^2 \quad \Rightarrow \quad K_s = \frac{E_f}{I_{eq}.w_m^2} \qquad (1)$$

حيث $\omega_m$ تمثل السرعة الزاوية لدوران المحرك ، وتساوي إلى:

$$w_m = \frac{2p\,.n_m}{60} = \frac{2p \times 600}{60} = 62.83\,\text{rad/sec}$$

و $I_{eq}$ تمثل عزم العطالة المكافئ للأجزاء المتحركة لكل من المحرك ، والآلة معاً منسوباً إلى محور المحرك ، ويساوي إلى:

$$I_{eq} = I_m + I_{lm} \qquad (2)$$

و $I_{lm}$ تمثل عزم عطالة الأجزاء الدوارة على عمود الآلة منسوباً إلى محور المحرك ، ويحسب وفق مبدأ انحفاظ القدرة من العلاقة:

$$\frac{1}{2}I_{lm}.w_m^2 = \frac{1}{2}I_l.w_l^2 \quad \Rightarrow \quad I_{lm} = \frac{w_l^2}{w_m^2}\,I_l \qquad (3)$$

بالتعويض:

$$I_{lm} = \left(\frac{1500}{600}\right)^2 \times 7 = 43.75\,\text{kg.m}^2$$

بالتعويض في (2):

$$I_{eq} = 80 + 43.75 = 123.75\,\text{kg.m}^2$$

أما $E_f$ فتمثل التراوح الأعظمي للقدرة ، وتساوي إلى:

$$E_f = K_e . E$$

حيث $E$ تمثل القدرة الناتجة خلال دورة عمل كاملة للمحرك ، وتساوي إلى:

$$E = 2E_1$$

و $E_1$ تمثل القدرة الناتجة خلال دورة واحدة لمحور المحرك أي المرفق ، وتساوي إلى:

$$E_1 = T_{av} . 2p = \frac{P_m}{w_m} 2p = \frac{60 \times 10^3}{62.83} 2p = 6000 \text{ Nm.cycle}$$

بالتالي:

$$E = 12000 \text{ Nm. cycle} \quad \Rightarrow \quad E_f = 0.85 \times 12000 = 10200 \text{ N.m}$$

بالتعويض في علاقة معامل تراوح سرعة المجموعة الآلية:

$$K_s = \frac{10200}{123.75\,(62.83)^2} = 0.02$$

2. يعين عزم عطالة الحذافة اللازم تركيبها على عمود الآلة $I_{fl}$ ، من مبدأ انحفاظ القدرة:

$$\frac{1}{2} I_{fl} . w_l^2 = \frac{1}{2} I_{fm} . w_m^2 \quad \Rightarrow \quad I_{fl} = \frac{w_m^2}{w_l^2} I_{fm} \qquad (4)$$

حيث $I_{fm}$ تمثل عزم عطالة الحذافة منسوباً إلى محور المحرك ، ويحسب من مبدأ أن:

الطاقة الحركية للمجموعة مع حذافة = الطاقة الحركية للمجموعة + الطاقة الحركية للحذافة
منسوبة لمحور المحرك منسوبة لمحور المحرك منسوبة لمحور المحرك

$$\frac{1}{2} I_{(eq+f)} . w_m^2 = \frac{1}{2} I_{eq} . w_m^2 + \frac{1}{2} I_{fm} . w_m^2 \quad \Rightarrow \quad I_{(eq+f)} = I_{eq} + I_{fm}$$

منه عزم عطالة الحذافة منسوب إلى محور المحرك:

$$I_{fm} = I_{(eq+f)} - I_{eq} \qquad (5)$$

حيث $I_{(eq+f)}$ تمثل عزم عطالة المجموعة مع الحذافة منسوباً إلى محور المحرك ، ويحسب من العلاقة:

$$I_{(eq+f)} = \frac{E_f}{K'_s.w_m^2} = \frac{10200}{0.008(62.83)^2} = 322.98 \text{ kg.m}^2$$

حيث لدينا $K'_s$ تمثل معامل تراوح سرعة المجموعة الآلية المطلوب ، ويساوي إلى:

$$K'_s = 2 \times 0.004 = 0.008$$

بالتعويض في علاقة عزم عطالة الحذافة منسوباً إلى محور المحرك (5):

$$I_{fm} = 322.98 - 123.75 = 199.23 \text{ kg.m}^2$$

بالتعويض في العلاقة (4) نحصل على عزم عطالة الحذافة اللازم تركيبها على عمود الآلة:

$$I_{fl} = (\frac{600}{1500})^2 \times 199.23 = 31.88 \text{ kg.m}^2$$

لا تقتصر تطبيقات الحذافة على ما ذكرناه أعلاه ؛ وإنما يستفاد منها في الآلات التي تستلزم قدرة كبيرة آنية ، خلال فترة قصيرة بالنسبة للفترة الباقية من دورة العمل التي تكون فيها القدرة اللازمة للتشغيل شبه معدومة . من أهم التطبيقات في هذا المجال المكابس بأنواعها ، والمقصات الآلية ، حيث تحتاج عملية التشغيل أو التشكيل ، بحسب نوع الآلة ، إلى قدرة كبيرة خلال فترة قصيرة ، لا تتجاوز عادة (1/6-1/5) فترة دورة العمل الكاملة . أما القدرة اللازمة خلال الفترة الباقية من هذه الدورة للتغلب على الاحتكاك والوزن والعطالة ، فهي صغيرة نسبياً ، ويمكن إهمالها .

إذا فرض عدم وجود حذافة في مثل هذه الآلات ، فإنه يجب اختيار المحرك بحيث تكون استطاعته كافية لتقديم كامل القدرة اللازمة ، للتشغيل خلال الزمن القصير جداً الذي تستغرقه عملية التشغيل فقط .

أما في حال استعمال حذافة ، فإنها - من منطلق كونها خزان قدرة - تسمح باستعمال محرك ذي استطاعة أصغر ، حيث تقوم الحذافة بتعديل تدفق القدرة من المحرك ، وتوزيعه خلال فترة دورة عمل كاملة . يتم ذلك بتخزين القدرة في الحذافة خلال الفترات الواقعة بين عمليات التشغيل الفعلية ، ومن ثم بذلها عند حدوث هذه العمليات . يمكن توضيح هذا المجال التطبيقي للحذافة من خلال الأمثلة النموذجية الآتية .

**مسألة-5-11**

يبين (الشكل-5-43) المخطط الحركي لمكبس تخريم ، حيث تنتقل الحركة من محرك كهربائي M ، ثابت العزم ، والسرعة ، إلى عمود دوران تركيبة المكبس عبر جملة مسننات تخفيض . يتم تحويل الحركة الدورانية إلى ترددية بوساطة تركيبة منزلقة ومرفق ، حيث تستعمل المنزلقة كأداة تخريم لتشكيل ثقوب في صفيحة فولاذية K عبر قالب الثقب G .

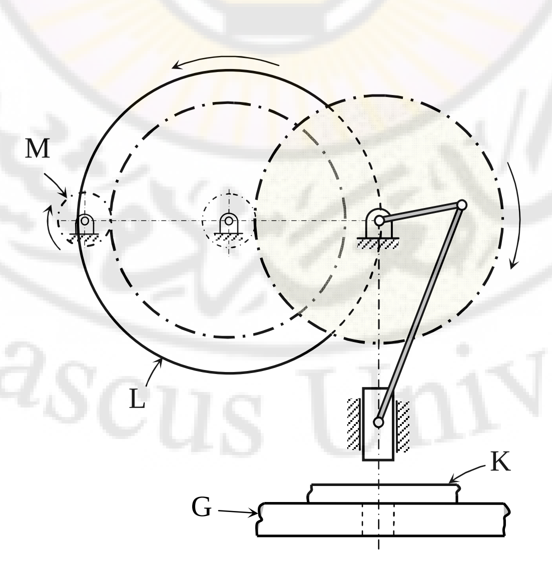
يدور المحرك بسرعة 900 r.p.m ليؤمن عبر جملة مسننات التخفيض والتركيبة الترددية تخريم 30 ثقباً/دقيقة ، حيث تستغرق عملية التثقيب الواحدة 1/6 من الفترة بين كل عمليتين متتاليتين .

فإذا كان قطر الثقب المطلوب تشكيله ($d$ = 16 mm) في صفيحة سماكتها ($h$ = 12 mm) ، ومقاومة القص لمعدن الصفيحة ($\tau$ = 300 N/mm$^2$) . المطلوب:

1. تعيين استطاعة المحرك عند عدم وجود حذافة .

2. حساب استطاعة المحرك في حال تركيب حذافة L ، وتعيين عزم عطالتها إذا تم تركيبها على عمود مناول وسيط يدور بسرعة 225 r.p.m ، وتراوح السرعة المسموح به $\pm 5\%$ .

**الحل:**




(الشكل-5-43) المخطط الحركي لمكبس تخريم .

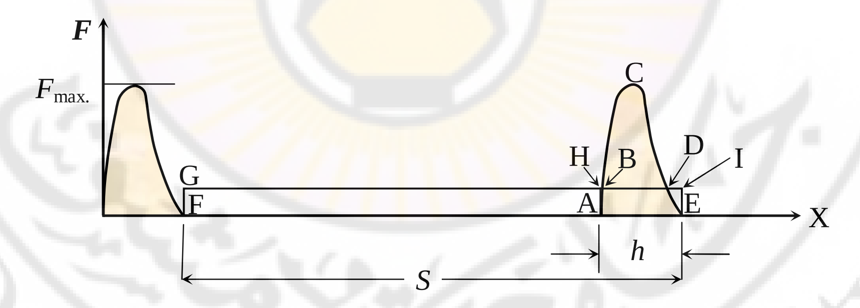
1. في حالة عدم وجود حذافة ، يجب على المحرك أن يؤمن القدرة الكلية $E$ خلال زمن التثقيب الفعلي $t_c$ ، وتكون الاستطاعة الوسطية اللازمة للمحرك هي:

$$P = E / t_c$$

بما أن مكبس التخريم ينجز 30 ثقباً / دقيقة ، فيكون زمن كل دورة عملية تخريم كاملة هو ($t = 2$ sec) ، منه فإن زمن التثقيب الفعلي هو:

$$t_c = \frac{1}{6} \times 2 = 1/3 \, \text{sec}$$

ولحساب القدرة الكلية $E$ اللازمة لقطع ثقب واحد ، فــ (الشكل-5-44) يبين مخططاً نموذجياً لتغير القوة $F$ بالنسبة لإزاحة أداة التخريم $x$ عند تشكيل ثقب في معدن مطيل كالفولاذ . تتزايد القوة عند بدء القطع بسرعة لتصل إلى قيمتها العظمى $F_{max.}$ ، ثم تتناقص تدريجياً لتنعدم عند انتهاء عملية التثقيب ، حيث تكون أداة التخريم قد تحركت مسافة ($x = h$) ، أي تساوي سماكة الصفيحة المراد تثقيبها . تبقى القوة شبه معدومة حتى بداية عملية قطع جديدة ، حيث تكون إزاحة أداة القطع الكلية خلال دورة عمل كاملة ممثلة بالمسافة $S$ .




(الشكل-5-44) مخطط نموذجي لتغير القوة $F$ بالنسبة لإزاحة أداة التخريم .

يتضح من (الشكل-5-43) حدوث تراوح كبير في القدرة خلال كل دورة عمل . لا يختلف تحليل القدرة استناداً إلى مخطط القوة بدلالة إزاحة خطية [$F = f(x)$] ، عن التحليل السابق لمخطط عزم الدوران بدلالة إزاحة زاوية [$T = f(\theta)$] ؛ لأن القدرة الكلية في كلتا الحالتين هي المساحة بين المخطط ، والمحور الأفقي .

بما أن معادلة تغير القوة $F$ بالنسبة لإزاحة أداة التخريم $x$ غير معلومة ، فيمكن تقريب مخطط القوة خلال عملية القطع إلى مثلث مع الحفاظ على دقة مقبولة عملياً ؛ وبالتالي فإن القدرة الكلية $E$ اللازمة لقطع ثقب واحد:

$$E = (1/2)\ F_{max.} . h$$

تحدد القيمة العظمى $F_{max.}$ اللازمة لقص معدن الصفيحة بدلالة الرموز الواردة في المثال من العلاقة:

$$F_{max.} = p\ .\ d\ .\ h\ .\ t$$

بالتعويض من هذه القيم ينتج أن:

$$F_{max.} = 180864\ \text{N}$$

بالتعويض في علاقة القدرة $E$ ، ينتج أن:

$$E = 1085\ \text{N.m}$$

بالتعويض ، فإن الاستطاعة الوسطية اللازمة للمحرك ، هي:

$$P = E / t_c = 3.255\ \text{kw}$$

يجب الانتباه إلى أن هذه الاستطاعة هي وسطية ؛ أي: إنها حسبت على أساس توزع منتظم للقدرة $E$ خلال الزمن $t_c$ ؛ إلا أن عملية التثقيب تستلزم عند القوة الآنية الأعظمية $F_{max.}$ استطاعة آنية هي تقريباً ضعف الاستطاعة الوسطية ؛ وبالتالي فإن المحرك ذو استطاعة آنية عظمى 6.5 kw .

2. لقد وجدنا في الحالة الأولى ، أن القدرة الكلية اللازمة لثقب واحد E هي ممثلة على المخطط في (الشكل-5-44) بالمساحة A B C D E ، ويجب تأمينها دون حذافة خلال زمن التثقيب ($t_c$ = 1/3 sec) . عند تركيب حذافة تعمل على توزيع القدرة بشكل منتظم خلال فترة دورة العمل الكاملة ($t$ = 2 sec) ، فإن القدرة نفسها تصبح ممثلة بالمساحة F G I E التي تساوي المساحة السابقة A B C D E ، حيث يمثل الخط GI القيمة الوسطية لمخطط القوة خلال دورة عمل كاملة . من الواضح عندئذ أن استطاعة المحرك $P_f$ اللازمة لتأمين القدرة $E$ خلال الزمن $t$ في حال تركيب حذافة ، هي:

$$P_f = E / t = 0.542\ \text{kw}$$

ينتج من مقارنة استطاعة المحرك في الحالتين أن:

$$P_f / P = t_c / t = 1/6$$

أي إن تركيب الحذافة قد عمل على تخفيض استطاعة المحرك بمقدار 6 مرات عما كانت عليه من دون حذافة .

يلاحظ من (الشكل-5-44) أن على الحذافة تخزين قدرة $E_f$ تكافئ المساحة B C D ، بينما يقدم المحرك القدرة الإضافية اللازمة الممثلة بالمساحة A B D E خلال فترة $t_c$ ، وهي تساوي $E_m$ ، حيث:

$$E_m = (t_c / t)\ E = 1/6 \times 1085 = 181\ \text{Nm}$$

تجدر الإشارة إلى أننا في حساب $E_m$ ، قد تم افتراض المساحة A B D E A مساوية A H I E ، وهو تقريب مقبول عملياً بسبب كون الفرق بين المساحتين صغيراً يمكن إهماله ؛ وبالتالي فإن القدرة $E_f$ المختزنة في الحذافة هي:

$$E_f = E - E_m = 904\ \text{N.m}$$

إذا تم تركيب الحذافة L على عمود دوران سرعته 225 r.p.m ، فإن:

$$w = 23.55\ \text{rad/sec}$$

وبما أن المطلوب تراوح سرعة لا يزيد على $\pm 5\%$ ؛ أي ألا تزيد السرعة أو تنقص عن القيمة الوسطية $\omega$ بأكثر من 5% ، فإن معامل تراوح السرعة بين السرعتين العظمى ، والصغرى هو ضعفي هذه النسبة ومنه:

$$K_s = 0.1$$

وبالتالي ينتج من تطبيق المعادلة (5-39) أن عزم عطالة الحذافة هو:

$$I_f = 16.3\ \text{kg.m}^2$$

**مسألة-5-12**

يدار مقص آلي بمحرك كهربائي ثابت العزم قدره 125 N.m ، يتصل مباشرة بعمود تدوير المقص ، ويركب على عمود دوران المحرك حذافة قرصية كتلتها 235 kg ، ونصف قطرها 61 cm .

فإذا كانت سرعة دوران الحذافة 280 r.p.m عند لحظة بدء عملية القص ، والانخفاض الحاصل في سرعة دورانها بعد انتهاء عملية القص مباشرة هو 25 r.p.m ، وكانت عملية القص تستهلك زمن قدره 0.8 sec . المطلوب ايجاد:

1. الاستطاعة الوسطية للمحرك .
2. القدرة اللازمة لعملية القص .
3. عدد عمليات القص الممكن تنفيذها خلال ساعة عمل للمقص .

**الحل:**

1. تحسب الاستطاعة الوسطية للمحرك من العلاقة:

$$P = T_{av}.w_{av}$$

حيث $T_{\text{av}}$ تمثل العزم الوسطي ويساوي إلى عزم المحرك الثابت:

$$T_{av} = 125 \text{ N. m}$$

و $\omega_{\text{av}}$ السرعة الزاوية الوسطية للمحرك:

$$w_{av} = \frac{w_{1.} + w_{2.}}{2} = \frac{2p}{2 \times 60}(n_1 + n_2)$$

حيث $n_2$ سرعة دوران الحذافة بعد انتهاء عملية القص ، وتساوي إلى:

$$n_2 = n_1 - \Delta n_{12} = 280 - 25 = 255 \text{ r.p.m}$$

بالتعويض في علاقة السرعة الزاوية الوسطية للمحرك:

$$w_{av} = \frac{2p}{120}(280 + 255) = 28 \text{ rad/sec}$$

بالتعويض في علاقة الاستطاعة:

$$P_{av} = 125 \times 28 = 3500 \text{ W} = 3.5 \text{ kW}$$

2. تعين القدرة اللازمة لعملية القص $E_p$ كونها تساوي إلى مجموع القدرة الناتجة من المحرك $E_m$ ، والقدرة المقدمة من الحذافة $E_f$ ؛ أي:

$$E_p = E_m + E_f$$

حيث القدرة المقدمة من الحذافة $E_f$ تعطى بالعلاقة:

$$E_f = I_f .K_s .w_{av}^2$$

و $K_s$ معامل تراوح سرعة المقص الآلي يعطى بالعلاقة:

$$K_s = \frac{w_1 - w_2}{w_{av}} = \frac{n_1 - n_2}{n_{av}} = \frac{2(280 - 255)}{280 + 255} = 0.0934$$

و $I_f$ عزم عطالة الحذافة القرصية المستعملة يعطى بالعلاقة:

$$I_f = \frac{1}{2}M.R^2 = \frac{1}{2}\times 235(0.61)^2 = 43.72 \text{ kg.m}^2$$

بالتعويض في علاقة القدرة المقدمة من الحذافة:

$$E_f = 43.72\times 0.0934\times (28)^2 = 3200 \text{ N.m}$$

أما القدرة الناتجة من المحرك $E_m$ ، فتعطى بالعلاقة:

$$E_m = P_{av}.t_p = 3500\times 0.8 = 2800 \text{ N.m}$$

حيث ($t_p$ = 0.8 sec) ، وتمثل زمن عملية القص ؛ بالتالي تكون القدرة اللازمة لعملية القص $E_p$ :

$$E_m = 2800 + 3200 = 6000 \text{ N.m}$$

3. تعين $N$ عدد عمليات القص خلال ساعة عمل للمقص من العلاقة:

$$\text{عدد عمليات القص خلال ساعة} = \frac{\text{القدرة الناتجة من المحرك خلال ساعة}}{\text{القدرة اللازمة لعملية القص}}$$

$$N = \frac{3500\times 3600}{6000} = 2100 \text{ عملية قص في الساعة}$$

### 5-8-6- تصميم الدولاب المعدل *Flywheel Design*

تصنف الحذافات بشكل عام في نوعين:

**a. حذافة قرصية *Disc Flywheel***

وهي تكون بشكل قرص صلب صغير السماكة بالمقارنة مع قطره . يستعمل هذا النوع في السيارات حيث يكون الحيز المتوفر لتركيب الحذافة محدوداً باعتبارات تصميمية أخرى . إن عزم عطالة حذافة قرصية $I_f$ يعطى عادة بدلالة وزنها $W$ وقطرها $D$ ، بالعلاقة:

$$I_f = \frac{M.R^2}{2} = \frac{W.D^2}{8g} \quad (41\text{-}5)$$

وهي تصنع عموماً من الفولاذ أو حديد الصب ، ويتم تعيين قطر القرص ، ووزنه بما يوفق بين الاجهادات الناتجة من القوة النابذة والحيز المتاح ؛ بخاصة الخلوص المسموح به بالنسبة إلى الطريق في حالة المركبات الآلية .

تحسب الإجهادات المؤثرة في الحذافة استناداً إلى أبحاث مقاومة المواد ، وتصميم الآلات المتعلقة بالأقراص الدوارة ، ولن نتطرق إليها في مجال هذا البحث .

**b. حذافة حلقية أو إطارية *Rim Flywheel***

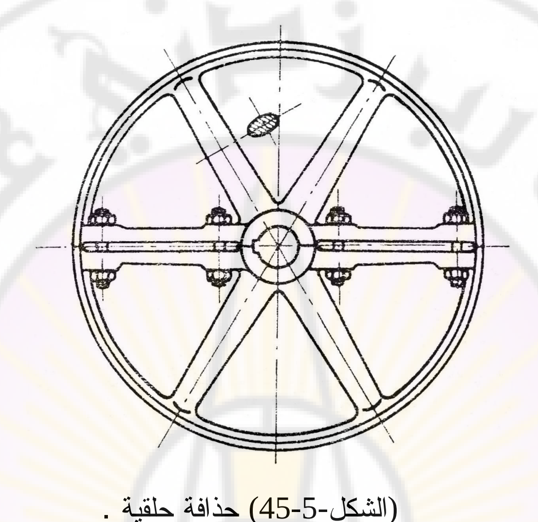
وهي الأكثر استعمالاً في مختلف أنواع الآلات الثابتة: كالمكابس ، والمطارق ، والمقصات الآلية . تكون الحذافة الإطارية بشكل حلقة ، ذات مقطع مستطيل عادة ، تتصل بأذرع أو أعصاب بالجذعة أو البطيخة (*Hub*) ، التي تركب على عمود الدوران باستعمال خابور مناسب .

إن نسبة عرض مقطع الحلقة $b$ إلى ارتفاعه $h$ بحدود ($b/h$ = 0.6 - 3) ، وفي حال استعمال الحذافة لنقل الحركة بوساطة سير ، فإن العرض b يجب أن يزيد على الأقل على عرض السير بنحو (3 - 5 cm) . أما قطر الجذعة ، فإنه يساوي على الأقل ضعف قطر عمود الدوران ، وطولها هو بحدود (1.5 - 2) قطر عمود الدوران .

إن عدد الأذرع النظامي هو ستة ، إلا أنه في حالة حذافات ذات قطر كبير يمكن استعمال ثمانية أذرع أو عشرة . إن المقطع العرضي للأذرع هو عادة قطع ناقص . تستدق الأذرع من الجذعة إلى المحيط الداخلي للحلقة بميل (10% - 25%) .

تصنع الحذافات الإطارية من حديد الصب أو فولاذ الصب تبعاً للسرعات المحيطية . تسمح أغلب الأنظمة العيارية بسرعة محيطية عظمى 30 m/s لحديد الصب ، و 60 m/s لفولاذ الصب ، ويمكن لهذه السرعة أن تصل إلى 90 m/s في حالة بعض التصاميم الخاصة للأذرع . كما يجب الانتباه إلى إجراء موازنة دقيقة للحذافة خاصة في حالة سرعات محيطية عالية .

كما تصنع الحذافات عادة كقطعة واحدة إلا أنه يفضل تصنيعها من قطعتين عندما يكون قطرها أكبر من مترين ، وذلك يسهل نقلها ، وتركيبها على عمود الدوران . يجب في هذه الحالة أن يقطع الجزءان على طول الذراع ، كما في (الشكل-5-45) ؛ لأن ذلك يؤمن متانة تساوي ضعفي المتانة في حالة إجراء القطع بين الأذرع .



(الشكل-5-45) حذافة حلقية .

يعين وزن حذافة من هذا النوع على أساس أنها حلقة نصف قطر عطالتها يساوي نصف قطرها الوسطي $R$ ، حيث ينتج أن:

$$I_f = M \,.\, R^2 = \frac{W \,.\, R^2}{g} \tag{42-5}$$

من الواضح أن هذا الوزن يمثل وزن الإطار المحيطي . إن أوزان الجذعة ، والأذرع الإضافية تُسهم في زيادة عزم العطالة الفعلي ؛ مما يؤدي إلى معامل تراوح للسرعة أقل من المستعمل في التصميم أو المسموح به ، وهذا يحسن أداء المجموعة الآلية.

إن تحليل الاجهادات الناتجة من القوة النابذة ، والمؤثرة في الاطار ، والأذرع معقد ، ولا توجد طريقة دقيقة لتعيين هذه الإجهادات المختلفة ، لذا فإنه يتم عادة تصميم الحذافة إجهادياً بشكل تقريبي ، واستعمال معامل أمان كبير نسبياً لتفادي انهيار الحذافة تحت تأثير الإجهادات المجهولة التي لا تؤخذ عادة في التحليل ، كإجهادات التقلص ، والتمدد ، وما قد ينتج من تشوهات في الإطار ، والأذرع .

تعد الإجهادات المؤثرة - بشكل عام - إجهادات شد إضافة إلى إجهادات الانحناء التي تنتج من تثبيت كل من الإطار ، والأذرع تثبيتاً صلباً من جهة ، وتلك التي تحدث بسبب قوى العطالة الناتجة من تغيرات السرعة ؛ لذا فإننا سنبين بإيجاز الأسس المتبعة في إجراء تصميم أولي لأبعاد الحذافة ، علماً أنه يفضل في حالة سرعات محيطية عالية استكمال التصميم بتحليل شامل للإجهادات ، حيث يمكن الرجوع إلى المراجع الخاصة بهذا التحليل ، بخاصة عندما يستفاد من الحذافة كوسيلة لنقل القدرة ضمن المجموعة الآلية ، إلا أننا هنا سنفرض أن الحذافة لا تقوم بنقل أية حركة أو قدرة .

يمكن استناداً إلى أبحاث مقاومة المواد تعيين إجهاد الشد الحلقي $s_1$ ، الناتج في مقطع إطار الحذافة ، من تأثير القوة النابذة على الشكل الآتي:

$$s_1 = \frac{g\ .V^2}{g} \qquad (43\text{-}5)$$

حيث:

$\gamma$ تمثل الوزن النوعي لمعدن الحذافة ، ويعين بالوحدة القياسية $N/m^3$ .

$V$ تمثل السرعة المحيطية الوسطية ، وتعين بالوحدة القياسية m/sec .

g تمثل ثابت الجاذبية الأرضية ، وقيمته $9.8\ m/sec^2$ .

وبالتالي يعين الإجهاد الحلقي $s_1$ بالوحدة القياسية $N/m^2$ .

كما يمكن أيضاً تعيين إجهاد الانحناء الأعظمي $s_2$ المؤثر في مقطع إطار الحذافة ، على أساس أن كل جزء بين ذراعين متتاليين هو جائز مستقيم مثبت الطرفين ، تحت تأثير القوة النابذة الموزعة عليه بانتظام ، حيث ينتج أن:

$$s_2 = \frac{2\,.\,p^2}{n^2}.\frac{R}{h}\,s_1 \qquad (44\text{-}5)$$

حيث:

n تمثل عدد الأذرع .

$R$ نصف القطر الوسطي للإطار .

$h$ تمثل ارتفاع مقطع الإطار؛ أي سماكته باتجاه نصف القطر .

$s_1$ تمثل إجهاد الشد المعين بالعلاقة (5-43) .

يعطى إجهاد الشد الكلي الناتج من تأثير القوة النابذة في الإطار الحلقي للحذافة ، في أغلب التطبيقات العملية ، بالعلاقة:

$$s = 0.75\, s_1 + 0.25\, s_2 \qquad (45-5)$$

بينت التجارب العملية أن الإجهاد الكلي المسموح به ، يجب ألا يتجاوز $40\ \mathrm{N/mm^2}$ لحديد الصب ، و $150\ \mathrm{N/mm^2}$ لفولاذ الصب ؛ إضافة إلى أن إجهاد الشد الحلقي $s_1$ يجب ألا يزيد على $7\ \mathrm{N/mm^2}$ لحديد الصب ، و $25\ \mathrm{N/mm^2}$ لفولاذ الصب ؛ وبالتالي فإن التصميم الصحيح يجب أن يلائم أبعاد الحذافة لتحقق كل من الشرطين الإجهاديين لإطار الحذافة .

أما الأذرع ، فإنها تصمم في حالة حذافة لا يستفاد منها في نقل القدرة ، استناداً إلى العزم المؤثر نتيجة تغير سرعة الحذافة ، تسارع أو تباطؤ ، ويتم التصميم على أساس العزم الكلي المؤثر عند توقف فجائي ، حيث يترتب على الأذرع تحمل هذا العزم . يعد الذراع في هذه الحالة كابولة (*Cantilever*) مثبتة إلى الجذعة ، وتحمل حملاً مركزاً عند نهايتها الحرة المتصلة بالإطار المحيطي ، حيث ينتج أن:

$$s_a = \frac{T(D-d)}{Z\,.\,D\,.\,n_e} \qquad (46-5)$$

حيث:

$D$ تمثل القطر الوسطي للحذافة .

$d$ تمثل قطر الجذعة التي تتصل بها الأذرع .

$T$ تمثل العزم المنتقل إلى الحذافة عند التوقف من عمود الدوران ، ويعين بالوحدة القياسية N.m

$n_e$ تمثل عدد الأذرع الفعال ، ويؤخذ مساوياً نصف عدد الأذرع أو ثلثها .

Z تمثل عامل مقطع الأذرع عند الجذعة ، ويعين بالوحدة القياسية $m^3$ .

$s_a$ تمثل الإجهاد الناتج في الذراع ، ويعين بالوحدة القياسية $\mathrm{N/m^2}$ .

يسمح في حالات التطبيقات التي يتم فيها التوقف بشكل منتظم نسبياً ، بأن تصل قيمة الإجهاد $s_a$ حتى $10\ N/mm^2$ لحديد الصب ، إلا أنه في حالة توقف آني فجائي ، كما في المضخات مثلاً ، فإن قيمة هذا الإجهاد يجب ألا تزيد على $6\ N/mm^2$ . لكن تثبيت الأذرع إلى إطار الحذافة يؤدي عموماً إلى تخفيض قيمة الإجهاد المحسوبة وفق المعادلة (5-46) ، بحيث يمكن أن يكون الإجهاد الفعلي المؤثر في الأذرع بحدود 50% من القيمة المحسوبة في حالة إطار ثقيل نسبياً. أما في حالة فولاذ الصب ، فيكون الإجهاد الأعظمي المسموح به مساوياً أربعة أمثال إجهاد حديد الصب .

لقد تبين عملياً أن الأبعاد الأخرى للحذافة ، وطريقة التصنيع تحدد أبعاد الأذرع بشكل تكون فيه المعادلة (5-46) محققة بأمان كافٍ في أغلب التطبيقات .

تجدر الإشارة إلى أن مجمل القيم التي ذكرت أعلاه فيما يتعلق بالإجهادات المسموحة تعود إلى حذافة إطارية من قطعة واحدة . أما في حالة تصنيع هذه الحذافة على شكل قطعتين أو أكثر ، فإن ذلك يؤثر في انخفاض متانتها ضمن حدود متفاوتة تصل إلى انخفاض في الإجهاد المسموح به يعادل تقريباً 50% في حالة الحذافة المبينة في (الشكل-5-45) .

يتضح مما تقدم أن التصميم النهائي للحذافة مهما كان نوعها يجب أن يتم على أساس التوفيق بين مختلف المتغيرات الديناميكية ، والإجهادية المؤثرة فيها ، ووفقاً للأداء المطلوب للمجموعة الآلية العائدة لها هذه الحذافة .

مثال ذلك ، يؤثر اختيار موقع الحذافة في الدراسة الإجهادية لكل من المجموعة الآلية ، والحذافة . يمكن توضيح ذلك استناداً إلى الشكل (5-43) في المسألة (5-11) ، حيث يؤدي تركيب الحذافة L على محور المحرك M ذي السرعة العالية نسبياً إلى ظهور إجهادات عالية في إطارها لكن يكون وزنها قليلاً . بينما ينتج من تركيبها على عمود دوران المرفق ذي السرعة المنخفضة إلى ازدياد كبير في وزنها ؛ مما يؤدي إلى ازدياد كبير في إجهادات الانحناء المؤثر في عمود دوران المرفق ، لكن يحدث انخفاض في الإجهادات الناتجة في الحذافة ؛ لذا يكون الحل الأنسب التوفيق بين هذه المتغيرات ، أن يتم تركيب الحذافة على عمود دوران متوسط السرعة ، كما في الشكل (5-43) .

**مسألة-5-13**

المطلوب تصميم الحذافة اللازمة في المسألة (5-9) ، علماً أنه يراد تصنيعها كقطعة واحدة من حديد الصب . بحيث يكون إجهاد الشد الحلقي المسموح به هو $5\ N/mm^2$ ، وعرض إطار الحذافة يساوي ضعفي ارتفاعه ، علماً أن الوزن النوعي لحديد الصب المستعمل $74000\ N/m^3$ .

**الحل:**

استناداً إلى تعيين عزم عطالة الحذافة ، فقد تبين في المثال المذكور أنه:

$$I_f = 3.21\,\text{kg.m}^2$$

والحذافة مركبة على عمود دوران المحرك حيث:

$$w_m = 62.8\ \text{rad/sec}$$

ينتج من المعادلة (5-43) لإجهاد الشد الحلقي أن السرعة المحيطية الوسطية:

$$V = 25.7\ \text{m/sec}$$

ومنه نصف القطر الوسطي للحذافة:

$$R = V / w_m \approx 0.41\,\text{m}$$

أما وزن الحذافة ، فإنه ينتج من علاقة عزم العطالة بعد إهمال تأثير الأذرع وبافتراضها حلقة:

$$W = I_f\ .\ g / R^2 = 187\ \text{N}$$

لكن هذا الوزن يساوي جداء حجم الإطار الحلقي في الوزن النوعي ؛ أي: إن:

$$W = g\,(2p\ .\ R\ .\ b\ .\ h)$$

وبما أن $(b = 2h)$ ، فإنه ينتج بعد التعويض من قيم الوزن النوعي ، نصف القطر ووزن الحذافة ، أن:

$$h = 22.15\ \text{mm} \qquad , \qquad b = 44.3\ \text{mm}$$

يمكن بعدئذ التحقق من قيمة إجهاد الشد الكلي إذا أخذ تأثير إجهاد الانحناء ، والأذرع ، ولنفرض أن عددها ($n = 6$) ، فينتج من تطبيق المعادلة (5-45) أن:

$$s \approx 16\ N/\text{mm}^2$$

وهو ضمن الحدود المسموح بها لحديد الصب التي ذكرت في الفقرة السابقة .

## مسائل غير محلولة **_Problems_**

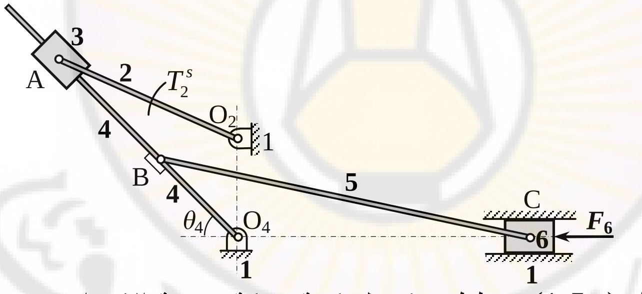
**م-5-1**

يبين الشكل (م-5-1) المخطط الحركي لتركيبة الحركة سريعة الارتداد ، حيث تؤثر القوة $F_6$ في المنزلقة 6 .

المطلوب بإهمال أوزان الوصلات ، وعطالتها ، وكذلك الاحتكاك عند الازدواجات ، إجراء تحليل القوى الاستاتية لتعيين قيمة ، واتجاه كل من القوى المؤثرة في محامل التركيبة ، وكذلك العزم الاستاتي $T_2^s$ المؤثر من عمود الدوران $O_2$ في الوصلة 2 ، للتغلب على الحمل المؤثر في المنزلقة ($F_6 = 335$ N) ؛ للحفاظ على توازن التركيبة في الوضع المحدد بـــ ($\theta_4 = 45^o$) .

علماً أن:

$$O_2O_4 = 18 \text{ cm} \;,\; O_4B = 20 \text{ cm} \;,\; O_2A = 36 \text{ cm} \;,\; BC = 70 \text{ cm}$$




الشكل (م-5-1) مخطط حركي لتركيبة حركة سريعة الارتداد .

*

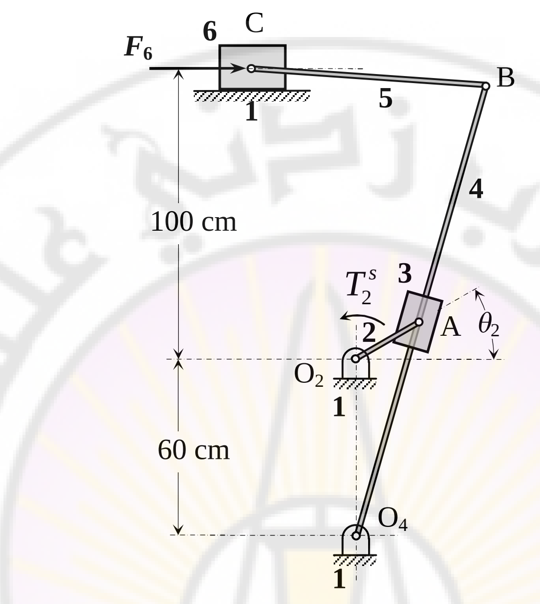
**م-5-2**

يبين الشكل (م-5-2) المخطط الحركي لتركيبة الحركة سريعة الارتداد ، حيث تؤثر القوة $F_6$ في المنزلقة 6 .

المطلوب بإهمال أوزان الوصلات ، وعطالتها ، وكذلك الاحتكاك عند الازدواجات ، إجراء تحليل القوى الاستاتية لتعيين قيمة ، واتجاه كل من القوى المؤثرة في محامل التركيبة ، وكذلك العزم الاستاتي $T_2^s$ اللازم تطبيقه على المرفق $O_2A$ من عمود الدوران $O_2$ ، للتغلب على الحمل المؤثر في المنزلقة ($F_6 = 1000$ N) ؛ للحفاظ على توازن التركيبة للوضع المحدد بـــ ($\theta_2 = 30^o$) .

علماً أن:

$$O_2A = 25\,\text{cm} \quad , \quad O_4B = 160\,\text{cm} \quad , \quad BC = 80\,\text{cm}$$




الشكل(م-5-2) مخطط حركي لتركيبة حركة سريعة الارتداد .

*

**م-5-3**

يبين الشكل (م-5-3) المخطط الحركي لتركيبة ركبية في مكبس تخريم ، حيث الوصلة المقودة المنزلقة F تمثل ممسك أداة التخريم .

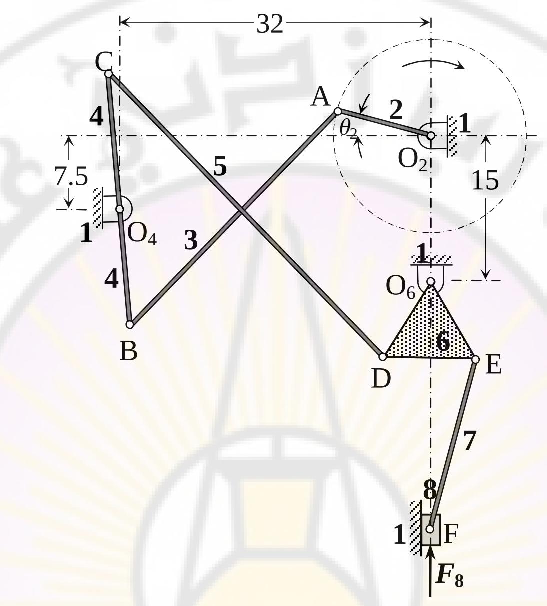
تؤثر في المنزلقة F من التركيبة قوة $F_8$ تعاكس حركة هذه المنزلقة ، فإذا كان وزن المنزلقة F يساوي 50 N ، ومعامل الاحتكاك بينها والمجرى يساوي 0.1 .

المطلوب بإهمال أوزان بقية الوصلات ، وعطالتها ، وكذلك الاحتكاك عند الازدواجات الدورانية . إجراء تحليل القوى الاستاتية لتعيين قيمة كل من القوى المؤثرة في محامل التركيبة ، واتجاهها ، والعزم الاستاتي اللازم تطبيقه على الوصلة القائدة 2 من عمود الدوران $O_2$ ، للتغلب على القوة المؤثرة في المنزلقة ($F_8 = 800$ N) ؛ للحفاظ على توازن التركيبة للوضع المحدد بـــ ($\theta_2 = 15^o$) .

علماً أن:

$$O_2A = 10\,cm \quad , \quad AB = 31\,cm \quad , \quad O_4C = 14\,cm \quad , \quad O_4B = 12.5\,cm$$

$$CD = 41\,cm \quad , \quad EF = 18\,cm \quad , \quad O_6D = O_6E = DE = 9\,cm$$




الشكل (م-5-3) مخطط حركي لتركيبة ركبيه في مكبس تخريم .

*

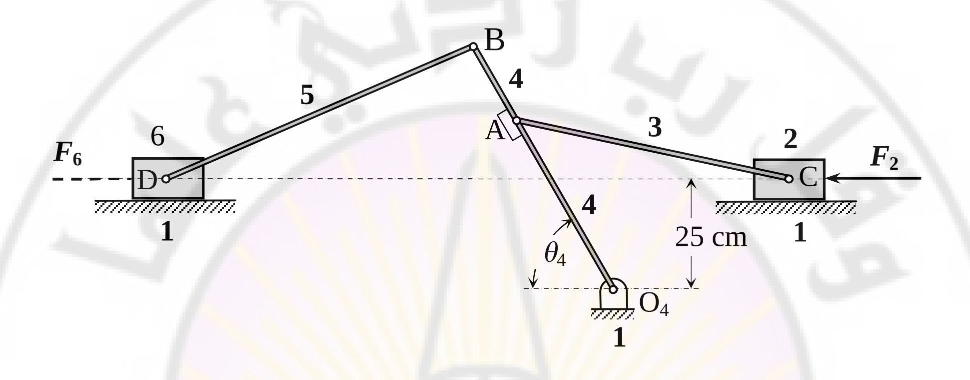
**م-5-4**

يبين الشكل (م-5-4) المخطط الحركي لتركيبة آلية حيث تؤثر القوة ($F_2$ = 200 N) في المنزلقة 2 بالاتجاه المبين في الشكل .

المطلوب بإهمال أوزان الوصلات ، والاحتكاك عند الازدواجات . إجراء تحليل مشترك للقوى الاستاتية ، والعطالية المؤثرة في التركيبة ؛ لتعيين قيمة كل من القوى المؤثرة في محامل التركيبة ، واتجاهها ، وكذلك القوة $\boldsymbol{F_6}$ اللازم تطبيقها على المنزلقة 6 ؛ لتتحرك المنزلقة 2 بسرعة 3.5 m/sec ، وتسارع 35 m/sec$^2$ باتجاه القوة $\boldsymbol{F_2}$ ، والحفاظ على توازن التركيبة في الوضع المحدد بـــ ($\theta_4$ = 60$^o$) ، بما فيه تعيين قوة الارتجاج وموقع خط عملها عن المسند $O_4$ .

علماً أن الوصلات متجانسة ، ومتناظرة بالنسبة لمراكز كتلها ، وأن:

$$O_2A = 45\,\text{cm} \quad , \quad O_4B = AC = 64\,\text{cm} \quad , \quad BD = 76\,\text{cm}$$
$$W_2 = 10\ \text{N} \quad , \quad W_3 = W_4 = 12\ \text{N} \quad , \quad W_5 = 15\ \text{N} \quad , \quad W_6 = 10\ \text{N}$$
$$I_3 = I_4 = 0.03\,\text{kg.m}^2 \quad , \quad I_5 = 0.04\,\text{kg.m}^2$$




الشكل (م-5-4) مخطط حركي لتركيبة آلية .

*

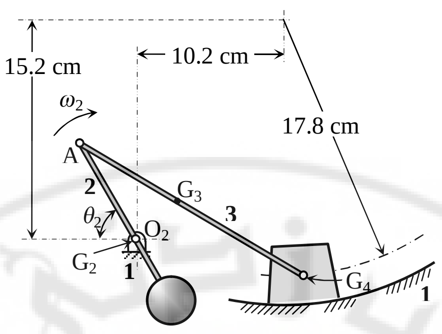
**م-5-5**

يبين الشكل (م-5-5) أحد أوضاع تركيبة آلية ، فإذا دار المرفق 2 بسرعة زاوية ثابتة قدرها ($\omega_2 = 300$ rad/sec) بعكس دوران عقارب الساعة .

المطلوب إجراء تحليل حركي ، وديناميكي كامل ، لتعيين قيمة كل من القوى المؤثرة في محامل التركيبة ، واتجاهها ، وكذلك العزم اللازم تطبيقه على الوصلة القائدة 2 من عمود الدوران $O_2$ ؛ للحفاظ على توازن التركيبة للوضع المحدد بـــ ($\theta_2 = 60^o$) . بما فيه تعيين قوة الارتجاج وموقع خط عملها عن المسند $O_2$ .

علماً أن:

$$O_2A = 7.62\ \text{cm} \quad , \quad AB = 17.8\ \text{cm} \quad , \quad AG_3 = 7.62\ \text{cm}$$
$$W_2 = 17.8\ \text{N} \quad , \quad W_3 = 35.6\ \text{N} \quad , \quad W_4 = 89\ \text{N}$$
$$I_2 = 0.004\ \text{kg.m}^2 \quad , \quad I_3 = 0.020\ \text{kg.m}^2 \quad , \quad I_4 = 0.014\ \text{kg.m}^2$$




الشكل (م-5-5) مخطط حركي لتركيبة آلية .

*

**م-5-6**

يبين الشكل (م-5-6) المخطط الحركي لتركيبة آلية متصالبة ، حيث تؤثر القوة الشاقولية $F_C$ في النقطة C بالاتجاه المبين في الشكل ، فإذا دار المرفق 2 بسرعة زاوية ثابتة قدرها ($\omega_2 = 10$ rad/sec) بعكس دوران عقارب الساعة .

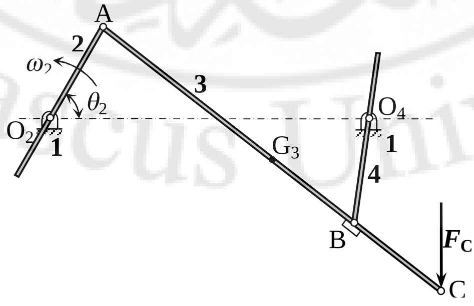
المطلوب إجراء تحليل مشترك للقوى الاستاتية ، والعطالية المؤثرة في التركيبة ، لتعيين قيمة كل من القوى المؤثرة في محامل التركيبة ، واتجاهها ، وكذلك العزم الخارجي اللازم تطبيقه على المرفق 2 ؛ للتغلب على القوة الشاقولية ($F_C = 135$ N) ، ولتحقيق توازن التركيبة عند الوضع ($\theta_2 = 60^o$) . بما فيه تعيين قوة الارتجاج ، وموقع خط عملها عن المسند $O_4$

علماً أن الوصلتين 2 و 4 موازنتان بحيث يكون مركزا كتلتيهما منطبقين على مركزي دورانهما ، وأن:

$O_2A = 15$ cm , $AB = 45$ cm , $O_4B = 15$ cm

$AC = 60$ , $O_2O_4 = 45$ cm , $AG_3 = 30$ cm

$W_3 = 17.8$ N , $I_3 = 0.056$ kg.m$^2$ , $I_4 = 0.0071$ kg.m$^2$




الشكل (م-5-6) مخطط حركي لتركيبة آلية .

**م-5-7**

يبين الشكل (م-5-7) المخطط الحركي لتركيبة آلية رباعية الوصلات $O_2ABO_4$ ، مع مقارن (*Coupler*) ممتد للخارج حتى نقطة الإزاحة المقرنة C على الوصلة المقودة $BO_4$ التي تصنع زاوية α مع $BO_4$ بجهة دوران عقارب الساعة .

تؤثر في المقارن عند النقطة C القوة الخارجية الأفقية $F_C$ بالاتجاه المبين في الشكل ، فإذا دار المرفق 2 بسرعة زاوية ثابتة قدرها ($\omega_2 = 60$ rad/sec) بعكس دوران عقارب الساعة .

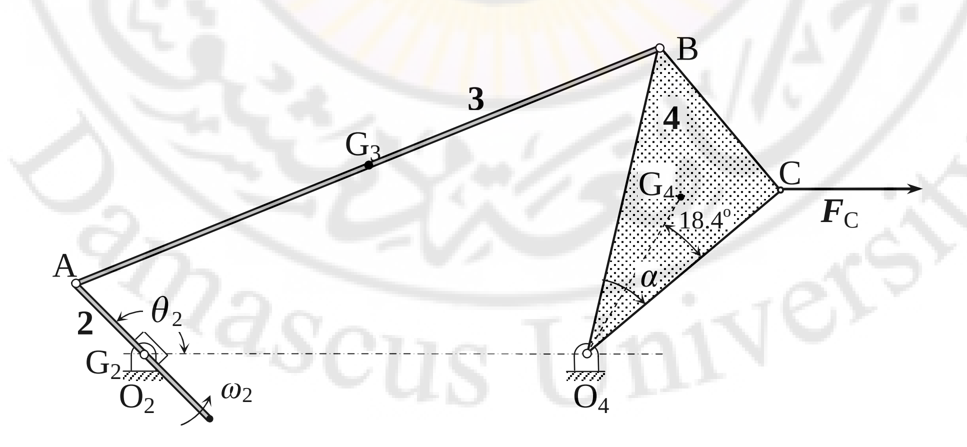
المطلوب إجراء تحليل مشترك للقوى الاستاتية ، والعطالية المؤثرة في التركيبة ، لتعيين قيمة كل من القوى المؤثرة في محامل التركيبة ، واتجاهها ، وكذلك العزم الخارجي اللازم تطبيقه على المرفق 2 للتغلب على القوة الخارجية ($F_C$ =178 N) ؛ ولتحقيق توازن التركيبة عند الوضع ($\theta_2 = 135^o$) . بما فيه تعيين قوة الارتجاج ، وموقع خط عملها عن المسند $O_4$ .

علماً أن:

$$O_2A = 7.5 \text{ cm} \;,\; AB = 50 \text{ cm} \;,\; O_4B = 25 \text{ cm} \;,\; O_2O_4 = 35 \text{ cm}$$

$$BC = 15 \text{ cm} \;,\; O_4C = 20 \text{ cm} \;,\; AG_3 = 25 \text{ cm} \;,\; O_4G_4 = 14.2 \text{ cm}$$

$$W_3 = 31.7 \text{ N} \;,\; W_4 = 15.2 \text{ N} \;,\; I_3 = 0.07 \text{ kg.m}^2 \;,\; I_4 = 0.0042 \text{ kg.m}^2$$




الشكل (م-5-7) مخطط حركي لتركيبة آلية رباعية الوصلات مع مقارن .

**م-5-8**

يبين الشكل (م-5-8) المخطط الحركي لتركيبة آلية رباعية الوصلات $O_2ABO_4$ ، مع مقارن (*Coupler*) ممتد نحو الداخل حتى النقطة المقرنة C على الوصلة القارنة AB . تؤثر في المقارن عند النقطة C القوة الخارجية ($F_C = 4450\,N$) بالاتجاه المبين في الشكل ، فإذا كان المرفق 2 يدور بسرعة زاوية ثابتة قدرها ($\omega_2 = 10$ rad/sec) بعكس دوران عقارب الساعة .

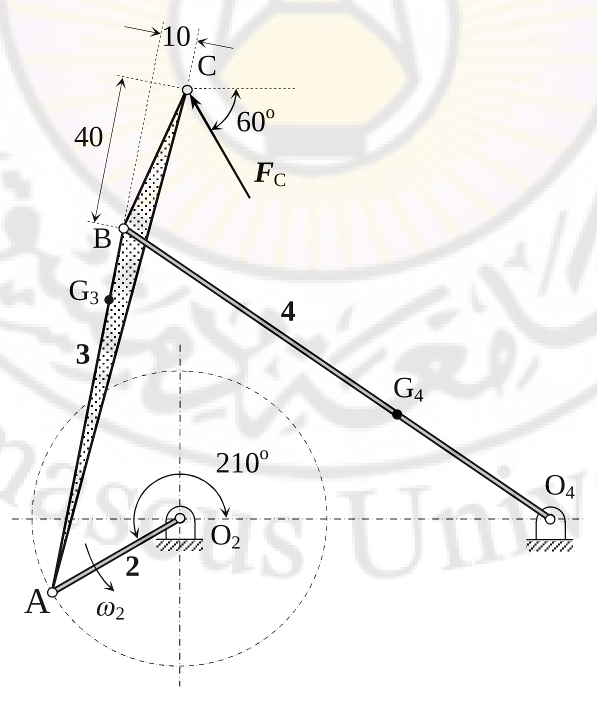
المطلوب إجراء تحليل مشترك للقوى الاستاتية ، والعطالية المؤثرة في التركيبة ، وتعيين قيمة العزم الخارجي واتجاهه اللازم تطبيقه على المرفق 2 المهمل الكتلة ؛ لتحقيق توازن التركيبة عند الوضع ($\theta_2 = 210^o$) ؛ وللتغلب على القوة الخارجية ($F_C$ =4450 N).

علماً أن:

$O_2A = 40$ cm , $AB = O_2O_4 = 100$ cm , $O_4B = 140$ cm

$O_4G_4 = 50$ cm , $AG_3 = 80$ cm

$W_3 = 988$ N , $W_4 = 925$ N , $I_3 = 25.5$ kg.m$^2$ , $I_4 = 29.8$ kg.m$^2$




الشكل (م-5-8) مخطط حركي لتركيبة آلية رباعية الوصلات مع مقارن .

**م-5-9**

يستعمل منظم هارتنيل (*Hartnell*) المبين في a من (الشكل-5-20) لتنظيم سرعة محور دوران شاقولي . إن ذراعي الوصلة المرفقية قائمة الزاوية طول ضلعها المتصل بالجلبة يساوي إلى 65 mm ، وطول ضلعها المتصل بالكرة يساوي إلى 90 mm ، وكتلة كل من كرتيه 2 kg . ويؤثر في الجلبة حمل قدره 40 N ؛ إضافة إلى قوة النابض .

فإذا كانت سرعة الاتزان عندما يكون الذراع الحامل للكرة شاقولياً تساوي 420 r.p.m عند نصف قطر الدوران الموافق لهذا الوضع 75 mm . المطلوب:

1. تعيين قوة النابض المؤثرة في الجلبة عند وضع الاتزان 420 r.p.m باهمال الاحتكاك .
2. تعيين قوة الاحتكاك عند الجلبة التي يمكنها التغلب عند هذا الوضع على زيادة في السرعة قدرها 1% .
3. إذا كانت زيادة في السرعة 5% من الوضع 420 r.p.m تؤدي إلى إزاحة الجلبة مسافة 12 mm ، فعين قيمة عامل صلابة النابض اللازم .
4. احسب جهد المنظم ، وقدرته عند ازدياد فجائي في السرعة 5% .

**م-5-10**

يبين (الشكل-5-25) تخطيطاً لمنظم مشترك التحميل ، محوره A مقيد الحركة في الاتجاه الشاقولي . تتصل كل من كرتيه بوصلة مرفقية قائمة الزاوية BCD ، تتمفصل مع الجلبة عند C ، ومجهزة بدحروجين في D يضغطان على السطح العلوي للمحور ؛ مما يؤدي إلى رفع الجلبة إلى الأعلى ، وانضغاط النابض المحصور بين الجلبة ، والمحور A .

فإذا كانت كتلة كل من الكرتين ($m = 2.7$ kg) ، كتلة الجلبة ($m_s = 13.5$ kg) ، وقوة الاحتكاك عند الجلبة ($F_f = 22$ N) ، وأن عامل صلابة النابض ($K = 50$ kN/m) ، وقوة انضغاطه عندما تكون الجلبة في أخفض وضع لها هي ($P_1 = 475$ N) عند نصف قطر دوران الكرتين ($r_1 = 100$ mm) ، كما هو مبين في الشكل .

المطلوب بإهمال كتلة الوصلتين المرفقيتين والدحروجين المتصلين بهما ، وبالأخذ بالحسبان تأثير كل من وزن الكرتين ، وميل الأذرع ، إيجاد الآتي:

1. السرعة الزاوية التي تبدأ عندها الجلبة بالحركة نحو الأعلى من أخفض وضع لها .
2. مجال السرعات التي تبقى خلالها الجلبة ثابتة على مسافة ($\Delta y = 10$ mm) فوق أخفض وضع لها .

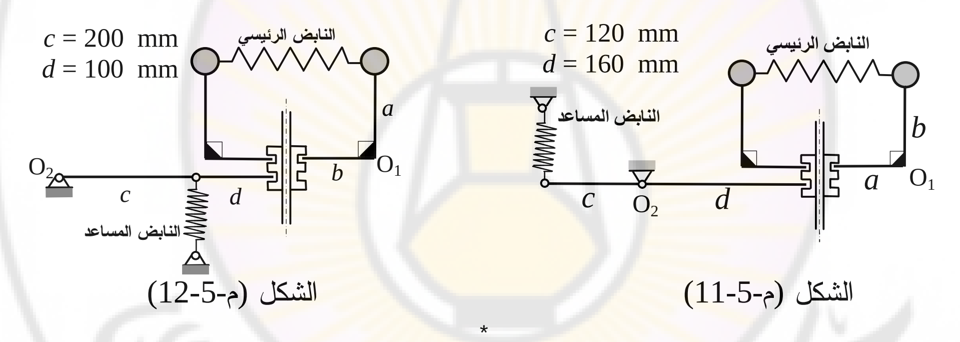
**م-5-11**

يصمم منظم ويلسون – هارتنيل المبين في الشكل (م-5-11) ، لتنظيم سرعة محرك ضمن مجال سرعات (300 - 325 r.p.m) ، عند نصفي القطرين الحديين (85 - 100 mm) على التتالي .

فإذا كانت الوصلة المرفقية حاملة الكرة قائمة الزاوية ، طول ضلعها المتصل بالجلبة ($a$ = 60 mm) ، وطول ضلعها المتصل بالكرة ($b$ = 100 mm) ، الذي يكون شاقولياً عند السرعة 300 r.p.m ، والموافقة لنصف قطر دوران الكرة 85 mm ، وكان معامل مرونة النابض الرئيس مساوياً إلى 2 kN/m ، ومعامل مرونة النابض المساعد 5 kN/m .

المطلوب بعد اهمال تأثير وزن الكرات ، وقوى الاحتكاك ، وميل الأذرع الآتي:

1. ايجاد كتلة كل من الكرتين.
2. حساب جهد المنظم وقدرته الناتجة من التغير الفجائي للسرعة بين القيمتين المذكورتين .




الشكل (م-5-12) الشكل (م-5-11)

*

**م-5-12**

يصمم منظم ويلسون – هارتنيل المبين في الشكل (م-5-12) ، لتنظيم سرعة محرك ضمن مجال سرعات (600 - 630 r.p.m) ، عند نصفي القطرين الحديين (150 - 170 mm) على التتالي .

فإذا كانت كتلة كل كرة 5 kg ، والوصلة المرفقية حاملة الكرة قائمة الزاوية ، طول ضلعها المتصل بالجلبة ($b$ = 75 mm) ، وطول ضلعها المتصل بالكرة ($a$ = 100 mm) ، الذي يكون شاقولياً عند السرعة 600 r.p.m ، والموافقة لنصف قطر دوران الكرة 150 mm ، وكان معامل مرونة النابض المساعد 40 kN/m .

المطلوب بعد اهمال تأثير وزن الكرات ، وقوى الاحتكاك ، وميل الأذرع الآتي:

1. تعيين عامل صلابة النابض الرئيس .
2. حساب جهد المنظم وقدرته الناتجة من التغير الفجائي للسرعة بين القيمتين المذكورتين .

**م-5-13**

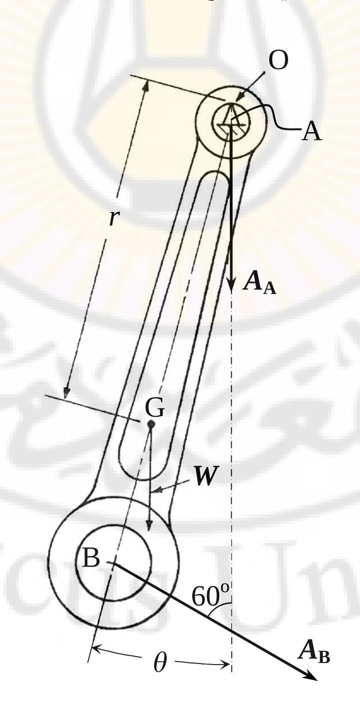
يعلق ذراع التوصيل المبين في الشكل (م-5-13) ، حيث البعد بين نهايتيه 250 mm ، والقطر الداخلي لنهايته الصغرى 20 mm ، ليهتز حول المسند O بزاوية صغيرة $\theta$ . تبين في اختبار تجريبي أن الذراع يهتز 200 نوسة كاملة خلال 190 sec .

فإذا كان:

$$W = 10\ \text{N} \quad , \quad r = 180\ \text{mm} \quad , \quad A_\text{A} = 1600\ \text{m/sec}^2 \quad , \quad A_\text{B} = 4500\ \text{m/sec}^2$$

المطلوب:

1. تعيين قيمة عزم عطالة الذراع حول مركز ثقله G .
2. تحديد عناصر جملة الكتلتين المكافئة ديناميكياً للذراع ، إذا وضعت إحدى الكتلتين في مركز نهايته الصغرى .
3. إذا تحرك الذراع بحيث إن التسارع المطلق لكل من نهايتيه ، كما في الشكل ، عين قيمة قوة العطالة المؤثرة في الذراع ، واتجاهها ، وخط عملها .

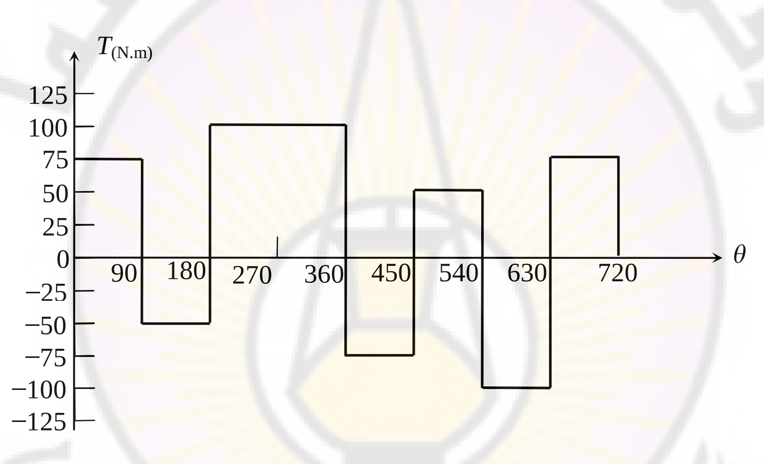



الشكل (م-5-13) مخطط ذراع توصيل حركة .

**م-5-14**

يتغير العزم المقاوم في آلة وفقاً للمخطط المبين في الشكل (م-5-14) ، حيث يتكرر هذا المخطط بعد كل دورتين لعمود الدوران . تدار هذه الآلة مباشرة بمحرك ثابت العزم بسرعة 3500 r.p.m . المطلوب:

1. تعيين استطاعة المحرك الوسطية .
2. تحديد وضع عمود الدوران الذي تحدث عنده كل من السرعة العظمى ،والصغرى .
3. حساب التراوح الأعظمي للقدرة .




الشكل (م-5-14) مخطط تغيرات العزم المقاوم في آلة .

*

**م-5-15**

يتغير العزم المقاوم لآلة بحيث يتزايد بانتظام من قيمة 675 N.m إلى قيمة عظمى 2700 N.m خلال دوران محور الآلة من الصفر إلى $\pi$ ، ويبقى ثابتاً من $\pi$ إلى $3\pi$ ، ثم يتناقص بانتظام إلى 675 N.m خلال دوران المحور من $3\pi$ إلى $4\pi$ ، ومن ثم يبقى ثابتاً حتى نهاية دورة عمل كاملة ، وقدرها $6\pi$ .

تدار هذه الآلة مباشرة بمحرك ثابت العزم يدور بسرعة 250 r.p.m ، ومجهز محوره بحذافة حلقية وزنها 4500 N ، ونصف قطر عطالتها 60 cm ، المطلوب:

1. رسم مخطط تغير عزم الدوران المقاوم للآلة بإتقان خلال دورة عمل كاملة بالنسبة لزاوية دوران محور الآلة $\theta$ ، ومن ثم استنتاج قيمة عزم المحرك اللازم .
2. تعيين الاستطاعة الوسطية للمحرك .
3. تعيين التراوح الأعظمي للقدرة على مخطط عزم الدوران خلال دورة عمل كاملة للآلة ، واحسب قيمته .
4. تعيين معامل تراوح القدرة .
5. تعيين عزم عطالة الحذافة الحلقية المستخدمة .
6. تعيين معامل تراوح السرعة لمحور الدوران .

*

**م-5-16**

يعطي محرك احتراق داخلي أحادي الأسطوانة رباعي الشوط ( شوط التمدد – شوط الطرد – شوط السحب – شوط الانضغاط ) استطاعة قدرها 30 kW عند سرعة دوران 300 r.p.m ، حيث يبدأ منحني عزم الدوران خلال شوط التمدد بزاوية نصف قطرية من 0 إلى $\pi$ وشوط الانضغاط من $3\pi$ إلى $4\pi$ على شكل مثلثين متساويي الساقين ، والقدرة الناتجة عن المحرك خلال شوط الطرد من $\pi$ إلى $2\pi$ ، والسحب من $2\pi$ إلى $3\pi$ ، فهي معدومة ، أما القدرة الناتجة خلال شوط الانضغاط ، فهي سالبة ، وتساوي ربع القدرة الناتجة خلال شوط التمدد.

يدير هذا المحرك مباشرة آلة ذات عزم مقاوم ثابت. المطلوب:

1. رسم مخطط عزم الدوران للمحرك بإتقان خلال دورة عمل ترموديناميكية كاملة موضحاً عليه العزم الوسطي .
2. تعيين القدرة الناتجة عن المحرك خلال دورة كاملة ، ومن ثم إيجاد القيمة العظمى لعزم الدوران خلال شوط التمدد .
3. تعيين كتلة الحذافة الحلقية اللازم تركيبها على محور المحرك ؛ للحفاظ على تراوح سرعة لا يزيد على ± 1.5 % حول قيمة السرعة الوسطية ، إذا كان نصف قطر عطالتها 600 mm .

**م-5-17**

يعطى عزم الدوران الناتج على عمود دوران محرك بدلالة زاوية المرفق $\theta$ ، بالمعادلة:

$$T_{(N\,m)} = 500 + 250\sin 2q - 320\cos 2q$$

حيث $\theta$ تمثل زاوية المرفق من النقطة الميتة .

يدير هذا المحرك مباشرة آلة ذات عزم مقاوم ثابت ، سرعة الدوران الوسطية 1500 r.p.m ، ومعامل تراوح السرعة المسموح به 10% . المطلوب:

1. تعيين استطاعة المحرك الوسطية بالكيلو واط .
2. حساب عزم عطالة الحذافة اللازمة .
3. تحديد الوضع الزاوي الذي يحدث عنده أعظم تسارع زاوٍ للحذافة ، وقيمة هذا التسارع .

*

**م-5-18**

إن معادلة العزم الناتج على عمود دوران محرك بدلالة زاوية المرفق $\theta$ ، هي:

$$T_{(N\,m)} = 19200 + 6400\sin 3q$$

يدير هذا المحرك مباشرة آلة يتغير فيها العزم المقاوم وفق المعادلة:

$$T_{(N\,m)} = 19200 + 2750\sin q$$

فإذا كانت سرعة الدوران الوسطية 300 r.p.m ، وعزم عطالة الحذافة $400\ kg\ m^2$ ، واعتبار $(\cos 3q = 4\cos^3 q - 3\cos q)$ , $(\sin 3q = 3\sin q - 4\sin^3 q)$ ، المطلوب:

1. تعيين استطاعة المحرك الوسطية بالكيلو واط .
2. تعيين قيمة معامل تراوح السرعة .
3. حساب التباطؤ الزاوي الأعظمي للحذافة ، وموضع حدوثه .

**م-5-19**

يستخدم مكبس لأداء 30 عملية كبس في الدقيقة ، بحيث يزداد العزم المقاوم خلال عملية الكبس بانتظام من الصفر إلى قيمة عظمى قدرها 1500 N.m خلال زمن 0.2 sec ، ويبقى ثابتاً خلال زمن 0.4 sec ، ومن ثم يتناقص بانتظام حتى ينعدم خلال زمن 0.2 sec ، بحيث تستغرق عملية الكبس الفعلية 0.8 sec .

فإذا كان عمود إدارة المكبس مجهزاً بحذافة حلقية وزنها 5000 N ونصف قطر عطالتها 80.5 cm ، ويدور بسرعة وسطية قدرها 150 r.p.m بواسطة محرك كهربائي ثابت العزم ، المطلوب:

1. رسم مخطط تغير العزم المقاوم بإتقان خلال دورة عمل كاملة بالنسبة للزمن $t$ ، وبالنسبة لزاوية دوران عمود إدارة المكبس $\theta$ المكافئة لهذا الزمن ، ومن ثم استنتاج قيمة عزم المحرك اللازم لعملية الكبس .
2. تعيين الاستطاعة الوسطية للمحرك .
3. تعيين التراوح الأعظمي في القدرة خلال عملية الكبس .
4. تعيين معامل تراوح السرعة لعمود إدارة المكبس .
5. تعيين التغير الكلي لسرعة عمود إدارة المكبس خلال عملية الكبس .
6. تعيين القدرة اللازمة لعملية الكبس .
7. تعيين عدد عمليات الكبس في الساعة .

*

**م-5-20**

يستخدم مكبس لأداء 120 عملية كبس في الدقيقة ، بحيث تتم عملية الكبس بعزم مقاوم ثابت قدره 10 Nm خلال زمن قدره 0.2 sec ، ومن بعدها مباشرة يصبح العزم ثابتاً أيضاً ،وقدره 1 Nm خلال زمن قدره 0.3 sec ،ويتكرر هذا العزم بكل عملية كبس .

فإذا كان عمود إدارة المكبس مجهز بحذافة حلقية وزنها 115 N ، ونصف قطر عطالتها 12 cm ، ويدور بسرعة وسطية 3000 r.p.m بواسطة محرك كهربائي ثابت العزم. المطلوب الآتي:

1. ايجاد الزمن الذي تستغرقه دورة عمل كاملة للمكبس ، وتحديد زاوية دوران عمود إدارة المكبس المكافئة لزمن الدورة الواحدة .
2. رسم مخطط تغير العزم المقاوم خلال دورة عمل كاملة بالنسبة للزمن $t$ ، أو بالنسبة لزاوية دوران عمود إدارة المكبس $\theta$ المكافئة لهذا الزمن بالراديان ، ومن ثم استنتاج قيمة عزم المحرك $T$ اللازم لعملية الكبس .
3. تعيين الاستطاعة الوسطية للمحرك .
4. تعيين معامل تراوح السرعة ، ومن ثم التغير الكلي لسرعة عمود الدوران .

*

**م-5-21**

وجد في اختبار تجريبي لمحرك متعدد الأسطوانات ، أن المساحات المحصورة بين مخطط عزم الدوران وخط العزم المقاوم الثابت ، هي:

$$-30\,,+400\,,-270\,,+325\,,-312\,,+230\,,-370\,,+270\,,-243\,\text{mm}^2$$

حيث مقياس رسم المخطط بدلالة الوضع الزاوي للمرفق هو:

شاقولياً $(1\ \text{mm} \equiv 55\ \text{N.m})$ ، وأفقياً $(1\ \text{mm} \equiv 3^o)$

فإذا كانت السرعة الوسطية للدوران 1000 r.p.m ، ومعامل تراوح السرعة المسموح به $\pm 0.5\%$ . المطلوب إجراء تصميم كامل للحذافة اللازمة على أساس كونها حلقة ذات ستة أذرع ، علماً أن:

- الوزن النوعي لمعدن الحذافة يساوي $78000\ \text{N/m}^3$ .
- إجهاد الشد الحلقي المسموح به يساوي $20\ \text{N/mm}^2$ .
- عرض محيط الإطار يساوي ضعفي ارتفاعه .
- مقطع الذراع قطع ناقص محوره الأكبر ضعفي محوره الأصغر ، والإجهاد المسموح به في الذراع يساوي $20\ \text{N/mm}^2$ .
- قطر جذعة الحذافة يساوي 100 mm .
- الاستطاعة الوسطية المستهلكة في الحمل المقاوم 250 kw ، والمحرك يتصل مباشرة بعمود دوران الحمل .
- إجهاد الشد الكلي المؤثر في مقطع إطار الحذافة ، يجب ألا يزيد على $75\ \text{N/mm}^2$ .

**م-5-22**

يدار مقص آلي بمحرك كهربائي ذي استطاعة مستمرة قدرها 3 kw ، يتصل مباشرة بعمود تدوير المقص . ويركب على عمود دوران المحرك حذافة عزم عطالتها $12\ kg.m^2$ .

فإذا كانت سرعة دورانها 250 r.p.m عند لحظة بدء عملية القص ، وكانت عملية القص تستهلك قدرة 4750 N.m وتستغرق زمناً قدره 0.75 sec . المطلوب:

1. تعيين عدد عمليات القص الممكن تنفيذها خلال ساعة عمل للمقص .
2. حساب الانخفاض الحاصل في سرعة دوران الحذافة بعد انتهاء عملية القص مباشرة .

*

**م-5-23**

يستخدم مكبس تخريم المبين في (الشكل-5-42) في تثقيب صفيحة فولاذية بمعدل 20 ثقباً/دقيقة ، حيث تستغرق عملية التخريم 1/5 من زمن دورة كاملة للمرفق ، وكانت سماكة الصفيحة 19 mm ، قطر الثقب 15 mm ، ومقاومة معدن الصفيحة للقص 300 $N/mm^2$ ، وكان مخطط تغير القوة بالنسبة لانتقال عدة التخريم مبيناً في (الشكل-5-43) .

فإذا دار المحرك بسرعة ثابتة 900 r.p.m وانتقلت الحركة إلى مرفق المكبس عبر عمود مناول وسيط يدور بسرعة 120 r.p.m . المطلوب:

1. رسم المخطط الحركي للمكبس مبيناً عليه قيمة دوران كل عمود ، وسرعته ، واتجاهه ، وكذلك رسم مخطط تغير القوة بالنسبة للانتقال .
2. تعيين استطاعة المحرك بالكيلو واط في حال عدم تركيب حذافة .
3. تعيين استطاعة المحرك بالكيلو واط في حال تركيب الحذافة .
4. تحديد عزم عطالة الحذافة المركبة على العمود المناول الوسيط ؛ للحفاظ على تراوح سرعة لا يزيد على 5% من السرعة الوسطية لهذا العمود .
5. تصميم الحذافة اللازمة ، علماً أن مقطع إطارها هو مربع ، وذات ستة أذرع ، وأنها مصنوعة من حديد الصب وزنه النوعي $74000\ N/m^3$ ، بحيث ألا تزيد السرعة المحيطية على 20 m/sec . ومن ثم تحقق من أن الاجهادات المؤثرة في مقطع الإطار تقع ضمن الحدود المسموح بها ، وفقاً للفقرة (5-8-4) .

# الفصل السادس

## الكامات *Cams*

### 6-1- مقدمة *Introduction*

الكامة أو الحدبة (*the Cam*) هي أية وصلة ذات تماس مباشر مع وصلة أخرى تتدحرج أو تنزلق على سطحها تسمى التابع (*The Follower*) ، تشكل هاتان الوصلتان مع الهيكل الثابت (*The Frame*) تركيبة الكامة . إن تركيبات الكامات هي من أبسط الوسائل التي تؤمن تقريباً أية حركة مطلوبة للتابع ، حتى مع فترات سكون أو توقف ؛ مما يؤدي أحياناً إلى شكل غير منتظم لسطح الكامة ؛ لذلك فإن لهذه التركيبات مجالات تطبيقية واسعة وعلى الأخص في محركات الاحتراق الداخلي ، وآلات الغزل والنسيج ، والآلات الطابعة ، وآلات قطع المسننات والحاسبات الميكانيكية ، والآلات الأوتوماتيكية ، حيث من الصعب أن نجد آلة من النوع الذي تطلق عليها أوتوماتيكي ، خالية من نوع أو أكثر من أنواع الكامات .

يتم تماس الكامة والتابع ، بوجه عام ، في نقطة أو خط مستقيم ؛ وبالتالي فإن الازدواج بينهما هو ازدواج علوي . لذا فإن القوى المسموح بها في تركيبات الكامات هي أقل من تلك التركيبات المرفقية المكافئة لها ، والتي يتم فيها التماس في سطوح . إلا أن ذلك لا يحد من انتشار استعمالها في مجالات مختلفة ؛ بسبب ميزاتها الحركية التي لا غنى عنها في الآلات التي تستلزم توقيتاً أو تزامناً دقيقاً للحركة ؛ إضافة إلى ذلك ، فإن التطور الكبير الحاصل في إنتاج مواد ذات مقاومة عالية للإجهاد والتآكل ، قد أدى إلى تصميم تركيبات قادرة على نقل قوى كبيرة نسبياً . كما أن هذه التركيبات هي سهلة التصميم عموماً ، وتشغل حيزاً صغيراً بالمقارنة مع التركيبات المرفقية التي من الصعب تصميمها بدقة ، وتكون عادةً ذات حجوم كبيرة نسبياً .

### 6-2- أنواع الكامات *Types of Cams*

توجد أنواع عديدة من الكامات ، وسوف نبحث هنا في بعض الأنواع الشائعة فقط ، وبما أنه يمكن للكامة أن تأخذ أي حركة كانت بغية تحقيق حركة معينة مطلوبة للتابع ؛ لذا فإنه يفضل عادة تقسيم الكامات وفق نمط حركتهاي ف نوعين ، كامات مستوية وكامات فراغية .

### 6-2-1- الكامات المستوية *Plane Cams*

في الكامات المستوية ، تعتمد حركة التابع على نمط معين لحركة الكامة ، وتصنف وفق منطلقات مختلفة نبين أهمها فيما يأتي:

**§ وفق طبيعة الحركة**

إن لحركة الكامة ووضع مستوى حركة التابع بالنسبة لمحورها أهمية خاصة في تحديد حركة التابع . نميّز في هذا المجال ثلاثة أنواع رئيسة من الكامات مبينة في (الشكل-6-1) ، وهي:

1. **كامات انتقالية** ***Translation Cams***

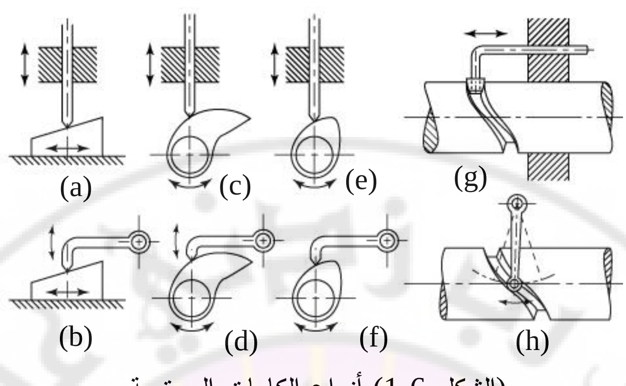
هذا النوع من الكامات هو النوع الأساسي ، لأننا نستطيع عدّ الكامات جميعها كأنها أسافين (*Wedges*) ذات انحدار ثابت أو متغير ، حيث تكون حركة الكامة انسحابية ترددية ، وينتج منها في مستوى حركتها نفسه حركة ترددية للتابع ، كما هو مبين في الرسم a في (الشكل-6-1) ، أو حركة تأرجحية ، كما هو مبين في الرسم b في (الشكل-6-1) . يمكن لسطح الكامة أن يكون مستوياً ، كما في الشكل أو سطحاً منحنياً ما ، وسيئة هذا النوع أن الحركة نفسها تتكون بترتيب معكوس في شوط رجوع الحركة .

2. **كامات قرصية** ***Disc Cams***

يتكون هذا النوع بلف سطح الكامة الانتقالية حول محيط قرص دائري ، حيث نحصل على الكامة القرصية ، وتكون حركة الكامة دورانية أو اهتزازية حول محور عمودي على مستوي حركة التابع الذي يمكن أن يتردد أو يتأرجح ، كما هو مبين في الرسومات c , d , e , f في (الشكل-6-1) . إن شكل مقطع الكامة في هذه الحالة هو بوجه عام منحن مغلق ما .

3. **كامات أسطوانية** ***Cylindrical Cams***

يتكون هذا النوع عندما يتشكل الإسفين على سطح أسطوانة ، حيث نحصل على الكامة الأسطوانية ، وتكون حركة الكامة دورانية حول محورها الموازي لمستوي حركة التابع ، الذي يتحرك ضمن أخدود محفور على سطح الأسطوانة . يمكن أن تكون حركة التابع ترددية ، كما هو مبين في الرسم g في (الشكل-6-1) ، أو تأرجحية ، كما هو مبين في الرسم h في (الشكل-6-1) .



(الشكل-6-1) أنواع الكامات المستوية

### § وفق طبيعة التماس

سيتضح من خلال تحليل تركيبات الكامات ، أن قوة العطالة المؤثرة في التابع تعمل ، خلال فترات معينة من حركته على إبعاده عن سطح الكامة ؛ لذا يمكن تصنيف الكامات وفقاً للوسيلة المستعملة في الحفاظ على التماس ، وتقييد التابع بالحركة على سطح الكامة خلال فترات العمل كاملة. نميز في هذا المجال نوعين:

**1. كامات ذات اغلاق قسري** ***Force Closed Cams***

حيث يتم التأثير بقوة خارجية تؤمن غالباً بوساطة نابض ؛ إذ من النادر أن يكون وزن التابع كافياً للتغلب على قوة العطالة . مثال ذلك الكامات الانتقالية والقرصية المبينة في (الشكل-6-1) .

تمتاز الكامات ذات الإغلاق القسري بسهولة تصميمها وتصنيعها ؛ وبالتالي فإن تكاليف إنتاجها منخفضة نسبياً ، إلا أن وجود النابض يؤدي إلى أحمال إضافية خلال جزء من شوط حركة التابع ؛ وبخاصة في الآلات ذات السرعات العالية .

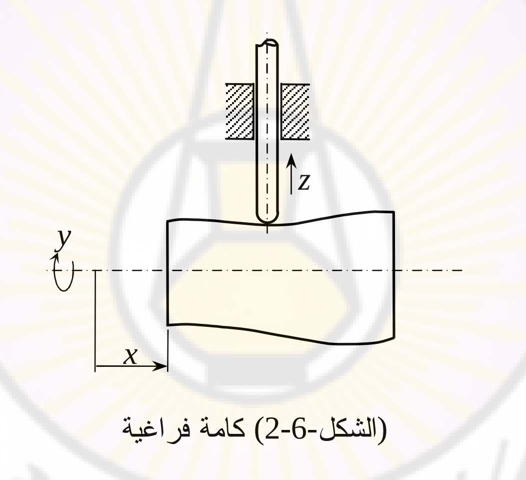
**2. كامات ذات حركة إيجابية** ***Positive-Motion Cams***

حيث يتم تقييد الحركة من خلال شكل الكامة من دون الحاجة إلى تطبيق وسائل خارجية . مثال ذلك الكامات الأسطوانية المبينة في (الشكل-6-1) ، حيث تكون نهاية التابع بتماس دائم مع جانبي المجرى المنحني المحفور على سطح الأسطوانة . هناك أمثلة أخرى سنتطرق إليها لاحقاً .

تستلزم الكامات ذات الحركة الإيجابية دقة عالية في التصميم والتصنيع بغية تأمين توافق دقيق بين السطوح المتماسة ، فهي ذات تكاليف إنتاجية مرتفعة ؛ إضافة إلى أنها تفقد جودة أدائها بسرعة ؛ بسبب ازدياد الخلوص نتيجة التآكل والاهتراء ؛ مما يحد كثيراً من تطبيقاتها العملية .

### 6-2-2- الكامات الفراغية *Space Cams*

في الكامات الفراغية ، حيث تعتمد حركة التابع على نمط آخر لحركة الكامة والتي تنتج من حركتين مستقلتين للكامة تحدثان بآن واحد . يبين (الشكل-6-2-2) كامة فراغية ، حيث إزاحة التابع $z$ هي تابع لحركة دوران الكامة $y$ وانتقالها $x$ معاً .



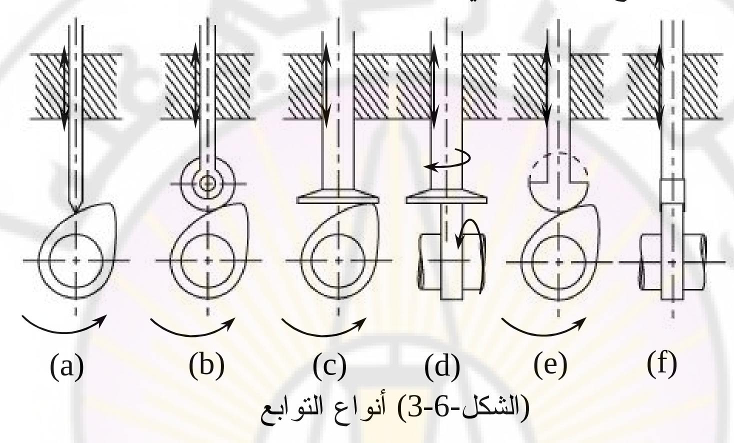

(الشكل-6-2-2) كامة فراغية

تستعمل الكامات الفراغية في بعض التطبيقات المحدودة ؛ وبخاصة في مجال التحكم بوضع المدافع وقواعد إطلاق الصواريخ . إن تصميم هذه الكامات ، وإنتاجها صعب جداً ؛ بسبب الدقة العالية المطلوبة ، وضرورة إنهاء سطوحها يدوياً ؛ مما يؤدي إلى تكاليف إنتاجية باهظة جداً ، حيث يلزم في أغلب الأحيان تحديد أوضاع 15000 نقطة بدقة لا تتجاوز $\pm 0.01\,\text{mm}$ .

سنقتصر في هذا الفصل على دراسة الكامات المستوية ، مع التركيز بشكل أساسي على الكامات القرصية التي تدور بسرعة زاوية ثابتة ؛ لأن هذا النوع هو الأكثر استعمالاً في التطبيقات الميكانيكية: كالمحركات ، والآلات المختلفة .

### 3-6- أنواع التوابع *Types of Followers*

يتبين مما سبق أن التوابع من حيث حركتها هي مجموعتان ، إما ترددية على خط مستقيم ، أو تأرجحية ؛ أي اهتزازية حول مفصل . لكن من المعتاد تصنيف التوابع ضمن كل من هاتين المجموعتين ؛ وفقاً لشكل نهايتها التي تمس السطح المحيطي للكامة . يبين (الشكل-6-3) ثلاث أنواع رئيسة ، وهي:




(الشكل-6-3) أنواع التوابع

#### 1. تابع مدبب *Knife-Edge Follower*

إن التماس بين سطح الكامة ، ونهاية التابع في هذه الحالة هو تماس نقطي ، تنتج منه حركة انزلاقية نسبية كبيرة بين الكامة والتابع ، كما هو مبين في الرسم a في (الشكل-6-3) . يؤدي ذلك إلى معدل تآكل كبير يحد من تطبيقات هذا النوع ، إلا أنه يمتاز بملاءمته لأي شكل كان لسطح الكامة .

#### 2. تابع دحروجي *Roller Follower*

حيث تتكون نهاية التابع من دحروج أو بكرة ، تتصل مع ساق التابع بازدواج دوراني ، كما هو مبين في الرسم b في (الشكل-6-3) . إن استعمال هذا النوع يقلل كثيراً من معدل التآكل ؛ إذ إن الحركة النسبية بين الكامة والتابع عند التماس هي حركة تدحرجية إلى حد كبير . تجدر الإشارة إلى أنه لا يمكن إزالة الانزلاق كلياً عند خط التماس ؛ لأن عطالة الدحروج تمنعه من تغيير سرعته الزاوية آنياً وفق تغير السرعة المحيطية للكامة . يمكن استعمال هذا النوع مع أية كامة ذات سطح محيطي محدب كلياً ، أو يحوي أجزاء مقعرة بشرط أن يكون نصف قطر التقعر لأي منها مساوياً على الأقل نصف قطر الدحروج .

### 3. تابع مسطح *Flat-Faced Follower*

يمتاز هذا النوع المبين في الرسم c في (الشكل-6-3) من النوعين السابقين ، بانخفاض كبير في قيمة الدفع الجانبي المؤثر في المجرى الذي تتحرك ضمنه ساق التابع ، مقارنة بالتابع المدبب والدحروجي ؛ إذ إن الدفع الناتج في حالة تابع مسطح يتأثر فقط بالاحتكاك الحاصل بين سطحي الكامة والتابع . إن الحركة النسبية بين هذين السطحين هي حركة انزلاقية ؛ وبالتالي ينتج منها معدل تآكل كبير .

يمكن تقليل التآكل بشكل ملحوظ فيما لو أزيح محور التابع باتجاه مواز لمستوي سطح الكامة ، مع بقائه متقاطعاً مع محور الدوران كما هو مبين في المسقط الجانبي في الرسم d في (الشكل-6-3) ؛ إذ إن ذلك يؤدي إلى دوران التابع حول محوره إضافة إلى حركته الترددية . من الواضح أنه لا يمكن استعمال التابع المسطح إلا في حالة كامة ذات سطح محيطي محدب كلياً .

### 4. تابع كروي *Spherical Follower*

يفضل أحياناً ؛ وبخاصة في محركات الاحتراق الداخلي استعمال شكل معدل للتابع المسطح ،بحيث تكون نهايته المماسة لسطح الكامة على شكل قطاع كروي ، كما هو مبين في الرسمين e و f في (الشكل-6-3) . إن الحركة النسبية بين الكامة والتابع عند التماس تبقى انزلاقية ، إلا أن إزاحة التابع الموافقة لدوران الكامة تكافئ الإزاحة الناتجة من تابع دحروجي يساوي قطره قطر الكرة المشكلة لنهاية التابع . يستعمل هذا النوع عادة عندما يكون الحيز المتاح لتركيبة الكامة محدوداً .

## 6-4- المتغيرات الأساسية لتركيبة الكامة *Basic Variables of Cam Mechanism*

يفضل قبل دراسة حركة تركيبة كامة توضيح بعض التعابير المتعلقة بهذه الدراسة . يبين الرسم التخطيطي a في (الشكل-6-4) كامة قرصية ، وتابعاً مدبباً ترددياً . تدور الكامة حول محور مار من O بسرعة زاوية ثابتة $\omega$ عكس اتجاه دوران عقارب الساعة . إن محور الدوران عمودي على مستوي الحركة . ينتج من دوران الكامة حركة انسحابية ترددية للتابع على مسار مستقيم ، حيث محور التابع يمر من مركز الدوران O .

يمكن من الرسم التخطيطي a في (الشكل-6-4) ، تعريف معظم المتغيرات التي تؤثر في حركة التابع كالآتي:

### 1. جانبية الكامة ***Cam Profile***

وهي تمثل شكل السطح المحيطي ؛ أي الخارجي للكامة ABCDA ، ويمكن في الكامات القرصية أن تأخذ أي شكل منحن مغلق .

### 2. الدائرة الأساسية ***Base Circle***

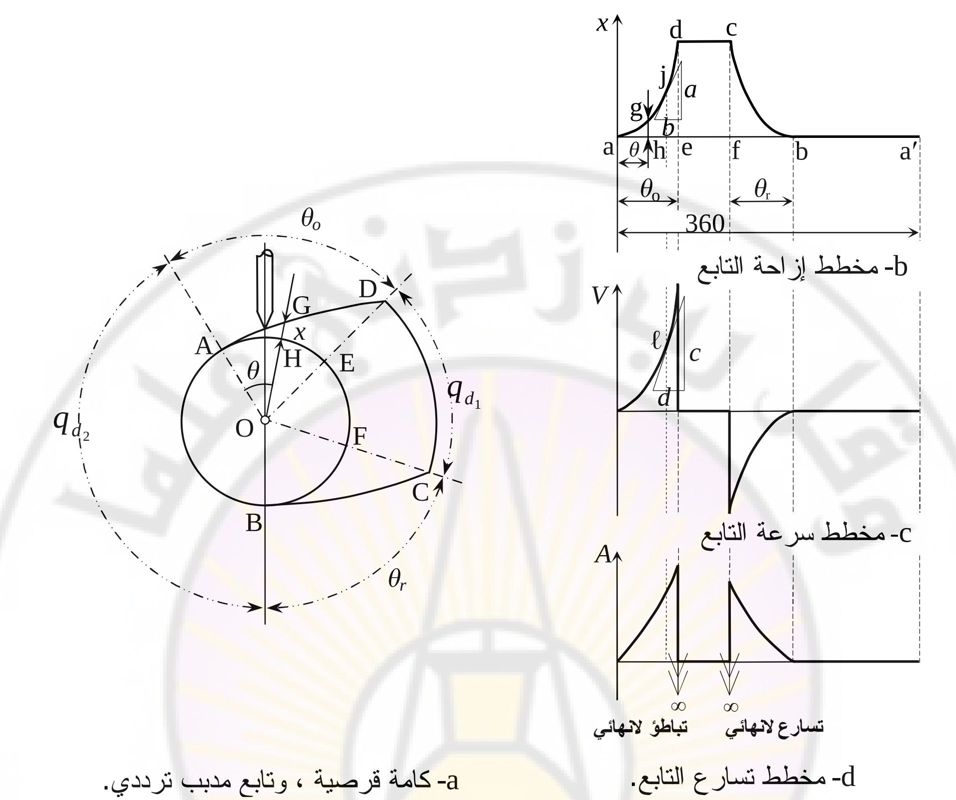
وهي أصغر دائرة تمس محيط الكامة ، ومركزها هو مركز الدوران O . تمثل الدائرة ABFE في الرسم التخطيطي a في (الشكل-6-4) الدائرة الأساسية للكامة بحيث يكون نصف قطرها ($R$ = OA) هو أصغر بعد بين نقطة تماس التابع ، ومركز الدوران خلال كامل فترة الحركة . يمكن لقوس من هذه الدائرة أن يكون جزءاً من جانبية الكامة ، مثال ذلك القوس AB في الشكل ، كما يمكن ألا تنطبق على الكامة إلا في نقطة تماس واحدة ، تمثل وضعاً لحظياً تكون عنده نهاية التابع أقرب ما يمكن من مركز الدوران . إلا أنه يجب في الحالات كلها تعيينها ؛ لأن لها تأثيراً أساسياً في تصميم الكامة شكلاً ، وأداءً ؛ وبخاصة في تحديد حجم الكامة ، حيث من البديهي أن قطرها يجب أن يكون أكبر من قطر عمود دوران الكامة .

### 3. نقطة الأثر ***Trace Point***

تسمى أحياناً نقطة الإسناد ، وهي نقطة يتم اختيارها على التابع لتعيين ميزاته الحركية ؛ وبالتالي تستعمل لإنشاء جانبية الكامة تخطيطياً أو تحليلياً . تكون هذه النقطة في التابع المدبب هي نهايته الحادة ، وفي التابع الدحروجي هي مركز الدحروج المتصل بنهايته ، وفي التابع المسطح هي نقطة تقاطع محور مسار التابع مع السطح المستوي لنهايته ، أما في التابع الكروي ، فهي مركز الكرة المشكلة لسطح نهايته .

### 4. إزاحة التابع ***Follower Displacement***

وهي المسافة التي تتحركها نقطة الأثر على مسار التابع خلال فترة زمنية معينة من بدء الحركة . من الواضح أنه إذا دارت الكامة بسرعة زاوية ثابتة ، فإن زوايا متساوية على عمود الكامة ، أو على دائرتها الأساسية تكافئ فترات زمنية متساوية ؛ لذا فإن الإزاحة في هذه الحالة تعين بالنسبة لزاوية دوران الكامة . تقاس هذه الزاوية بدءاً من الوضع الذي تكون فيه نقطة الأثر أقرب ما يمكن إلى مركز الدوران ؛ وبالتالي فإن المسافة $x$ المبينة في الرسم التخطيطي a في (الشكل-6-4) هي إزاحة التابع المدبب الموافقة لدوران الكامة زاوية $\theta$ من الوضع الابتدائي عند A .




a- كامة قرصية ، وتابع مدبب ترددي. d- مخطط تسارع التابع.

(الشكل-6-4) المتغيرات الأساسية لتركيبة الكامة ، ومخططات حركتها .

### 5. شوط التابع ***Stroke***

وهو يساوي قيمة أعظم إزاحة تتحركها نقطة الأثر مبتعدة عن مركز الدوران خلال شوط الذهاب أو الرفع (*Out-stroke or Lift-stroke*) ، أو مقتربة منه خلال شوط العودة أو الخفض (*In-stroke or Down-stroke*) . من الواضح أن هذين الشوطين متساويان ، ويرمز لأي منهما عادة بالرمز *S* . ويلاحظ في الرسم التخطيطي a في (الشكل-6-4) أن ED تمثل شوط الرفع ، بينما CF تمثل شوط الخفض .

كما أن زاوية دوران الكامة الزاوية AOD ، فإنها تمثل زاوية الرفع $\theta_o$ (*Lift-stroke Angle*) ، بينما الزاوية COB فإنها تمثل زاوية الخفض $\theta_r$ (*Down-stroke Angle*) . يجب الانتباه إلى أنه ليس من الضروري أن تكون هاتان الزاويتان متساويتين رغم تساوي الشوطين دوماً ؛ إذ تتعلق قيمة كل منهما بطبيعة الحركة المطلوبة خلال كل من الشوطين .

### 6. زاوية السكون *Dwell Angle*

وهي الزاوية التي يمكن أن تدورها الكامة بحيث يبقى التابع ساكناً ؛ أي متوقفاً عن الحركة . يمكن أن تحدث فترة السكون بعد كل من شوطي الرفع والخفض ، أو بعد نهاية أحدهما فقط ، أو قد لا يكون هناك فترات سكون للتابع على الإطلاق . إن شرط حدوث فترة سكون بعد شوط الرفع هو أن تكون جانبية الكامة ، بين نهاية الرفع وبداية الخفض ذات سطح دائري متحد المركز مع محور الدوران O ، مثال ذلك زاوية السكون $(\mathrm{DOC} = q_{d_1})$ المبينة في الرسم التخطيطي a في (الشكل-6-4) . أما فترة السكون بعد نهاية شوط الخفض ، فإنها تحدث عندما تحوي جانبية الكامة قوساً من الدائرة الأساسية ، مثال ذلك زاوية السكون $(\mathrm{BOA} = q_{d_2})$ المبينة في الرسم التخطيطي a في (الشكل-6-4) .

تجدر الإشارة إلى أن ما ذكرناه يمثل أهم المتغيرات التي تؤثر في حركة تركيبة كامة ، كما أنه سيتم التنويه تباعاً في الفقرات اللاحقة ، عن أية متغيرات إضافية قد تنشأ في حالات معينة .

### 7. مخططات حركة التابع *Follower Motion Diagram*

يتضح مما تقدم أن تغيرات إزاحة التابع بالنسبة لزاوية دوران الكامة ، تحدد شكل جانبية الكامة والعكس بالعكس . بما أن سرعة دوران الكامة $\omega$ ثابتة ؛ وبالتالي $(\theta = \omega \,.\, t)$ ، فإن المخطط الناتج من التمثيل البياني لتغيرات إزاحة التابع $x$ على المحور الشاقولي ، بالنسبة للأوضاع الزاوية للكامة $\theta$ على المحور الأفقي ، هو مخطط إزاحة التابع أو الانتقال (*Displacement Diagram*) ، الذي يحدد طبيعة حركة التابع بالنسبة للزمن .

يبين المخطط b في (الشكل-6-4) مخطط إزاحة التابع في تركيبة الكامة المبينة في الرسم التخطيطي a في (الشكل-6-4) ، حيث يمثل المحور الأفقي a-a′ انتقال الكامة وهو دورة واحدة $(\theta = 360^{o})$ ، ويكافئ أيضاً زمن هذه الدورة الواحدة $t$ ، حيث ae يمثل زاوية الرفع $\theta_o$ ، أو الزمن $t_0$ لإزاحة التابع على مسافة تساوي شوط الرفع $S$ ، أما ef ، فإنه يمثل زاوية السكون $q_{d_1}$ بعد نهاية شوط الرفع ؛ أي الفترة التي يبقى فيها التابع ساكناً عند هذا الوضع .

كذلك الأمر بالنسبة لشوط الخفض ، حيث يمثل f b زاوية الخفض $\theta_r$ أو الزمن $t_r$ ، بينما يمثل ba′ زاوية السكون $q_{d_2}$ بعد هذا الشوط ، ويكرر التابع هذه الحركة خلال كل دورة كاملة للكامة . من الواضح أن إزاحة التابع $x$ عند زاوية ما $\theta$ تحدد بالإحداثي الشاقولي gh مثلاً .

أما مخطط سرعة التابع المبين في c في (الشكل-6-4) ، فإنه ينتج من اشتقاق بياني لمخطط الإزاحة بالنسبة للزمن . يتم ذلك بأخذ نقاط عدة على مخطط الإزاحة ، وتعيين ميل المماس عند كل منها ، حيث يمثل هذا الميل سرعة التابع عند الوضع الموافق لكل نقطة . مثال ذلك النقطة j على مخطط الإزاحة ، حيث يرسم المماس لهذا المخطط ، ويحسب ميله a/b ؛ ليمثل سرعة التابع عند هذه النقطة .

يمكن الحصول بطريقة مماثلة على مخطط التسارع المبين في d في (الشكل-6-4) ، من اشتقاق بياني لمخطط السرعة بالنسبة للزمن ، حيث يمثل ميل المماس c/d عند نقطة ℓ مثلاً ، قيمة تسارع التابع عند هذه النقطة . يجب الانتباه عند حساب الميل في كل من الحالتين إلى ضرورة كون المحور الأفقي ممثلاً لتغيرات زمنية حصراً ، أما إذا كان هذا المحور يمثل تغيرات زاوية دوران الكامة $\theta$ ، فإنه يجب تحويل قيمة كل من d و b عند حساب الميل ، إلى القيمة الزمنية الموافقة لكل منهما استناداً إلى العلاقة ( $t = \theta / \omega$ ) . من البديهي أن قيمة كل من سرعة التابع وتسارعه خلال فترات السكون تساوي الصفر .

يلاحظ أنه مهما كانت طبيعة حركة التابع ، فإن سرعته خلال كل من شوطي الرفع والخفض هي حتماً متغيرة ؛ إذ إن التابع يبدأ حركته من السكون عند بداية كل من هذين الشوطين ليعود إلى السكون أيضاً في نهاية كل منهما . يبقى هذا التحليل صحيحاً في حال عدم وجود فترات سكون ؛ لأنه يجب على التابع عندئذ أن يغير اتجاه حركته في نهاية الشوط ؛ مما يؤدي إلى تغيير اتجاه السرعة الذي لا يمكن أن يحدث من دون أن تصبح قيمة سرعة التابع عند هذه اللحظة مساوية الصفر . ينتج من ذلك أن حركة التابع خلال كل من شوطيه ، تبدأ متسارعة لفترة ثم تصبح متباطئة حتى نهاية الشوط . يؤدي ذلك إلى نشوء قوى عطالة متغيرة قيمة ، واتجاهاً تؤثر في إبعاد التابع عن سطح الكامة ؛ وبالتالي فقدان التماس خلال الفترات التي يكون فيها اتجاه التسارع أو التباطؤ نحو مركز دوران الكامة ؛ وبالتالي فإنه يجب التأثير بقوة خارجية نابضية أو هيدروليكية عادة ؛ للحفاظ على التماس .

أما معدل تغير تسارع التابع بالنسبة للزمن ، فإنه يحدد أحمال الصدم التي تؤثر في تركيبة الكامة ؛ لذا فإن لمخطط التسارع أهمية خاصة في دراسة الكامات ؛ وبخاصة في حالة سرعات دوران عالية ؛ لأن قيمة التسارع تتناسب مع مربع السرعة الزاوية ، حيث يمكن أن يؤدي اختيار حركة معينة لتابع ما إلى حدوث اهتزازات ، وإجهادات عالية ينتج منها تآكل سريع في سطوح التماس . يعد مخطط التسارع d في (الشكل-6-4) سيئاً من منطلق التحميل الديناميكي ؛ بسبب التغيرات الفجائية الحاصلة في قيم التسارع ، والتباطؤ .

تم التركيز خلال التحليل السابق على حركة انسحابية ترددية للتابع ، إلا أن مجمل النقاط التي تمت الإشارة إليها تبقى صحيحة في حالة حركة تأرجحية ؛ أي اهتزازية للتابع ، حيث يستعاض من القيم الخطية لمميزات الحركة بقيم زاوية ، تقاس هذه القيم حول محور ارتكاز ساق التابع المتأرجح ، وهي الإزاحة الزاوية لنقطة الأثر ، والسرعة الزاوية للتابع ، والتسارع الزاوي للتابع .

يمكن دراسة تركيبة كامة بإحدى طريقتين:

1. اختيار حركة معينة للتابع

المطلوب تصميم جانبية الكامة التي تحقق للتابع هذه الحركة ، حيث يمكن دوماً تصميم جانبية الكامة ، إما تخطيطياً أو تحليلياً لتحقيق أية حركة للتابع مهما كانت طبيعتها . وإن حركات التابع الممكنة هي في الواقع غير محدودة إلا بإبداع المصمم وبالإمكانات المتاحة ، ويعد تصميم تركيبة الكامة تطبيقاً نموذجياً في مجال إنشاء التركيبات الآلية عامة .

2. اختيار شكل محدد لجانبية الكامة

المطلوب تحليل حركة التابع الناتجة من حركته على جانبية الكامة ؛ أي تعيين مميزات حركته من إزاحة ، وسرعة ، وتسارع ، حيث يمكن عادة تصنيع جانبية الكامة بسهولة ، وسنوضح في الفقرة (6-11) حل لهذه الطريقة .

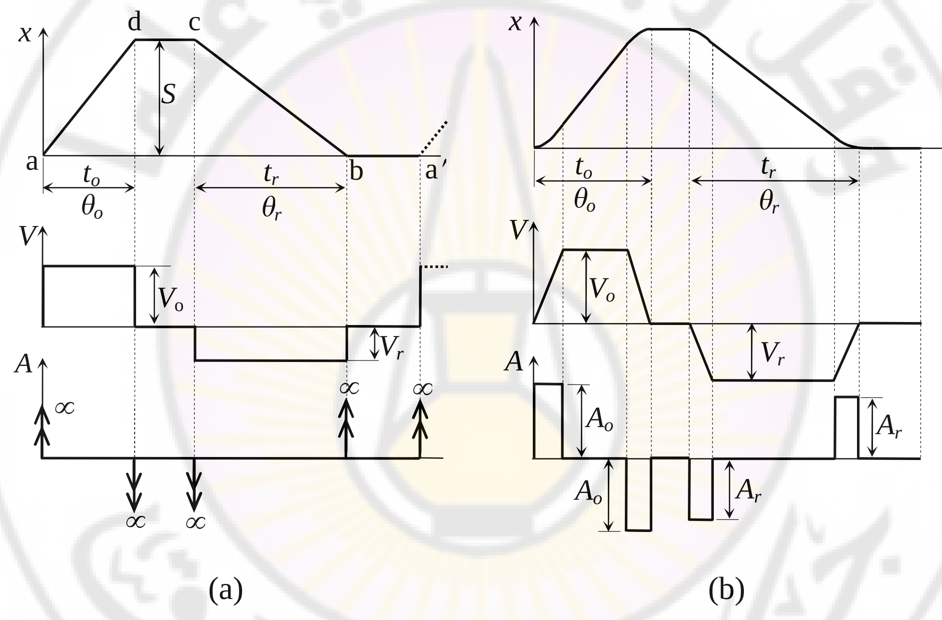
لما كانت مخططات الحركة ذات أهمية أساسية في تصميم الكامات ، فإننا سنوضح في الفقرات التالية الحل التخطيطي للطريقة الأولى ، وذلك بشرح بعض أنواع حركة التابع الأكثر استعمالاً ، والتي تبين بشكل وافٍ أهم الأسس اللازم اعتمادها عند اختيار حركة تابع .

## 6-5- الحركات الأساسية لتابع *Basic Follower Motions*

تشكل دراسة مخططات الحركات البسيطة التي سبق التطرق إليها في أبحاث الميكانيك الهندسي أساساً جيداً ، ومفيداً . لتوضيح طرائق دراسة المميزات الحركية لأية حركة أخرى للتابع ، يمكن إنشاء منحنيات الحركة تخطيطياً أو باستخدام التحليل الرياضي . يتم عادةً رسم مخططات الحركة بطريقة تخطيطية بسيطة ، ولكن تنقصها الدقة العالية ، ثم تستعمل خصائص هذه المخططات في استنتاج العلاقات الرياضية لمميزات حركة التابع بالنسبة لزاوية دوران الكامة . يمكن عندئذ استناداً إلى هذه العلاقات رسم مخططات الحركة بدقة عالية يحددها التطبيق العملي لتركيبة الكامة . سنفترض في مراحل الدراسة جميعها أن الكامة تدور بسرعة زاوية منتظمة $\omega$ إلا إذا ذكر خلاف ذلك .

## 6-5-1- حركة ذات سرعة منتظمة *Constant Velocity Motion*

إذا تحرك التابع بسرعة منتظمة ؛ أي ثابتة ، فإنه يقطع مسافات متساوية خلال فترات زمنية متساوية ؛ أي إن مخطط الإزاحة يتكون من خطوط مستقيمة كل منها ثابت الميل ، كما هو مبين في المخططات a في (الشكل-6-5) ، حيث فرض أن السرعة $V_o$ خلال شوط الرفع تختلف عن السرعة $V_r$ خلال شوط الخفض ؛ إضافة إلى وجود فترتي سكون $dc$ , $ba'$ .




a- مخططات حركة تابع يتحرك حركة مستقيمة منتظمة .

b- مخططات معدلة لحركة تابع يتحرك حركة مستقيمة منتظمة .

(الشكل-6-5)

بما أن سرعة التابع ثابتة خلال فترة كل من الشوطين كاملة ، فإن السرعة عند بدء كل منهما ستبلغ فجأة قيمتها الثابتة ، ثم تعود فجأة في نهاية كل شوط إلى الصفر . ينتج من ذلك أن قيم التسارع ، والتباطؤ عند هذه النقاط هي لا نهائية ؛ وبالتالي فإن القوى اللازمة لتحقيق هذه الحركة عند بداية كل شوط ، ونهايته هي أيضاً لا نهائية ؛ مما لا يسمح عملياً بتصميم الكامة . من الضروري تعديل طبيعة الحركة عند هذه النقاط لتجنب الصدمات عند بدء حركة التابع وانتهائه في فترة الرفع ، ولتصبح الكامة ذات فائدة عملية .

يتم هذا التعديل بحيث تزداد السرعة تدريجياً عند بداية كل شوط بحيث يكون التسارع ثابتاً ، وتستمر هذه الفترة حتى تصل السرعة إلى قيمتها الثابتة ، ثم يتحرك التابع بسرعة منتظمة حتى اقتراب نهاية شوط الرفع ، ثم تتناقص السرعة تدريجياً بالقرب من نهاية الشوط بحيث يكون التباطؤ ثابتاً ؛ وبالتالي تصبح قيمة التسارع ، والتباطؤ عند هذه النقاط محددة عوضاً من لا نهائية .

بينما يعدل مخطط الإزاحة وفقاً لطبيعة تغير السرعة والفترة الزمنية التي تكون خلالها السرعة متزايدة أو متناقصة . هذا التعديل يعمل على أن تكون الأطراف الحادة في منحني الانتقال أجزاء مستديرة ، وأقواساً من قطع مكافئ ؛ أي: إن الخط المستقيم ad في مخطط الإزاحة يصبح مكوناً من قوسين منحنيين عند نهايتيه ، وخط مستقيم يمس كل منهما، ويعدل الخط المستقيم cb بالطريقة نفسها ، والشكل المعدل للمنحنيات مبين في المخططات b في (الشكل-6-5) . رغم ذلك فإنه يفضل عدم استعمال الحركة المعدلة ذات السرعة المنتظمة ، إلا عند الضرورة ولسرعات دوران منخفضة .

### 6-5-2- حركة ذات التسارع المنتظم والتباطؤ المنتظم
### *Constant Acceleration and Deceleration Motion*

إن التسارع الذي يستمر حتى نهاية حركة التابع ؛ يسبب وصول التابع إلى سرعة قصوى قبل توقفه مباشرة ، وهذا الأمر يسبب صدمة إلا إذا كانت سرعة الكامة بطيئة جداً . لذلك سيبدأ التابع ، في هذه الحالة حركته من السكون بتسارع ثابت خلال جزء من الشوط حتى يصل إلى قيمة سرعته العظمى ، ثم يتابع حركته بتباطؤ ثابت ؛ ليعود إلى السكون تدريجياً في نهاية الشوط نفسه ، فإذا كان التسارع والتباطؤ منتظمين ، فإن الحركة الناتجة تكون هادئة .

ليس من الضروري أن يكون التسارع مساوياً في مقداره للتباطؤ ، ومن الممكن أن يكون شكل الكامة محققاً لأية نسبة بين هذين المقدارين ، فإذا كان $A_1$ هو التسارع الثابت في الفترة الأولى من حركة التابع ، وأن $S_1$ و $t_1$ هما الانتقال والزمن لتلك الفترة ، وليكن $A_2$ هو التباطؤ في الفترة الثانية والأخيرة من الحركة ، وأن $S_2$ و $t_2$ هما الانتقال والزمن لتلك الفترة ، بحيث يكون الانتقال الكامل للتابع $S$ يساوي:

$$S = S_1 + S_2$$

فإذا كانت $V_o$ هي السرعة في نهاية فترة التسارع ، فإن:

$$V_o^2 = 2A_{o1} \cdot S_1 = 2A_{o2} \cdot S_2 \quad \Rightarrow \quad S_2 / S_1 = A_{o1} / A_{02}$$

كذلك:

$$V_o = A_{o1} \cdot t_{o1} = A_{o2} \cdot t_{o2} \quad \Rightarrow \quad t_{o2} / t_{o1} = q_{o2} / q_{o1} = A_{o1} / A_{o2}$$

أي: إن نسبة الانتقال لفترتين ، وكذلك نسبة الزمن يتناسبان عكسياً مع نسبة التسارع والتباطؤ .

بما أن خصائص الحركة خلال كل من شوطي الرفع والخفض ، لن تختلف إلا بالقيم النسبية لكل منها تبعاً للفترة الزمنية الموافقة لكل شوط ؛ لذا يمكن توضيح دراسة الحركة خلال شوط الرفع فقط ، حيث يقطع التابع مسافة الشوط $S$ خلال زمن الرفع $t_o$ وبسرعة عظمى $V_o$ . نميز عندئذ ثلاث إمكانات لتحقيق حركة ذات تسارع ثابت ، وهي:

- أن يتسارع التابع حتى السرعة $V_o$ خلال فترة أقل من فترة التباطؤ من $V_o$ إلى السكون .
- أن تكون فترة التسارع أكبر من فترة التباطؤ .
- أن تتساوى الفترتان بحيث إن كلا منهما تساوي نصف زمن الشوط .

من الواضح أن الحالة الأخيرة تعطي أقل قيمة للتسارع والتباطؤ بآن واحد ؛ وبالتالي فإن أقل قيمة لقوى العطالة المؤثرة في التابع . يبين (الشكل-6-6) مخططات الحركة لهذه الحالة ، حيث يتحرك التابع خلال كل من شوطي الرفع والخفض بحركة ذات تسارع منتظم .

بما أن فترة التسارع تساوي فترة التباطؤ ، فإن التابع يجتاز النصف الأول من الشوط بتسارع منتظم $A_o$ ، بينما يقطع النصف الثاني من الشوط نفسه بتباطؤ منتظم قيمته المطلقة $A_o$ أيضاً ؛ وبالتالي فإن مخطط الإزاحة خلال نصف شوط ، هو جزء من قطع مكافئ ذروته عند بداية الشوط أو نهايته تبعاً لطبيعة الحركة ، متسارعة أومتباطئة ؛ لذا تسمى هذه الحركة أحياناً حركة القطع المكافئ .

يمكن توضيح ذلك استناداً الى مخطط الإزاحة a في (الشكل-6-6) ، حيث يبدأ شوط الرفع بحركة متسارعة بانتظام حتى منتصف الشوط . يمثل القطع المكافئ af تغيرات الإزاحة خلال هذه الفترة بالنسبة للزمن أو زاوية دوران الكامة . يرسم هذا القطع باستعمال إحدى الطرق التخطيطية لرسم قطع مكافئ ذروته هي النقطة a ، ولعلّ أبسطها تلك المبينة بالشكل حيث تحدد النقاط كالآتي:

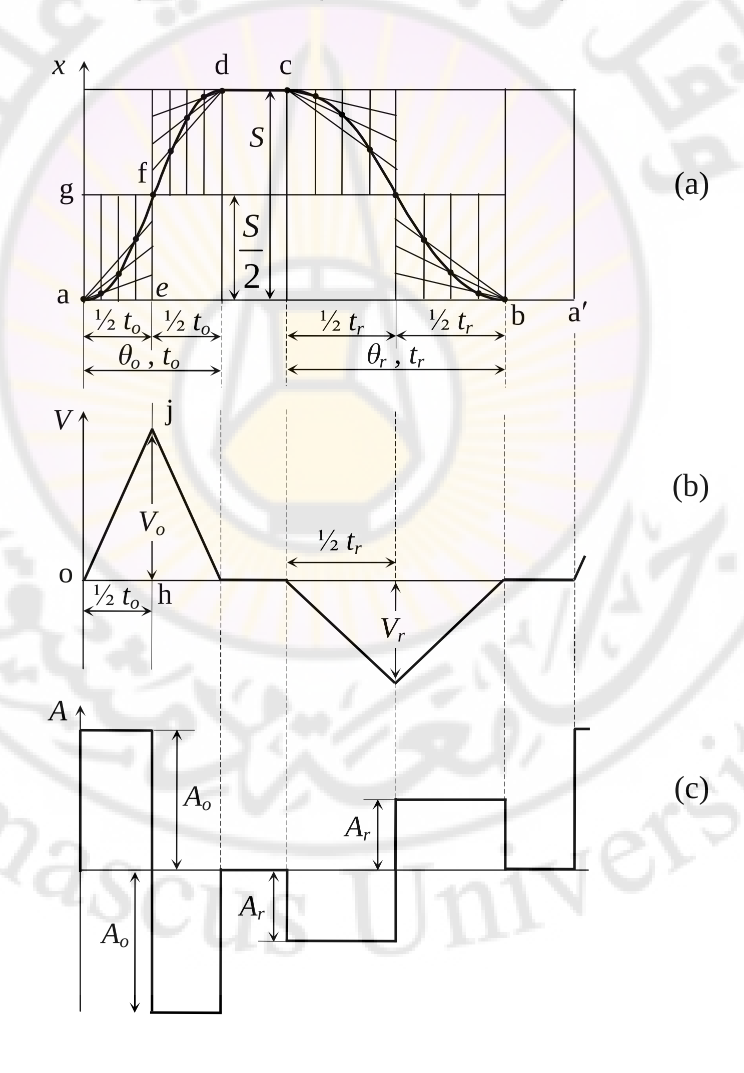
- تقسم الفترة الزمنية ae إلى عدد مناسب من الأجزاء المتساوية ، ولتكن أربعة .

- ترسم خطوط شاقولية من نقاط التقسيم الناتجة .

- تقسم المسافة ef المساوية نصف الشوط إلى العدد نفسه من الأجزاء المتساوية .

- توصل النقاط الناتجة من تقسيم ef إلى الذروة a بخطوط مستقيمة تسمى الخطوط القطبية .

- تحدد نقاط القطع المكافئ af من تقاطع كل خط قطبي مع الخط الشاقولي الموافق له .




(الشكل-6-6) مخططات حركة تابع يتحرك حركة مستقيمة ذات تسارع منتظم .

يمكن رسم منحني الإزاحة fd بالطريقة نفسها ، مع ملاحظة ان النقطة d هي القطب في هذه الحالة . كما يحدد منحني الإزاحة cb خلال شوط الخفض بإتباع الخطوات نفسها ، علماً انه ليس من الضروري تساوي الفترتين $t_r$ و $t_o$ .

إذا استعيض عن الفترات الزمنية بالأوضاع الزاوية لعمود دوران الكامة ، فإن $t_r$ و $t_o$ تمثل عندئذ الزاويتين $\theta_r$ و $\theta_o$ على التتالي ، إذ إن:

$$q_o = w \,.\, t_o \qquad , \qquad q_r = w \,.\, t_r$$

حيث $\omega$ تمثل السرعة الزاوية الثابتة لدوران الكامة . والفترتان $ba'$ و $dc$ تمثلان عندئذ زاويتي السكون عند نهاية كل من شوطي الرفع والخفض . أما كامل الفترة الزمنية $aa'$ ، فإنها تمثل زاوية دورة واحدة للكامة $360^o$ .

أما تغيرات سرعة التابع ، فهي خطوط مستقيمة ، كما في المخطط b في (الشكل-6-6) ، حيث تكون قيمتها العظمى $V_o$ عند منتصف شوط الرفع ، بينما تحدث القيمة العظمى $V_r$ عند منتصف شوط الخفض . ينتج مخطط التسارع المبين في c في (الشكل-6-6) من حساب ميل كل خط مستقيم في مخطط السرعة ، حيث $A_o$ هي قيمة التسارع أو التباطؤ خلال شوط الرفع ، بينما $A_r$ تمثل قيمة كل منهما خلال شوط الخفض .

بينا في الفصل الرابع أن اتجاه قوة العطالة المؤثرة في جسم صلب يعاكس اتجاه تسارع هذا الجسم ؛ لذا فإنه يتضح من دراسة مخططات (الشكل-6-6) أن هناك فترتين يكون خلالهما اتجاه قوة العطالة المؤثرة في التابع ، بحيث يؤدي إلى فقد التماس بين نهاية التابع وسطح الكامة ؛ وبخاصة في حالات سرعات دوران عالية . يحصل ذلك خلال فترة تباطؤ التابع في شوط الرفع ، وخلال فترة تسارعه في شوط الخفض . أما خلال الفترة الأخرى من كل شوط ، فإن اتجاه قوة العطالة له تأثير إيجابي في حفظ التماس بين التابع والكامة .

كما أن هذه الحركة هي الأكثر استعمالاً في الآلات ؛ إذ إنها تعطي أقل قيمة لقوى العطالة خاصة في تشغيل صمامات آلات الاحتراق الداخلي ، والشروط التي نرغب توفرها في مثل هذه الكامات هي:

1. أن تعمل على فتح الصمامات ، وغلقها بأسرع ما يمكن ؛ لتسهيل انسياب الغازات من الأسطوانات وإليها .

2. يجب أن تكون القوة الخارجية اللازمة لحفظ التماس بين التابع ، والكامة خلال آخر فترة من الصعود ، وأول فترة من النزول أصغر ما يمكن .

لتحقيق الشرط الأول يجب أن يكون التسارع خلال الفترة الأولى من شوط الرفع ، والتباطؤ خلال الفترة الأخيرة من شوط الخفض أكبر ما يمكن ، وازدياد قيمة التسارع ، والتباطؤ خلال هاتين الفترتين لا يؤثر في قوى العطالة ؛ إذ إنه خلال ذلك تتحكم الكامة إيجابياً بحركة التابع ؛ وبالتالي زيادة التسارع ، والتباطؤ تعمل على زيادة الضغط فقط بين سطحي التماس .

ولتحقيق الشرط الثاني يجب أن يكون التباطؤ خلال الفترة الأخيرة من الشوط الأول ، والتسارع خلال الفترة الأولى من الشوط الثاني أقل ما يمكن ؛ إذ إنهما الفترتان اللتان يؤثر فيهما النابض لحفظ التماس بين السطحين .

يحدد عامل صلابة النابض اللازم تركيبه للحفاظ على التماس من توازن القوى المؤثرة في التابع ، أو من معادلة انحفاظ القدرة الحركية للجملة ؛ لذلك يفضل أحياناً تخفيض قيمة كل من التباطؤ ، والتسارع خلال الفترتين المذكورتين ، بشكل يسمح باستعمال نابض ذي خواص ميكانيكية مقبولة في تصميم ما . يتم ذلك بزيادة فترة التباطؤ في شوط الرفع ، وفترة التسارع في شوط الخفض ، بحيث تصبح كل منهما بحدود ثلثي الفترة الزمنية التي يستغرقها الشوط الموافق لها .

يمكن - استناداً الى مخططات (الشكل-6-6) - استنتاج العلاقات التي تعطي المميزات الحركية للتابع بدلالة زاوية دوران الكامة . يستفاد من هذه العلاقات في إنشاء جانبية الكامة بدقة ؛ وبخاصة عند تصميمها تحليلياً . يجب الانتباه الى وجود علاقات مختلفة لكل فترة من فترات حركة التابع ؛ بسبب وجود نقطة انعطاف عند كل من قيمتي السرعة العظمى ؛ أي: إنه توجد علاقة تحدد إزاحة التابع خلال الرفع من a إلى f ، وعلاقة أخرى تحدد هذه الإزاحة من f إلى d ، كذلك الأمر بالنسبة لشوط الخفض . يمكن عندئذ تحليل الحركة كالآتي:

**a.** الحركة خلال النصف الأول لشوط الرفع af في المجال:

$$0 \leq q \leq q_o/2$$

بما أن علاقة الإزاحة $x$ بالنسبة لزاوية دوران الكامة $\theta$ المقاسة بالراديان تمثل قطعاً مكافئاً ، تعطى العلاقة في هذه الحالة بالمعادلة العامة للحركة المتسارعة بانتظام ، حيث يمكن كتابة العلاقة بالشكل:

$$x_q = C_1.q^2 + C_2.q + C_3 \qquad (1\text{-}6)$$

إن هذه المعادلة صحيحة حتى نقطة الانعطاف f ، و $C_1, C_2, C_3$ تمثل ثوابت يتم تعيينهم من الشروط الحدية للحركة خلال هذه الفترة ، وهي:

$$q = 0 \quad \Rightarrow \quad x_0 = 0 \quad \Rightarrow \quad C_3 = 0$$

$$q = 0 \quad \Rightarrow \quad V_o = 0 \quad \Rightarrow \quad V_o = 2w.C_1.q + w.C_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad C_2 = 0$$

$$q = q_o/2 \quad \Rightarrow \quad x_{q_o/2} = S/2 \quad \Rightarrow \quad S/2 = C_1.q_o^2/4 \quad \Rightarrow \quad C_1 = 2S/q_o^2$$

بالتعويض في العلاقة (6-1) ، نحصل على معادلة الإزاحة من a إلى f وهي من الشكل:

$$x_q = \frac{2S}{q_o^2} q^2 \qquad (2\text{-}6)$$

نحصل من اشتقاق معادلة الإزاحة (6-2) بالنسبة للزمن على معادلة السرعة:

$$V_q = \frac{dx_q}{dt} = \frac{4S.w}{q_o^2} q \qquad (3\text{-}6)$$

حيث $(\omega = d\theta / dt)$ تمثل السرعة الزاوية الثابتة لدوران الكامة مقاسة بـــ راديان / ثانية ، وتحدث السرعة العظمى $V_o$ عند نقطة الانعطاف f حيث $(\theta = \theta_o/2)$ ، وقيمتها:

$$V_o = \frac{2S.w}{q_o} \qquad (4\text{-}6)$$

نحصل من اشتقاق معادلة السرعة (6-4) بالنسبة للزمن على معادلة التسارع:

$$A_q = \frac{dV_q}{dt} = \frac{4S.w^2}{q_o^2} = \text{const.} \qquad (5\text{-}6)$$

وكما هو واضح من معادلة التسارع (6-5) أن التسارع ثابت .

**b.** الحركة خلال النصف الثاني لشوط الرفع fd في المجال:

$$q_o/2 \le q \le q_o$$

إن علاقة الإزاحة في هذه الحالة تعطى بالمعادلة العامة للحركة المتسارعة بانتظام ؛ لأن الشروط الابتدائية للإزاحة ، والسرعة لا تساوي الصفر ؛ أي: إن:

$$x_q = C_4.q^2 + C_5.q + C_6 \qquad (6\text{-}6)$$

حيث تقاس الزاوية $\theta$ بالراديان من بداية شوط الرفع a ، ويمكن تعيين الثوابت $C_4$ , $C_5$ , $C_6$ من الشروط الحدية للحركة خلال هذه الفترة ، وهي:

$$q = q_o \quad \Rightarrow \quad x_{q_o} = S \quad \Rightarrow \quad S = C_4.q_o^2 + C_5.q_o + C_6$$

$$q = q_o \quad \Rightarrow \quad V_o = 0 \quad \Rightarrow \quad 0 = 2w.C_4.q_o + w.C_5$$

$$q = q_o/2 \quad \Rightarrow \quad V_o = 2S.w/q_0 \quad \Rightarrow \quad 2S.w/q_0 = 2w.C_4(q_0/2) + w.C_5$$

ينتج من حل المعادلات الثلاث آنياً أن:

$$C_4 = -\frac{2S}{q_o^2} \quad , \quad C_5 = \frac{4S}{q_o} \quad , \quad C_6 = -S$$

بالتعويض من هذه القيم في العلاقة (6-6) ، تنتج معادلة الإزاحة من f إلى d :

$$x_q = S[1 - 2(1 - \frac{q}{q_o})^2] \qquad (7\text{-}6)$$

نحصل على معادلة السرعة $V_\theta$ من اشتقاق معادلة الإزاحة (6-7) بالنسبة للزمن:

$$V_q = \frac{dx_q}{dt} = \frac{4S.w}{q_o}(1 - \frac{q}{q_o}) \qquad (8\text{-}6)$$

نحصل على معادلة التسارع $A_\theta$ من اشتقاق معادلة السرعة (6-8) بالنسبة للزمن:

$$A_q = \frac{dV_q}{dt} = -\frac{4S.w^2}{q_o^2} = \text{const.} \qquad (9\text{-}6)$$

يلاحظ من معادلة التسارع (6-9) أن التباطؤ ثابت ، وقيمته المطلقة تساوي قيمة التسارع خلال النصف الأول من الشوط .

يمكن استعمال معادلات الحركة خلال شوط الرفع لتعيين مميزات الحركة خلال شوط الخفض ، من خلال وضع زاوية الخفض $\theta_r$ بدلاً من زاوية الرفع $\theta_o$ ، علماً أن الزاوية $\theta$ تقاس عندئذ بالراديان من الوضع b الذي يمثل نهاية شوط الخفض . أما القيمتان $S , \omega$ فهما ثابتتان لتصميم معين .

لن تختلف أسس التحليل السابق عندما تكون فترتا التسارع والتباطؤ غير متساويتين ، إلا من حيث الشروط الحدية التي تعين ثوابت كل من المعادلتين (6-1) و (6-7) .

رغم أن الحركة ذات تسارع منتظم تعطي تسارعاً ثابتاً منخفض القيمة نسبياً ، إلا أنه يلاحظ من المخطط c في (الشكل-6-6) ، أن تغير اتجاهه فجأة عند بداية كل شوط ، ونهايته عند نقطتي الانعطاف يؤدي الى معدل تغير لا نهائي في القوى الديناميكية ؛ لذا لا يمكن استعمال هذه الحركة في تطبيقات ذات سرعات دوران عالية .

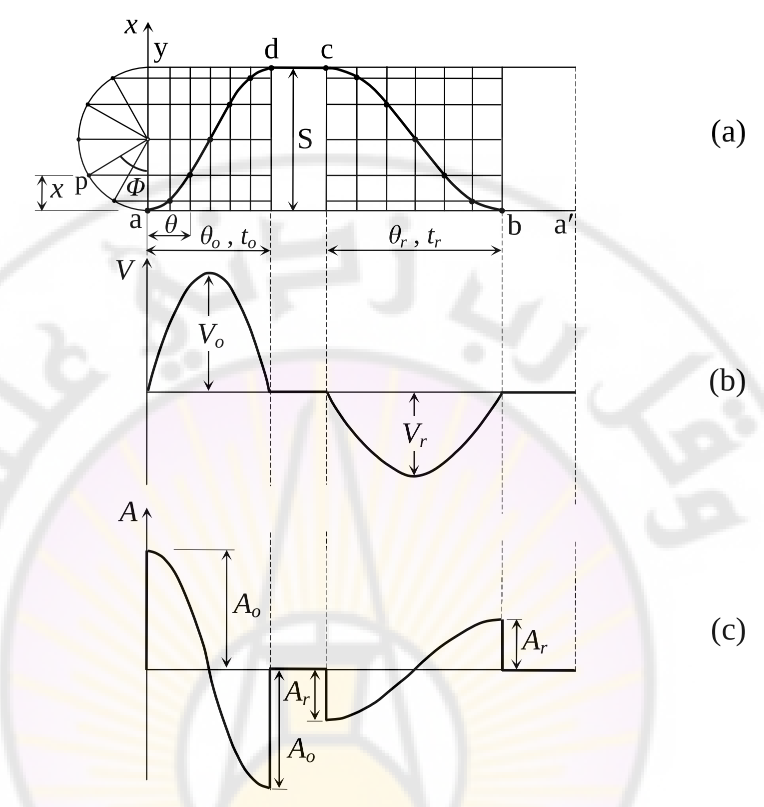
### 6-5-3- حركة توافقية بسيطة *Simple Harmonic Motion*

يمكن رسم مخطط الإزاحة لتابع يتحرك حركة توافقية بسيطة ، من المفهوم الذي ينص على الآتي:
إذا دارت نقطة من محيط دائرة بسرعة زاوية منتظمة ، فإن حركة مسقطها على أحد أقطار الدائرة هي حركة توافقية بسيطة .

يبين (الشكل-6-7) مخططات حركة توافقية بسيطة ، حيث تحدد نقاط منحني الإزاحة a خلال شوط الرفع كالآتي:

- ترسم نصف دائرة قطرها يساوي طول الشوط $S$ ، ويقسم محيطها إلى عدد مناسب من الأجزاء المتساوية ، ولتكن ستة .
- ترسم من النقاط الناتجة خطوط أفقية .
- تقسم الفترة الزمنية $t_o$ إلى العدد نفسه من الأجزاء المتساوية ، وترسم خطوط شاقولية من النقاط الناتجة .
- تحدد نقاط المنحني ad من نقاط تقاطع كل خط أفقي مع الخط الشاقولي الموافق له .

كما يرسم منحني شوط الخفض cb باتباع الخطوات نفسها .




(الشكل-6-7) مخططات حركة تابع يتحرك حركة توافقية بسيطة .

يمكن استناداً إلى الإنشاء التخطيطي استنتاج معادلات الحركة لكل من الشوطين . يلاحظ من مخطط إزاحة شوط الرفع ad المبين في a في (الشكل-6-7) أنه إذا دارت الكامة زاوية $\theta$ راديان من الوضع الابتدائي a ، فإنه يقابلها على نصف دائرة الإنشاء دوران النقطة a حتى p بزاوية $\Phi$ ، بينما يكون التابع قد تحرك على خط الشوط إزاحة $x$ ، حيث ينتج من المخطط a في (الشكل-6-7) ، أن:

$$x_f = \frac{S}{2} - \frac{S}{2}\cos f \qquad (10\text{-}6)$$

لأن نصف قطر دائرة الإنشاء تساوي $S/2$ .

لكن عند دوران الكامة بزاوية الرفع $\theta_o$ ، فإن النقطة a تدور على نصف الدائرة حتى $y$ بزاوية تساوي $\pi$ راديان ، بحيث إن:

$$q/q_o \;=\; f/p \qquad \Rightarrow \qquad f = (p/q_o)\,q$$

بالتعويض من $\Phi$ في المعادلة (6-10) بقيمتها ، تنتج معادلة الإزاحة:

$$x_q = \frac{S}{2}(1-\cos\frac{p}{q_o}q) \qquad (11\text{-}6)$$

تحدد معادلة سرعة التابع $V_\theta$ خلال شوط الرفع ، من اشتقاق معادلة الإزاحة (6-11) بالنسبة للزمن:

$$V_q = \frac{dx_q}{dt} = \frac{p\,.S\,.w}{2q_o}\sin\frac{p}{q_o}q \qquad (12\text{-}6)$$

تمثل المعادلة (6-12) منحنياً جيبياً لتغيرات سرعة التابع خلال شوط الرفع ، كما هو مبين في المخطط b في (الشكل-6-7) ؛ وبالتالي فالحركة هي توافقية بسيطة تحدث سرعتها العظمى $V_o$ عند منتصف الشوط $(\theta = \theta_o /2)$ ، وقيمتها:

$$V_o = \frac{p\,.S}{2q_o}w \qquad (13\text{-}6)$$

أما معادلة تسارع التابع $A_\theta$ خلال شوط الرفع ، فإنها تنتج من اشتقاق معادلة السرعة (6-12) بالنسبة للزمن:

$$A_q = \frac{dV_q}{dt} = \frac{p^2.S\,.w^2}{2q_o^2}\cos\frac{p}{q_o}q \qquad (14\text{-}6)$$

وهي تمثل منحنياً تجيبياً ، كما هو مبين في المخطط c في (الشكل-6-7) . حيث نلاحظ من مخطط التسارع c في (الشكل-6-7) ، أن التسارع الأعظمي $A_o$ يحدث عند بداية الشوط $(\theta = 0)$ ، وقيمته:

$$A_o = \frac{p^2.S\,.w^2}{2q_o^2} \qquad (15\text{-}6)$$

بينما ينتج أعظم تباطؤ عند نهاية الشوط $(\theta = \theta_o)$ وقيمته المطلقة هي $A_o$ نفسها .

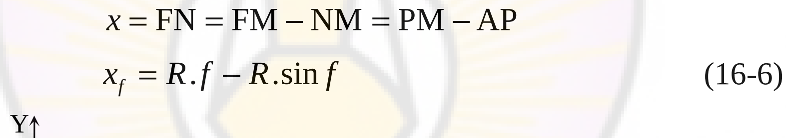
تنتج معادلات الحركة خلال شوط الخفض ، من وضع قيمة زاوية الخفض $\theta_r$ بدلاً من $\theta_o$ في المعادلات السابقة ، شرط قياس الزاوية $\theta$ من الوضع b الذي يمثل نهاية شوط الخفض .

يلاحظ من مخططات هذه الحركة عدم وجود نقاط انعطاف ؛ لأن تغيرات السرعة جيبية من دون انقطاع خلال كل الشوطين ؛ لذا فإنها تعطي حركة أسلس من الحركة السابقة رغم وجود تغير فجائي في التسارع عند بداية كل شوط ، ونهايته . يمكن إزالة ذلك ضمن شروط عمل معينة ستبين لاحقاً .

## 6-5-4- حركة دويرية ***Cycloidal Motion***

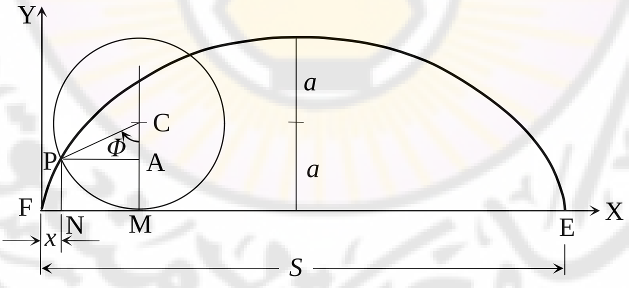
الحركة الدويرية ، وتدعى أيضاً بالحركة السيكلويدية: هي حركة حديثة العهد نسبياً ، حيث ينتج مخطط الإزاحة لتابع يتحرك حركة دويرية من المنحني الدويري أو من منحني السيكلويد (*Cycloid*) الذي يعرف بأنه المحل الهندسي الذي ترسمه نقطة من محيط دائرة تتدحرج على خط مستقيم دون انزلاق .

يبين (الشكل-6-8) الدائرة المتدحرجة التي نصف قطرها $R$ ، ومركزها C ، ومحيطها يساوي طول الشوط $S$ ، وأن P هي النقطة من محيطها التي ترسم منحني السيكلويد ، والنقطة M هي نقطة تماس الدائرة مع الخط الثابت FX الذي يدعى القاعدة ، بحيث القوس PM يساوي FM في الطول ؛ بمعنى أن النقطة P تمس الخط FX عند F لحظة ابتداء الحركة ، فإذا دارت هذه الدائرة زاوية $\Phi$ نحو الأعلى باتجاه دوران عقارب الساعة ، بحيث الزاوية PCM تساوي $\Phi$ ، فيكون إحداثي النقطة P عندئذ يساوي إلى:



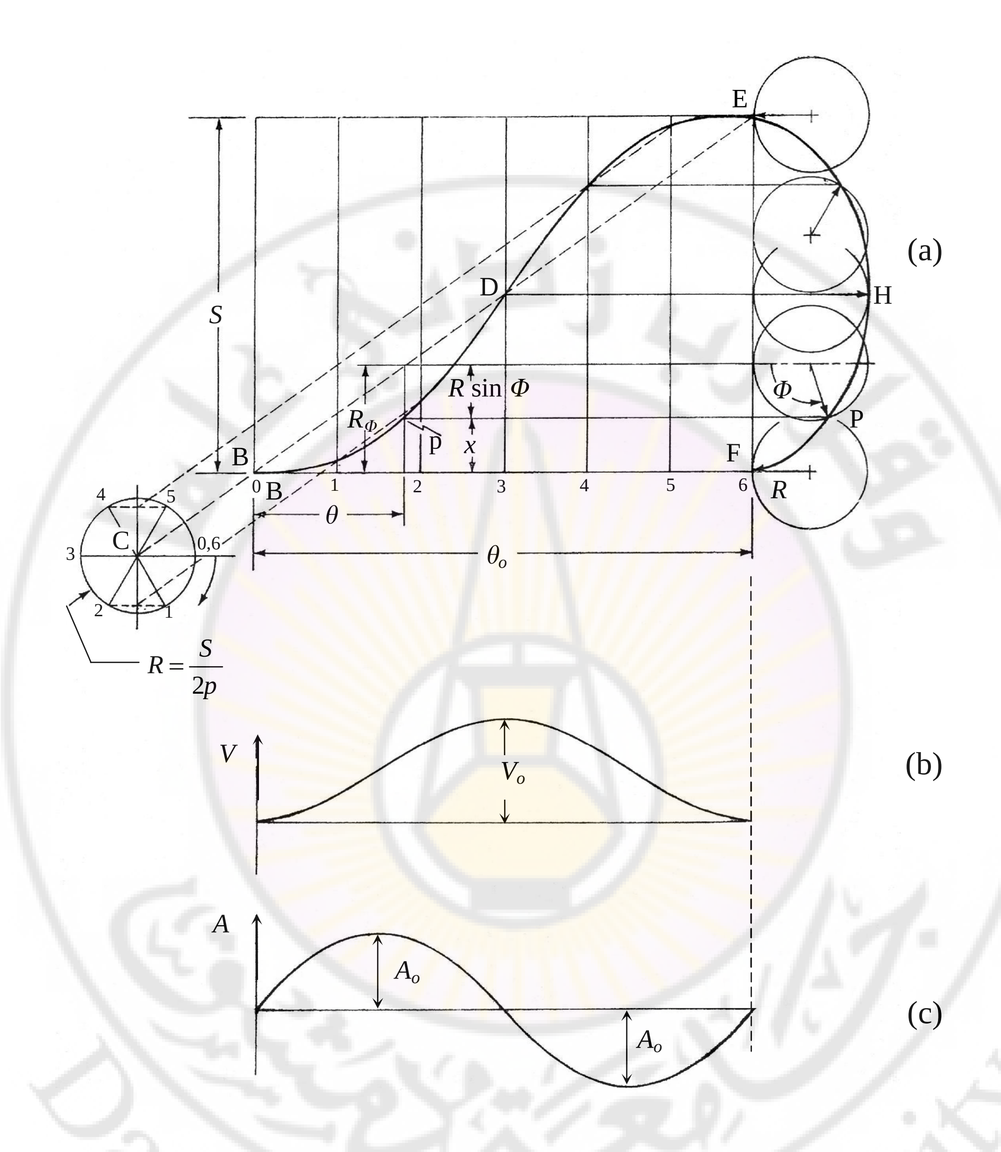
$$x = \mathrm{FN} = \mathrm{FM} - \mathrm{NM} = \mathrm{PM} - \mathrm{AP}$$

$$x_f = R.f - R.\sin f \qquad (16\text{-}6)$$




(الشكل-6-8) المنحني الدويري .

ويبين المخطط a في (الشكل-6-9) ، المنحني BDE الذي يمثل مخطط إزاحة تابع يتحرك خلال شوط الرفع حركة دويرية ، بحيث إنه يقطع شوطاً $S$ خلال دوران الكامة زاوية $\theta_o$ . وتم رسم هذا المخطط من دراسة الخواص الهندسية للمنحني الدويري FHE ، الناتج من تدحرج دائرة محيطها يساوي طول الشوط $S$ ، ونصف قطرها ($R = S/2\pi$) ، على الخط المستقيم EF .




(الشكل-6-9) مخططات حركة تابع يتحرك خلال شوط الرفع حركة دويرية .

فإذا دارت هذه الدائرة زاوية $\Phi$ ، فإن الكامة تكون قد دارت زاوية $\theta$ من وضعها عند بدء شوط التابع الذي سيتحرك المسافة $x$ وفق المنحني BP ، وبما أن الدائرة التي محيطها $S$ ، تدور دورة كاملة $2\pi$ خلال دوران الكامة زاوية $\theta_o$ ، فإن:

$$f = \frac{2p}{q_o} q$$

وتكون معادلة إحداثي النقطة P .

$$x_q = 2p \, . R \frac{q}{q_o} - \frac{S}{2p} . \sin \frac{2p}{q_o} q$$

أي: إن معادلة حركة التابع هي:

$$x_q = S \frac{q}{q_o} - \frac{S}{2p} . \sin \frac{2p}{q_o} q \qquad (17\text{-}6)$$

يمكن عندئذ رسم مخطط الازاحة BDE كالآتي:

- تحدد النقطة E من معطيات التصميم S و $\theta_o$ ، ويرسم الخط BE .
- تحدد النقطة C على امتداد EB وببعد اختياري يناسب الرسم .
- ترسم دائرة مركزها C ، ونصف قطرها ($R = S/2\pi$) .
- تقسم المسافة الزاوية $\theta_o$ إلى عدد مناسب من الأجزاء المتساوية ، ولتكن ستة ، وترسم خطوط شاقولية من نقاط التقسيم .
- تقسم الدائرة التي مركزها C إلى العدد نفسه من الأجزاء المتساوية ، وتسقط النقاط الناتجة .... , 3 , 2 , 1 , 0 على الخط الشاقولي المار من C ، كما في المخطط a في (الشكل-6-9) ، حيث يلاحظ أن مسقط النقاط 6 , 3 , 0 هو النقطة C .
- ترسم من مساقط هذه النقاط خطوط موازية للخط BE .
- تحدد نقاط مخطط الإزاحة من نقاط تقاطع كل خط من هذه الخطوط مع الخط الشاقولي الموافق له .

يمكن البرهان بسهولة على تطابق هذا الإنشاء التخطيطي مع المعادلة (6-16) ، حيث يساوي الحد الأول منها ($R \, . \, \Phi$) الإحداثي الرأسي لنقاط الخط المستقيم BE ، بينما يمثل الحد الثاني ($R \, . \sin\Phi$) المسافة التي يجب أن تزاح بها هذه النقاط شاقولياً لتنطبق على مخطط الإزاحة عند كل وضع من أوضاع الكامة . من الواضح أن هذه المسافة تساوي في وضع ما البعد بين مركز الدائرة C ، ومسقط النقطة المناسبة لهذا الوضع من محيط الدائرة على الخط الشاقولي المار من C . يلاحظ أن هذه المسافة موجبة أو سالبة بحسب قيمة الزاوية $\Phi$ التي يجب أن تقاس بدءاً من النقطة 0 الموافقة لبدء الشوط ، وباتجاه واحد دوماً مع دوران عقارب الساعة ، كما في المخطط a في (الشكل-6-9) .

نحصل على معادلة سرعة التابع $V_\theta$ من اشتقاق معادلة الإزاحة (6-17) ، مع ملاحظة أن الكامة تدور بسرعة زاوية ثابتة $\omega$ ، حيث ينتج:

$$V_q = \frac{dx_q}{dt} = \frac{S.w}{q_o}(1 - \cos\frac{2p}{q_o} q) \quad (18\text{-}6)$$

يلاحظ من المعادلة (6-18) أن أعظم سرعة $V_o$ تحصل في منتصف الشوط ، حيث $(\theta = \theta_o/2)$ ، كما هو واضح من المخطط b في (الشكل-6-9) ، وقيمته:

$$V_o = \frac{2S.w}{q_o} \quad (19\text{-}6)$$

نحصل على معادلة التسارع $A_\theta$ من اشتقاق معادلة السرعة (6-18) ، حيث ينتج:

$$A_q = \frac{dV_q}{dt} = \frac{2p.S.w^2}{q_o^2} \sin\frac{2p}{q_o} q \quad (20\text{-}6)$$

يلاحظ من المعادلة (6-19) أن أعظم تسارع $A_o$ يحدث عند ربع الشوط ، حيث $(\theta = \theta_o/4)$ ، كما هو واضح من المخطط c في (الشكل-6-9) ، بينما يحدث أعظم تباطؤ عند $(\theta = 3\theta_o/4)$ ، وتساوي قيمته المطلقة القيمة العظمى نفسها للتسارع $A_o$ .

$$A_o = \frac{2p.S.w^2}{q_o^2} \quad (21\text{-}6)$$

يمكن بشكل مماثل دراسة حركة التابع خلال شوط الخفض ، يلاحظ من المخططات في (الشكل-6-9) عدم وجود تغيرات فجائية لقيمة التسارع والتباطؤ ، لذا فإن هذه الحركة تلائم سرعات دوران أعلى من تلك التي يسمح بها عند استعمال الحركات السابقة جميعها .

## 6-6- اختيار حركة تابع *Follower Motion Choice*

نجد أن نوع حركة التابع في أحوال كثيرة عند تصميم تركيبة الكامة ، يعتمد على الوظيفة التي تؤديها الآلة ، ومع ذلك نجد أن المشكلة لا تتعدى الرغبة في تأمين الحركة لمسافة معينة في زمن معين ، والتحديد الوحيد لنوع الحركة لا يزيد على أن هذه الحركة يجب أن تكون هادئة ، وخالية من الصدمات ، والقوى غير المتوازنة ، والحركة ذات السرعة الثابتة غير المعدلة غير صالحة لهذه الغاية ؛ بسبب ما يرافقها من صدمات ، واهتزازات في بدء الحركة ونهايتها ، والاختيار ينحصر بين الحركة ذات التسارع الثابت ، والتباطؤ الثابت ، والحركة التوافقية البسيطة ، والحركة السيكلويدية .

وبعد أن أوضحنا خواص هذه الحركات التي يمكن استخدامها في تصميم تركيبة الكامة ، فمن الضروري أن تقارن هذه الخواص فيما بينها من خلال تأثيرها في العوامل التصميمية ، وأهمها المتطلبات الوظيفية ، والسرعة ، وكتلة الأجزاء المتحركة ، والأحمال الخارجية ، ومرونة الأجزاء ؛ إضافة إلى كلفة التصنيع التي سننوه عنها لاحقاً .

لا يعد اختيار الحركة المناسبة حرجاً في حالة سرعات دوران منخفضة ، حيث يتم التصميم على أساس تحريك تابع مسافة ما من خلال زمن معين ، من دون الاهتمام كثيراً بقوى العطالة ؛ نظراً لانخفاض قيمتها نسبياً . أما في حال سرعات دوران عالية ، فإنه يجب التأكيد على الخواص الديناميكية للتركيبة ؛ إضافةً إلى خواصها الحركية ؛ وبالتالي اختيار الحركة بشكل يعطي أقل قيم ممكنة لقوى العطالة ؛ بخاصة خلال فترات الحركة التي تؤثر فيها هذه القوى ، باتجاه إبعاد التابع عن سطح الكامة . كما أن نمط تغير هذه القوى ذو تأثير أساسي في نشوء أحمال ديناميكية فجائية إذا كان معدل تغير قوى العطالة كبيراً .

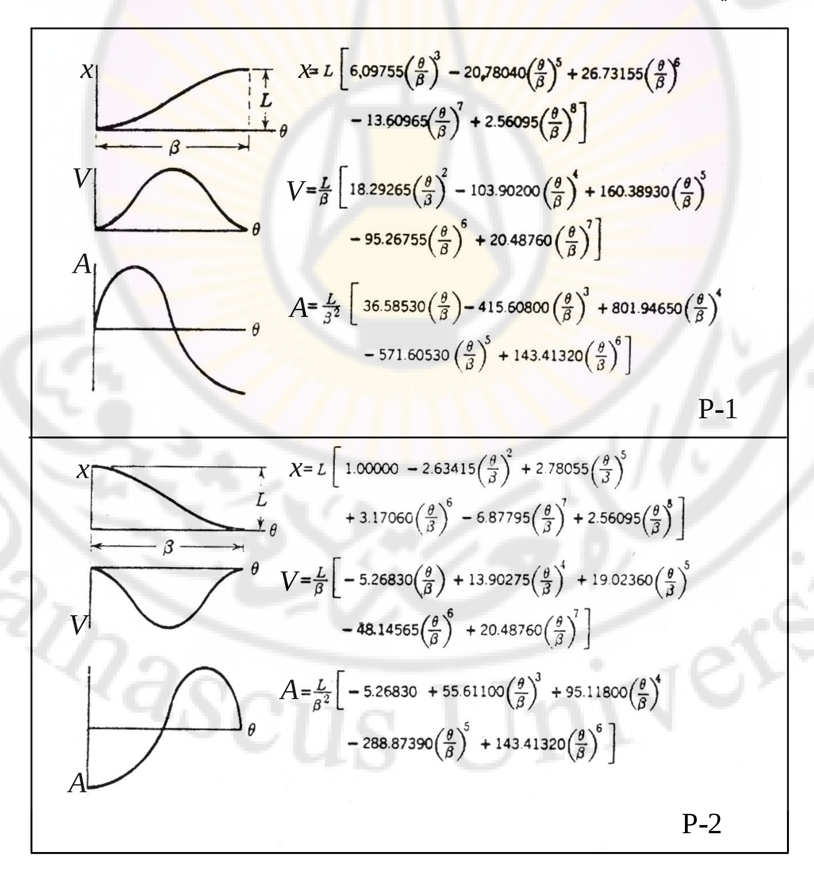
إن مدلول طبيعة التحميل الديناميكي هو معدل تغير التسارع بالنسبة للزمن ، أو ما يسمى الرجفة أو النخعة (*Jerk*) ؛ بسبب الاهتزاز الشديد الذي تحدثه في تركيبة الكامة ؛ لذا يفضل أحياناً رسم مخطط تغيرات قيمة الرجفة خلال كامل حركة التابع ؛ وبالتالي تصميم أجزاء تركيبة الكامة وفقاً لهذه التغيرات ؛ لتفادي نشوء إجهادات ديناميكية عالية عند التشغيل .

يلاحظ من مقارنة قيم التسارع العظمى لكل من الحركات التي تطرقنا إليها في الفقرات السابقة أن التصميم على أساس حركة ذات تسارع ثابت يعطي أقل قيمة لتسارع التابع ، عندما يقطع شوطاً ما خلال زمن معين في الحالات جميعها . لذا قد يبدو من منطلق قوى العطالة أن هذه الحركة هي أفضل اختيار ، إلا أنه لا يمكن تجاهل التغيرات الفجائية الحادة في المخطط c في (الشكل-6-6) ، حيث يزداد التسارع من صفر إلى قيمته الثابتة بشكل آني . ينتج من هذا التغير الآني قيمة لا نهائية للنخعة ، تؤدي إلى تحميل صدمي يؤثر في أجزاء التركيبة كافة ، وتنشأ عنها إجهادات ، واهتزازات عالية تسبب تخرش سطوح هذه الأجزاء أو تشوهها ، يرافقه انهيار سريع في دقة أدائها . كذلك الأمر بالنسبة لحركة معدلة ذات سرعة ثابتة .

يمكن استخدام حركة توافقية بسيطة في تصميم كامات ذات سرعات عالية نسبياً ، شرط عدم وجود فترات سكون ، وأن تتساوى زاويتا الرفع والخفض ؛ أي ($\theta_o = \theta_r = 180^o$) . يكون مخطط التسارع عندئذٍ منحنياً متصلاً من دون تغيرات فجائية حادة تؤدي إلى حدوث نخعة لا نهائية . يلاحظ ذلك من الرجوع إلى المخطط c في (الشكل-6-7) ، حيث يصبح في هذه الحالة منحنياً تجيبياً متصلاً .

أما مخطط التسارع c في (الشكل-6-9) الناتج من حركة دويرية خلال شوط الرفع ، فإنه يمكن وصله بمخطط مشابه له خلال شوط الخفض ، أو بفترة سكون سابقة أو لاحقة ، وذلك من دون حدوث نخعة لا نهائية . لكن يجب الانتباه إلى أن هذه الحركة تعطي أكبر قيمة للتسارع الأعظمي بالمقارنة مع بقية الحركات ، لذا فإنه ينتج منها قوى عطالة كبيرة نسبياً ؛ مما يحد من استخدامها في بعض حالات السرعات العالية .

إضافة إلى الحركات العامة المذكورة سابقاً فقد درس الباحثان كلوموك وموفلي (*Kloomok & Muffley*) حركة خاصة بالتركيبات الكامية ، حيث اقترحا معادلة للإزاحة $x$ هي متعدد حدود من الدرجة الثامنة . نكتفي في (الشكل-6-10) ببيان معادلات ، ومخططات هذه الحركة دون شرح مسهب ، في حالة رفع تابع ، كما في (الشكل-P-1) أو خفضه ، كما في (الشكل-P-2) مسافة $L$ خلال دوران الكامة زاوية $\beta$ .



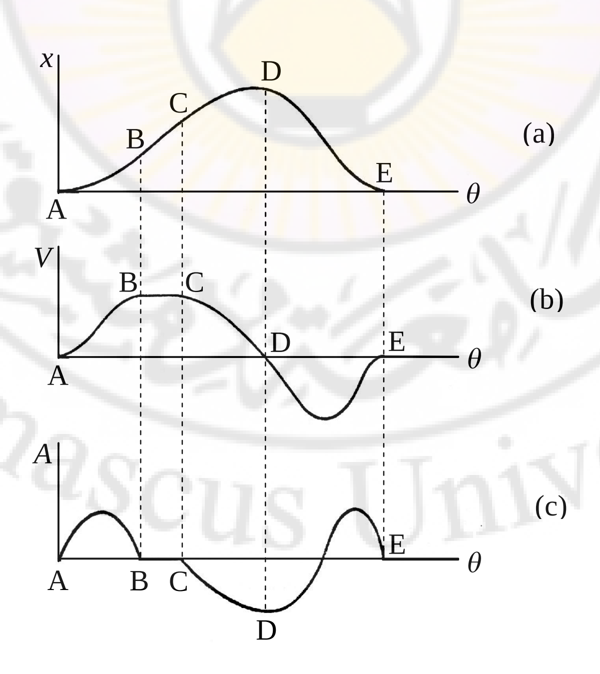

(الشكل-6-10) معادلات ومخططات الحركة المقترحة من قبل (*Kloomok & Muffley*) .

يلاحظ من الشكل أن مخطط التسارع في كل من الحالتين ، هو منحنٍ متصل من دون تغيرات حادة ؛ مما ينتج منه شروط تحميل ديناميكي جيدة لعدم وجود نقاط صدم . كما أن هذه الحركة تمتاز عن الحركة الدويرية بأنها تعطي قيمة أقل للتسارع الأعظمي ؛ وبالتالي قيماً منخفضة نسبياً لقوى العطالة .

يتضح مما تقدم أنه لا توجد قاعدة مطلقة لاختيار حركة تابع ما ؛ وإنما من الضروري في أغلب الأحيان مواءمة حركات مختلفة عدة ؛ للحصول على أفضل النتائج حركياً وديناميكياً في تصميم معين .

تؤدي عملية المواءمة هذه إلى استخدام أجزاء من كل من مخططات الحركة الواردة سابقاً خلال كل من شوطي الرفع والخفض . يعبر عندئذ عن الحركة بنسبة الجزء المستخدم من الحركة خلال شوط كامل ، مثال ذلك يقال نصف حركة دويرية للتعبير عن حركة تتم وفق المنحني BD من المخطط a في (الشكل-6-9).

يبين (الشكل-6-11) مخططات الحركة الممكن اقتراحها لحركة تابع دون فترات سكون ، حيث يتطلب أداء الجملة الحركية أن يكون جزء من شوط الرفع ذا حركة ذات سرعة ثابتة ، مع الأخذ بالحسبان تحقيق أقل تحميل ديناميكي ممكن خلال كامل دورة العمل .




(الشكل-6-11) مخططات لحركة تابع من دون فترات سكون .

يلاحظ من مخطط الإزاحة a في (الشكل-6-11) ، أن الحركات المقترحة هي:

AB : نصف حركة دويرية ، ينتج منها انعدام التسارع عند نقطة بدء الحركة A ، وعند B نقطة بدء الحركة بسرعة ثابتة .

BC : حركة بسرعة ثابتة .

CD : نصف حركة توافقية بسيطة ، بحيث إن تسارعها يساوي صفراً عند C نقطة اتصالها مع حركة السرعة الثابتة .

DE : حركة ذات معادلة من الدرجة الثامنة ، وفق (الشكل-2-P) من (الشكل-6-10) .

يوائم تسارع هذه الحركة عند بدئها في D قيمة التباطؤ الذي انتهت إليه الحركة التوافقية السابقة عند D . كما أن هذه الحركة تحقق تسارعاً منعدماً عند نهاية دورة العمل في E ، حيث يوائم التسارع الذي يساوي الصفر في بدء دورة عمل تالية .

يتضح من مخطط السرعة b في (الشكل-6-11) أن السرعة تتغير وفق منحنٍ متصل ، وأن مخطط التسارع c في (الشكل-6-11) لا يشير إلى حدوث تحميل صدمي في أي موضع خلال كامل دورة العمل .

لم نتطرق في هذه الفقرة إلى تأثير نوع حركة التابع في قيمة زاوية الضغط ؛ لأننا سنبين في فقرة لاحقة المؤثرات المختلفة التي تحدد هذه الزاوية .

## 6-7- الانشاء التخطيطي لجانبية كامة قرصية *Disk Cam Profile Construction*

إن الخطوة التالية بعد اختيار حركة التابع ونوعه بما يناسب متطلبات أداء الآلة ، هي تحديد شكل جانبية الكامة ؛ أي السطح المحيطي للكامة الذي يحقق الحركة المختارة للتابع .

يعتمد إنشاء جانبية الكامة تخطيطياً أو تحليلياً على مبدأ انعكاس الحركة في التركيبات الآلية الذي سبق توضيحه في الفصل الأول ، حيث يمكن تغيير الوصلة الثابتة من دون أن يؤثر ذلك في الحركة النسبية بين مختلف وصلات التركيبية وفق مفهوم المتحول .

إن الوضعية الفعلية لتركيبة كامة هي دوران الكامة المتصلة بالهيكل الثابت ، لتعطي حركة للتابع الذي يتحرك ترددياً أو تأرجحياً بالنسبة لهذا الهيكل . يطبق مفهوم انعكاس الحركة عند دراسة الكامات ، سواء أكانت طبيعة هذه الدراسة تصميم جانبية الكامة ، أم تحليل حركة التابع بالنسبة لكامة ذات جانبية محددة .

من الواضح أن رسم الكامة في أوضاع عدة صعب ، ومعقد جداً ؛ بخاصة في عمليات الإنشاء ، حيث المطلوب هو إيجاد شكل الكامة ؛ لذا يتم تثبيت الكامة ؛ أي تصبح الوصلة الثابتة ، بينما يدار محور التابع ودليله الذي يمثل الهيكل حول الكامة بعكس اتجاه دورانها الفعلي حول محورها ، مع الحفاظ على طبيعة الحركة النسبية بين التابع والهيكل ، ترددية أو تأرجحية ، وألا يغير هذا التعديل في وضع الوصلة الثابتة الحركة النسبية الفعلية عند سطح التماس بين الكامة والتابع .

يتأثر شكل جانبة الكامة بعوامل بعدة ، هي:

1. مخطط إزاحة التابع .
2. شكل نهاية التابع مدبب أو دحروجي أو مسطح .
3. طبيعة حركة التابع ترددية أو تأرجحية .
4. وضع محور التابع بالنسبة لمحور الدوران في مستوي الحركة قطري أو مجنب .
5. اتجاه حركة دوران الكامة حول محورها .
6. نصف قطر الدائرة الأساسية ، وهو يحدد بشكل أساسي حجم الكامة .

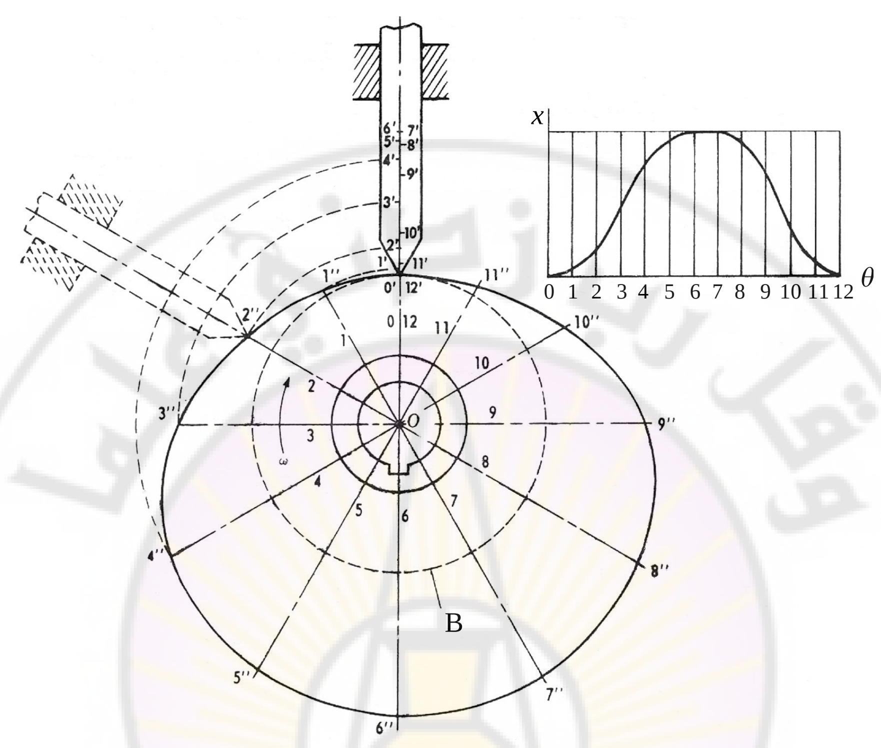
إضافة إلى ذلك توجد عوامل أخرى عدة تؤثر في بعض الحالات سنبينها في حينها .

سنوضح كيفية تحديد جانبية كامة تخطيطياً من خلال بعض الأمثلة النموذجية ، مع الاشارة إلى أن طرائق الإنشاء المبينة أدناه ليست بالضرورة الأساليب التخطيطية الوحيدة ؛ وإنما يمكن استعمال أية طريقة بديلة تحقق الوضع الصحيح للتابع بالنسبة للكامة .

### 6-7-1- كامة قرصية ذات تابع مدبب ترددي قطري
***Disk Cam with Knife-Edge Follower***

رغم أن تطبيقات التابع المدبب نادرة عملياً ، إلا أن طريقة الإنشاء في هذه الحالة تبين الخطوات الأساسية المتبعة عادة في تحديد جانبية الكامة في حالات أخرى .

تدور الكامة باتجاه دوران عقارب الساعة ، حول محور مار من O ، بسرعة زاوية ثابتة $\omega$ . من المطلوب أن تُحرك هذه الكامة خلال دورة كاملة تابعاً مدبباً بحركة ترددية وفق مخطط الإزاحة المبين في (الشكل-6-12) ، حيث يمر محور التابع من مركز عمود الدوران O ، ويسمى عندئذ تابعاً قطرياً .




(الشكل-6-12) تحديد جانبية كامة قرصية ذات تابع مدبب ترددي قطري .

تحدد جانبية الكامة تخطيطياً بمعلومية نصف قطر دائرتها الأساسية كالآتي:

- يقسم محور الزوايا في مخطط الإزاحة إلى عدد مناسب من الفترات الزاوية المتساوية ، وليكن 12 ، كما في الشكل .
- ترسم الدائرة الأساسية (*Base Circle*) B ، بحيث مركزها O ، ونصف قطرها المعلوم $R$ ، يساوي البعد بين مركز عمود الدوران O ، ونهاية التابع المدببة في أخفض وضع له . ثم تقسم هذه الدائرة إلى العدد نفسه من الفترات الزاوية المتساوية .
- تقاس الإحداثيات الرأسية الموافقة للإزاحة عند كل فترة زاوية ، وتوقع هذه القيم بمقياس مناسب على طول محور التابع ، بحيث تحدد النقاط $0', 1', 2', 3'...$ .
- تعين النقطة $2''$ مثلاً على سطح الكامة ، من تقاطع الخط 2 المحدد على الدائرة الأساسية ، مع القوس الناتج من تدوير النقطة $2'$ باتجاه عكس دوران عقارب الساعة حول مركز الدوران O ؛ لأن الكامة تدور باتجاه دوران عقارب الساعة .

- تعين النقاط ...″4 , ″3 , ″2 , ″1 بالطريقة نفسها حيث يتقاطع كل خط على الدائرة الأساسية مع القوس المناسب له . تنتج جانبية الكامة المطلوبة من وصل هذه النقاط بمنحن أملس .

- يلاحظ - في حالة (الشكل-6-12) - وجود فترات سكون في نهاية شوط الرفع بين الوضعين (7 - 6) ؛ لذا فإن الجزء (″7 - ″6) من جانبية الكامة ، هو قوس دائري مركزه مركز عمود الدوران O ، ونصف قطره المسافة (′6 - O) التي تساوي مجموع نصف قطر الدائرة الأساسية ، وطول الشوط S .

أما في حالة وجود فترة سكون في نهاية شوط الخفض ، فإن جانبية الكامة تنطبق على قوس من الدائرة الأساسية خلال هذه الفترة .

سنفترض - تبسيطاً للشرح - أن اتجاه دوران الكامة ، ومخطط الإزاحة ، والفترات الزاوية لأمثلة الانشاء اللاحقة هي ، كما في (الشكل-6-12) .

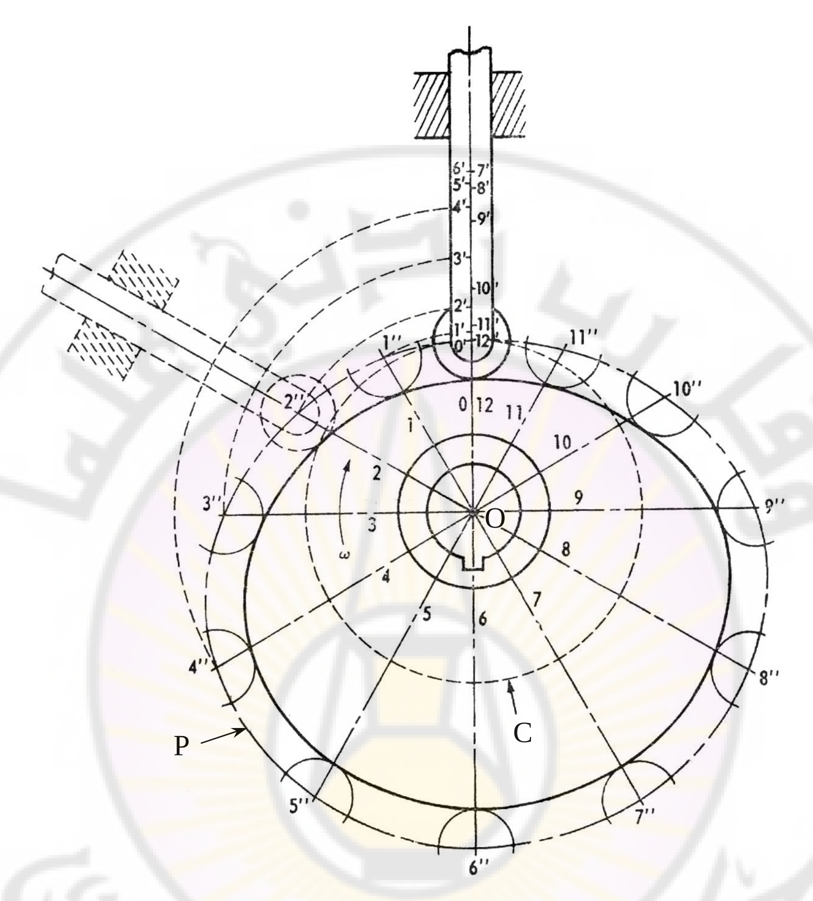
**6-7-2- كامة قرصية ذات تابع دحروجي ترددي قطري**

***Disk Cam with Roller Follower***

نحتاج في هذه الحالة إلى تعيين نصف قطر الدحروج ؛ إضافةً إلى المعلومات الأساسية التي سبق ذكرها في الفقرة (6-7) ، كما أن محور التابع في هذا المثال يمر من مركز عمود الدوران O ؛ لأن التابع قطري .

إن نقطة الأثر التي تحدد حركة التابع هي مركز الدحروج الذي يتحرك على المسار الترددي للتابع ، بينما بقية نقاط الدحروج ؛ بخاصة نقطة التماس لها حركة بالنسبة لساق التابع ؛ وبالتالي فإنها تغير موضعها بالنسبة له ، كما سيتضح لنا من خلال إنشاء جانبية الكامة .

لذا فإن الإنشاء يتم في هذه الحالة استناداً إلى دائرة C ، مركزها محور الدوران O ، ونصف قطرها يساوي مجموع نصفي قطري الدائرة الأساسية والدحروج ، كما في (الشكل-6-13) وتسمى الدائرة الأولية (*Primary Circle*) . من الواضح أن هذه الدائرة تمر من مركز الدحروج عندما يكون التابع في أقرب وضع له من مركز الدوران O ؛ أي إزاحته تساوي الصفر .




(الشكل-6-13) تحديد جانبية كامة قرصية ذات تابع دحروجي ترددي قطري .

يلاحظ عندئذ أن مركز الدحروج يماثل الرأس الحاد المدبب ، على أساس أن دائرة الإنشاء في هذه الحالة هي الدائرة الأولية ؛ وبالتالي تعين الأوضاع النسبية ″4 , ″3 , ″2 , ″1 لمركز الدحروج بطريقة المثال السابق نفسها . يسمى المنحني الأملس P الواصل بين هذه الأوضاع منحني الخطوة . ترسم أقواس نصف قطر كل منها يساوي نصف قطر الدحروج ، ومركزه في النقاط ″4 , ″3 , ″2 , ″1 على التوالي .

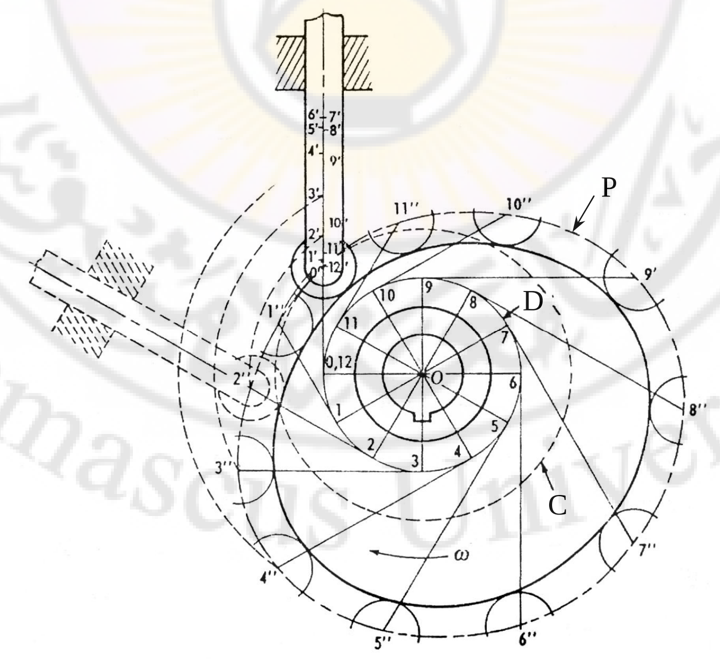
إن جانبية الكامة عندئذٍ هي المنحني الأملس الذي يمس هذه الأقواس كافةً . يلاحظ من الشكل أن نقطة تماس الدحروج مع الكامة لا تقع على محور التابع إلا خلال فترة السكون ؛ لذلك من الضروري رسم منحني الخطوة أولاً ، استناداً إلى حركة مركز الدحروج ، ومن ثم تحديد جانبية الكامة .

### 3-7-6- كامة قرصية ذات تابع دحروجي ترددي مجنب

### *Disk Cam with Offset Roller Follower*

إن السمة الأساسية لهذه التركيبات ، هي إزاحة محور التابع في مستوي حركة الكامة يميناً أو يساراً بالنسبة لمحور الدوران ، بحيث يصبح المحوران غير متقاطعين ، ويسمى التابع عندئذ تابعاً مجنباً (*Offset*) . يحاد التابع أحياناً بسبب نمط توضيع بقية أجزاء الآلة ، لكن السبب الرئيس لذلك هو التقليل من الدفع الجانبي المؤثر في دليل التابع الذي سيناقش في فقرة لاحقة . يتوقف اتجاه حيد التابع الذي ينتج منه تقليل الدفع الجانبي لحالة معينة على اتجاه دوران الكامة ، بحيث يحاد التابع نحو اليسار عند دوران الكامة باتجاه دوران عقارب الساعة ، ونحو اليمين عند دورانها عكس ذلك . من الواضح أن مقدار هذا الحيد يجب أن يعين قبل البدء بإنشاء جانبية الكامة .

يبين (الشكل-6-14) حالة تابع دحروجي مجنب لكامة تدور باتجاه دوران عقارب الساعة ، حيث الدائرة C تمثل الدائرة الأولية التي تمر من مركز الدحروج ، عندما يكون التابع في أقرب وضع له من مركز الدوران O ، بينما يحدد مقدار الحيد المسافة العمودية بين مركز الدوران ، وامتداد محور التابع .




(الشكل-6-14) تحديد جانبية كامة قرصية ذات تابع دحروجي ترددي مجنب .

إن خطوات الإنشاء هي كالآتي:

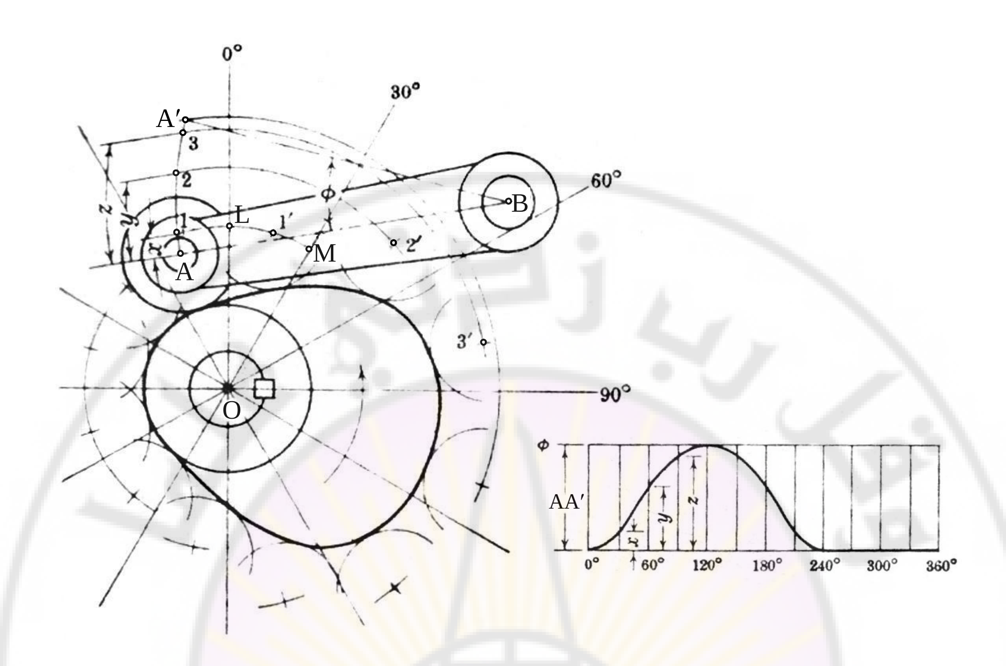
- ترسم دائرة الحيد D التي مركزها مركز الدوران O ، ونصف قطرها مقدار الحيد .
- تقسم هذه الدائرة بعدد الفترات الزاوية المتساوية التي قسم بها مخطط الازاحة ، وليكن 12 جزءاً ، كما في (الشكل-6-12) .
- تحدد النقاط ....$3'$ , $2'$ , $1'$ , $0'$ على محور التابع وفقاً لقيم الإزاحة المناسبة للفترات الزاوية المتساوية .
- يرسم مماس لدائرة الحيد عند كل نقطة من نقاط التقسيم ....,3 , 2 , 1 , 0 . يمثل كل مماس وضع محور التابع عند دورانه حول الكامة باتجاه عكس دوران عقارب الساعة .
- تعين النقطة $2''$ مثلاً من تقاطع المماس 2 لدائرة الحيد ، مع القوس الناتج من تدوير النقطة $2'$ على محور التابع حول مركز الدوران O ، كما في الشكل .
- تعين بقية النقاط ...$4''$ , $3''$ , $2''$ , $1''$ بالطريقة نفسها من تقاطع كل مماس مع القوس الموافق له .
- ترسم أقواس نصف قطر كل منها يساوي نصف قطر الدحروج ، ومركزه في النقاط ....$4''$ , $3''$ , $2''$ , $1''$ على التتالي ، وتحدد جانبية الكامة بالمنحني الأملس الذي يمس هذه الأقواس كافةً .

### 6-7-4- كامة قرصية ذات تابع دحروجي تأرجحي

***Disk Cam with Pivoted Roller Follower***

باعتبار أن الحركة الزاوية للتابع معلومة ، وأن الانتقال الاجمالي لها يساوي $\Phi$ ، وأن مخطط الانتقال للحركة الزاوية للتابع معلوم ، ويصلح أيضاً كمخطط انتقال خطي لحركة مركز الدحروج A ؛ لأن هذين الانتقالين متناسبان مع بعضهما ($S = \Phi \cdot l$) ، وهذا الاعتبار يتخذ أساساً لطريقة الإنشاء .

وبفرض أن نصف قطر الدائرة الأساسية ، ونصف قطر الدحروج ، وطول التابع $l$ ، وموضع المفصل B كلها معلومة ، تكون خطوات الإنشاء هي كالآتي:




(الشكل-6-15) كامة قرصية ذات تابع دحروجي تأرجحي

- نرسم التركيبة في الموضع الذي يمس فيه الدحروج الدائرة الأساسية التي مركزها O مركز دوران الكامة كما في (الشكل-6-15) .
- يرسم القوس AA′ الذي مركزه B ، ونصف قطره طول التابع ($AB = l$) ، بحيث يضم زاوية مقدارها $\Phi$ عند B ، ويكون هذا القوس هو مسار حركة مركز الدحروج A .
- يؤخذ على القوس AA′ مسافة $x$ ممثلة للانتقال $30^o$ درجة ، وتحدد بذلك النقطة 1 .
- يرسم قوس مركزه O ، ونصف قطره (O -1) ، ويؤخذ عليه القوس (1-1′) ، بطول يساوي القوس LM ، بحيث (1-L=1′-M) ، ثم نوجد النقاط ...,2′ , 3′ الطريقة نفسها.
- يرسم دوائر مراكزها ...,1′ , 2′ , 3′ ؛ لتمثل مراكز الدحروج في أوضاعه المختلفة .
- يرسم شكل الكامة الخارجي الذي يمس هذه الدوائر كلها .

إذا كان المطلوب إنشاء جانبية كامة ذات تابع كروي ؛ أي تنتهي ساقه بسطح كروي ، كما سبق توضيحه في الرسم e في (الشكل-6-3) ، فإنه يمكن استعمال كل من طريقتي الإنشاء المذكورتين في حالة تابع دحروجي ؛ وفقاً لوضع التابع بالنسبة لمحور الدوران قطرياً أو مجنباً ، حيث يستعاض عندئذٍ عن نصف قطر الدحروج ، بنصف قطر الكرة المشكلة لسطح نهاية التابع ، بينما تبقى مراحل الإنشاء نفسها . تجدر الإشارة إلى أن الاختلاف بين النوعين هو في طبيعة الحركة عند نقطة التماس ؛ إذ تكون تدحرجية في حالة التابع الدحروجي ، وانزلاقية في حالة التابع الكروي من دون أن يؤثر ذلك في شكل جانبية الكامة ، وفي حركة التابع الموافقة لها .

**6-7-5- كامة قرصية ذات تابع ابتدائي وثانوي**

***Disk Cam with Primary and Secondary Follower***

يبين (الشكل-6-16) حالة تابع ابتدائي (*Primary Follower*) دحروجي تأرجحي ، وعلى ظهره تابع ثانوي (*Secondary Follower*) ترددي ذو وجه محدب ، لكامة قرصية تدور باتجاه عكس دوران عقارب الساعة . من فوائد هذا الترتيب تتلخص في الآتي:

- يخلّص التابع الثانوي من معظم الضغط الجانبي .
- تكبير أو تصغير حركة التابع الابتدائي باستخدام كامة واحدة .
- إمكانية انحراف محور التابع الثانوي لمسافة كبيرة عن مركز الكامة حتى يمكن التركيبة في آلة معينة في وضع معين .

يمكننا أن نفترض أن حركة التابع الثانوي محددة تماماً ، وأن مخطط الإزاحة معلوم ، كما هو مبين في b في (الشكل-6-16) ، ونفترض كذلك أن لدينا المعلومات الكافية التي تمكننا من رسم التركيبة في الوضع المبين بالخطوط الكاملة في a في (الشكل-6-16) ، حيث يمس الدحروج دائرة الأساس .

يتحرك مركز الدحروج E في قوس EF ، مركزه عند مركز المفصل D ، والخط المستقيم GY يمثل مسار نقطة الأثر G للتابع الثانوي ، والشكل يبين طريقة إيجاد مركز الدحروج بعد حركة $60^o$ درجة من الوضع الابتدائي ، ومخطط الانتقال يبين أن التابع يتحرك المسافة $x$ في هذه اللحظة ، وأن خطوات الإنشاء هي كالآتي:

- تنقل المسافة $x$ على امتداد GY ، وتحدد بذلك النقطة G' ، والتابع في وضعه الجديد مبين بالخطوط المنقطة .

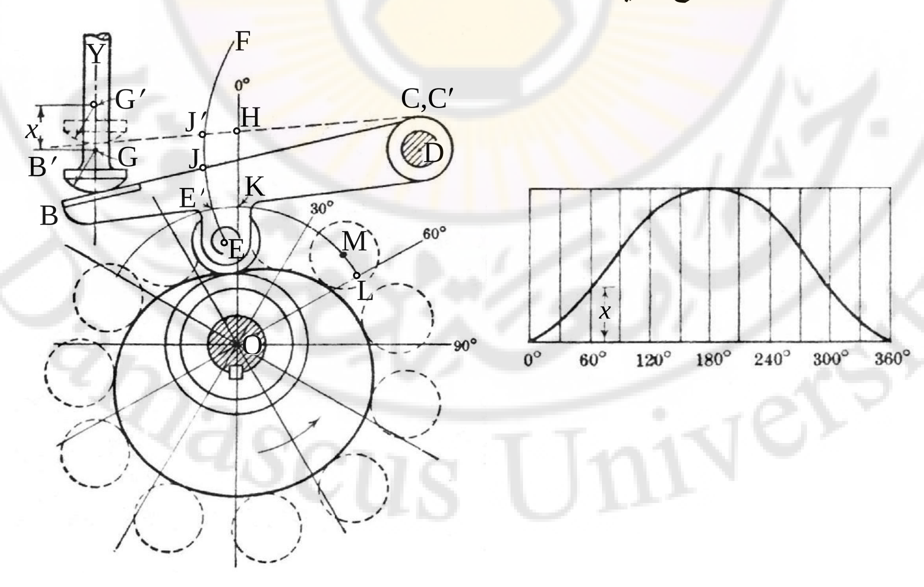
- تستخدم النقطة G′ لرسم القوس الذي يحدد سطح التماس المحدب ، ثم يرسم المماس B′C′ الذي يمس هذا القوس الذي يمثل الوضع الجديد للوجه العلوي للتابع الابتدائي ، بحيث يقطع القوس EF عند J′ .

- يحدد القوس J′E′ مساوياً لـــ JE على القوس EF ، وتكون E′ هي الموضع الجديد لمركز الدحروج .

- يدوّر التابع الأساسي حول D مقدار $60^o$ باتجاه معاكس لاتجاه دوران الكامة ، عندئذ تتحرك النقطة E′ بقوس مركزه مركز الدوران O إلى النقطة M ، بحيث إن القوس E′M يضم زاوية قدرها $60^o$ درجة عند O .

- يرسم خطاً قطرياً ؛ ليمثل الصفر من أي موضع مناسب ، وخطوط قطرية أخرى تصنع مع خط الصفر الزوايا $30^o , 60^o , 90^o$ درجة .

إن إيجاد النقطة M يصبح سهلاً بجعل القوس LM مساوياً للقوس KE′ ، وإن شكل الكامة يمس الدحروج الذي مركزه M .




b- مخطط الإزاحة للتابع الثانوي.          a- كامة قرصية ذات تابع ابتدائي وثانوي.

(الشكل-6-16)

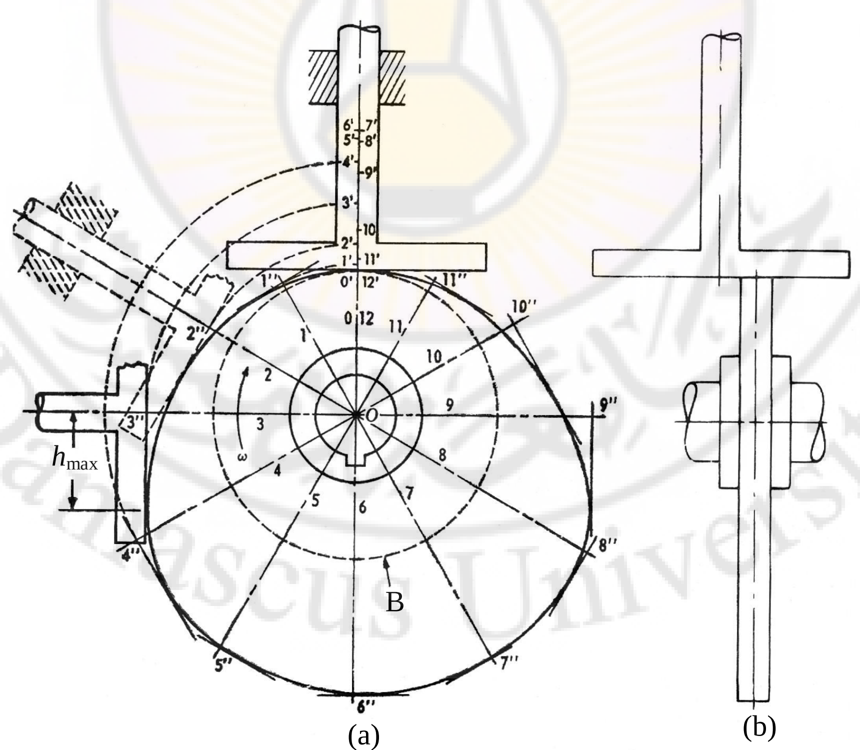
### 6-7-6- كامة قرصية ذات تابع مسطح ترددي قطري

***Disk Cam with Flat-Faced Follower***

من الواضح في هذه الحالة ، أن نقطة الأثر التي تحدد وضع محور التابع بالنسبة للكامة ، هي نقطة تقاطع هذا المحور مع السطح المستوي لنهاية التابع ، كما هو مبين (الشكل-6-17) .

يوضح المخطط a في (الشكل-6-17) خطوات إنشاء جانبية الكامة اللازمة لتحقيق الإزاحات المبينة على ساق التابع الذي يمر محوره من مركز الدوران O والتي توافق مخطط الإزاحة المبين سابقاً في (الشكل-6-12) .

ترسم الدائرة الأساسية B التي مركزها O ، ونصف قطرها معلوم ، بحيث تمس سطح التابع عند نقطة ′0 عندما يكون التابع في أقرب وضع له من مركز الدوران O . إن نقطة الأثر هي مماثلة للرأس الحاد في التابع المدبب ؛ لذا يمكن بسهولة تحديد النقاط ....″4 , ″3 , ″2 , ″1 بالطريقة نفسها التي بينت في الفقرة (6-7-1) .




(الشكل-6-17) تحديد جانبية كامة قرصية ذات تابع مسطح ترددي .

تمثل كل من هذه النقاط نقطة تقاطع محور التابع مع السطح المستوي لنهايته عند زوايا دوران مختلفة للكامة ، وبما أن محور التابع عمودي دوماً على سطح نهايته ، فإنه يتم إنشاء خط عمودي على خط الوضع الزاوي للكامة عند كل من النقاط ...$4'' , 3'' , 2'' , 1''$ . تمثل الخطوط العمودية الناتجة أوضاع سطح التابع عند دورانه حول الكامة ؛ وبالتالي فإن جانبية الكامة هي المنحني الأملس الذي يمس هذه الخطوط كافةً ، كما في المخطط a من (الشكل-6-17) .

يلاحظ من الشكل أن نقطة التماس تتغير خلال الحركة على طول سطح التابع ، بحيث يحصل الانحراف الأعظمي $h_{\max}$ لنقطة التماس عن محور التابع عند أحد الأوضاع الزاوية ، الوضع 3 مثلاً في حالة (الشكل-6-17) . يجب إذن اختيار سطح التابع المماس للكامة بحيث يكون طوله أو قطره أكبر من $2h_{\max}$ .

سبق أن نوهنا في الفقرة (6-3) عن إمكان تقليل الاحتكاك بين سطحي التماس ، بإزاحة محور التابع على طول محور الدوران ، كما في المسقط الجانبي b في (الشكل-6-17) . يؤدي ذلك الى دوران التابع حول محوره ؛ إضافة إلى حركته الترددية على هذا المحور . تفيد هذه الحركة الدورانية في توزيع التماس على سطح كبير من التابع ؛ وبالتالي تقلل من الاحتكاك والتآكل .

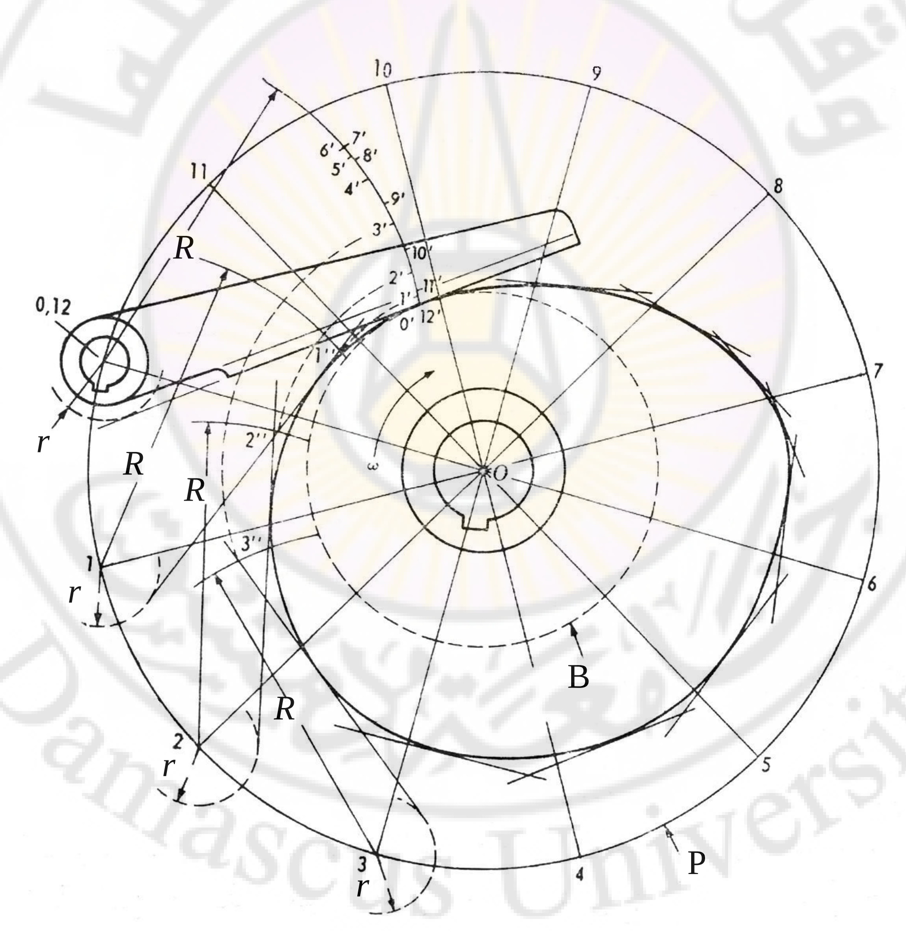
من الواضح ان حالة الإزاحة هذه لا تؤثر في شكل جانبية الكامة ؛ لأنها لا تغير الوضع النسبي بين محور التابع ، ومحور الدوران اللذين يبقيان متقاطعين ، لكن في مستوٍ يوازي مستوي سطح الكامة .

كما يجب الانتباه إلى أن هذه الحالة تختلف عن حالة التابع المجنب في (الشكل-6-14) ، حيث تم حيد محور التابع مع إبقائه في مستوي سطح الكامة ؛ وبالتالي عدم تقاطع محوري التابع والكامة ؛ مما أدى إلى تغيير شكل جانبية الكامة ، كما هو واضح من مقارنة الشكلين (الشكل-6-13) و (الشكل-6-14) ، رغم الحفاظ على ثبات قيم المتغيرات الحركية جميعها في الحالتين.

## 6-7-7- كامة قرصية ذات تابع مسطح متأرجح

## *Disk Cam with Pivoted Flat-Faced Follower*

يبين (الشكل-6-18) حالة كامة تدور باتجاه دوران عقارب الساعة ، حيث يتحرك التابع المهتز حول محور ارتكازه وفق الإزاحات المعينة بالنقاط $0' , 1' , 2' , 3'$.... على مسار الحركة . من الواضح أن مسار الحركة هو قوس مركزه محور ارتكاز التابع ، ونصف قطره $R$ الذي يساوي البعد بين محور الارتكاز ، ونقطة تماس التابع مع الكامة في أخفض وضع له $0'$ ، أما نصف قطر الدائرة الأساسية B ، فهو $O0'$ .




تحديد جانبية كامة قرصية ذات تابع مسطح متأرجح .

(الشكل-6-18)

إن خطوات الإنشاء ، هي:

- ترسم دائرة المرتكز P التي مركزها O ، ونصف قطرها البعد بين O ، ومحور ارتكاز التابع . تعين النقاط ..,4 , 3 , 2 , 1 على محيط هذه الدائرة ، بحيث تقسمه بعدد الفترات الزاوية المتساوية لمخطط الإزاحة نفسه . إن هذه النقاط هي أوضاع محور الارتكاز خلال دوران التابع حول الكامة ، باتجاه عكس دوران عقارب الساعة من مبدأ انعكاس الحركة .
- ترسم باستخدام النقاط ...,4 , 3 , 2 , 1 كمراكز ، أقواس نصف قطرها $R$ ، ومن ثم تحدد النقاط ....$4''$ , $3''$ , $2''$ , $1''$ من تقاطع كل من هذه الأقواس مع القوس المناسب الناتج من تدوير كل من النقاط ... $1', 2', 3'$ حول المركز O .
- تؤخذ النقاط ... , 4 , 3 , 2 , 1 كمراكز لدوائر نصف قطر كل منها $r$ ، يساوي البعد العمودي بين محور الارتكاز ، وامتداد سطح وجه التابع . تحدد الأوضاع النسبية للتابع خلال دورانه حول الكامة ، بإنشاء مماسات مناسبة لكل من هذه الدوائر من النقاط ....$1'', 2'', 3'', 4''$ على التتالي .

إن جانبية الكامة هي المنحني الأملس الذي يمس كلاً من هذه الأوضاع النسبية لسطح التابع .

### 8-6- الحدود العملية لتصميم جانبية الكامة

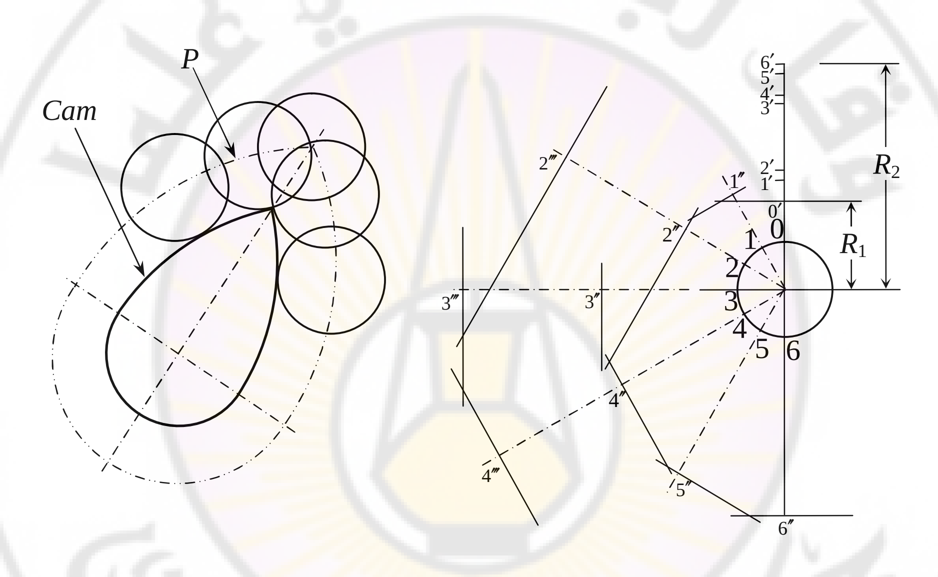
### *Practical Limits of Cam Profile Design*

تبين في الفقرات السابقة أن تصميم جانبية الكامة يتم استناداً إلى معطيات معينة لكل من مخطط الإزاحة ، ونوع التابع ونصف قطر الدائرة الأساسية . قد لا تؤدي القيم المحددة لهذه المعطيات إلى شكل عملي للكامة ، حيث لا يمكن للشكل الناتج أن يحقق الحركة المطلوبة خلال فترة ما ، أو قد لا يمكن تنفيذ الشكل عملياً .

يبين الرسم a في (الشكل-6-19) أن القيم المفروضة قد أدت إلى جانبية كامة لا تمس الدحروج عند أوضاع التابع كافةً ؛ وبالتالي فإن الكامة بالقرب من نهاية الشوط ، لن تدفع التابع بالحركة المطلوبة .

يمكن تصحيح ذلك إما بزيادة قطر الدائرة الأساسية أو بتصغير الدحروج . يجب الانتباه إلى أن تقليل نصف قطر الدحروج يعمل على زيادة إجهادات التماس في الكامة والتابع ؛ لذا يفضل تفادي استخدام دحروج صغير جداً إلا في حالة سرعات دوران منخفضة .

يبين الرسم b في (الشكل-6-19) كامة ذات تابع مسطح ترددي ، حيث $1'' , 2'' , 3'' ,...$ هي أوضاع التابع عندما يكون نصف قطر الدائرة الأساسية مساوياً $R_1$ . من الواضح أنه لا يمكن رسم منحنٍ أملس يمس هذه الأوضاع ، باعتبار أن الوضع $3''$ يقع خارج تقاطع $2'' - 4''$ ، وبالتالي لا يمكن تنفيذ شكل الكامة في هذه الحالة . إذا كبر نصف القطر بحيث يصبح $R_2$ ، فإن الأوضاع الجديدة الناتجة للتابع $2''' , 3''' , 4''' ,....$ ، تسمح بإنشاء شكل مقبول لجانبية الكامة .




b- نصف قطر الدائرة الأساسية مساوياً $R_1$. a- جانبية كامة لا تمس الدحروج عند أوضاع التابع كافةً.

(الشكل-6-19)

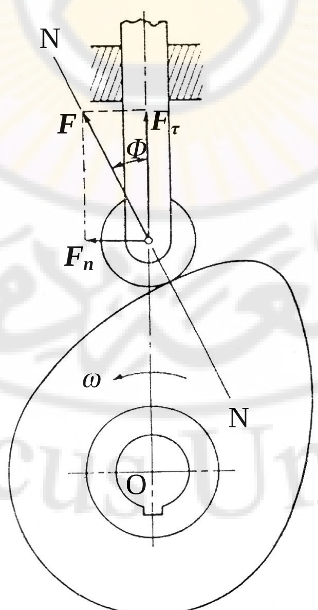
إضافة إلى ذلك ، يحدث أحياناً أن يكون شكل جانبية الكامة الناتج من حالة معينة محققاً للتماس عند الأوضاع كلها ، لكنه يحتوي على جزء ذي نصف قطر انحناء صغير جداً يقترب من شكل رأس مدبب ، مما يؤدي إلى حدوث إجهادات عالية عند سطح التماس ، كما هو مبين في الرسم a في (الشكل-6-19) . يجب عندئذ إزالة هذا الرأس المدبب ، إما بتعديل مقياس الإزاحة ، أو بزيادة نصف قطر الدائرة الأساسية للكامة .

يتضح مما تقدم أن تصميم الكامة يعتمد أساساً على أسلوب التجريب والخطأ في الوصول إلى أفضل النتائج العملية ، مع ضرورة عدم المساس بمتطلبات الأداء الرئيسة .

## 6-9- زاوية الضغط *Pressure Angle*

وهي الزاوية بين اتجاه حركة التابع ، والناظم المشترك للكامة ، والتابع عند نقطة التماس . يبين (الشكل-6-20) تركيبة كامة ذات تابع دحروجي ترددي قطري يمر محوره من محور الدوران ، حيث الناظم المشترك عند نقطة التماس NN يصنع مع مسار حركة التابع زاوية $\Phi$ هي زاوية الضغط في هذا الوضع . أما في حالة تابع متأرجح ، فإن اتجاه حركة التابع يعين بالمماس لمسار الحركة عند نقطة الأثر المعتمدة في إنشاء جانبية الكامة ؛ وبالتالي فإن زاوية الضغط هي الزاوية بين هذا المماس ، والناظم المشترك عند نقطة التماس .

تتأثر قيمة زاوية الضغط بنوع التابع ، وشكل جانبية الكامة ؛ وبالتالي بالأبعاد الأساسية للكامة ، وطبيعة حركة التابع ، ونوعها ؛ أي مخطط الازاحة . يلاحظ من أمثلة الإنشاء السابقة أن زاوية الضغط ثابتة في حالة تابع مسطح بشكل عام كالتابع المتأرجح في (الشكل-6-18) ، وهي تساوي الصفر عندما يكون وجه التابع المسطح متعامداً مع مسار الحركة وذلك لأوضاع الكامة ، كما في (الشكل-6-17) . أما في حالة تابع دحروجي ، فإن زاوية الضغط تتغير خلال دوران الكامة ، حيث تمر بقيمة عظمى عند نقطة أو أكثر ، ولا تنعدم إلا في أثناء فترات السكون ، يلاحظ ذلك في (الشكل-6-13) ، وكذلك الحال بالنسبة لتابع مدبب .




(الشكل-6-20) زاوية الضغط في تركيبة كامة ذات تابع دحروجي ترددي قطري .

تعد زاوية الضغط من أهم العوامل التي تؤثر في تصميم الكامة ؛ بخاصة في تحليل القوى المؤثرة في أجزائها المختلفة ، وفي تحديد حجم الكامة . من المعلوم أن اتجاه القوة المنتقلة من وصلة إلى وصلة أخرى تمسها مباشرة ، هو باتجاه الناظم المشترك عند نقطة التماس ؛ وبالتالي فإن القوة $\boldsymbol{F}$ المنتقلة من الكامة إلى التابع في (الشكل-6-20) ، هي باتجاه NN . تنتج من تحليل هذه القوة مركبتان:

- مركبة مماسية $\boldsymbol{F_\tau}$

هي باتجاه مسار الحركة تعمل على تحريك التابع بالحركة المطلوبة ، والتغلب على المقاومات المطبقة عليه ، وقيمتها:

$$F_t = F . \cos f$$

- مركبة ناظمية $\boldsymbol{F_n}$

هي عمودية على هذا المسار تؤثر في التابع بدفع جانبي يحاول زلقه ضمن مجرى دليله ، وقيمتها:

$$F_n = F . \sin f$$

إن قيمة الدفع الجانبي $\boldsymbol{F_n}$ تتناسب طردياً مع قيمة زاوية الضغط ؛ لذا يفضل دوماً اختيار التصميم الذي يعطي زوايا ضغط منخفضة ، بحيث لا تزيد القيمة العظمى لهذه الزاوية على $30^o$ خلال دوران الكامة ، ولقد تم تحديد هذه القيمة من الخبرة العملية ، وهي السائدة حالياً في التصميم . يمكن السماح بقيم أعلى من ذلك في بعض الحالات الخاصة ، عندما تكون القوى المؤثرة صغيرة ، ومحامل مجرى التابع دقيقة التصنيع . يفضل قياس القيمة العظمى لزاوية الضغط من الإنشاء التخطيطي لجانبية الكامة ؛ لأنه من الصعب تحديدها تحليلياً ، كما سنبين لاحقا .

كما أن تقليل زاوية الضغط يفيد في تخفيض القدرة اللازمة لتدوير الكامة ؛ بغية تحقيق أداء معين للتابع يتطلب قيمة محددة للمركبة المماسية $\boldsymbol{F_\tau}$ . ينتج ذلك من الرجوع إلى علاقة هذه المركبة ؛ إذ يتبين أن قيمة القوة $\boldsymbol{F}$ المنتقلة من الكامة إلى التابع ، هي:

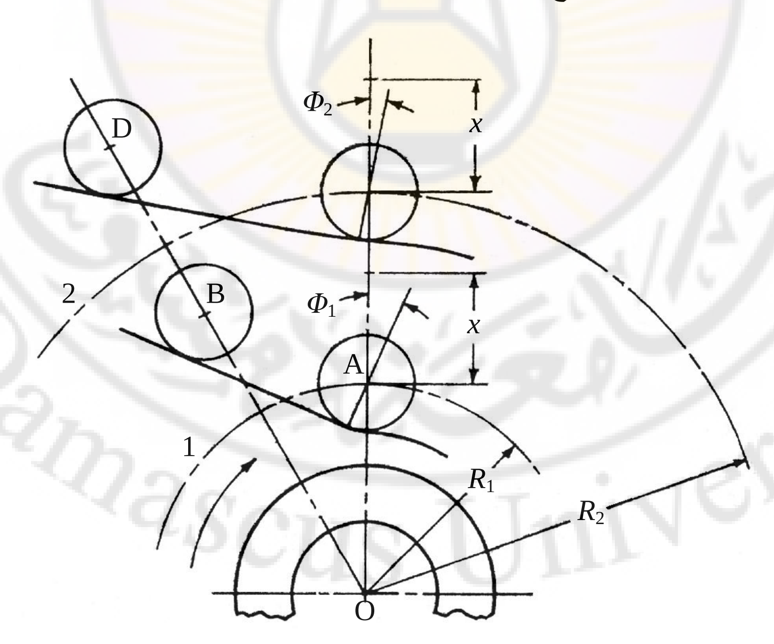
$$F = F_t / \cos f$$

أي: إن القوة $\boldsymbol{F}$ الناتجة من تطبيق عزم معين على عمود دوران الكامة ، هي أقل كلما كانت قيمة الزاوية $\boldsymbol{\Phi}$ أصغر في حالة قيمة معينة للقوة $\boldsymbol{F_\tau}$ .

يحدد الحجم الأعظمي للكامة في حالة حركة معينة للتابع ، بالحيز المتاح لها في الآلة . أما الحجم الأصغري ، فإنه يتعلق بعدة اعتبارات تصميمية ، منها قطر عمود الدوران ، وطريقة تركيب الكامة ، إلا أن قيمة زاوية الضغط العظمى تبقى أهم العوامل المعتمدة في اختيار حجم الكامة ؛ لأنه يتضح من التحليل السابق أن قيماً منخفضة لزاوية الضغط تؤمن حركة سهلة ، وسلسة للتابع خلال دوران الكامة . يلاحظ من أمثلة الإنشاء السابقة أن نصف قطر الدائرة الأساسية يحدد حجم الكامة التي تحقق جانبيتها حركة معينة لتابع ما .

يوضح (الشكل-6-21) تأثير نصف قطر الدائرة الأساسية في قيمة زاوية الضغط عند بقاء المتغيرات الأخرى نفسها .

إذا تحرك الدحروج نفسه بالإزاحة نفسها خلال دوران زاوية ، كل من الكامتين 1 و 2 الزاوية نفسها ، فإنه من الواضح أن زيادة نصف قطر الدائرة الأساسية قد أدت إلى تصغير زاوية الضغط ، حيث $(f_2 < f_1)$ عند كون $(R_2 > R_1)$؛ لذا يفضل أن يكون حجم الكامة أكبر مما تسمح به الحدود العملية لاستثمارها .




تأثير نصف قطر الدائرة الأساسية في قيمة زاوية الضغط .

(الشكل-6-21)

يمكن أيضاً تقليل زاوية الضغط خلال شوط الرفع ، باستعمال تابع مجنب ذي حيد مناسب ، كما أوضحنا سابقاً في الفقرة (6-7-3) . أما زاوية الضغط خلال شوط الخفض ، فإنها تزداد في هذه الحالة ، لكن ذلك لا يؤثر في أداء التابع ؛ إذ لا يكون للقوة المنتقلة من الكامة إلى التابع تأثير فعال في حركته خلال شوط الخفض ؛ بسبب وجود قوة خارجية ، كقوة مرونة النابض مثلاً التي تدفع التابع باتجاه محور الكامة ، تلاحظ فائدة حيد التابع في تقليل زاوية الضغط من مقارنة قيم هذه الزاوية في كل من (الشكل-6-13) و (الشكل-6-14) .

كما تتأثر زاوية الضغط في تركيبة كامة معينة بطبيعة الحركة المختارة للتابع ؛ إذ تبين أن الحركة التوافقية البسيطة تعطي أقل زاوية ضغط ؛ بالمقارنة مع كل من الحركة ذات التسارع المنتظم ، والحركة الدويرية .

إضافة إلى ما تقدم من طرائق لتقليل زاوية الضغط ، مثل: زيادة قطر الدائرةالأساسية ، وحيد التابع ، وتغيير نوع حركة التابع ، كما يمكن استعمال واحدة أو أكثر من الوسائل الآتية:

- إنقاص الرفع الكلي للتابع إذا سمح التطبيق العملي بذلك .
- زيادة زاوية رفع الكامة الموافقة لإعطاء شوط رفع معين للتابع ؛ أي زيادة زمن الرفع . لكن إذا كان المطلوب الحفاظ على قيمة ثابتة لزمن الرفع ، فإنه يجب عندئذٍ زيادة سرعة دوران الكامة بما يلائم الزيادة في زاوية الرفع .
- استعمال تابع ثانوي لتحقيق الحركة المطلوبة عن طريق تابع ابتدائي متأرجح ، يمس سطح الكامة من جهة ، بينما يمس التابع الثانوي من جهة أخرى ، كما في (الشكل-6-16) .
- زيادة نصف قطر الدحروج .

تجدر الإشارة إلى أن زاوية الضغط هي ذات أهمية خاصة في تصميم الكامات ذات التوابع الدحروجية القطرية ، بينما ليس من الضروري عموماً أن تكون عاملاً مؤثراً في تصميم الكامات ذات التوابع المجنّبة والتأرجحية ؛ لأن زوايا الضغط في هذه الحالات صغيرة نسبياً ، أما في التوابع المسطحة القطرية ، فهي معدومة .

## 10-6- التصميم التحليلي لجانبية الكامة *Analytic Design of Cam Profile*

يلاحظ من طرائق الإنشاء التخطيطي التي بينت في الفقرة (6-7) ، وما تبعها من أمثلة نموذجية ، أنها لا تحقق درجة كافية من الدقة في تحديد جانبية الكامة ؛ وبخاصة في حالة سرعات دوران عالية . يعود ذلك إلى اعتماد هذا الإنشاء على تعيين إزاحة التابع عند نقاط محدودة العدد ؛ إضافة إلى صعوبة تحديد المواقع الصحيحة لنقاط تماس الكامة مع التابع . كما أن التصميم التخطيطي يحد من أساليب الإنتاج الممكن استخدامها في تشكيل الكامات ، ويحصرها في آلات القطع الناسخة التي لا يمكن التحكم في دقة أدائها ، إلا ضمن مجالات ضيقة .

لذا فقد تركزت الأبحاث على تطوير نظريات التصميم التحليلي ، حيث يمكن حساب قيم إزاحة التابع الموافقة لتغيرات صغيرة جداً في دوران الكامة ، لا تتجاوز نصف درجة زاوية . يؤدي ذلك إلى إمكان التشكيل المباشر للكامة على آلة تفريز أو مثقب حفر دقيق ، حيث تقوم أداة القطع مقام التابع ، ويكون محورها عندئذ موازياً لمستوى الكامة أو عمودياً عليه بحسب نوع التابع . لقد أمكن في بعض الآلات المبرمجة الحديثة ، تحقيق حركة لأداة القطع تكافئ إزاحة دقيقة جداً للتابع لا تزيد على 100 ميكرون ، ينتج من ذلك تشكيل شبه مستمر لجانبية الكامة تزول معه أحياناً ضرورة إجراء عملية إنهاء يدوي للكامة .

لقد تبين عملياً أن الإنشاء التخطيطي كافٍ لتصميم كامات ذات سرعات دورانية منخفضة نسبياً ، بينما يفضل اللجوء إلى التصميم التحليلي في حالة سرعات عالية . لقد تم تطوير طرائق تصميم تحليلية عملية لأنواع الكامات القرصية المختلفة التي سبق ذكرها ؛ إضافة إلى كامة قرصية ذات تابع دحروجي متأرجح . يمكن توضيح المفاهيم الأساسية لهذه الطرائق من خلال دراسة تحليلية لنوعين من هذه الكامات .

### 1-10-6- كامة قرصية ذات تابع مسطح ترددي
### *Disk Cam with Flat-Faced Follower*

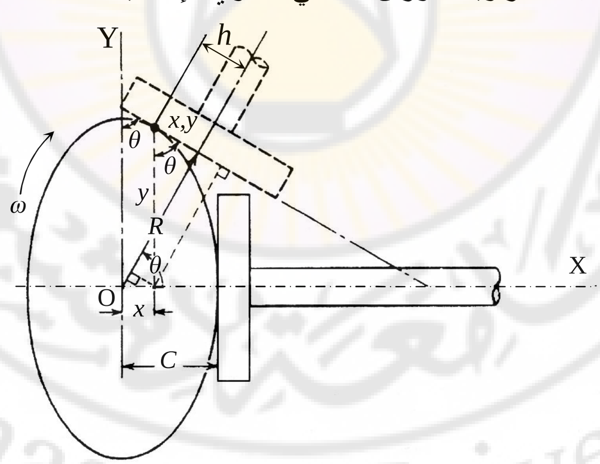
تبين لنا في الإنشاء التخطيطي لهذه الكامة في الفقرة (6-7-6) أن جانبية الكامة تنتج من رسم منحن أملس يمس سطح التابع في أوضاعه المختلفة ؛ وبالتالي فإنه من الصعب تحديد هذه الجانبية بدقة ؛ بخاصة الموقع الصحيح لكل من نقاط تماس الكامة ، والتابع ، كما أنه يجب اللجوء إلى أسلوب التجريب والخطأ ؛ لتعيين نصف قطر الدائرة الأساسية اللازم ، ليكون سطح الكامة الناتج محدباً كلياً من دون وجود رأس حاد أو نتوء عليه .

إن الطريقة التحليلية التي أوجدها الباحثان كارفر وكوين (*Carver & Quinn*) لتصميم هذا النوع من الكامات تتغلب على مجمل هذه الصعوبات ، وتسمح بتحديد الخصائص المميزة لجانبية الكامة بدقة تامة . من أهم هذه الخصائص:

1. استنتاج المعادلات الرياضية التي تعين إحداثيات نقاط التماس بين الكامة والتابع .
2. تحديد أصغر نصف قطر للدائرة الأساسية الذي يؤدي إلى عدم نشوء رأس حاد على جانبية الكامة .
3. تعيين الموقع الصحيح لنقطة التماس التي تحدد طول الوجه المسطح للتابع ؛ أي تلك التي يحدث عندها أعظم انحراف $h_{\max}$ لنقطة التماس عن محور التابع ، كما بينا سابقاً في (الشكل-6-17) .

أما زاوية الضغط فمن الواضح أنها تساوي الصفر في هذه الحالة .

يبين (الشكل-6-22) كامة قرصية تدور باتجاه دوران عقارب الساعة بسرعة زاوية ثابتة $\omega$ ، وتابع مسطح ترددي قطري يمر محوره من مركز عمود الدوران O . استناداً إلى مبدأ انعكاس الحركة ، يمكن تدوير التابع حول الكامة باتجاه عكس دوران عقارب الساعة ، وتحليل الحركة بدلالة زاوية الدوران $\theta$ في مستوي الإحداثيات XOY .




(الشكل-6-22) كامة قرصية مع تابع مسطح ترددي قطري .

يحدد وضع نقطة تقاطع محور التابع مع سطحه المستوي ، عند أية لحظة بالبعد $R$ عن المركز O ، يعطي هذا البعد بالمعادلة:

$$R = C + f(q) \tag{22-6}$$

حيث:

$C$ تمثل بعد نقطة التماس عن O في أقرب وضع للتابع من مركز الكامة ؛ أي نصف قطر الدائرة الأساسية .

$f(\theta)$ تمثل معادلة إزاحة التابع المطلوبة بدلالة زاوية دوران الكامة .

إذا كان إحداثيا نقطة التماس عند أي وضع $\theta$ هما $x , y$ ، وبعد هذه النقطة عن محور التابع هو $h$ ، فإنه يمكن من الشكل كتابة المعادلتين الآتيتين:

$$R = y.\sin q + x.\cos q \qquad (23\text{-}6)$$

$$h = y.\cos q - x.\sin q \qquad (24\text{-}6)$$

ينتج من اشتقاق المعادلة (6-23) بالنسبة لـــ $\theta$ أن:

$$\frac{dR}{dq} = y.\cos q - x.\sin q \qquad (25\text{-}6)$$

إذ إن:

$$\frac{dy}{dq}\sin q = -\frac{dx}{dq}\cos q$$

باعتبار أن سطح الكامة يجب أن يكون محدباً دوماً لحفظ التماس مع الوجه المسطح للتابع عند الأوضاع كافة .

يلاحظ من مقارنة (6-24) و(6-25) أن:

$$h = \frac{dR}{dq} = \frac{d}{dq}[C + f(q)]$$

أي: إن:

$$h = f'(q) \qquad (26\text{-}6)$$

لأن $C$ قيمة ثابتة معلومة من معطيات التصميم .

بما أن الكامة تدور بسرعة زاوية ثابتة $\omega$ ، فإن قيمة سرعة التابع عند أية لحظة تتناسب طردياً مع $f'(q)$ ، حيث ثابت التناسب هو $\omega$ . ينتج من ذلك أن الانحراف الأعظمي $h_{\max}$ لنقطة التماس عن محور التابع يحدث عندما تكون سرعة التابع عظمى ؛ أي: إن الحد الأدنى لطول الوجه المسطح للتابع لا يتأثر بنصف قطر الدائرة الأساسية ؛ وإنما فقط بمعادلة الحركة المطلوبة للتابع . كما أن نقطة التماس تتحرك على كلا جانبي محور التابع ، بحيث يكون بعدها عنه موجباً ؛ أي فوق محور التابع ، كما في (الشكل-6-22) ، عندما تكون سرعة التابع موجبة ، والعكس بالعكس .

عندما تكون حركة التابع متغيرة الطبيعة ؛ أي ذات معادلات $f(\theta)$ مختلفة خلال المجالات المختلفة للحركة ، فإنه يتم عندئذ تعيين قيم $R , h$ عند الأوضاع الزاوية المختلفة استناداً إلى معادلة الحركة الموافقة لكل مجال . أما قيمة الانحراف الأعظمي $h_{\max}$ ، فإنها تحدد من الحركة التي تعطي أكبر قيمة $f'(q)$ خلال دورة كاملة للكامة .

يتضح من ذلك أنه يمكن بسهولة ، وبدقة تعيين مواقع نقاط التماس المكونة لجانبية الكامة ، والموافقة لقيم زاوية دوران الكامة $\theta$ جميعها . يتم ذلك بحساب قيمة كل من $R , h$ عند كل وضع استناداً إلى المعادلتين (6-22) و(6-26) ، كما يمكن تعيين هذه المواقع بدلالة إحداثيات نقاط التماس $x , y$ ، حيث ينتج من حل المعادلتين (6-23) و(6-24) آنياً أن:

$$x = R.\cos q - h.\sin q$$

$$y = R.\sin q + h.\cos q$$

وبالتعويض من قيم $R , h$ المعطاة في المعادلتين (6-22) و(6-26) على التوالي ، ينتج:

$$x = [C + f(q)]\cos q - f'(q).\sin q \qquad (27\text{-}6)$$

$$y = [C + f(q)]\sin q - f'(q).\cos q \qquad (28\text{-}6)$$

تحدد هاتان المعادلتان إحداثيات نقاط جانبية الكامة بمعلومية معطيات التصميم ، عند قيم مختلفة للزاوية $\theta$ خلال دورة كاملة للكامة.

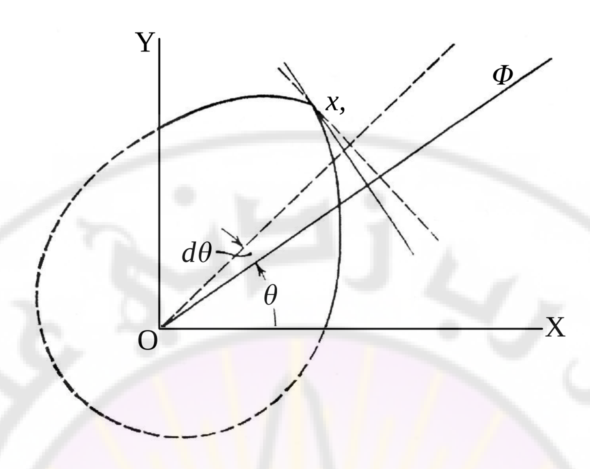
يستكمل التحليل بتعيين أصغر قيمة لنصف قطر الدائرة الأساسية C التي تحقق شرط عدم ظهور رأس حاد على جانبية الكامة ، كما في (الشكل-6-23) . لنفرض أن إحداثيتي نقطة التماس عند هذا الرأس المستدق هما $x , y$ ، عندما يكون محور التابع قد دار بزاوية $\theta$ . إذا تم تدوير محور التابع عندئذٍ بزاوية صغيرة جداً $d\theta$ ، فإن نقطة التماس لن يتغير وضعها ؛ بسبب وجود الرأس المستدق ؛ أي: إن:

$$\frac{dx}{dq} = \frac{dy}{dq} = 0$$

ينتج من اشتقاق كل من المعادلتين (6-23) و(6-24) على التوالي بالنسبة إلى $\theta$ :

$$\frac{dx}{dq} = -[C + f(q) + f''(q)]\sin q$$

$$\frac{dy}{dq} = [C + f(q) + f''(q)]\cos q$$




(الشكل-6-23) تعيين أصغر قيمة لنصف قطر الدائرة الأساسية .

تنعدم هاتان المعادلتان بآن واحد فقط عندما:

$$C + f(q) + f''(q) = 0$$

بما أن سطح الكامة يجب أن يكون محدباً في أي وضع من أوضاعها عند استعمال تابع مسطح ، فإن شرط عدم حدوث نتوء حاد لجانبية الكامة ، هو:

$$C + f(q) + f''(q) > 0 \qquad (29\text{-}6)$$

يتم عندئذ حساب قيم الحد $[f(q) + f''(q)]$ لقيم الزاوية $\theta$ جميعها ، وتعيين أصغر قيمة جبرية له . من الضروري استعمال هذه القيمة لتحديد القيمة الدنيا لنصف القطر C الذي يحقق عدم حدوث نتوء حاد ؛ إذ إن ذلك يضمن بقاء المتراجحة (6-29) محققة لقيم $\theta$ جميعها ؛ أي ألا يساوي الطرف الأيسر لها الصفر عند أية قيمة لـــ $\theta$ . يجب الانتباه إلى ضرورة تغيير معادلة الحركة $f(\theta)$ المستعملة في الحساب ، عند تعدد أنواع حركة التابع خلال دورة كاملة للكامة .

أما في حال كون قيمة الحد $[f(q) + f''(q)]$ موجبة دوماً ، فإن قيمة $\theta$ التي تحقق المتراجحة (6-29) تكون سالبة ، وغير ذات معنى عملياً ؛ أي إن شرط عدم حدوث نتوء حاد على سطح الكامة محقق دوماً مهما كانت قيمة C . تحدد هذه القيمة عندئذ بشكل يلائم نصف قطر عمود الدوران ، والحيز المتاح للتركيب في الآلة من دون الرجوع إلى معادلة الحركة . يفضل دوماً اختيار قيمة لنصف القطر C أكبر من القيمة المحسوبة لتفادي ؛ حدوث إجهادات تماس عالية ، تحدد نسبة الزيادة من طبيعة أداء الكامة ، والقوى المؤثرة فيها .

إذا كان تشكيل الكامة عملياً سيتم بالطريقة المباشرة باستخدام آلة مبرمجة ، كما سبق أن نوهنا ، فإنه ليس من الضروري رسم جانبية الكامة ؛ إذ يكفي عندئذٍ تعيين نصف القطر C ، وحساب قيم إزاحة التابع $R$ الموافقة لقيم الزاوية $\theta$ كافةً ؛ وبالتالي إدخال هذه المعلومات إلى الآلة المبرمجة . تستعمل لتوليد جانبية الكامة ، وتشكيلها في هذه الحالة أداة قطع يزيد طول وجه القطع فيها على ضعفي القيمة العظمى $h_{\max}$ ، وبحيث يكون محور أداة القطع موازياً لمستوي الكامة خلال عملية التشكيل .

**مسألة-6-1**

إذا كان معادلة حركة تابع مسطح ترددي قطري بالنسبة لزاوية دوران الكامة $\theta$ هي من الشكل:

$$f(q) = 1 - \cos 2q$$

المطلوب تعيين القيمة الدنيا لنصف قطر الدائرة الأساسية للكامة ، وطول الوجه المسطح للتابع ، علماً أن الأبعاد بالسنتيمتر.

**الحل**:

ينتج من اشتقاق معادلة الحركة بالنسبة إلى $\theta$ مرتين على التوالي:

$$f'(q) = 2\sin 2q$$

$$f''(q) = 4\cos 2q$$

ومنه فإن:

$$[\, f(q) + f''(q)] = 1 + 3\cos 2q$$

تحدث أصغر قيمة جبرية لهذا الحد عندما $(\theta = \pi/2)$ بحيث تصبح المتراجحة (6-29):

$$C + 1 - 3 > 0$$

ومنه:

$$C > 2 \text{ cm}$$

أما بعد نقطة التماس عن محور التابع ، فإنه ينتج من المعادلة (6-26):

$$h = 2\sin 2q$$

وبالتالي يحدث الانحراف الأعظمي لنقطة التماس عندما:

$$\sin 2q = 1 \quad \Rightarrow \quad h_{\max} = 2 \text{ cm}$$

منه:

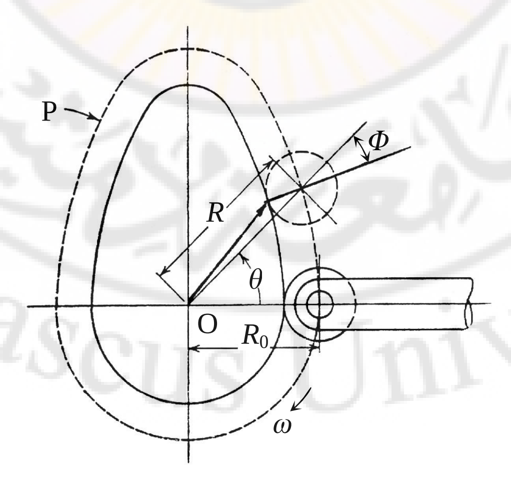
$$2h_{\max} = 4 \text{ cm}$$

إذن يجب أن يكون طول وجه التابع أكبر من 4 cm ؛ لتفادي حدوث التماس عند طرف التابع.

### 6-10-2- كامة قرصية ذات تابع دحروجي ترددي

***Disk Cam with Roller Follower***

يعد تعيين منحني الخطوة منطلقاً أساسياً لتحديد جانبية الكامات التي تحرك توابع دحروجية . بينا سابقاً في الفقرة (6-7-2) أن هذا المنحني هو المحل الهندسي لمواقع مركز الدحروج خلال دورة كاملة للكامة . إن تعيين هذا المنحني تحليلياً لا يشكل أية صعوبة في حالة كامة قرصية ذات تابع دحروجي ترددي قطري يمر محوره من مركز الدوران O ، كما في (الشكل-6-24) .




(الشكل-6-24) كامة قرصية ذات تابع دحروجي ترددي قطري .

إذا دارت الكامة بسرعة زاوية ثابتة $\omega$ باتجاه دوران عقارب الساعة ، فإنه يمكن تعيين إزاحة التابع عند أي وضع بتدوير محور التابع حول الكامة زاوية $\theta$ باتجاه عكس دوران عقارب الساعة . يحدد وضع مركز الدحروج الذي يتحرك على منحني الخطوة P ، بالمعادلة الآتية التي تعطي بعده عن مركز الدوران:

$$R = R_0 + f(q) \qquad (30\text{-}6)$$

حيث:

$R_0$ تمثل أصغر نصف قطر لمنحني الخطوة ؛ أي البعد بين المركز O ، ومركز الدحروج عندما يكون التابع في أقرب وضع له من مركز الكامة . وهو يساوي مجموع نصفي قطري الدائرة الأساسية ، والدحروج .

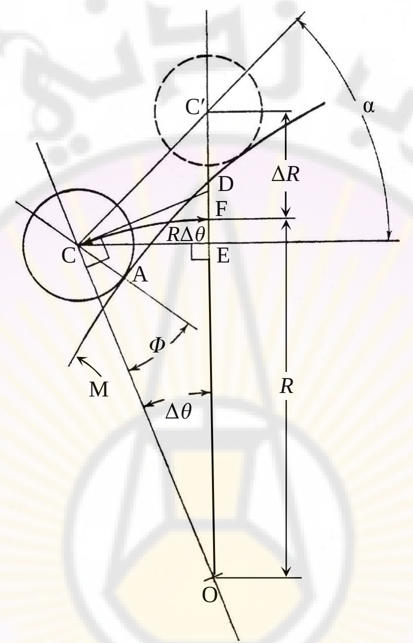
$f(\theta)$ تمثل معادلة إزاحة التابع المطلوبة بدلالة زاوية دوران الكامة .

يفضل في هذه الحالة إجراء التحليل بوساطة الإحداثيات القطبية ، حيث يمكن بسهولة تعيين نقاط منحني الخطوة بعد اختيار قيمة $R_o$ ، ومعادلة حركة التابع ، وذلك استناداً إلى المعادلة (6-30) التي تعطي قيم $R$ عند قيم زاوية الدوران $\theta$ جميعها . تساعد هذه النقاط في تشكيل جانبية الكامة مباشرة باستخدام آلة تشغيل مناسبة ؛ إذ يكفي عندئذٍ استعمال أداة قطع ذات أبعاد مماثلة لأبعاد الدحروج . يتم تشكيل جانبية الكامة بإدخال المعلومات المعينة سابقاً إلى الآلة ، وبحيث تمثل أداة القطع وضع الدحروج بالنسبة للكامة ، ويكون محور هذه الأداة عمودياً على مستوي الكامة خلال عملية التشكيل .

إذا كان المطلوب تعيين مواقع نقاط التماس تحليلياً ، فمن الواضح - حسب (الشكل-6-24) - ضرورة تحديد قيم زاوية الضغط $\Phi$ عند الأوضاع المختلفة ، ليتم على أساسها تعيين المعادلة القطبية لإحداثيات نقاط التماس بدلالة معطيات التصميم ، إلا أنه من النادر أن يكون ذلك ضرورياً ؛ إذ إن تصنيع الكامات يتم بوجه عام استناداً إلى منحني الخطوة بالطريقة المبينة سابقاً .

بينا في الفقرة (6-9) أهمية زاوية الضغط في تصميم الكامات ذات التوابع الدحروجية القطرية ، حيث يجب أن تكون القيمة العظمى أقل ما يمكن وألا تزيد على $30^o$ . رغم أنه يمكن قياس هذه الزاوية بسهولة من الرسم التخطيطي لجانبية الكامة ، إلا أنه يفضل تعيينها تحليلياً ؛ بخاصة عندما يتم التصميم بالطرائق التحليلية . تعد الطريقة التي وضعها الباحثان كلوموك وموفلي (*Kloomok & Muffley*) من أبسط الوسائل التحليلية لتعيين قيمة زاوية الضغط في حالة تابع دحروجي قطري .

يبين (الشكل-6-25) أحد أوضاع تابع دحروجي مركزه C ، يمس سطح كامة M مركزها O عند النقطة A ، بحيث إن الزاوية OCA هي زاوية الضغط $\Phi$ . نفرض أن الكامة ثابتة ، والدحروج يتحرك على سطحها باتجاه دوران عقارب الساعة من الوضع C إلى الوضع C′ خلال دورانه حول مركز الكامة زاوية صغيرة $\Delta\theta$ .




(الشكل-6-25) أحد أوضاع تابع دحروجي مركزه C يمس سطح كامة M مركزها O .

ينتج من (الشكل-6-25) أن:

$$\tan a = \frac{C'E}{CE}$$

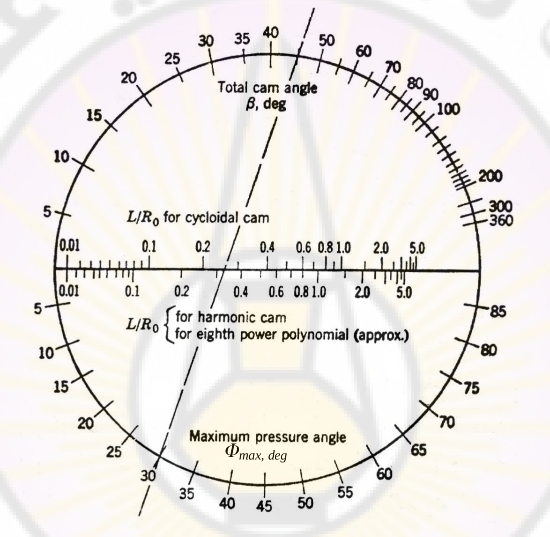
إذا اقتربت الزاوية $\Delta\theta$ من الصفر ، فإن المماس CD يقترب من القوس CF الذي يساوي $R \,.\, \Delta\theta$ ، وكلاهما يقترب من CD ؛ مما يعني أن:

$$\lim_{\Delta q \to 0} \tan a = \frac{1}{R} \cdot \frac{dR}{dq}$$

كما أن في هذه الحالة تقترب الزاويتان OCE , ACC′ من $90^{o}$ ، بحيث تصبح الزاويتان $\alpha , \Phi$ متساويتين ؛ بسبب تعامد كل من ضلعيهما ؛ أي: إن:

$$\tan f = \frac{1}{R} \cdot \frac{dR}{dq} \qquad (31\text{-}6)$$

يمكن من المعادلة (6-31) تحديد قيم زاوية الضغط لأي نوع من الحركة عند أي وضع لزاوية دوران الكامة $\theta$ ، وذلك بعد تعيين $R$ من المعادلة (6-30) . كما يلاحظ أن زيادة نصف قطر الدائرة الأساسية في حالة حركة ، ومعطيات تصميم معينة ؛ تؤدي إلى تخفيض قيمة زاوية الضغط ، وهذا ما أوضحناه سابقاً في الفقرة (6-9) ؛ إلا أنه من الصعب غالباً تعيين القيمة العظمى لهذه الزاوية ؛ بسبب التعقيد الناتج من اشتقاق المعادلة (6-31) ؛ بغية تحديد نهايتها العظمى ؛ لذا فإنه يتم استعمال المخطط البياني ثلاثي الأبعاد نوموغرام الذي وضعه الباحث فارنوم (*Varnum*) المبين في (الشكل-6-26) .




(الشكل-6-26) المخطط البياني ثلاثي الأبعاد نوموغرام .

يسمح هذا المخطط بتعيين القيمة العظمى لزاوية الضغط $\Phi_{\max}$ لثلاثة أنواع من الحركة ، وذلك بدلالة المعطيات التصميمية الآتية:

$\beta$ تمثل الزاوية الكلية التي تتم خلالها حركة معينة .

$L$ تمثل شوط التابع خلال هذه الحركة .

$R_0$ تمثل أصغر نصف قطر لمنحني الخطوة في أقرب وضع للتابع ، ويساوي مجموع نصفي قطري الدائرة الأساسية ، والدحروج .

تؤخذ قراءة $L/R_0$ على التدريج الأفقي العلوي لحركة دويرية ، بينما تكون هذه القراءة على التدريج السفلي في حالة حركة توافقية بسيطة ، أو تقريبية لمتعدد حدود الدرجة الثامنة التي سبق توضيحها في (الشكل-6-10) .

مثال ذلك الحالة المبينة على (الشكل-6-26) حيث الحركة دويرية ذات المعطيات الآتية:

$$b = 45^{o} \quad , \quad L / R_0 = 0.26 \quad , \quad f_{max} = 30^{o}$$

أما إذا كانت الحركة هي أحد النوعين الآخرين ، فإن ($L/R_0$ = 0.33) تعطي النتيجة نفسها ، حيث تقرأ هذه النسبة عندئذ على التدريج السفلي .

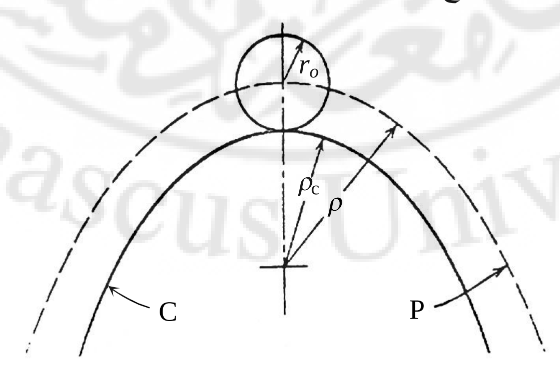
يوضح المخطط في (الشكل-6-26) صحة أغلب الوسائل التي ذكرناها في الفقرة (6-9) ؛ لتخفيض القيم العظمى لزاوية الضغط . يمكن التحقق من ذلك بسهولة ، حيث يتم تغيير أحد المعطيات التصميمية مع الحفاظ على بقية المعطيات ثابتة ، ودراسة تأثير هذا التغير في قيمة $\Phi_{max}$ . مثال ذلك إذا أردنا دراسة تأثير طبيعة الحركة ، فإنه يكفي في المثال السابق تعيين ($L/R_0$ = 0.26) على التدريج السفلي ، ورسم الخط إلى ($\beta = 45^{o}$) لينتج أن ($\Phi = 25^{o}$) ؛ أي: إن الحركة التوافقية البسيطة تعطي زاوية ضغط عظمى أقل من تلك في حالة الحركة الدويرية المبينة في الشكل . كذلك الحال بالنسبة لبقية المتغيرات ، إنقاص شوط الرفع $L$ ، أو زيادة زاوية الرفع الكلية $\beta$ ، أو زيادة $R_0$ التي يمكن تحقيقها ، إما بزيادة نصف قطر الدائرة الأساسية أو نصف قطر الدحروج .

إضافة إلى تأمين زاوية ضغط مقبولة ، فإن جانبية الكامة يجب ألا تحوي انحناءات حادة أو مدببة . يمكن توضيح مفهوم تشكّل رأس مدبب استناداً إلى (الشكل-6-27) الذي يبين قطاعاً من جانبية كامة C ، ومنحني الخطوة P الموافق لها ، حيث:

$\rho$ تمثل نصف قطر انحناء منحني الخطوة لجزء ما منه .

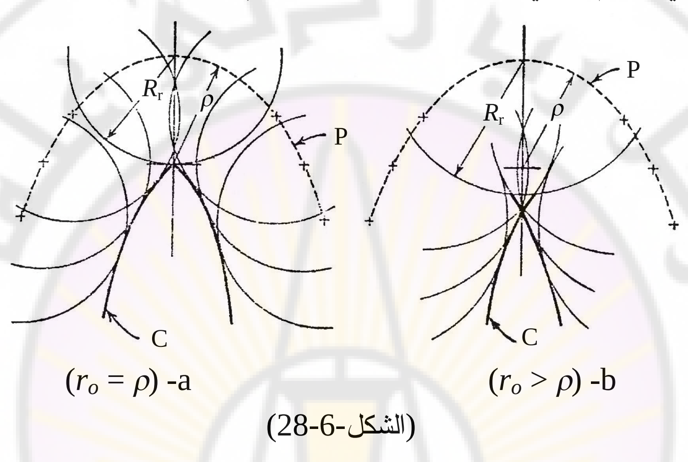
$\rho_c$ تمثل نصف قطر جانبية الكامة الموافق لهذا الجزء .

$r_o$ تمثل نصف قطر الدحروج .




(الشكل-6-27) قطاع من جانبية كامة C ، ومنحني الخطوة P الموافق لها .

إذا فرض في حالة ما أن $\rho$ ثابت ؛ بينما $r_o$ يتزايد ، فينتج أن $\rho_c$ يتناقص حتى يصبح منعدماً عند تساوي $r_o$ مع $\rho$ $(r_o = \rho)$ ؛ وبالتالي تكون جانبية الكامة C الناتجة عندئذٍ نقطة ، كما هو مبين في الرسم a في (الشكل-6-28) . إذا استمر تزايد $r_o$ ، بحيث يصبح أكبر من $\rho$ $(r_o > \rho)$ ، فإنه يحدث ما يسمى بالقطع السفلي لجانبية الكامة C ، حسب ما هو مبين في الرسم b في (الشكل-6-28) ؛ مما يؤدي إلى فقد التماس بين الكامة والتابع .



$(r_o = \rho)$ -a        $(r_o > \rho)$ -b

(الشكل-6-28)

يجب إذن لتفادي حدوث ذلك أن يكون نصف قطر الدحروج $r_o$ ، أقل من أصغر قيمة $\rho_{\min}$ لنصف قطر انحناء منحني الخطوة $\rho$ ، يفضل أن تكون هذه القيمة بحدود $(r_o \leq 0.7\, r_{\min})$ ؛ لتجنب ظهور إجهادات عالية في أثناء العمل . في حال تعدد أنواع حركة التابع خلال دوران الكامة ، فإنه يجب عندئذ التحقق من كل حالة على حدة . من الواضح أنه يكفي دراسة الأجزاء المحدبة فقط من جانبية الكامة ؛ إذ لا يحدث قطع سفلي للأجزاء المقعرة إن وجدت .

يمكن استناداً إلى أبحاث التحليل التفاضلي كتابة معادلة نصف قطر الانحناء ، في الإحداثيات القطبية على الشكل الآتي:

$$r = \frac{\left\{R^2 + [\,f'(q)]^2\right\}^{3/2}}{R^2 + 2[\,f'(q)]^2 - R[\,f''(q)]} \qquad (32\text{-}6)$$

حيث ينتج من المعادلة (6-30) أن:

$$R = R_0 + f(q) \quad \Rightarrow \quad \frac{dR}{dq} = f'(q) \quad \Rightarrow \quad \frac{d^2R}{dq^2} = f''(q)$$

تعطي المعادلة (6-32) قيم $\rho$ لأي نوع من حركة التابع في حالة معينة ، إلا أنه من الضروري تحديد القيمة الصغرى $\rho_{min}$ لهذه المعادلة ؛ بسبب صعوبة تعيين هذه القيمة تحليلياً فقد قام الباحثان (*Kloomok & Muffley*) برسم منحنيات تبين تغير النسبة $\rho_{min}/R_0$ مع قيمة $\beta$ ، وذلك لعدة قيم للنسبة $L/R_0$ في حالة الحركة الدويرية ، والحركة التوافقية البسيطة ، علماً أن $\beta , L , R_0$ هي كما سبق تعريفها عند تحليل زاوية الضغط .

يبين (الشكل-6-29) هذه المنحنيات لحركة دويرية ، بينما تستعمل منحنيات (الشكل-6-30) في حالة حركة توافقية بسيطة . يمكن من هذه المنحنيات تحديد قيمة $\rho_{min}$ ؛ وبالتالي اختيار الدحروج المناسب .

**مسألة-6-2**

يتحرك تابع دحروجي قطري ؛ ليقطع شوطاً ($L = 6$ cm) بحركة دويرية خلال دوران الكامة بزاوية رفع ($\beta = 30^o$) ، تليها زاوية سكون $45^o$ . يتم شوط العودة بحركة دويرية خلال زاوية خفض $70^o$ .

المطلوب التحقق من حدوث رأس مدبب أو قطع سفلي على سطح جانبية الكامة إذا كان:

$$R_0 = 15 \text{ cm} \quad , \quad r_o = 2.5 \text{ cm}$$

**الحل**:

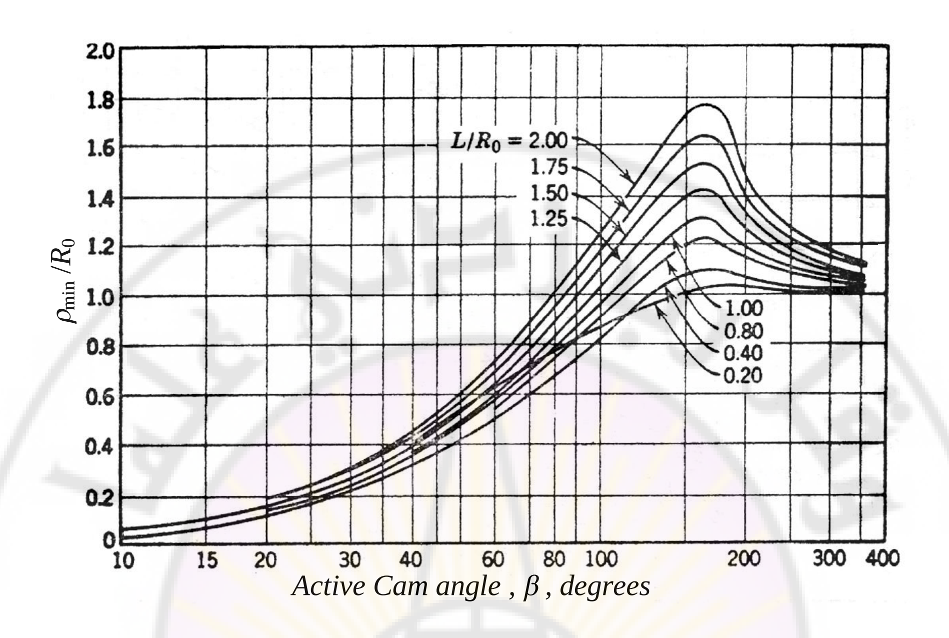
نحسب أولاً النسبة:

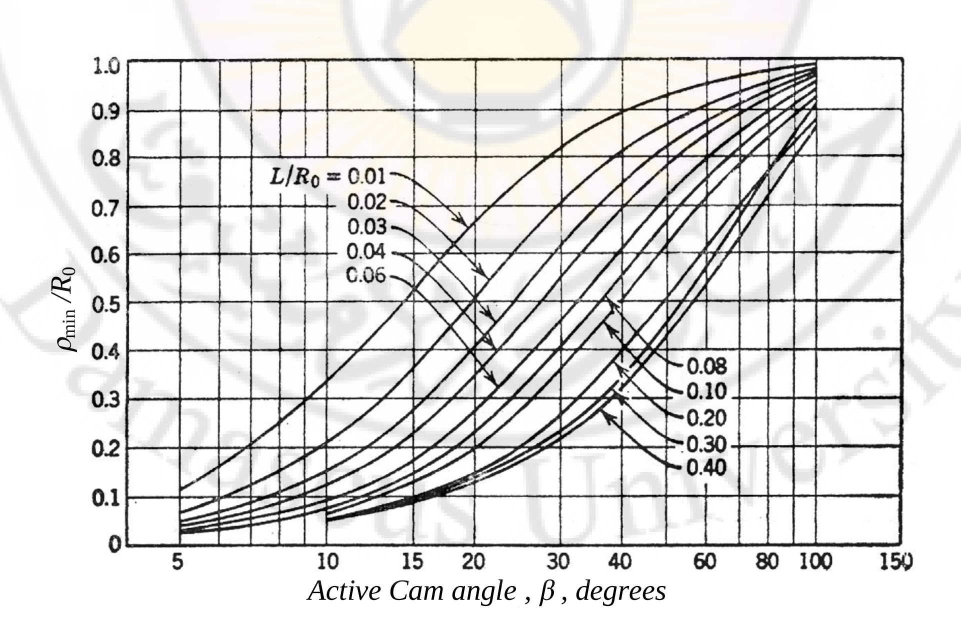
$$L/R_0 = 6/15 = 0.4$$

يلاحظ من مخططات الحركة الدويرية في (الشكل-6-29) أن القيمة الحدية لأصغر نصف قطر انحناء تعين لأصغر زاوية دوران خلال دورة عمل كاملة للكامة ؛ لذا يتم التحقق عند الزاوية الصغرى ($\beta = 30^o$) ، حيث ينتج من تقاطع هذه الزاوية مع الخط الممثل للنسبة المحسوبة أعلاه أن:

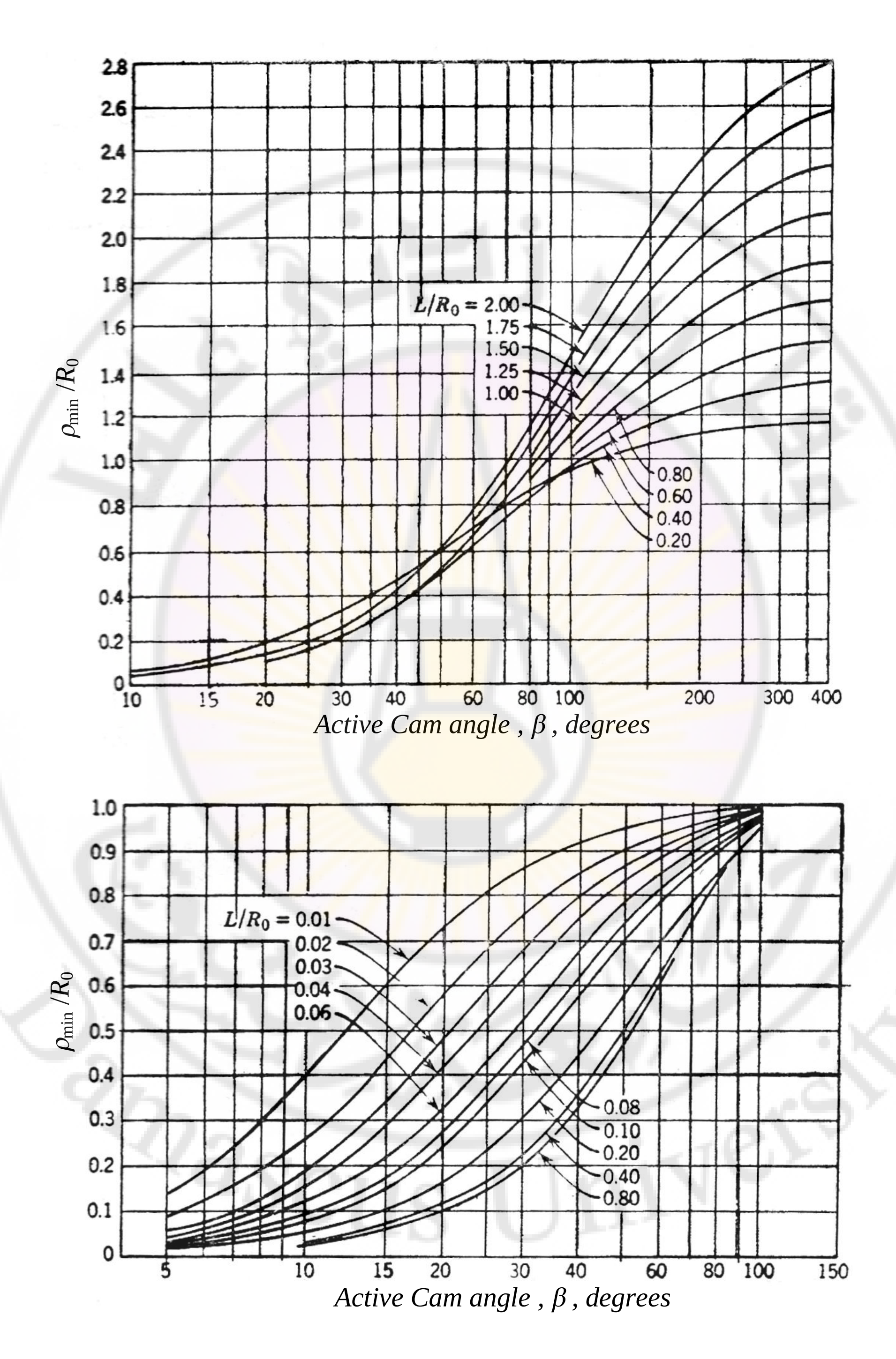
$$r_{min}/R_0 = 0.22 \quad \Rightarrow \quad r_{min} = 3.3 \text{ cm} \quad > \quad 2.5 \text{ cm}$$

وبالتالي لن يحدث رأس مدبب أو قطع سفلي لجانبية الكامة ؛ لأن $(r_o < r_{min})$ .




(الشكل-6-29) منحنيات تغير النسبة $\rho_{min}/R_0$ مع قيمة $\beta$ في حالة الحركة الدويرية .




(الشكل-6-30) منحنيات تغير النسبة $\rho_{min}/R_0$ مع قيمة $\beta$ في حالة الحركة التوافقية البسيطة .

## 6-11- كامات ذات جانبية محددة *Cams with Specified Contours*

لقد بينا حتى الآن دراسة تركيبة كامة بإيجاد طرائق تصميم جانبية الكامة ، وعواملها تخطيطياً ، وتحليلياً وفق معطيات معينة لنوع التابع ، وحركته ؛ أدى ذلك إلى ظهور صعوبات عدة تؤثر بشكل رئيس في دقة تصنيع الكامة ، وكلفة إنتاجها ؛ لذا يفضل أحياناً تشكيل جانبية الكامة من أقواس دائرية ، وخطوط مستقيمة ؛ مما يقود إلى إمكان تحقيق دقة عالية ، وكلفة تصنيع منخفضة نسبياً ، وهذا ما جعلها شائعة الاستعمال في محركات الاحتراق الداخلي ؛ وبخاصة الصغيرة منها . من الواضح أن طبيعة دراسة الكامة عندئذٍ هي عكس ما كانت عليه في الفقرات السابقة ؛ إذ يصبح تحليل حركة التابع الناتجة من جانبية محددة للكامة ، كما سيتضح لنا من خلال دراسة أهم الأشكال التي تأخذها هذه الجانبية ، حيث سنعتمد مبدأ انعكاس الحركة في تثبيت الكامة ، وتدوير محور التابع حولها بعكس إتجاه دورانها الفعلي .

### 6-11-1- كامة مكونة من أقواس دائرية وخطوط مستقيمة

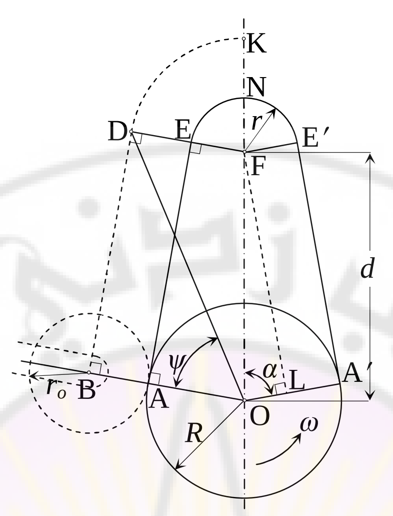
### *Cam with Straight Flanks*

يسمى هذا النوع أحياناً بـــ الكامة المماسية (*Tangent Cam*) ، حيث تتكون الجانبية من أقواس دائرية ، وخطوط مستقيمة متماسة فيما بينها ، ومتناظرة حول مستوي تناظر مار من مركز عمود الدوران ، وعمودي على مستوي الحركة . يستعمل مع هذا النوع من الكامات تابع دحروجي أو كروي ؛ لأنه لا يمكن استعمال تابع مسطح لأن جانبية الكامة خطاً مستقيماً .

1. **المتغيرات الرئيسية لتركيبة كامة مماسية مع تابع دحروجي ترددي قطري**

يفضل قبل البدء بدراسة حركة التابع على كل من الجانب ، والأنف خلال شوط الرفع إيجاد العلاقات الهندسية بين مختلف الأبعاد والزوايا التي تحدد جانبية كامة مماسية ذات تابع دحروجي ترددي قطري.

يبين (الشكل-6-31) كامة مماسية ذات تابع دحروجي ترددي قطري ، والعوامل التي تحدد أداء التابع ، هي:



(الشكل-6-31) كامة مماسية ذات تابع دحروجي ترددي قطري

$R$ تمثل نصف قطر الدائرة الأساسية التي مركزها محور الدوران O .

$r$ تمثل نصف قطر دائرة الأنف التي مركزها $F$ .

$d$ تمثل البعد بين مركزي الدائرة الأساسية ودائرة الأنف .

$r_o$ تمثل نصف قطر الدحروج .

$S$ تمثل شوط التابع ؛ أي شوط الرفع أو شوط الخفض .

$\alpha$ تمثل زاوية رفع التابع أو الخفض ، وهي تساوي نصف زاوية عمل الكامة .

$\psi$ تمثل زاوية دوران الكامة الموافقة لحركة التابع على الجانب المستقيم لها .

من (الشكل-6-31) نلاحظ أن شوط التابع $S$ ، هو:

$$S = \mathrm{OK} - \mathrm{OB} = \mathrm{OF} + \mathrm{FN} + \mathrm{NK} - (\mathrm{OA} + \mathrm{AB}) = d + r + r_o - R - r_o$$

ومنه:

$$S = d + r - R \qquad (33\text{-}6)$$

كما أن:

$$\cos a = \frac{\mathrm{OL}}{\mathrm{OF}} = \frac{\mathrm{OA}' - \mathrm{LA}'}{\mathrm{OF}} = \frac{\mathrm{OA}' - \mathrm{FE}'}{\mathrm{OF}}$$

ومنه:

$$\cos a = \frac{R - r}{d} \qquad (34\text{-}6)$$

أما الزاوية $\psi$ ، فإنها تحدد من المثلث OBD ، حيث:

$$\tan\psi = \frac{BD}{OB} = \frac{AE}{OA+AB} = \frac{A'E'}{OA+AB} = \frac{FL}{OA+AB} = \frac{OF}{OA+AB}\sin\alpha$$

ومنه:

$$\tan\psi = \frac{d}{R+r_o}\sin\alpha \qquad (35\text{-}6)$$

يلاحظ من (الشكل-6-31) أن مركز الدحروج الذي يمثل نقطة الأثر من التابع ، يتحرك خلال شوط الرفع على المسار BDK في أثناء دوران الكامة زاوية $\alpha$ . من الواضح أن مميزات حركة التابع خلال الجزء المستقيم BD من هذا المسار ، تختلف عن تلك خلال القوس الدائري DK منه ؛ لذا يجب دراسة كل من الحالتين على حدة ، حيث تحدد زاوية الجانب $\psi$ الفترة التي تحدث في أثنائها الحركة على الجانب المستقيم AE ، بينما تحدد الزاوية $(\alpha\text{-}\psi)$ فترة الحركة على القوس الدائري EN .

أما حركة التابع خلال شوط الخفض ، فهي مماثلة لحركته خلال شوط الرفع ، لكن بترتيب عكسي ، حيث تبدأ الحركة من N على القوس الدائري $NE'$ ، ومن ثم على الجانب المستقيم $E'A'$ . يبقى التابع متوقفاً عن الحركة خلال دوران الكامة بزاوية سكون (360 - 2α) .

### 2. حركة التابع على جانب الكامة

تبدأ حركة التابع الدحروجي على جانب الكامة عندما يمس الدحروج الجانب المستقيم للكامة من الوضع A حتى الوضع E خلال دوران الكامة زاوية:

$$0 \le \theta \le \psi$$

فإذا دارت الكامة زاوية $\theta$ من أخفض وضع لمركز الدحروج B ، كما هو مبين في الرسم a في (الشكل-6-32) ، فإن هذا يكافئ دوران محور التابع حتى الوضع OC ، وتكون إزاحة التابع عندئذٍ ، هي:

$$x_\theta = OC - OB$$

حيث ينتج من تحليل المثلث OBC أن:

$$x_\theta = \frac{OB}{\cos\theta} - OB = OB\,(\frac{1}{\cos\theta} - 1) = (OA+AB)\,(\frac{1}{\cos\theta} - 1)$$

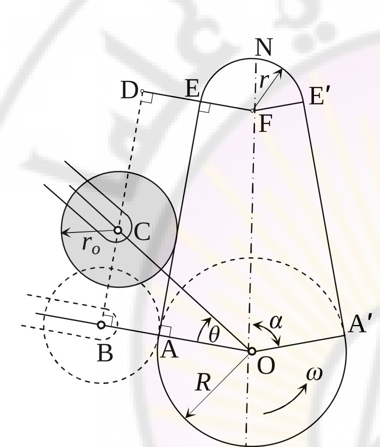
منه:

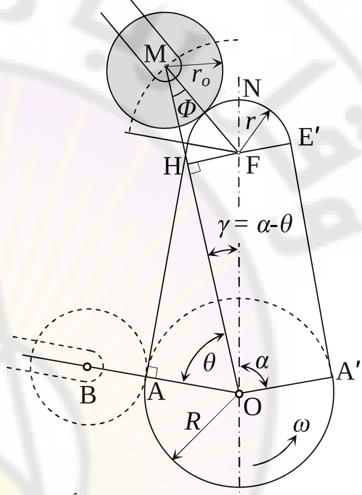
$$x_\theta = (R + r_o)\,(\sec\theta - 1) \qquad (36\text{-}6)$$

يلاحظ من معادلة إزاحة التابع (6-36) ، أنه عندما:

$$\theta = 0 \quad \Rightarrow \quad x_{(\theta=0)} = x_{\text{A}} = 0$$

$$\theta = \psi \quad \Rightarrow \quad x_{(\theta=\psi)} = x_{\text{E}} = (R + r_o)\,(\sec\psi - 1)$$




b- حركة التابع الدحروجي على أنف الكامة.     a- حركة التابع الدحروجي على جانب الكامة.

(الشكل-6-32) حركة تابع دحروجي على كامة مماسية .

تحدد معادلة سرعة التابع $V_\theta$ من اشتقاق معادلة إزاحة التابع (6-36) بالنسبة للزمن ، حيث نحصل:

$$V_\theta = \frac{dx_\theta}{dt} = (R + r_o)\,\frac{\sin\theta}{\cos^2\theta}\cdot\frac{d\theta}{dt}$$

منه:

$$V_\theta = \omega\,(R + r_o)\,\sec\theta\,.\,\tan\theta \qquad (37\text{-}6)$$

حيث ($\omega = d\theta/dt$) تمثل السرعة الزاوية الثابتة ، ويلاحظ من المعادلة (6-37) أنه عندما:

$$\theta = 0 \quad \Rightarrow \quad V_{(\theta=0)} = V_{\text{A}} = 0$$

$$\theta = \psi \quad \Rightarrow \quad V_{(\theta=\psi)} = V_{\text{E}} = \omega\,(R + r_o)\,\sec\psi\,.\,\tan\psi = V_o$$

مما يدل على أن سرعة التابع تتزايد من الصفر عند A حتى قيمة عظمى $V_o$ عند E .

أما معادلة تسارع التابع $A_\theta$ فإنه تنتج من اشتقاق معادلة سرعة التابع (6-37) بالنسبة للزمن ، حيث نحصل:

$$A_q = \frac{dV_q}{dt} = w\ (R + r_o)\ (\frac{1}{\cos q} + \frac{2\sin^2 q}{\cos^3 q})\frac{dq}{dt}$$

منه:

$$A_q = w^2 (R + r_o)\ (2\sec^3 q - \sec q) \qquad (38\text{-}6)$$

يلاحظ من معادلة تسارع التابع (6-38) ، أنه عندما:

$$q = 0 \quad \Rightarrow \quad A_{(q=0)} = A_A = w^2 (R + r_o)$$

$$q = y \quad \Rightarrow \quad A_{(q=y)} = A_E = w^2 (R + r_o)\ (2\sec^3 y - \sec y)$$

مما يدل على أن تسارع التابع يتغير من قيمة صغرى عند A إلى قيمة عظمى عند E ، وبما أن سرعة التابع تزداد خلال هذه الفترة من شوط الرفع ؛ أي: إن حركة التابع متسارعة خلال هذه الفترة .

### 3. حركة التابع على أنف الكامة

تبدأ حركة التابع على أنف الكامة ، عندما يمس الدحروج القوس الدائري EN من أنف الكامة من الوضع E حتى الوضع N خلال دوران الكامة زاوية:

$$y \le q \le a$$

فإذا دارت الكامة زاوية $\theta$ من أخفض وضع لمركز الدحروج B ، كما هو مبين في الرسم b في (الشكل-6-32) ، فإن هذا يكافئ دوران محور التابع حتى الوضع M ، وتكون إزاحة التابع عندئذٍ ، هي:

$$x = \mathrm{OM} - \mathrm{OB} = \mathrm{OH} + \mathrm{HM} - (\mathrm{OA} + \mathrm{AB})$$

حيث ينتج من تحليل المثلث OMF أن:

$$x = \mathrm{OF} . \cos(a - q) + \mathrm{FM} . \cos f - (\mathrm{OA} + \mathrm{AB})$$

منه:

$$x = d . \cos(a - q) + (r + r_o) \cos f - (R + r_o)$$

وبما أن:

$$\mathrm{FH} = \mathrm{OF}.\sin(a - q) = \mathrm{FM}.\sin f$$

منه:

$$d.\sin(a - q) = (r + r_o)\sin f \quad \Rightarrow \quad \sin f = \frac{d}{r + r_o}\sin(a - q)$$

فإذا وضعنا:

$$(a - q) = g \quad , \quad \frac{r + r_o}{d} = n$$

حيث إن $\gamma$ تمثل زاوية الدوران الموافقة للحركة على أنف الكامة ، وهي زاوية متناقصة قيمتها العظمى ($\gamma_{max} = \alpha$-$\psi$) عندما يمس الدحروج بداية الأنف ($\theta = \psi$) في E ، وقيمتها الصغرى ($\gamma_{max} = \alpha$-$\alpha = 0$) عندما يمس الدحروج نهاية الأنف ($\theta = \alpha$) في N .

منه:

$$\sin f = \frac{1}{n}\sin g$$

لكن:

$$\cos^2 f = 1 - \sin^2 f = 1 - \frac{\sin^2 g}{n^2} = \frac{n^2 - \sin^2 g}{n^2} \quad \Rightarrow \quad \cos f = \frac{1}{n}\sqrt{n^2 - \sin^2 g}$$

بالتعويض في معادلة إزاحة التابع $x$ والإصلاح ينتج:

$$x_g = d\,(\cos g + \sqrt{n^2 - \sin^2 g}\,) - (R + r_o) \qquad (39\text{-}6)$$

يلاحظ من معادلة إزاحة التابع (39-6) أنه عندما:

$$g = a - y \Rightarrow$$

$$x_{g=(a-y)} = x_{\mathrm{E}} = d[\cos(a - y) + \sqrt{n^2 - \sin^2(a - y)}\,] - (R - r_o)$$

$$g = 0 \quad \Rightarrow \quad x_{(g=0)} = x_{\mathrm{N}} = d + d\frac{r + r_o}{d} - R - r_o = d + r - R = S$$

تحدد معادلة سرعة التابع $V_\gamma$ من اشتقاق معادلة إزاحة التابع (39-6) بالنسبة للزمن ، حيث نحصل:

$$V_g = \frac{dx_g}{dt} = d\,[-\sin g - \frac{\sin 2g}{2\sqrt{(n^2 - \sin^2 g)}}]\frac{dg}{dt}$$

$$V_g = w.d[\sin g + \frac{\sin 2g}{2\sqrt{(n^2 - \sin^2 g)}}] \quad (40\text{-}6)$$

يلاحظ من معادلة سرعة التابع (6-40) ، أنه عندما:

$$g = a - y \Rightarrow V_{(g=a-y)} = V_E = w.d[\sin(a-y) + \frac{\sin 2(a-y)}{2\sqrt{(n^2 - \sin^2(a-y))}}]$$

$$g = 0 \quad \Rightarrow \quad V_{(g=0)} = V_N = 0$$

مما يدل على أن سرعة التابع تتناقص خلال هذه الفترة من شوط الرفع من قيمة عظمى عند E ، تساوي قيمة $V_o$ من المعادلة (6-37) ، إلى الصفر عند N .

علماً أن:

$$\frac{dg}{dt} = \frac{d}{dt}(a-q) = \frac{da}{dt} - \frac{dq}{dt} = -w$$

أما معادلة تسارع التابع $A_\gamma$ ، فإنه تنتج من اشتقاق معادلة سرعة التابع (6-40) بالنسبة للزمن ، حيث نحصل:

$$A_g = \frac{dV_g}{dt} = -w^2.d\,[\cos g + \frac{\sin^4 g + n^2.\cos 2g}{(n^2 - \sin^2 g)^{3/2}}] \quad (41\text{-}6)$$

يلاحظ من معادلة تسارع التابع (6-41) أنه عندما:

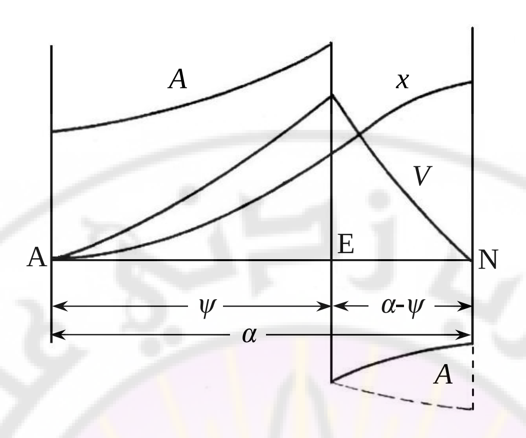
$$g = a - y \quad \Rightarrow$$

$$A_{g=(a-y)} = A_E = -w^2.d[\cos(a-y) + \frac{\sin^4(a-y) + n^2.\cos 2(a-y)}{[n^2 - \sin^2(a-y)^{3/2}]}]$$

$$g = 0 \quad \Rightarrow \quad A_{(g=0)} = A_N = -w^2.d(1+\frac{1}{n})$$

بما أن سرعة التابع تتناقص خلال هذه الفترة من شوط الرفع ؛ أي: إن حركة التابع متباطئة خلال هذه الفترة ، حيث يمكن أن يحدث أعظم تباطؤ للتابع وفقا للمعادلة (6-41) عند E ، أو N بحسب القيم النسبية لكل من $d , n$ .

يمكن - استناداً إلى تحليل حركة التابع خلال شوط الرفع الوارد في الفقرة 2 , 3 - تمثيل مخططات الإزاحة ، والسرعة والتسارع له في الفترة من A إلى N كما هو مبين في (الشكل-6-33) . يشير المنحني المتقطع من E إلى N إلى المنحني البديل الذي يمكن أن ينتج لتباطؤ التابع تبعاً لقيم $d , n$ . أما مخططات حركة التابع خلال شوط الخفض من N إلى $A'$ ، فإنها متناظرة مع مخططات (الشكل-6-33) حول المحور الشاقولي المار من N .




(الشكل-6-33) مخططات إزاحة وسرعة التابع وتسارعه خلال شوط الرفع .

يلاحظ من وضع الدحروج في الرسم b في (الشكل-6-32) أن حركته تكافئ حركة المكبس في تركيبة المنزلقة ، والمرفق التي سبقت الإشارة إليها في الفصول السابقة ، حيث يمثل البعد الثابت ($OF = d$) مرفقاً يدور حول O بسرعة زاوية ثابتة $\omega$ ، بينما يمثل البعد FM ذراع التوصيل ؛ نظراً لأن طوله يبقى ثابتاً خلال الحركة على أنف الكامة ؛ إذ يساوي ($r + r_o$) . أما محور التابع ، فإنه يمثل خط الشوط OM الذي تتحرك عليه المنزلقة . يساعد مفهوم التكافؤ هذا في دراسة حركة التابع على أنف الكامة تخطيطياً ؛ بخاصة أن المعادلات التحليلية السابقة معقدة نسبياً . يتم ذلك بإحدى الطرائق التي ذكرت آنفاً في الفصل الثالث .

إن التحليل السابق يبقى صحيحاً في حالة تابع كروي بعد الاستعاضة عن نصف قطر الدحروج بنصف قطر الكرة المشكلة منها نهاية التابع الكروي . أما في حالة تابع مجنب أو تأرجحي ، فإنه يمكن دراسة الحركة وفق الأسس نفسها ، لكن مع إجراء التعديلات اللازمة تبعاً لقيمة الحيد ، وجهته في التابع الأول ، وتبعاً لذراع التأرجح في التابع الثاني .

من الواضح أن كامة مماسية من النوع المبين في (الشكل-6-32) لا تعطي فترة سكون في نهاية شوط الرفع ؛ إلا أنه يمكن تحقيق مثل هذه الفترة بتعديل أنف الكامة ليحوي في جزء منه قوساً دائرياً مركزه O ، ويحدد طوله بحسب زاوية السكون المراد تحقيقها بين الرفع ، والخفض .

## 2-11-6- كامة مكونة من أقواس دائرية *Circular-Arc Cam*

تتكون الكامة في هذه الحالة من أقواس دائرية متماسة فيما بينها ، بحيث تكون جانبيتها محدبة كلياً ، ومتناظرة حول مستوي تناظر مار من المركز O ، وعمودي على مستوى الحركة ؛ لذا يمكن استعمال أي نوع من التوابع التي سبق ذكرها ؛ إلا أن الأكثر شيوعاً هو استعمال تابع مسطح . يبين (الشكل-6-34) كامة من هذا النوع ذات تابع مسطح ترددي قطري ، حيث مركز القوس الدائري AE هو P ، ونصف قطره $(AP = \rho)$ .

بما أن الكامة تدور بسرعة زاوية ثابتة $\omega$ باتجاه دوران عقارب الساعة ، فإن محور التابع سيدور عند تثبيت الكامة عكس اتجاه دوران عقارب الساعة ، بحيث يبقى عمودياً على سطح التابع . من الواضح أن الزاوية $(APE = \psi)$ تمثل الزاوية التي يدورها محور التابع بدءاً من نقطة التماس A ، حتى يصبح التماس عند النهاية E لقوس الجانب الدائري .

**1. المتغيرات الرئيسة لتركيبة كامة مكونة من أقواس دائرية مع تابع مسطح ترددي قطري**

يفضل قبل البدء بدراسة حركة التابع على كل من الجانب ، والأنف خلال شوط الرفع إيجاد العلاقات الهندسية بين مختلف الأبعاد والزوايا التي تحدد جانبية كامة مكونة من أقواس دائرية مع تابع مسطح ترددي قطري .

يبين (الشكل-6-34) تركيبة كامة مكونة من أقواس دائرية مع تابع مسطح ترددي قطري ، حيث العوامل التي تحدد أداء التابع هي:

$R$ تمثل نصف قطر الدائرة الأساسية التي مركزها محور الدوران O .

$r$ تمثل نصف قطر دائرة الأنف التي مركزها $F$ .

$d$ تمثل البعد بين مركزي الدائرة الأساسية ، ودائرة الأنف OF .

$\rho$ تمثل نصف قطر دائرة الجانب .

$S$ تمثل شوط التابع ؛ أي شوط الرفع أو شوط الخفض .

$\alpha$ تمثل زاوية رفع التابع أو الخفض ، وهي تساوي نصف زاوية عمل الكامة $2\alpha$ .

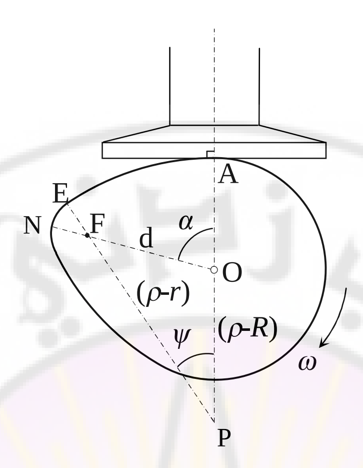
$\psi$ تمثل زاوية دوران الكامة الموافقة لحركة التابع على جانب الدائري للكامة AE .

من (الشكل-6-34) نلاحظ أن شوط التابع $S$ هو:

$$S = \mathrm{ON} - \mathrm{OA} = \mathrm{OF} + \mathrm{FN} - \mathrm{OA}$$

ومنه:

$$S = d + r - R$$




(الشكل-6-34) كامة مكونة من أقواس دائرية ذات تابع مسطح ترددي قطري .

أما نصف قطر دائرة الجانب $\rho$ ، فإنه يحدد من تحليل المثلث OFP حيث:

$$\mathrm{PF}^2 = \mathrm{OP}^2 + \mathrm{OF}^2 - 2\mathrm{OP}.\mathrm{OF}.\cos(180 - a)$$

بالتعويض من أطوال أضلاع المثلث بدلالة $\rho , R , r , d$ نحصل على:

$$(r - r)^2 = (r - R)^2 + d^2 - 2d\,(r - R)\,(-\cos a)$$

$$r^2 - 2r.r + r^2 = r^2 - 2r.R + R^2 + d^2 + 2d.r.\cos a - 2R.d.\cos a$$

وبإصلاح المعادلة ينتج:

$$2r\,(-r + R - d.\cos a) = -r^2 + R^2 + d^2 - 2R.d.\cos a$$

$$r = \frac{R^2 - r^2 + d^2 - 2R.d.\cos a}{2(R - r - d.\cos a)} \qquad (42\text{-}6)$$

كما أنه يمكن من المثلث نفسه تعيين قيمة الزاوية $\psi$ ، حيث:

$$\frac{\mathrm{OF}}{\sin y} = \frac{\mathrm{PF}}{\sin(180 - a)} = \frac{\mathrm{PF}}{\sin a} \quad \Rightarrow \quad \frac{d}{\sin y} = \frac{r - r}{\sin a}$$

أي: إن:

$$\sin y = \frac{d}{r - r}\sin a \qquad (43\text{-}6)$$

**2. حركة التابع على جانب الكامة**

تبدأ حركة التابع المسطح على جانب الكامة عندما يمس التابع جانب الكامة من الوضع A حتى الوضع E خلال دوران الكامة زاوية:

$$0 \leq q \leq y$$

فإذا دارت الكامة زاوية $\theta$ من أخفض وضع A ، فإن هذا يكافئ دوران محور التابع من أخفض وضع A ، بحيث يصبح سطحه مماسياً للكامة عند D ، كما في الرسم a في (الشكل-6-35) ، وتكون إزاحة التابع عندئذٍ هي:

$$x_q = \mathrm{OC} - \mathrm{OA} = \mathrm{DH} - \mathrm{OA} = \mathrm{PD} - \mathrm{PH} - \mathrm{OA}$$

إذ إن OC يوازي PD ؛ لأن كلاً منهما عمودي على سطح التابع ؛ بالتالي:

$$x_q = (\mathrm{PD} - \mathrm{OA}) - \mathrm{OP}.\cos\theta = (\mathrm{PD} - \mathrm{OA}) - (\mathrm{PA} - \mathrm{OA})\cos\theta$$

منه معادلة إزاحة التابع:

$$x_q = (r - R)(1 - \cos q) \qquad (44\text{-}6)$$

يلاحظ من معادلة إزاحة التابع (6-44) أنه عندما:

$$q = 0 \quad \Rightarrow \quad x_{(q=0)} = x_{\mathrm{A}} = 0$$

$$q = y \quad \Rightarrow \quad x_{(q=y)} = x_{\mathrm{E}} = (r - R)(1 - \cos y)$$

تحدد معادلة سرعة التابع $V_\theta$ من اشتقاق معادلة إزاحة التابع (6-44) بالنسبة للزمن ، حيث ينتج أن:

$$V_q = \frac{dx_q}{dt} = (r - R)[-(-\sin q)]\frac{dq}{dt}$$

منه:

$$V_q = w\,(r - R)\sin q \qquad (45\text{-}6)$$

حيث $(\omega = d\theta/dt)$ تمثل السرعة الزاوية الثابتة للكامة ، ويلاحظ من المعادلة (6-45) أنه عندما:

$$q = 0 \quad \Rightarrow \quad V_{(q=0)} = V_{\mathrm{A}} = 0$$

$$q = y \quad \Rightarrow \quad V_{(q=y)} = V_{\mathrm{E}} = w\,(r - R)\sin y = V_o$$

مما يدل على أن سرعة التابع تتزايد من الصفر عند A حتى قيمة عظمى $V_o$ عند E .

أما معادلة تسارع التابع $A_\theta$ ، فإنه ينتج من اشتقاق معادلة سرعة التابع (6-45) بالنسبة للزمن ، حيث نحصل:

$$A_q = \frac{dV_q}{dt} = w\,(r - R)\cos q\ \frac{dq}{dt}$$

منه:

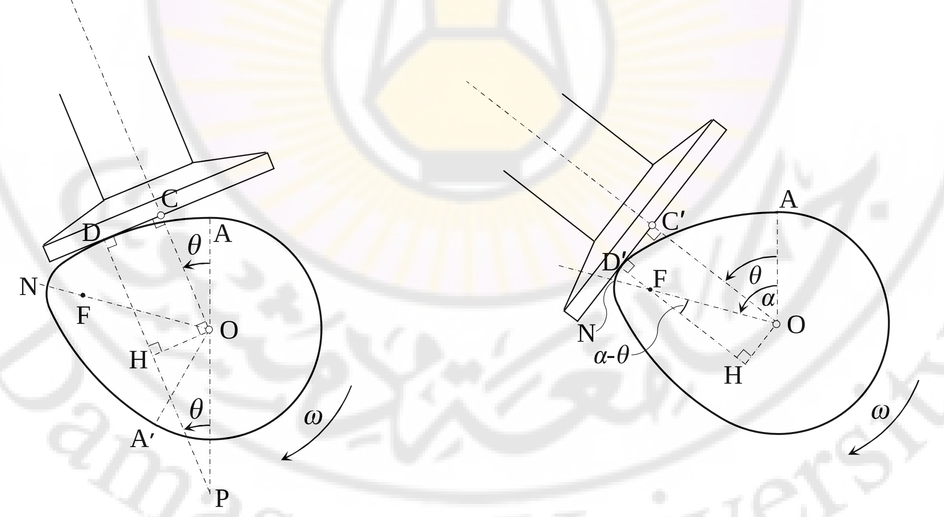
$$A_q = w^2 (r - R)\cos q \qquad (6\text{-}46)$$

يلاحظ من معادلة تسارع التابع (6-46) أنه عندما:

$$q = 0 \quad \Rightarrow \quad A_{(q=0)} = A_A = w^2 (r - R) = A_o$$

$$q = y \quad \Rightarrow \quad A_{(q=y)} = A_E = w^2 (r - R)\cos y$$

مما يدل على أن تسارع التابع يتناقص من قيمة عظمى $A_o$ عند A إلى قيمة صغرى عند E ، وبما أن سرعة التابع تزداد خلال هذه الفترة من شوط رفع التابع ؛ أي: إن حركة التابع متسارعة خلال هذه الفترة .




a- حركة التابع المسطح على جانب الكامة.        b- حركة التابع المسطح على أنف الكامة.

حركة تابع مسطح ترددي قطري على كامة مكونة من أقواس دائرية .

(الشكل-6-35)

### 3. حركة التابع على أنف الكامة

تبدأ حركة التابع على أنف الكامة عندما يمس التابع المسطح أنف الكامة من الوضع E حتى الوضع N خلال دوران الكامة زاوية:

$$y \le q \le a$$

فإذا دارت الكامة زاوية $\theta$ من أخفض وضع A ، فإن هذا يكافئ دوران محور التابع من أخفض وضع A ، بحيث يصبح سطحه مماسياً للكامة عند D′ ، ومحور التابع عند الوضع OC′ ، كما في الرسم b في (الشكل-6-35) ، وتكون إزاحة التابع عندئذٍ ، هي:

$$x_q = \mathrm{OC'} - \mathrm{OA} = \mathrm{HD'} - \mathrm{OA} = \mathrm{HF} + \mathrm{FD'} - \mathrm{OA}$$

لكن يتضح من الشكل أن:

$$x_q = \mathrm{OF}.\cos(a - q) + \mathrm{FD'} - \mathrm{OA}$$

ومنه:

$$x_q = d.\cos(a - q) + r - R \qquad (47\text{-}6)$$

يلاحظ من معادلة إزاحة التابع (6-47) أنه عندما:

$$q = y \quad \Rightarrow \quad x_{(q=y)} = x_{\mathrm{E}} = d.\cos(a - y) + r - R$$

$$q = a \quad \Rightarrow \quad x_{(q=a)} = x_{\mathrm{N}} = d + r - R = S$$

تحدد معادلة سرعة التابع $V_\theta$ من اشتقاق معادلة إزاحة التابع (6-47) بالنسبة للزمن ، حيث ينتج أن:

$$V_q = \frac{dx_q}{dt} = d\,[-\sin(a - q)]\frac{d}{dt}(a - q) = -d.\sin(a - q)\,(-\frac{dq}{dt})$$

منه:

$$V_q = w.d.\sin(a - q) \qquad (48\text{-}6)$$

حيث $(\omega = d\theta/dt)$ تمثل السرعة الزاوية الثابتة للكامة ، ويلاحظ من معادلة سرعة التابع (6-48) أنه عندما:

$$q = y \quad \Rightarrow \quad V_{(q=y)} = V_{\mathrm{E}} = w.d.\sin(a - y) = V_o$$

$$q = a \quad \Rightarrow \quad V_{(q=a)} = V_{\mathrm{N}} = 0$$

أي: إن سرعة التابع تتناقص خلال هذه الفترة من شوط الرفع من القيمة $V_o$ المعطاة من المعادلة (6-45) ، عندما تبدأ حركة التابع على الأنف في E حتى تنعدم عند N .

أما معادلة تسارع التابع $A_\theta$ ، فإنها تنتج من اشتقاق معادلة سرعة التابع (6-48) بالنسبة للزمن ، حيث نحصل:

$$A_q = \frac{dV_q}{dt} = w.d.\cos(a-q)\frac{d}{dt}(a-q)$$

$$A_q = -w^2.d.\cos(a-q) \qquad (49\text{-}6)$$

علماً أن:

$$\frac{d}{dt}(a-q) = \frac{da}{dt} - \frac{dq}{dt} = -w$$

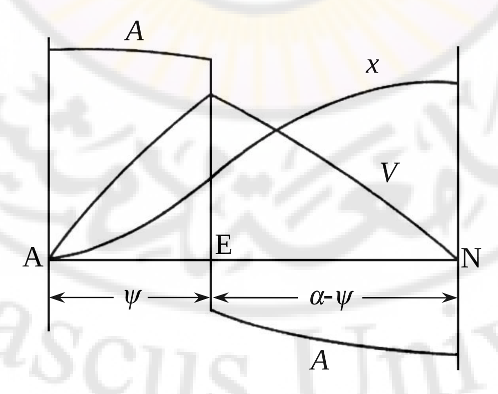
ويلاحظ من المعادلة (6-49) أنه عندما:

$$q = y \quad \Rightarrow \quad A_{(q=y)} = A_E = -w^2.d.\cos(a-y)$$

$$q = a \quad \Rightarrow \quad A_{(q=a)} = A_N = -w^2.d$$

بما أن سرعة التابع تتناقص خلال هذه الفترة من شوط الرفع ؛ أي: إن حركة التابع متباطئة خلالها ، وهذا ما يتضح من الإشارة السالبة في المعادلة (6-49) ، ويحدث أعظم تباطؤ عند نهاية شوط الرفع في N ، وقيمته $\omega^2.d$ .

يبين (الشكل-6-36) مخططات إزاحة ، وسرعة التابع وتسارعه خلال شوط الرفع من A إلى N . أما حركته خلال شوط الخفض ، فهي متناظرة ، كما في حالة الكامة المماسية ، حول المحور الشاقولي المار من N .




(الشكل-6-36) مخططات إزاحة وسرعة التابع وتسارعه خلال شوط الرفع .

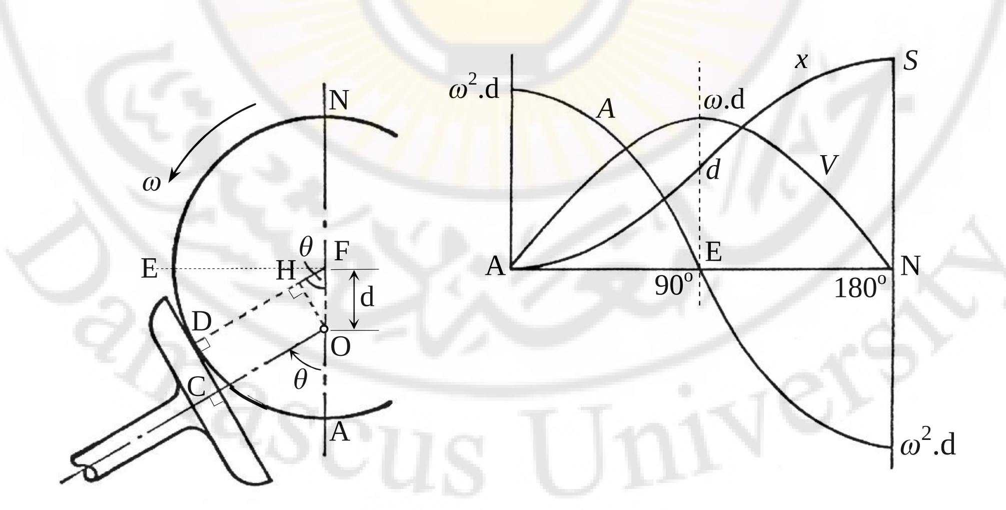
من الواضح أنه يمكن تحليل حركة تابع من نوع آخر وفقا للأسس نفسها التي اعتمدت في التحليل السابق ، مع اجراء التعديلات اللازمة لكل حالة .

### 6-11-3- كامة دائرية Circular Cam

تسمى هذه الكامة أحياناً كامة لا مركزية ؛ بسبب وجود الاختلاف المركزي $d$ بين مركز دائرة جانبية الكامة F نصف قطرها $R$ ، ومركز عمود الدوران O ، وبما أن جانبيتها محدبة كلياً ، ومتناظرة حول مستوي تناظر مار من المركز O ، وعمودي على مستوى الحركة ؛ لذا يمكن استعمال أي نوع من التوابع التي سبق ذكرها ، إلا أن الأكثر شيوعاً هو استعمال تابع مسطح .

**1. كامة دائرية ذات تابع مسطح ترددي قطري**
***Circular Cam with Flat-Faced Follower***

يبين الرسم a في (الشكل-6-37) كامة من هذا النوع ذات تابع مسطح ترددي قطري ، حيث يلاحظ أن حركة التابع خلال شوط الرفع تبدأ من A إلى N على القوس الدائري NA ، وتتم في أثناء دوران الكامة زاوية $(\theta = \pi)$ ، أما حركة التابع خلال شوط الخفض ، فهي مماثلة لحركته خلال شوط الرفع ، لكن بترتيب عكسي ، حيث تبدأ الحركة من N على القوس الدائري NA ، وأن معادلة حركة تابع مسطح في هذه الحالة هي واحدة لأجزاء جانبية الكامة المتناظرة كلها حول AN .




a- حركة تابع مسطح على كامة دائرية.  b- مخططات إزاحة وسرعة التابع وتسارعه.

(الشكل-6-37)

من المخطط a في (الشكل-6-37) نلاحظ أن شوط التابع $S$ هو:

$$S = \mathrm{ON} - \mathrm{OA} = (\mathrm{OF} + \mathrm{FN}) - (\mathrm{AF} - \mathrm{OF}) = 2\mathrm{OF}$$

ومنه شوط التابع:

$$S = 2\,d \qquad (50\text{-}6)$$

مما يدل على أن إزاحة التابع لا علاقة لها بـــ $R$ نصف قطر دائرة جانبية الكامة .

تبدأ حركة التابع بشوط الرفع ، عندما يمس التابع المسطح سطح دائرة الجانب من الوضع A حتى الوضع N خلال دوران الكامة زاوية:

$$0 \;\le\; q \;\le\; p$$

فإذا دارت الكامة زاوية $\theta$ من أخفض وضع A ، فإن هذا يكافئ دوران محور التابع من أخفض وضع A بحيث يصبح سطحه مماساً للكامة عند D ، ومحور التابع عند الوضع OC ، كما في a في (الشكل-6-37) ، وتكون إزاحة التابع عندئذٍ ، هي:

$$x_q = \mathrm{OC} - \mathrm{OA} = \mathrm{DH} - \mathrm{OA} = (\mathrm{DF} - \mathrm{HF}) - (\mathrm{AF} - \mathrm{OF})$$
$$= \mathrm{DF} - \mathrm{OF}.\cos\theta - \mathrm{AF} + \mathrm{OF} = \mathrm{OF}(1 - \cos\theta)$$

ينتج من التعويض أن معادلة إزاحة التابع هي من الشكل:

$$x_q = d\,(1 - \cos q) \qquad (51\text{-}6)$$

ويلاحظ من معادلة إزاحة التابع (6-51) ، أنه عندما:

$$q = 0 \;\Rightarrow\; x_{(q=0)} = x_{\mathrm{A}} = 0$$
$$q = p/2 \;\Rightarrow\; x_{(q=p/2)} = x_{\mathrm{E}} = d$$
$$q = p \;\Rightarrow\; x_{(q=p)} = x_{\mathrm{N}} = 2d = S$$

تحدد معادلة سرعة التابع $V_\theta$ من اشتقاق معادلة إزاحة التابع (6-51) بالنسبة للزمن ، حيث ينتج أن:

$$V_q = \frac{dx_q}{dt} = d\,[-(-\sin q)]\frac{dq}{dt}$$

$$V_q = w\,.\,d\,.\sin q \qquad (52\text{-}6)$$

حيث ($\omega = d\theta/dt$) تمثل السرعة الزاوية الثابتة للكامة .

يلاحظ من معادلة سرعة التابع (6-52) ، أنه عندما:

$$q = 0 \quad \Rightarrow \quad V_{(q=0)} = V_{\text{A}} = 0$$

$$q = p / 2 \quad \Rightarrow \quad V_{(q=p/2)} = V_{\text{E}} = w \,.\, d = V_o$$

$$q = p \quad \Rightarrow \quad V_{(q=p)} = V_{\text{N}} = 0$$

مما يدل على أن سرعة التابع ، تزداد خلال النصف الأول من فترة شوط الرفع من الصفر عند A حتى قيمة عظمى $V_o$ عند E ، ثم تتناقص سرعة التابع خلال النصف الثاني من فترة شوط الرفع ، من القيمة العظمى $V_o$ حتى تنعدم عند N .

أما معادلة تسارع التابع $A_\theta$ ، فإنه ينتج من اشتقاق معادلة سرعة التابع (6-52) بالنسبة للزمن ، حيث نحصل:

$$A_q = \frac{dV_q}{dt} = w \,.\, d \,.\, \cos q \; \frac{dq}{dt}$$

$$A_q = w^2 .\, d \,.\, \cos q \qquad (53\text{-}6)$$

ويلاحظ من معادلة تسارع التابع (6-53)، أنه عندما:

$$q = 0 \quad \Rightarrow \quad A_{(q=0)} = A_{\text{A}} = w^2 .\, d = A_o$$

$$q = p / 2 \quad \Rightarrow \quad A_{(q=p/2)} = A_{\text{E}} = 0$$

$$q = p \quad \Rightarrow \quad A_{(q=p)} = A_{\text{N}} = -w^2 .\, d = -A_o$$

مما يدل على أن تسارع التابع ، يتناقص خلال نصف فترة شوط رفع التابع من قيمة عظمى $A_o$ عند A حتى تنعدم عند E ، ويتباطأ خلال النصف الثاني من فترة شوط الرفع من الصفر عند E حتى قيمة عظمى $A_o$- عند N .

يلاحظ أن المعادلات (6-51) , (6-52) , (6-53) هي لحركة توافقية بسيطة من دون وجود فترات سكون خلال دورة كاملة للكامة .

تبين المنحنيات في b في (الشكل-6-37) ، مخططات حركة التابع خلال نصف دورة من A إلى N ، حيث تكون السرعة عظمى عند E $(\theta = 90^o)$ ، بينما يحدث أعظم تسارع عند بدء الحركة A $(\theta = 0)$ ، ويحدث أعظم تباطأ عند نهاية شوط الرفع N $(\theta = \pi)$ .

## 2. كامة دائرية ذات تابع دحروجي ترددي قطري

## *Circular Cam with Roller Follower*

يبين الرسم a في (الشكل-6-38) كامة دائرية ذات تابع دحروجي ترددي قطري ، حيث يلاحظ أن حركة التابع الدحروجي خلال شوط الرفع تبدأ من A إلى N على القوس الدائري AN ، وتتم في أثناء دوران الكامة زاوية ($\theta = \pi$) ، أما حركة التابع الدحروجي خلال شوط الخفض ، فهي مماثلة لحركته خلال شوط الرفع ، لكن بترتيب عكسي ، حيث تبدأ الحركة من N على القوس الدائري NA .

يلاحظ أن العوامل التي تحدد أداء التابع هي:

$R$ تمثل نصف قطر الكامة الدائرية التي مركزها F .

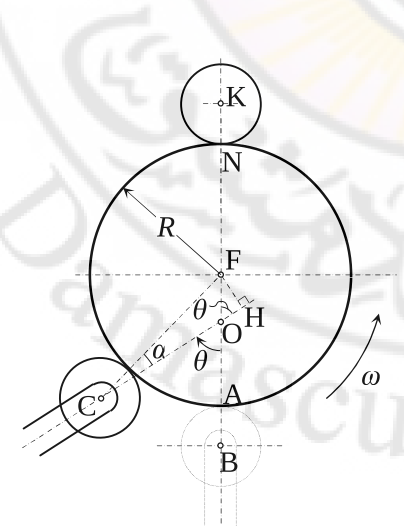
$r_o$ تمثل نصف قطر الدحروج .

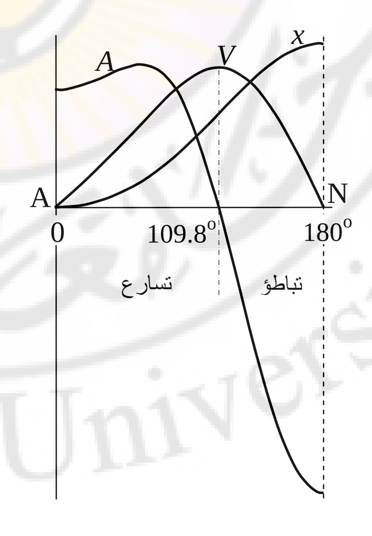
$d$ تمثل البعد بين مركزي محور الدوران O ، ودائرة الكامة F .

$S$ تمثل شوط التابع ؛ أي شوط الرفع أو شوط الخفض .

في الرسم a في (الشكل-6-38) ، نلاحظ أن شوط التابع $S$ هو:

$$S = \mathrm{OK} - \mathrm{OB} = \mathrm{OF} + \mathrm{FN} + \mathrm{NK} - (\mathrm{OA} + \mathrm{AB}) =$$
$$= \mathrm{OF} + \mathrm{FN} + \mathrm{NK} - (\mathrm{AF} - \mathrm{OF}) - \mathrm{AB} = d + R + r_o - R + d - r_o = 2d$$




a- حركة تابع دحروجي على كامة دائرية.　　　b- مخططات إزاحة وسرعة التابع وتسارعه.

(الشكل-6-38)

تبدأ حركة التابع الدحروجي على جانب الكامة عندما يمس الدحروج الكامة من الوضع A حتى الوضع N خلال دوران الكامة زاوية:

$$0 \leq \theta \leq \pi$$

فإذا دارت الكامة زاوية $\theta$ من أخفض وضع لمركز الدحروج B كما في الرسم a في (الشكل-6-38) ، فإن هذا يكافئ دوران محور التابع حتى الوضع OC ، وتكون إزاحة التابع عندئذٍ ، هي:

$$x = \mathrm{OC} - \mathrm{OB} = \mathrm{HC} - \mathrm{OH} - \mathrm{OB} = \mathrm{FC}.\cos\alpha - \mathrm{OF}.\cos\theta - \mathrm{OB}$$

حيث من الشكل لدينا:

$$\mathrm{FC} = \mathrm{FB} = R + r_o \quad , \quad \mathrm{OF} = d \quad , \quad \mathrm{OB} = \mathrm{OA} + \mathrm{AB} = R - d + r_o$$

ولدينا:

$$\frac{\mathrm{OF}}{\sin\alpha} = \frac{\mathrm{FC}}{\sin(180 - \theta)} = \frac{\mathrm{FC}}{\sin\theta} = \quad \Rightarrow \quad \sin\alpha = \frac{\mathrm{OF}}{\mathrm{FC}}\sin\theta$$

بالتعويض:

$$\sin\alpha = \frac{d}{R + r_o}\sin\theta$$

فإذا وضعنا:

$$n = \frac{R + r_o}{d}$$

ينتج:

$$\sin^2\alpha = \frac{1}{n^2}\sin^2\theta \quad \Rightarrow \quad 1 - \cos^2\alpha = \frac{1}{n^2}\sin^2\theta$$

منه:

$$\cos\alpha = \sqrt{1 - \frac{1}{n^2}\sin^2\theta}$$

بالتعويض في علاقة إزاحة التابع:

$$x_\theta = (R + r_o)\sqrt{1 - \frac{1}{n^2}\sin^2\theta} - d.\cos\theta - (R + r_o - d)$$

$$x_\theta = d.n\sqrt{1 - \frac{1}{n^2}\sin^2\theta} - d.\cos\theta - (R + r_o - d)$$

$$x_q = d[\sqrt{n^2 - \sin^2 q} - \cos q] - (R + r_o - d) \qquad (54\text{-}6)$$

يلاحظ من معادلة إزاحة (6-54) أنه عندما:

$$q = 0 \quad \Rightarrow \quad x_{(q=0)} = x_{\mathrm{A}} = 0$$

$$q = 180^{\mathrm{o}} \Rightarrow x_{(q=180^{\mathrm{o}})} = x_{\mathrm{N}} = d(n+1) - R - r_o + d = d + R + r_o + d - R - r_o$$

$$q = 180^{\mathrm{o}} \quad \Rightarrow \quad x_{(q=180^{\mathrm{o}})} = x_{\mathrm{N}} = 2d = S$$

يلاحظ أن إزاحة التابع خلال شوط الرفع تتغير من الصفر عند $(\theta = 0)$ إلى قيمة عظمى تساوي إلى طول الشوط $(S = 2d)$ عند $(\theta = 180^{\mathrm{o}})$ .

تحدد معادلة سرعة التابع $V_\theta$ من اشتقاق معادلة الإزاحة (6-54) بالنسبة للزمن ، حيث ينتج أن:

$$V_q = \frac{dx_q}{dt} = d(\sin q - \frac{2\sin q \,.\, \cos q}{2\sqrt{n^2 - \sin^2 q}})\,\frac{dq}{dt}$$

$$V_q = w.\, d(\sin q - \frac{\sin 2q}{2\sqrt{n^2 - \sin^2 q}}) \qquad (55\text{-}6)$$

حيث $(\omega = d\theta/dt)$ تمثل السرعة الزاوية الثابتة للكامة ، ويلاحظ من معادلة سرعة التابع (6-55) ، أنه عندما:

$$q = 0 \quad \Rightarrow \quad V_{(q=0)} = V_{\mathrm{A}} = 0$$

$$q = p \quad \Rightarrow \quad V_{(q=p)} = V_{\mathrm{N}} = 0$$

مما يدل على أن سرعة التابع تزداد خلال فترة في شوط الرفع من الصفر عند A $(\theta = 0)$ ، حتى قيمة عظمى $V_o$ ، ثم تتناقص خلال فترة في شوط الرفع من القيمة العظمى $V_o$ حتى تنعدم عند N $(\theta = 180^{\mathrm{o}})$ .

تحدد معادلة تسارع التابع $A_\theta$ من اشتقاق معادلة السرعة (6-55) بالنسبة للزمن ، حيث ينتج أن:

$$A = \frac{dV_q}{dt} = w^2.\, d(\cos q - \frac{\sin^4 q + n^2.\cos 2q}{(n^2 - \sin^2 q)^{3/2}}) \qquad (56\text{-}6)$$

ويلاحظ من معادلة تسارع التابع (6-46) ، أنه عندما:

$$q = 0 \quad \Rightarrow \quad A_{(q=0)} = A_{\mathrm{A}} = w^2.\, d\ (n-1)/n$$

$$q = p \quad \Rightarrow \quad A_{(q=p)} = A_{\mathrm{B}} = -w^2.\, d\ (n+1)/n$$

يلاحظ أن تسارع التابع يبلغ قيمته العظمى خلال الحركة المتسارعة من شوط الرفع ، ومن ثم ينعدم عندما تبلغ سرعة التابع قيمتها العظمى . أما التباطؤ الأعظمي للتابع ، فيحدث بشكل عام عند نهاية شوط الرفع ($\theta = 180^o$) ، حيث تنعدم السرعة .

يلاحظ أن المعادلات (6-54) (6-55) (6-56) صحيحة خلال دورة كاملة للكامة ، ويحدث كل من شوطي الرفع والخفض خلال دوران الكامة زاوية $180^o$ ، كما يلاحظ أنها تتغير بحسب قيم $d$ و $n$ ، خلافاً للتابع المسطح الترددي القطري ، حيث المتغير الوحيد هو الاختلاف المركزي ؛ وبالتالي لا يمكن إعطاء شكل عام لمخططاتها .

كتطبيق على ذلك ، تبين المخططات b في (الشكل-6-38) تغير كل من إزاحة التابع ، وسرعته ، وتسارعه خلال شوط الرفع من أجل قيم محدودة للمتغيرات:

$$d = 25 \text{ mm} \quad , \quad R = 38 \text{ mm} \quad , \quad r_o = 22 \text{ mm}$$

أما مخططات حركة التابع خلال شوط الخفض ، فستكون متناظرة معها حول المحور الشاقولي المار من N .

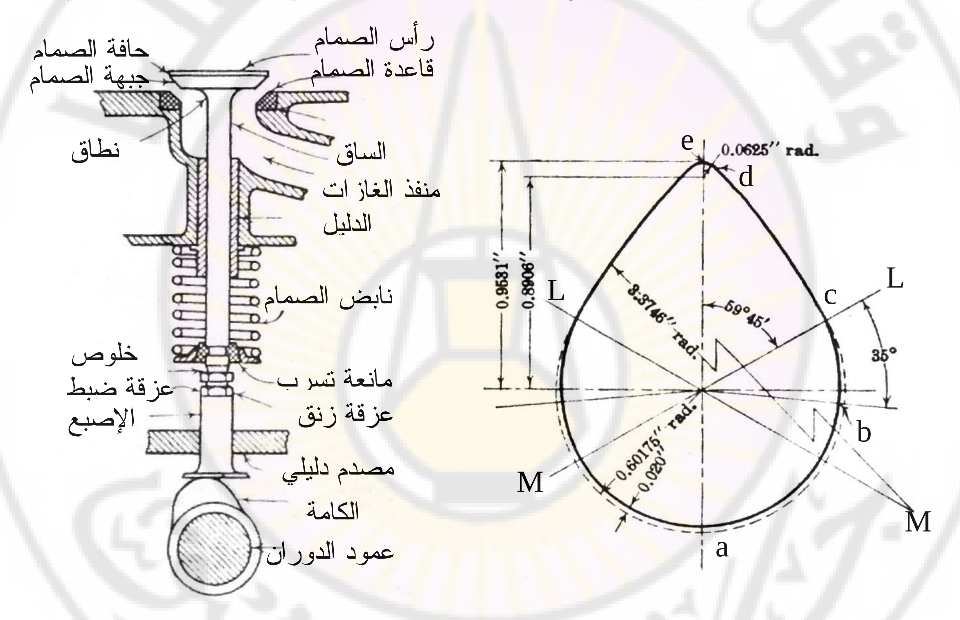
يمكن إيجاد الزاوية التي تحدث عندها السرعة العظمى ، وذلك باشتقاق علاقة سرعة التابع بدلالة الزاوية $\theta$ ، وجعلها مساوية الصفر ، ومن ثم حل المعادلة الناتجة تحليلياً أو بالطرق العددية لإيجاد هذه الزاوية .

كتطبيق على ذلك تم إيجاد الزاوية ($\theta = 109.8^o$) التي تحدث عندها السرعة العظمى للتابع ، وفق المخططات الموضحة في b من (الشكل-6-38) . وبالتالي تحدث الحركة المتسارعة للتابع في المجال ($0 \le q \le 109.8^o$) ، والحركة المتباطئة في المجال ($109.8^o \le q \le 180^o$) .

يلاحظ أن هذه الكامة سهلة الصنع ، ويمكن إنتاجها بدقة عالية ، إلا أنها ذات تطبيقات محدودة نسبياً ؛ بسبب عدم إمكان تحقيق فترات سكون ؛ مما يحد من وسائل تعديل حركة التابع بما يلائم أداءً معيناً .

## 12-6- كامات صمامات محرك سيارة *Automobile-Engine Valve Cams*

يبين الرسم a في (الشكل-6-39) تركيبة الكامة ، والصمام لمحرك سيارة ، ومدون على الشكل أسماء القطع الرئيسة ، كما يبين الرسم b في (الشكل-6-39) كامة صمام الإدخال ، والتصريف لمحرك سيارة نموذج جيب ، حيث إن هذه الكامات جميعها مكونة من أقواس دائرية ، وهي مصممة لكي تعمل مع تابع مسطح ترددي قطري ، والكامة متناظرة حول خط المركز العمودي ، وكل نصف يتألف من أربعة أقسام ، ويقوم كل قسم عندما يكون الاتصال بين الكامة والتابع واقعاً فيه بوظيفة معينة في حركة الصمام كالآتي:




b- كامة صمام الإدخال والتصريف لمحرك سيارة. a- تركيبة كامة وصمام لمحرك سيارة.

(الشكل-6-39)

- القسم ab يكون الصمام مقفلاً ، ويكون هناك خلوص قدره "0.02 إنش بينهما .
- القسم bc يكون شكل الكامة منحنياً منتظماً ، ويضم زاوية قدرها $35^{o}$ درجة ، وخلال هذه الفترة تزداد المسافات القطرية بانتظام بمعدل قدره "0.00057 إنش لكل درجة ، ويكون الارتفاع الإجمالي للتابع في هذه الفترة مساوياً إلى "0.02 إنش ، وهذا الرفع البطيء بسرعة ثابتة تقريباً يقفل الخلوص بين التابع ، وبين ساق الصمام من دون ضجة .

- جزء الكامة cd: ويتألف من قوس دائري ، مركزه على استقامة LM ، وهذا الجزء يعطي تسارعاً كبيراً للتابع ، والصمام ، ويرتفع بذلك التابع بسرعة .

- ظفر الكامة de: ويتألف من قوس دائري بنصف قطر صغير ، ويعطي تسارعاً منخفضاً نسبياً ، وبعد ذلك تنقص سرعة الصمام إلى الصفر في نهاية رحلته .

الكامة متناظرة حول ea ، والتسارع خلال cd يبلغ من ثلاثة إلى أربعة أمثال التسارع خلال de . ويقوم النابض بإبقاء التابع على تماس بالكامة في الفترة الأخيرة .

### 13-6- القوى المؤثرة في تركيبة كامة قرصية

### *Effective Forces in a Disk Cam*

تبين من حالات حركة التابع المختلفة أن تسارع التابع متغير الاتجاه خلال دوران الكامة . يؤدي ذلك إلى تغير اتجاه قوة العطالة المؤثرة في التابع ، بحيث يكون اتجاهها خلال فترة من الدورة يعمل على إبعاد التابع عن سطح الكامة . يجب إذن التأثير على التابع بقوة تعاكس قوة العطالة ، وتحافظ على التماس مع سطح الكامة . يتم ذلك عادة باستعمال نابض مضغوط ، كما هو مبين في (الشكل-6-40) .

يمكن إجراء تحليل كامل للقوى المؤثرة في تركيبة كامة ؛ باتباع أسس دراسة التحريك نفسها التي سبق توضيحها في الفصل الخامس .

إن القوى المختلفة المؤثرة في مثل هذه التركيبات ، هي:

$P$ قوة خارجية مؤثرة في التابع من وصلة ما يقوم التابع بنقل الحركة إليها .

$F^{in}$ قوة عطالة التابع .

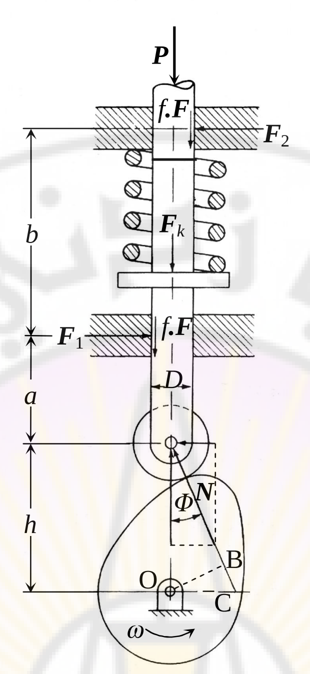
$W$ وزن التابع ، وملحقاته .

$F_k$ قوة مرونة النابض المؤثرة في التابع .

$F_1 , F_2$ قوى ناظمية مؤثرة من الدليل في التابع .

$N$ قوة ناظمية مؤثرة من الكامة في التابع .

وكذلك لا بد من معرفة قطر ساق التابع $D$ ، وزاوية الضغط $\Phi$ ، ومعامل الاحتكاك بين التابع ودليله $f$ ، والأبعاد المبينة على الشكل التي تتعلق بتصميم التركيبة ، وتوقيعها العملي $a . b . h$ .




(الشكل-6-40) القوى المؤثرة في تركيبة كامة قرصية .

بما أن القوى $\boldsymbol{P}$ , $\boldsymbol{F^{in}}$ , $\boldsymbol{W}$ , $\boldsymbol{F_k}$ تؤثر باتجاه محور التابع ، فإن محصلتها الشعاعية ، هي:

$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{P} + \boldsymbol{F^{in}} + \boldsymbol{W} + \boldsymbol{F_k}$$

ينتج من توازن مركبات القوى باتجاه محور التابع ، أن:

$$N.\cos f = F + f\,(F_1 + F_2)$$

وينت باتجاه عمودي على محور التابع ، أن:

$$F_1 = F_2 + N.\sin f$$

كما ينتج من معادلة العزوم حول نقطة تأثير $\boldsymbol{F_1}$ ، أن:

$$F_2.b - f.F_2.D = N.a.\sin f + (F - N.\cos f)\frac{D}{2}$$

تحدد قيمة $N$ من حل المعادلات الثلاث الأخيرة حيث ينتج:

$$N = \frac{F.b}{b.\cos f - f\,(2a + b - f.D)\sin f} \qquad (57\text{-}6)$$

تحدد المعادلة (6-57) قيمة القوة الناظمية عند سطح تماس الكامة مع التابع في أي وضع من أوضاع الكامة ، حيث تكون سرعة التابع متجهة إلى الأعلى . يلاحظ أن قيم $F , \Phi , a$ تتغير مع الوضع الزاوي للكامة . تصبح القوة الناظمية $N$ لا نهائية عندما ينعدم مقام المعادلة (6-57) ، وتعين القيمة الحدية للزاوية $\Phi_{\mathrm{m}}$ عندئذ من المعادلة:

$$b.\cos f_{\mathrm{m}} - f(2a + b - f.D)\sin f_{\mathrm{m}} = 0$$

ومنه فإن:

$$\tan f_{\mathrm{m}} = \frac{b}{f(2a + b - f.D)} \qquad (58\text{-}6)$$

أما القوة اللازمة لتأثير النابض ، فإنها تعين من شرط حفظ التماس بين الكامة ، والتابع ؛ إذ إن عدم كفاية القوة يؤدي إلى ابتعاد التابع عن الكامة ، ومن ثم عودته ، وصدمها بقوة صدم كبيرة تنتج منها اهتزازات ، وتخدشات ضارة لسطح الكامة ؛ وبخاصة عند سرعات دوران عالية .

كما يفضل أن يكون النابض مضغوطاً في الأوضاع كافة ، لتأمين تماس دائم حتى عندما يكون التابع في أخفض وضع له . يتم تصميم النابض بالاستعانة بمنحن يبين تغيرات محصلة القوى $\boldsymbol{P} , \boldsymbol{F}^{in} , \boldsymbol{W}$ بالنسبة إلى أوضاع الكامة . تحدد من هذا المنحني الأوضاع الحدية التي ينعدم فيها التماس ؛ وبالتالي تعين قوة النابض . يمكن بعدئذ اختيار النابض المناسب من حيث عامل الصلابة ، والأبعاد .

يستكمل تحليل القوى بتعيين قيمة العزم اللازم لتدوير الكامة . يحدد هذا العزم من (الشكل-6-40) بالمعادلة:

$$T = N.\mathrm{OB} = N.h.\sin f \qquad (59\text{-}6)$$

يلاحظ كذلك من (الشكل-6-40) أن النقطة C هي المركز اللحظي للتركيبة ؛ وبالتالي فإن سرعة التابع هي:

$$V = w.\mathrm{OC} = w.h.\tan f \qquad (60\text{-}6)$$

إن المعادلات من (6-57) ، وحتى (6-60) صحيحة أيضاً في حالة تابع دحروجي ترددي مجنّب . كما أنه يمكن في حالة إهمال الاحتكاك تطبيق هذه المعادلات بخلاف المعادلة (6-58) على دراسة تابع مسطح ترددي .

تجدر الاشارة إلى أن تحليل القوى في أنواع أخرى من الكامات ، يتم من خلال أسس الدراسة نفسها المتبعة لتحريك أية تركيبة آلية ، وضمن المنطلقات التي استعملت في التحليل السابق .

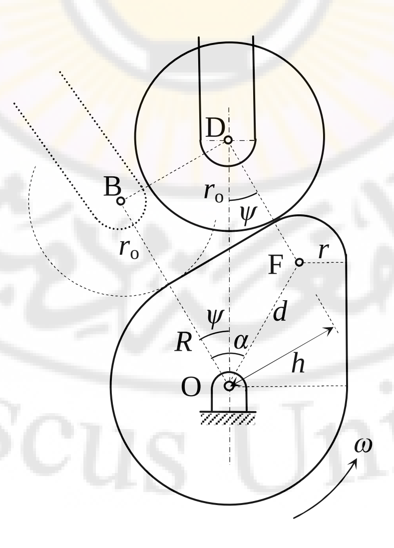
**مسألة-6-3**

تتصف تركيبة كامة قرصية مماسية ذات جوانب مستقيمة ، مكونة من خطين مستقيمين متساويين ، يمسان كلاً من دائرتي الأساس والأنف ، مع تابع دحروجي ترددي قطري ، كما هي مبينة في (الشكل-6-41) ، بأن:

نصف قطر الدائرة الأساسية للكامة ($R = 25$ mm) ، نصف قطر دائرة أنف الكامة ($r = 10$ mm) ، البعد بين مركزي دائرتي الأنف والأساس ($d = 30$ mm) ، ونصف قطر دحروج التابع ($r_o = 20$ mm) .

فإذا كانت كتلة التابع وملحقاته تساوي إلى ($m = 0.8$ kg) ، والانضغاط الابتدائي للنابض المستعمل عندما يكون التابع في أخفض وضع له هو ($\Delta l_{in.} = 5$ mm) ، وكانت الكامة تدور بسرعة زاوية ثابتة بعدد دورات قدره ($n = 200$ r.p.m) حول محور ثابت مار من O باتجاه عكس حركة دوران عقارب الساعة ، المطلوب:

1. إيجاد عامل صلابة النابض بحيث لا يفقد التابع تماسه مع الكامة .
2. إيجاد قيمة العزم الأعظمي ، واتجاهه اللازم تطبيقه على عمود دوران الكامة المار من O ؛ للتغلب على القوى المؤثرة في التابع .




كامة قرصية مماسية مع تابع دحروجي ترددي قطري .

(الشكل-6-41)

**الحل:**

1.لتعيين معامل صلابة النابض المستعمل يلزم تحديد المتغيرت الرئيسة المتبقية ، وهي:

شوط التابع $S$ ، ويحدد من العلاقة:

$$S = d + r - R = 30 + 10 - 25 = 15 \text{ mm}$$

وزاوية شوط الرفع $\alpha$ ، وتحدد من العلاقة:

$$\cos a = \frac{R - r}{d} = \frac{25 - 10}{30} = 0.5 \quad \Rightarrow \quad a = 60^{o}$$

وزاوية حركة التابع على جانب الكامة $\psi$ ، وتحدد من العلاقة:

$$\tan y = \frac{d}{R + r_o} \sin a = \frac{30}{25 + 20} . \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \Rightarrow \quad y = 30^{o}$$

كما تحدد زاوية حركة التابع على جانب الكامة $\psi$ ، من ملاحظة أن المثلث $\Delta ODF$ المبين في (الشكل-6-41) هو متساوي الساقين ، بحيث:

$$a - y = y \quad \Rightarrow \quad 2y = a \quad \Leftarrow \quad y = 0.5\, a = 30^{o}$$

يفقد التابع تماسه مع الكامة عندما تكون قوة عطالة التابع الأعظمية $\boldsymbol{F}^{in}_{\max.} \uparrow$ أكبر ومعاكسة بالاتجاه لمحصلة قوة ثقالة التابع $\boldsymbol{W} \downarrow$ ، وقوة مرونة النابض $\boldsymbol{F_k} \downarrow$ المؤثرة عليه ، ويتحقق ذلك عندما يمس التابع أنف الكامة في شوط الرفع ، خلالها يتحرك التابع حركة متباطئة ، وتكون زاوية الدوران $\theta$ محصورة بين:

$$y \le q \le a$$

ويحدد عامل صلابة النابض اللازم بحيث لا يفقد التابع تماسه مع الكامة ، من علاقته بقوة مرونة النابض $F_k$ التي تحسب من تطبيق علاقة التوازن الديناميكي على التابع لحظة فقدان التماس .

$$\boldsymbol{F}^{in}_{\max.} + \boldsymbol{F}_k + \boldsymbol{W} = 0$$

حيث $F^{in}_{max.}$ تمثل قوة عطالة التابع ، وتكون أعظمية إما في بداية حركته على أنف الكامة E ، أو في نهايته N وفقاً لمخطط تسارع التابع المبين في (الشكل-6-33) ، ولتحديد ذلك يحسب قيمة تباطؤ التابع عند هذين الوضعين من علاقة تباطؤ التابع (6-41) الآتية:

$$A_g = -w^2 . d \, [\cos g + \frac{\sin^4 g + n^2 . \cos 2g}{(n^2 - \sin^2 g)^{3/2}}]$$

حيث:

$$n = \frac{r + r_o}{d} = \frac{20 + 10}{30} = 1$$

و $\gamma$ تمثل زاوية حركة التابع على أنف الكامة ، وتساوي إلى:

$$g = a - q$$

فعندما يمس التابع بداية الأنف في E ، تكون:

$$q = y \qquad \Rightarrow \qquad g = a - y = 30^o$$

وعندما يمس التابع نهاية الأنف في N ، تكون:

$$q = a \qquad \Rightarrow \qquad g = a - a = 0^o$$

ولدينا السرعة الزاوية لدوران الكامة:

$$w = \frac{2p \times 200}{60} = 20.93 \text{ rad/sec}$$

بالتعويض في علاقة التباطؤ ، تكون قيمة تباطؤ التابع عندما تماسه بداية الأنف في E :

$$A_E = A_{(g = 30^o)} = 22.76 \text{ m/sec}^2 \downarrow$$

وتكون قيمته عندما تماسه نهاية الأنف في N :

$$A_N = A_{(g = 0^o)} = 26.28 \text{ m/sec}^2 \downarrow$$

يلاحظ أن:

$$A_N > A_E$$

أي: إن تباطؤ التابع يكون أعظمياً عند تماسه نهاية أنف الكامة ، وقيمته:

$$A_{max.} = A_N = A_{(g = 0^o)} = 26.28 \text{ m/sec}^2 \downarrow$$

ومنه قوة عطالة التابع الأعظمية:

$$F^{in}_{\max.} = m\,.\,A_{\max.} = 0.8 \times 26.28 = 21.02\ \text{N} \uparrow$$

و $W$ تمثل قوة ثقالة التابع ، وقيمتها تحسب من العلاقة:

$$W = m\,.\,g = 0.8 \times 9.81 = 7.85\ \text{N} \downarrow$$

و $F_k$ تمثل قوة مرونة النابض ، وقيمتها تحسب من العلاقة:

$$F_k = k(\Delta l_{\text{in.}} + x_{(q=a)}) = k(\Delta l_{\text{in.}} + S) = k(5+15) = 20\ k\ \text{N} \downarrow$$

بإسقاط علاقة التوازن الديناميكي على محور الحركة المنطبق على محور التابع وفق الرسم a في (الشكل-6-42) ، نحصل على:

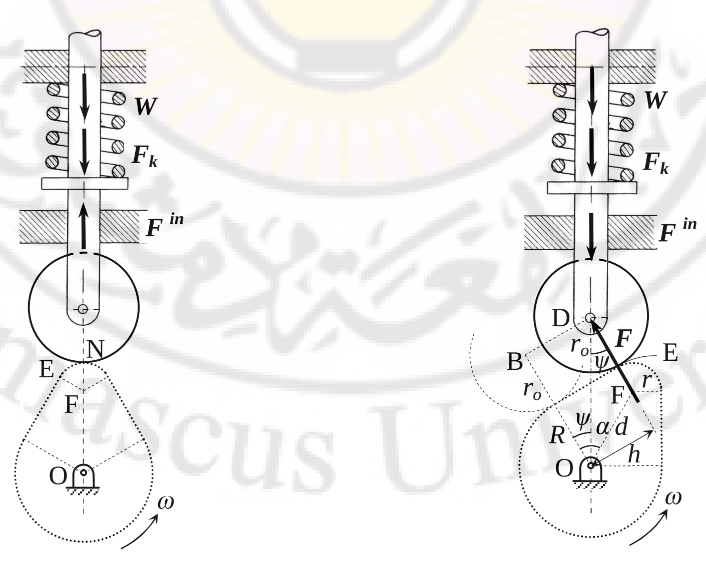
$$F^{in}_{\max.} - F_k - W = 0$$

بالتعويض بالقيم المحسوبة:

$$21.02 - 20\ k - 7.85 = 0 \quad \Rightarrow \quad 20\ k = 13.17$$

نحصل على عامل صلابة النابض:

$$k = 0.66\ \text{N/mm} = 0.66\ \text{kN/m}$$




b- القوى المؤثرة على التابع عند $(\theta = \psi)$. a- القوى المؤثرة على تابع لحظة فقدان التماس.

(الشكل-6-42)

2. يكون العزم **T** المؤثر في عمود دوران الكامة المار من O أعظمياً ، عندما تكون قوة عطالة التابع الأعظمية $\downarrow \boldsymbol{F}^{in}_{\max.}$ باتجاه كل من قوة ثقالة التابع $\downarrow \boldsymbol{W}$ ، وقوة مرونة النابض $\downarrow \boldsymbol{F_k}$ المؤثرة فيه ، ويتحقق ذلك عندما يمس التابع جانب الكامة في شوط الرفع ، يتحرك خلالها التابع حركة متسارعة ، وتكون زاوية الدوران $\theta$ محصورة بين:

$$0 \leq q \leq y$$

وتكون قوة عطالة التابع أعظمية عندما يكون تسارع التابع أعظمياً ، ويتم ذلك في E نهاية حركته على جانب الكامة استناداً لمخطط تسارع التابع المبين في (الشكل-6-33) ، ولتعيين القوى المؤثرة في التابع ، يحرر التابع عند نهاية حركته على جانب الكامة عند الوضع $(q = y = 30^{\circ})$ ، كما هو مبين في الرسم b في (الشكل-6-42) ، وتطبق عليه علاقة التوازن الديناميكي:

$$\boldsymbol{F}^{in}_{(q=y)} + \boldsymbol{F}_{\boldsymbol{k}(q=y)} + \boldsymbol{W} + \boldsymbol{F}_{(q=y)} = 0$$

حيث $F^{in}_{\max.}$ تمثل قوة عطالة التابع الأعظمية ، وقيمتها تحسب من العلاقة:

$$F^{in}_{(q=y)} = m \,.\, A_{(q=y)}$$

و $A_\theta$ تمثل تسارع التابع خلال حركته المتسارعة على جانب الكامة ، وقيمته تحسب من العلاقة (6-38):

$$A_q = w^2 (R + r_0)\,(2\sec^3 q - \sec q)$$

بالتعويض:

$$A_{(q=y=30^{\circ})} = (20.93)^2 (45) 10^{-3} (2\sec^3 30^{\circ} - \sec 30^{\circ}) = 37.94 \text{ m/sec}^2 \uparrow$$

ومنه قوة عطالة التابع:

$$F^{in}_{(q=y=30^{\circ})} = m \,.\, A_{(q=y=30^{\circ})} = 0.8 \times 27.94 = 30.35 \text{ N} \downarrow$$

و $F_k$ تمثل قوة مرونة النابض ، وقيمتها تحسب من العلاقة:

$$F_{k(q=y=30^{\circ})} = k\,(\Delta l_{\text{in.}} + x_{(q=y=30^{\circ})})$$

حيث $x_\theta$ تمثل انتقال التابع خلال حركته على جانب الكامة ، وقيمته تحسب من العلاقة (6-36):

$$x = (R + r_o)\,(\sec q - 1)$$

بالتعويض بالقيم:

$$x_{(q=y=30^{\circ})} = (25 + 20)\,(\sec 30^{\circ} - 1) = 6.96 \text{ mm} \uparrow$$

ومنه قوة مرونة النابض:

$$F_{k(q=y=30^o)} = 0.66(5+6.96) = 7.89 \text{ N} \downarrow$$

و $W$ تمثل قوة ثقالة التابع ، و قيمتها تحسب من بالعلاقة:

$$W = m\,.\,g = 0.8\times 9.81 = 7.85 \text{ N} \downarrow$$

و $\boldsymbol{F}$ تمثل قوة القيد أو القوة المنتقلة من الكامة إلى التابع ، وتكون باتجاه الناظم المشترك بين سطح الكامة ، ودحروج التابع عند نقطة التماس E ، كما هو مبين في الرسم b في (الشكل-6-42) ، وتميل بزاوية ($\theta = \psi$) على محور التابع التي تمثل زاوية الضغط التي سبق تعريفها ، وقيمتها تحدد من إسقاط علاقة التوازن الديناميكي على محور الحركة المنطبق على محور التابع:

$$F_q^{in} + F_{kq} + W - F\,.\cos q = 0$$

حيث $F.\cos\theta$ تمثل المركبة المماسية $F^{\tau}$ للقوة المنتقلة $\boldsymbol{F}$ ، وهي باتجاه مسار الحركة ، وتعمل على تحريك التابع بالحركة المطلوبة ، والتغلب على المقاومات المطبقة عليه:

$$F\,.\cos q = F_q^{in} + F_{kq} + W = \Sigma F$$

منه القوة المنتقلة:

$$F_q = \frac{1}{\cos q}(F_q^{in} + F_{kq} + W)$$

وقيمتها:

$$F_{(q=y=30^o)} = \frac{1}{\cos 30^o}(30.35+7.89+7.85) = 53.22 \text{ N} \quad 90^o\text{-}\psi\text{=}60^o$$

أما العزم $T_\theta$ المؤثر من محور الكامة ، فيحسب من العلاقة:

$$T_q = F_q\,.\,h$$

حيث الذراع $h$ يحسب من الرسم b في (الشكل-6-42):

$$q = y \quad \Rightarrow \quad h = (R + r_o)\tan y = d\,.\sin a = 25.98 \text{ mm}$$

منه العزم الأعظمي المطلوب:

$$T_{(q=y=30^o)} = 53.22\times 25.98 = 1382.69 \text{ N.mm}$$

**مسألة-6-4**

تتصف تركيبة كامة قرصية ، مكونة من قوسين دائريين متساويين ، يمسان كل من دائرتي الأساس والأنف ، مع تابع مسطح ترددي قطري ، المبينة في الرسم a في (الشكل-6-43) ، بأن:

نصف قطر الدائرة الأساسية للكامة ($R = 25$ mm) ، ونصف قطر دائرة أنف الكامة ($r = 2.5$ mm) ، والبعد بين مركزي دائرتي الأنف والأساس ($d = 32.5$ mm) ، ونصف قطر دائرة الجانب ($\rho = 69$ mm) .

فإذا كانت كتلة التابع ، وملحقاته تساوي إلى ($m = 2$ kg) ، وعامل صلابة النابض المستعمل ($k = 4$ kN/m) ، وقوة الانضغاط الابتدائي للنابض المستعمل عندما يكون التابع في أخفض وضع له هو ($F_{k_0} = 100$ N) ، وكانت الكامة تدور بسرعة زاوية ثابتة بعدد دورات قدره ($n = 480$ r.p.m) حول محور ثابت مار من O باتجاه حركة دوران عقارب الساعة ، المطلوب:

1. تعيين زاوية دوران الكامة التي عندها يفقد التابع تماسه مع الكامة .
2. إيجاد قيمة العزم المطبق على عمود دوران الكامة المار من O عند الوضع الزاوي ($\theta = 20^o$) واتجاهه ، والناتج عن القوى المؤثرة في التابع .

**الحل**:

1.لتعيين زاوية دوران الكامة يلزم تحديد المتغيرت الرئيسة المتبقية ، وهي:

زاوية شوط الرفع $\alpha$ ، وتحدد من العلاقة:

$$r = \frac{R^2 - r^2 + d^2 - 2R.d\cos a}{2(R - r - d.\cos a)}$$

$$69 \times 2(25 - 2.5 - 32.5\cos a) = (25)^2 - (2.5)^2 + (32.5)^2 - 2 \times 25 \times 32.5 \times \cos a$$

$$2860\cos a = 1430 \quad \Rightarrow \quad \cos a = 0.5 \quad \Rightarrow \quad a = 60^o$$

وزاوية حركة التابع على جانب الكامة $\psi$ ، وتحدد من العلاقة:

$$\sin y = \frac{d}{r - r}\sin a = \frac{32.5}{69 - 2.5}\sin 60 = 0.4232454 \quad \Rightarrow \quad y = 25^o$$

وشوط التابع $S$ ، ويحدد من العلاقة:

$$S = d + r - R = 32.5 + 2.5 - 25 = 10 \text{ mm}$$

يفقد التابع تماسه مع الكامة عندما تكون قوة عطالة التابع $\boldsymbol{F}^{\boldsymbol{in}} \uparrow$ أكبر ، ومعاكسة بالاتجاه لمحصلة قوة ثقالة التابع $\downarrow \boldsymbol{W}$ ، وقوة مرونة النابض $\downarrow \boldsymbol{F_k}$ المؤثرة فيه ، ويتحقق ذلك عندما يمس التابع أنف الكامة في شوط الرفع ، يتحرك التابع خلالها حركة متباطئة ، وتكون زاوية الدوران $\theta$ محصورة بين:

$$y \;\; \leq \;\; q \;\; \leq \;\; a$$

وتحدد زاوية دوران الكامة $\theta$ التي عندها يفقد التابع تماسه مع الكامة خلال حركته المتباطئة على أنف الكامة $(\theta > \psi)$ ، من تطبيق علاقة التوازن الديناميكي على التابع لحظة فقدان التماس:

$$\boldsymbol{F}_q^{\boldsymbol{in}} + \boldsymbol{F_k} + \boldsymbol{W} = 0$$

حيث $F_{\max.}^{in}$ تمثل قوة عطالة التابع ، وقيمتها تحسب من العلاقة:

$$F_q^{in} = m \,.\, A_q$$

و $A_\theta$ تمثل تباطؤ التابع خلال حركته على أنف الكامة ، وقيمته تحسب من العلاقة (6-49):

$$A_q = w^2 . d . \cos(a - q)$$

بالتعويض:

$$A_q = (\frac{2p \times 480}{60})^2 \times 0.0325 \times \cos(a - q) = 82.115 \cos(a - q) \downarrow$$

ومنه قوة عطالة التابع:

$$F_q^{in} = 2 \times 82.115 \cos(a - q) = 164.23 \cos(a - q) \uparrow$$

و $W$ تمثل قوة ثقالة التابع ، وقيمتها تحسب من العلاقة:

$$W = m \,.\, g = 2 \times 9.81 = 19.62 \text{ N} \downarrow$$

و $F_k$ تمثل قوة مرونة النابض ، وقيمتها تحسب من العلاقة:

$$F_k = k(\Delta l_{\text{in}} + x_q) = F_{k_0} + F_{k_q} = F_{k_0} + k \,.\, x_q$$

حيث $x_\theta$ تمثل انتقال التابع خلال حركته على أنف الكامة ، وقيمته تعطى بالعلاقة (6-47):

$$x_q = d . \cos(a - q) + r - R$$

بالتعويض:

$$x_q = 32.5 . \cos(a - q) - 22.5 \uparrow$$

ومنه قوة مرونة النابض:

$$F_k = 100 + 4[32.5\cos(a - q) - 22.5] = 10 + 130\cos(a - q)\downarrow$$

تسقط علاقة التوازن الديناميكي على محور الحركة المنطبق على محور التابع وفق الرسم a في (الشكل-6-43) ، نحصل على:

$$F_q^{in} - F_k - W = 0$$

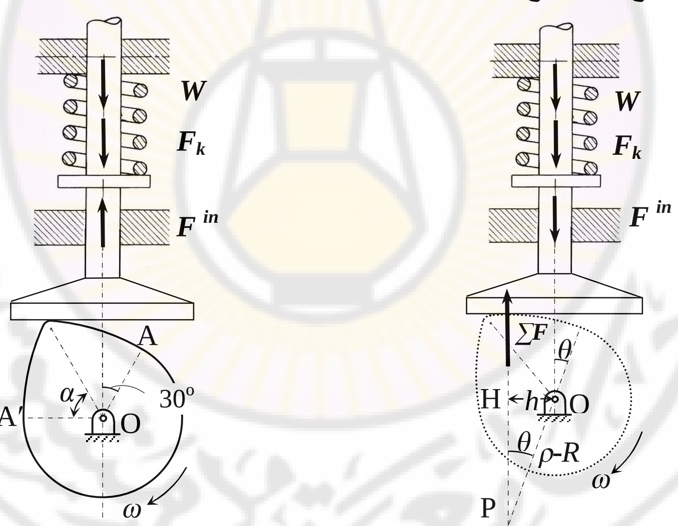
بالتعويض بالقيم المحسوبة:

$$164.23\cos(a - q) - [10 + 130\cos(a - q)] - 19.62 = 0$$

$$34.23\cos(a - q) = 29.62 \quad \Rightarrow \quad \cos(a - q) = 0.866$$

$$a - q = 30^o \quad \Rightarrow \quad q = 60^o - 30^o = 30^o$$

عندها يفقد التابع تماسه مع الكامة خلال حركته على أنف الكامة $(\theta > \psi)$ .




b- القوى المؤثرة في التابع عند $(\theta = 20^o)$.   a- القوى المؤثرة في التابع لحظة فقدان التماس.

(الشكل-6-43)

2. يعطى العزم المطبق على عمود دوران الكامة المار من O ، والناتج عن القوى المؤثرة في التابع عند تماسه مع الكامة عدد الوضع $(q = 20^o)$ ، والمبينة في الرسم b من (الشكل-6-43) ، بالعلاقة الآتية:

$$T_{(q=20^o)} = \sum F_{(q=20^o)} . h_{(q=20^o)}$$

حيث $h_{(q=20^o)}$ تمثل ذراع محصلة القوى $\sum F_{(q=20^o)}$ المؤثرة في التابع بالنسبة لعمود دوران الكامة ، الموضح في الرسم b في (الشكل-6-43):

$$h_{(q=20^o)} = \text{OH} = \text{OP}.\sin q = (r - R).\sin q$$

$$= 44 \sin 20^o = 15 \text{ mm}$$

و $\sum \boldsymbol{F}_{(\theta=20^o)}$ تمثل محصلة القوى المؤثرة في التابع ، وهي:

$$\sum \boldsymbol{F}_{(\theta=20^o)} = \boldsymbol{F}^{in}_{(\theta=20^o)} + \boldsymbol{W} + \boldsymbol{F}_{k(\theta=20^o)}$$

حيث $F^{in}_{(q=20^o)}$ قوة عطالة التابع ، وقيمتها تحسب من العلاقة:

$$F^{in}_{(q=20^o)} = m \,.\, A_{(q=20^o)}$$

و $A_\theta$ تمثل تسارع التابع خلال حركته على جانب الكامة ، وقيمته تحسب من العلاقة (6-46):

$$A_q = w^2 \, (r - R) \cos q \uparrow$$

بالتعويض:

$$A_{(q=20^o)} = (\frac{2p \times 480}{60})^2 \times (0.069 - 0.025) \cos 20^o = 104.36 \text{ m/sec}^2 \uparrow$$

ومنه قوة عطالة التابع:

$$F^{in}_{(q=20^o)} = 2 \times 104.36 = 208.72 \text{ N} \downarrow$$

و $W$ تمثل قوة ثقالة التابع ، وقيمتها تحسب من العلاقة:

$$W = m \,.\, g = 2 \times 9.81 = 19.62 \text{ N} \downarrow$$

و $F_k$ تمثل قوة مرونة النابض ، وقيمتها تحسب من العلاقة:

$$F_k = k(\Delta l_{\text{in.}} + x_q) = F_{k0} + F_{kq} = F_{k0} + k \,.\, x_q$$

حيث $x_\theta$ تمثل انتقال التابع خلال حركته على جانب الكامة ، وقيمته تحسب من العلاقة (6-44):

$$x_q = (r - R)\,((1 - \cos q)$$

بالتعويض:

$$x_{(q=20^o)} = (69 - 25)\,(1 - \cos 20^o) = 2.6535 \text{ mm} \uparrow$$

ومنه قوة مرونة النابض:

$$F_k = 100 + 4 \times 2.6535 = 110.614 \text{ N} \downarrow$$

بإسقاط علاقة محصلة القوى على محور التابع ، نحصل على:

$$\sum F_{(q-20^{o})} = F^{in}_{(q=20^{o})} + W + (F_{k0} + F_{k(q=20^{o})})$$

بالتعويض بالقيم المحسوبة ، نحصل على محصلة القوى المؤثرة في التابع:

$$\sum F_{(q-20^{o})} = 208.72 + 19.62 + 102.66 = 331 \text{ N} \downarrow$$

بالتعويض في علاقة العزم ، نحصل على العزم المطبق على عمود دوران الكامة:

$$T_{(q=20^{o})} = 331 \times 15 = 4965 \text{ N.mm} \approx 4.96 \text{ N.m}$$

**مسألة-6-5**

كامة قرصية مكونة من قوسين دائريين متساويين ، يمسان كلاً من دائرتي الأساس والأنف . تتصف بأن:

نصف قطر الدائرة الأساسية ($R = 15$ mm) ، وزاوية عملها الكلية ($2\alpha = 150^{o}$) ، تدور بسرعة زاوية ثابتة باتجاه حركة دوران عقارب الساعة ، لتحرك تابعاً مسطحاً ترددياً قطرياً ، بحيث تتصف حركته بشوط قدره ($S = 6$ mm) ، وفترة تسارعه خلال شوط الرفع تساوي نصف فترة تباطئه .

فإذا كانت كتلة التابع وملحقاته تساوي إلى ($m = 1$ kg) ، عامل صلابة النابض المستعمل ($k = 4$ kN/m) ، وكانت الكامة تدور بسرعة زاوية ثابتة بعدد دورات قدره ($n = 1250$ r.p.m) حول محور ثابت مار من O باتجاه حركة دوران عقارب الساعة ، المطلوب إيجاد مقدار الانضغاط الابتدائي اللازم للنابض المستعمل حتى لا يفقد التابع تماسه مع الكامة .

**الحل**:

لتعيين الانضغاط الابتدائي للنابض المستعمل يلزم تحديد المتغيرات الرئيسة المتبقية وهي:

زاوية حركة التابع على الجانب $\varphi$ ، وتحدد من الشرط:

$$y = \frac{1}{2}(a - y) \;\; \Rightarrow \;\; y = \frac{a}{3} = \frac{75}{3} = 25^{o}$$

أما $r$ نصف قطر دائرة الأنف ، $\rho$ نصف قطر دائرة الجانب ، و $d$ البعد بين مركزي دائرتي الأنف والأساس ، فإنها تحدد من العلاقات الآتية:

$$S = d + r - R \quad \Rightarrow \quad 6 = d + r - 15 \quad \Rightarrow \quad d = 21 - r \qquad (1)$$

$$r = \frac{R^2 - r^2 + d^2 - 2R.d.\cos a}{2(R - r - d.\cos a)} = \frac{(15)^2 - r^2 + d^2 - 2\times 15\times 0.2588d}{2(15 - r - 0.2588d)} \qquad (2)$$

$$\sin y = \frac{d}{r - r}\sin a \quad \Rightarrow \quad \frac{d}{r - r} = \frac{\sin y}{\sin a} = \frac{\sin 25}{\sin 75} = 0.4375 \qquad (3)$$

حل العلاقات (1) و (2) و (3):

من (1) و (3):

$$\frac{21 - r}{r - r} = 0.4375 \quad \Rightarrow \quad 21 - r = 0.4375(r - r)$$

$$r = 37.33 - 0.777r \qquad (4)$$

بالتعويض في (1):

$$d = 21 - r \quad \Rightarrow \quad d = 0.777r - 16.33 \qquad (5)$$

بتعويض (4) و (5) في (2) ، نحصل على معادلة من الدرجة الثانية لـــ $\rho$ :

$$1.154\ r^2 - 62.83\ r + 775 = 0$$

بحل المعادلة نحصل على:

$$r_1 = 35.56\ \text{mm} \qquad , \qquad r_2 = 18.88\ \text{mm}$$

بتعويض القيمة الثانية في (5):

$$d = -1.66\ \text{mm} \quad < \quad 0$$

بالتالي تكون قيمة نصف قطر دائرة الجانب:

$$r = r_1 = 35.56\ \text{mm}$$

ومن (4) تكون قيمة نصف قطر دائرة الأنف:

$$r = 37.33 - 0.777\times 35.56 = 9.7\ \text{mm}$$

ومن (5) يكون البعد بين مركزي دائرتي الأنف ، والأساس:

$$d = 0.777\times 35.56 - 16.33 = 11.3\ \text{mm}$$

يفقد التابع تماسه مع الكامة عندما تكون قوة عطالة التابع الأعظمية $\boldsymbol{F^{in}_{max.}} \uparrow$ أكبر ومعاكسة بالاتجاه لمحصلة قوة ثقالة التابع $\boldsymbol{W} \downarrow$ ، وقوة مرونة النابض $\boldsymbol{F_k} \downarrow$ المؤثرة فيه ، ويتحقق ذلك عندما يمس التابع أنف الكامة في شوط الرفع ، يتحرك التابع خلالها حركة متباطئة ، وتكون زاوية الدوران $\theta$ محصورة بين:

$$y \le q \le a$$

ويحدد مقدار الانضغاط الابتدائي للنابض المستعمل حتى لا يفقد التابع تماسه مع الكامة ، من علاقته بقوة مرونة النابض $F_k$ التي تحسب من تطبيق علاقة التوازن الديناميكي على التابع لحظة فقدان التماس .

$$\boldsymbol{F^{in}_{max.}} + \boldsymbol{F_k} + \boldsymbol{W} = 0$$

حيث $F^{in}_{max.}$ تمثل قوة عطالة التابع الأعظمية ، وقيمتها تحسب من العلاقة:

$$F^{in}_{max.} = m \,.\, A_{max.}$$

و $A_{max.}$ تمثل تباطؤ التابع الأعظمي ، وقيمته تحسب من علاقة تباطؤ التابع خلال حركته على أنف الكامة ، العلاقة (6-49):

$$A_q = w^2.d.\cos(a - q)$$

حيث لدينا السرعة الزاوية لدوران الكامة:

$$w = \frac{2p \times 1250}{60} = 130.83 \text{ rad/sec}$$

ويكون التباطؤ أعظمياً عندما يمس نهاية انف الكامة ؛ أي عند ($\theta = \alpha = 75^o$) ، وقيمته:

$$A_{max.} = A_{(q=a)} = w^2.\, d = (130.83)^2 \times 11.3 \times 10^{-3} = 193.43 \text{ m/sec}^2 \downarrow$$

ومنه قوة عطالة التابع الأعظمية:

$$F^{in}_q = 1 \times 193.42 = 193.42 \text{ N} \uparrow$$

و $W$ تمثل قوة ثقالة التابع ، وقيمتها تحسب من بالعلاقة:

$$W = m \,.\, g = 1 \times 9.81 = 9.81 \text{ N} \downarrow$$

و $F_k$ تمثل قوة مرونة النابض ، وقيمتها تحسب من العلاقة:

$$F_k = k(\Delta l_{\text{in.}} + x_q)$$

حيث $x_\theta$ انتقال التابع خلال حركته على أنف الكامة ،وقيمته تحسب من العلاقة (6-47):

$$x_q = d.\cos(a - q) + r - R$$

وقيمته عندما يمس نهاية أنف الكامة ، أي عند ($\theta = \alpha = 75^o$):

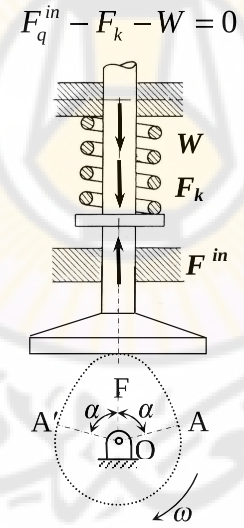
$$x_{(q=a)} = d.\cos(a - a) + r - R = d + r - R = S = 6 \text{ mm}$$

ومنه قوة مرونة النابض:

$$F_k = 4\times10^3(\Delta l_{\text{in.}} + 6\times10^{-3}) = (4000\Delta l_{\text{in.}} + 24) \text{ N} \downarrow$$

تسقط علاقة التوازن الديناميكي على محور الحركة ، المنطبق على محور التابع وفق (الشكل-6-44) ، نحصل على:

$$F_q^{in} - F_k - W = 0$$




(الشكل-6-44) القوى المؤثرة على التابع عند ($\theta = \alpha$) .

بالتعويض بالقيم المحسوبة ، نحصل على مقدار الانضغاط الابتدائي اللازم للنابض المستعمل:

$$193.42 - (4000\Delta l_{in} + 24) - 9.81 = 0$$

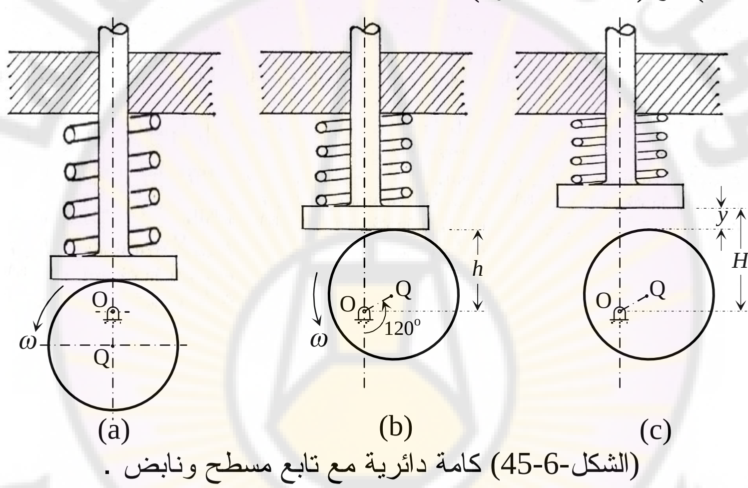
$$4000\Delta l_{\text{in}} = 193.42 - 24 - 9.81 = 159.61$$

$$\Delta l_{in} = 0.04 \text{ m} = 40 \text{ mm}$$

**مسألة-6-6**

تدور كامة دائرية مركزها Q نصف قطرها $(R = 75\ \text{mm})$ حول محور مار من O بسرعة ثابتة باتجاه عكس دوران عقارب الساعة ، حيث الاختلاف المركزي $(d = OQ = 38\ \text{mm})$ .

تحرك هذه الكامة تابعاً مسطحاً ترددياً قطرياً كتلته $(M = 0.8\ \text{kg})$ ، ويؤثر فيه نابض عامل صلابته $(k = 10\ \text{kN/m})$ ، وانضغاطه الابتدائي في الوضع المبين في a من (الشكل-6-45) هو $(x_0 = 32\ \text{mm})$ .



(الشكل-6-45) كامة دائرية مع تابع مسطح ونابض .

وجد أن التابع يفقد التماس مع سطح الكامة عند سرعة معينة ، حيث تكون الكامة قد دارت زاوية $(\theta = 120^{o})$ من أخفض وضع للتابع ، والمطلوب بعد إهمال تأثير وزن التابع ، وكتلة النابض ما يلي:

1. حساب قيمة سرعة دوران الكامة هذه .
2. أقصى ارتفاع يصله التابع فوق المحور المار من مركز الدوران O .

**الحل:**

1. تحدد السرعة الزاوية لدوران الكامة عندما يفقد التابع تماسه مع الكامة ، من علاقته بقوة عطالة التابع $\boldsymbol{F}^{in}$ التي تحسب من تطبيق علاقة التوازن الديناميكي على التابع لحظة فقدان التماس في الوضع $(\theta = 120^{o})$ :

$$\boldsymbol{F}^{in} + \boldsymbol{F}_k = 0$$

حيث $\boldsymbol{F^{in}}$ تمثل قوة عطالة التابع ، وقيمتها تحسب من العلاقة:

$$F^{in} = M\,.\,A_{(q=120^o)}$$

و $A_{(q=120^o)}$ يمثل تباطؤ التابع ، وقيمته تحسب من معادلة إزاحة التابع (6-51):

$$x = d\,(1-\cos q) \quad \Rightarrow \quad \ddot{x} = A = w^2.d.\cos q \quad \Rightarrow \quad A_{(q=120^o)} = 0.019\,w^2 \downarrow$$

بالتعويض في علاقة قوة عطالة التابع ، نحصل على:

$$F^{in} = 0.0152\,w^2 \uparrow$$

و $\boldsymbol{F_k}$ تمثل قوة مرونة النابض ، وقيمتها تحسب من العلاقة:

$$F_k = K[\Delta l_{in} + x_{(q=120^o)}]$$

$$F_k = 10\times 10^3[0.032 + 0.038(1+0.5)] = 890 \text{ N} \downarrow$$

بالتعويض عن هذه القيم في معادلة توازن القوى بعد إسقاطها على محور التابع ، ينتج أن:

$$0.0152w^2 - 890 = 0 \quad \Rightarrow \quad w^2 = 58552.631 \text{ rad}^2/\text{sec}^2$$

منه السرعة الزاوية المطلوبة لدوران الكامة:

$$w = 242 \text{ rad/sec} = 2312 \text{ r.p.m}$$

2. إن أقصى ارتفاع يصله التابع فوق مركز الدوران O هو:

$$H = h + y$$

حيث $h$ تمثل ارتفاع التابع فوق O عند لحظة ابتعاده عن سطح الكامة كما هو مبين في b من (الشكل-6-45) ؛ أي:

$$h = x_{(q=120^o)} + (R-d) = 57 + (75-38) = 94 \text{ mm}$$

و $y$ تمثل ارتفاع التابع الناتج من تغير القدرة الحركية ، بدءاً من لحظة فقدان التماس وحتى تصبح سرعته معدومة ($V_1 = 0$) كما هو مبين في c من (الشكل-6-45) ، ويحسب من تطبيق معادلة تغير القدرة الحركية خلال ذلك:

$$E_c^1 - E_c^0 = w_{F_K} = \frac{K}{2}(\Delta l_{in}^2 - \Delta l_{fin}^2)$$

$$\frac{1}{2}M[V_1^2 - V_{(q=120^o)}^2] = \frac{K}{2}[(\Delta l_{in} + x_{(q=120^o)})^2 - (\Delta l_{in} + x_{(q=120^o)} + y)^2]$$

حيث $V_{(q=120^o)}$ تمثل سرعة التابع لحظة فقدان التماس ، وتحسب من معادلة إزاحة التابع:

$$x = d(1-\cos q) \quad \Rightarrow \quad \dot{x} = V = w.d.\sin q \quad \Rightarrow \quad V_{(q=120^o)} = 7.96 \text{ m/sec}$$

بالتعويض في معادلة تغير القدرة الحركية ، والحل ينتج أن:

$$y = 25 \text{ mm}$$

بالتعويض في معادلة الارتفاع المطلوب ، نحصل على أن:

$$H = 119 \text{ mm}$$

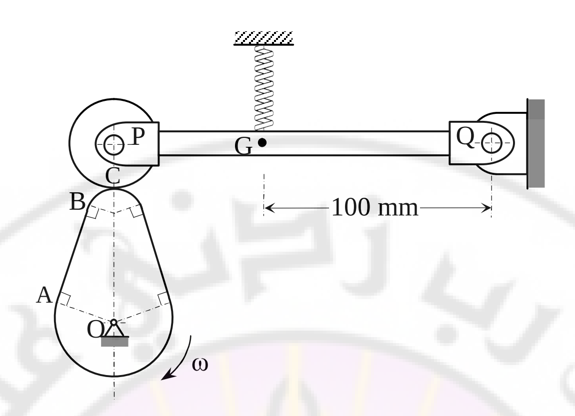
**مسألة-6-7**

يبين (الشكل-6-46) تركيبة كامة قرصية مماسية تدور بسرعة زاوية ثابتة ، بعدد دورات قدره 200 r.p.m حول محور ثابت مار من مركز دوران الكامة O باتجاه دوران عقارب الساعة ؛ لتحرك تابعاً دحروجياً يتأرجح حول المفصل الثابت Q الذي يتحرك حول وضعه الأفقي بزاويتين متساويتين ، ويستند على الكامة بتأثير كل من وزنه وقوة نابض مضغوط عند مركز ثقله G .

فإذا كان نصف قطر الدائرة الأساسية (R = 25 mm) ، ونصف قطر دائرة الأنف ($r$ = 10 mm) ، والبعد بين مركزي دائرتي الأنف والأساس ($d$ = 75 mm) ، ونصف قطر الدحروج ( $r_o$ = 50 mm) .

وكان طول التابع (PQ = 160 mm) ، وكتلته ($m$ = 0.8) ، ومركز ثقله G يبعد عن المفصل الثابت Q مقدار (GQ = 100 mm) ، ونصف قطر عطالته حول G يساوي ($\rho_G$ = 60 mm) ، ومقدار الانضغاط الابتدائي للنابض عندما يمس التابع الكامة في أخفض وضع له يساوي إلى ( $\Delta l_{in.}$ = 5 mm ) .

وكان التابع يتحرك حول وضعه الأفقي بزاويتين متساويتين ، ويستند إلى الكامة بتأثير وزنه فقط . المطلوب باعتبار أن مسار نقطة الأثر P خطٌ مستقيمٌ شاقوليٌّ مارٌ من مركز دوران الكامة O ، إيجاد عامل صلابة النابض بحيث لا يفقد التابع تماسه مع الكامة .




(الشكل-6-46) كامة قرصية مماسية مع تابع دحروجي تأرجحي

**الحل:**

لتعيين معامل صلابة النابض المستعمل يلزم تحديد المتغيرت الرئيسة المتبقية ، وهي:

شوط التابع $S$ ، ويحدد من العلاقة:

$$S = d + r - R = 75 + 10 - 25 = 60 \text{ mm}$$

وزاوية شوط الرفع $\alpha$ ، وتحدد من العلاقة:

$$\cos a = \frac{R - r}{d} = \frac{25 - 10}{75} = 0.2 \quad \Rightarrow \quad a = 78.463^{o}$$

وزاوية حركة التابع على جانب الكامة $\psi$ ، وتحدد من العلاقة:

$$\tan y = \frac{d}{R + r_o} \sin a = \frac{75}{25 + 50} .0.979795 \quad \Rightarrow \quad y = 44.415^{o}$$

يفقد التابع الدحروجي التأرجحي تماسه مع الكامة عندما يكون تأثير قوة عطالة التابع الأعظمية $\uparrow \boldsymbol{F}^{in}_{\max.}$ ، أكبر ومعاكس بالاتجاه من تأثير محصلة قوة ثقالة التابع $\boldsymbol{W} \downarrow$ وقوة مرونة النابض $\boldsymbol{F_k} \downarrow$ حول مركز التأرجح Q للتابع ، ويتحقق ذلك عندما يمس التابع أنف الكامة في شوط الرفع ، يتأرجح التابع خلالها حول مركز تمفصله Q بحركة متباطئة ، وتكون زاوية دوران الكامة $\theta$ محصورة بين:

$$y \quad \leq \quad q \quad \leq \quad a$$

وتكون قوة عطالة التابع أعظمية $F_{max.}^{in}$ موافقة مع قيمة التباطؤ الأعظمي للتابع ، وذلك إما في بداية حركته على أنف الكامة أو في نهايته ؛ ولأن مسار نقطة الأثر P يقارب مستقيماً شاقولياً ماراً من مركز دوران الكامة O ؛ بالتالي تكون علاقة قيمة تباطؤ نقطة الأثر P تطابق علاقة قيمة تباطؤ نقطة الأثر لتابع ترددي قطري (6-41) ، الآتية:

$$A = w^2 . d \, [\cos g + \frac{\sin^4 g + n^2 . \cos 2g}{(n^2 - \sin^2 g)^{3/2}}]$$

حيث:

$$n = \frac{r + r_o}{d} = \frac{10 + 50}{75} = 0.8$$

و $\gamma$ زاوية حركة التابع على أنف الكامة ، وتساوي:

$$g = a - q$$

واستناداً لمخطط تسارع التابع المبين في (الشكل-6-33) ، ولتحديد قيمة تباطؤ نقطة الأثر P ، فعندما يمس التابع بداية الأنف في E ، تكون:

$$q = y \qquad \Rightarrow \qquad g = a - y = 78.46 - 44.42 \approx 34.04^o$$

وعندما يمس التابع نهاية الأنف في N ، تكون:

$$q = a \qquad \Rightarrow \qquad g = a - a = 0^o$$

ولدينا السرعة الزاوية لدوران الكامة:

$$w = \frac{2p \times 200}{60} = 20.93 \text{ rad/sec}$$

بالتعويض في علاقة التباطؤ تكون قيمة تباطؤ التابع عندما يمس بداية الأنف في E :

$$(A_P)_E = (A_P)_{(g = 34^o.04)} = 86.66 \text{ m/sec}^2$$

وتكون قيمته عندما يمس التابع نهاية الأنف في N :

$$(A_P)_N = (A_P)_{(g = 0^o)} = 74.02 \text{ m/sec}^2$$

يلاحظ أن:

$$(A_P)_E \quad > \quad (A_P)_N$$

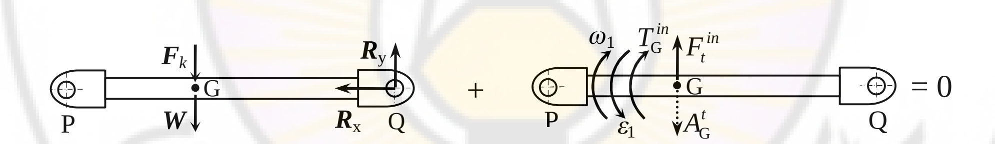
أي: إن تباطؤ نقطة الأثر P للتابع يكون أعظمياً عند تماسه بداية أنف الكامة ، وقيمته:

$$(A_p)_{max.} = (A_P)_E = (A_p)_{(g=34.04^o)} = 86.66 \text{ m/sec}^2 \downarrow$$

بالتالي يحدد عامل صلابة النابض اللازم $k$ بحيث لا يفقد التابع تماسه مع الكامة من علاقته بقوة مرونة النابض $F_k$ التي تحسب من تطبيق علاقات التوازن الديناميكي على التابع المتأرجح لحظة فقدان تماسه مع الكامة في E :

$$\boldsymbol{F}^{in} + \boldsymbol{\Sigma F}^{e} = 0 \qquad , \qquad \boldsymbol{T}_{\mathbf{G}}^{in} + \boldsymbol{T}_{\mathbf{G}}^{e} = 0$$

بالاعتماد على المخطط التوضيحي لمخطط الجسم الحر للذراع المتأرجح في (الشكل-6-47) الذي يبين القوى ، والعزم العطالي $T_G^{in}$ المؤثرة فيه يمكن ايجاد قيمة مركبتي قوة القيد $\boldsymbol{R_x}$ , $\boldsymbol{R_y}$ في Q بإسقاط علاقة القوى على محورين متعامدين.




المجموعة العطالية للتابع.          مجموعة القوى المؤثرة على التابع.

(الشكل-6-47) التوازن الديناميكي للتابع المتأرجح لحظة فقدان تماسه مع الكامة .

وبتطبيق علاقة العزوم حول المفصل الثابت Q :

$$T_G^{in} + F^{in}.GQ - (F_k + W)\,GQ = 0$$

حيث $T_G^{in}$ تمثل العزم العطالي ، ويحسب من العلاقة:

$$T_G^{in} = e_1 . I_G$$

و $\varepsilon_1$ تمثل التسارع الزاوي لدوران التابع حول Q ، ويحسب من العلاقة:

$$e_1 = \frac{A^t_{PQ}}{PQ} = \frac{(A_P)_E}{PQ} = \frac{86.66}{0.16} = 541.63 \text{ rad/sec}^2$$

و $I_G$ تمثل عزم عطالة التابع الكتلي حول مركز كتلته G ، ويحسب من العلاقة:

$$I_G = m.r_G^2 = 0.8(0.06)^2 = 2.88\times10^{-3} \text{ kg.m}^2$$

منه العزم العطالي:

$$T_G^{in} = 541.63\times2.88\times10^{-3} = 1.56 \text{ N.m}$$

و $F^{in}$ تمثل قوة عطالة التابع ، وتحسب من العلاقة:

$$F^{in} = m.A_G = m.A_G^t = m.e_1.GQ = 0.8\times541.63\times0.1 = 43.33 \text{ N}\uparrow$$

و $F_k$ تمثل قوة مرونة النابض ، وتعطى بالعلاقة:

$$F_k = k(\Delta l_{in} + x_G)$$

و $x_G$ تمثل مقدار انضغاط النابض الذي يساوي انتقال مركز الثقل ، ويحسب من العلاقة:

$$\frac{S}{PQ} = \frac{x_G}{GQ} \quad\Rightarrow\quad x_G = \frac{GQ}{PQ}S = \frac{100}{160}60 = 37.5 \text{ mm}\uparrow$$

منه قوة مرونة النابض:

$$F_k = k(0.005 + 0.0375) = 0.0425k \ N\downarrow$$

و $W$ تمثل قوة ثقالة التابع ، وتعطى بالعلاقة:

$$W = m.g = 0.8\times9.81 = 7.85 \text{ N}\downarrow$$

بتعويض القيم المحسوبة في علاقة العزم:

$$1.56 + 43.33\times0.1 - (0.0425k + 7.85)0.1 = 0 \quad\Rightarrow\quad 0.00425k = 5.108$$

منه عامل صلابة النابض المستعمل:

$$0.00425k = 5.108 \quad\Rightarrow\quad k \approx 1200 \text{ N/m}$$

**مسألة-6-8**

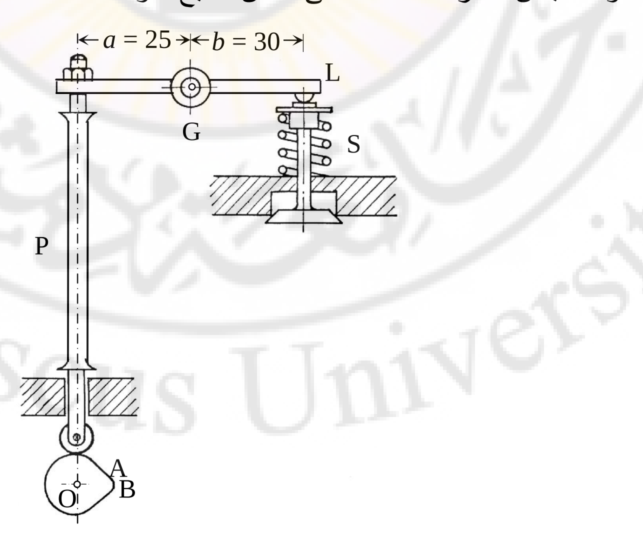
يبين (الشكل-6-48) تركيبة كامة مماسية تستعمل في فتح صمام السحب ، وإغلاقه في محرك احتراق داخلي رباعي الشوط . من المطلوب أن يفتح الصمام عندما يكون الوضع الزاوي متقدماً بزاوية $10^o$ قبل النقطة الميتة الداخلية ، وأن يغلق عندما يكون المرفق قد دار بزاوية $50^o$ بعد النقطة الميتة الخارجية .

تنتقل الحركة من التابع الدحروجي إلى الصمام عبر ذراع الدفع الشاقولي P الذي يمر من محور عمود الدوران O ، والذراع الأفقي L المتأرجح حول مركز ثقله G ، ويحافظ النابض K المركب على ساق الصمام على تماس التابع ، والكامة خلال كامل فترة العمل . فإذا كانت المعطيات المعلومة لهذه التركيبة ، هي:

نصف قطر الدائرة الأساسية للكامة $(R = 12 \text{ mm})$ ، ونصف قطر دائرة أنف الكامة $(r = 6 \text{ mm})$ ، ونصف قطر دحروج التابع $(r_0 = 6 \text{ mm})$ .

وكان نصف قطر عطالة الذراع L حول G $(\rho_G = 20 \text{ mm})$ ، كتلة التابع وذراع الدفع $(M_P = 0.16 \text{ kg})$ ، كتلة الصمام والنابض المكافئة $(M_K = 0.07 \text{ kg})$ ، كتلة الذراع المتأرجح $(M_L = 0.2 \text{ kg})$ .

وكانت سرعة دوران الكامة حول محورها $(n = 2000 \text{ r.p.m})$ . المطلوب تعيين قيمة قوة النابض اللازمة للحفاظ على تماس التابع ، والكامة خلال دورة كاملة للكامة .




(الشكل-6-48) تركيبة كامة مماسية مع صمام السحب .

**الحل:**

تبين لنا من تحليل حركة التابع الدحروجي ، خلال شوط الرفع ، على كامة مماسية في الفقرة (6-11-1) أن حركة التابع تكون متباطئة خلال تماسه أنف الكامة ، حيث ينتج من ذلك أن اتجاه قوة عطالة التابع هو باتجاه إبعاد التابع P عن الكامة ؛ وبالتالي فإن قوة النابض تستخدم للحفاظ على التماس ، وتعين وفقاً للقيمة العظمى للتباطؤ خلال شوط الرفع .

يتعيين قيمة التباطؤ ، استناداً إلى المعادلة (6-41):

$$A = w^2.d[\cos g + \frac{\sin^4 g + n^2.\cos 2g}{(n^2 - \sin^2 g)^{3/2}}]$$

يلزم حساب كل من $d$ , $\alpha$ , $n$ . يمكن تحديد زاوية عمل الكامة $2\alpha$ انطلاقاً من أنها تدور دورة واحدة لكل دورتين للمرفق ؛ لأن المحرك رباعي الشوط ومنه فإن:

$$2a = \frac{10 + 180 + 50}{2} = 120^{o} \quad \Rightarrow \quad a = 60^{o}$$

وبالتالي:

$$d = \frac{R - r}{\cos a} = 12 \text{ mm}$$

ومنه:

$$n = \frac{r + r_0}{d} = 1$$

استناداً إلى (الشكل-6-48) ، فإن التباطؤ الأعظمي للتابع يمكن أن يحدث عند بدء الحركة على الأنف عند A ، أو في نهاية شوط الرفع عند B ؛ أي عندما تصبح الكامة في حالتنا شاقولية ؛ بالتالي لا بد من حساب تباطؤ التابع في الوضعين ؛ لذلك يلزم تعيين زاوية الجانب $\psi$ ، حيث:

$$\tan y = \frac{d}{R + r_0} \sin a = \frac{\sqrt{3}}{3} \quad \Rightarrow \quad y = 30^{o}$$

ولدينا السرعة الزاوية لدوران الكامة:

$$w = \frac{2p \times 2000}{60} = 209.3 \text{ rad/sec}$$

بالتالي يحسب تباطؤ التابع من معادلة التباطؤ عند بدء الحركة على الأنف عند A ، حيث ($\gamma = \alpha - \psi = 30^o$):

$$A_{g=30^o} = (A_P)_A = w^2 . d\,[\cos 30^o + \frac{\sin^4 30^o + n^2 . \cos 60^o}{(n^2 - \sin^2 30^o)^{3/2}}] = 910 \text{ m/sec}^2$$

وعند نهاية الحركة على الأنف عند B ، أي نهاية شوط الرفع ، حيث ($\gamma = 0$):

$$A_{g=0} = (A_P)_B = w^2 . d[1 + \frac{1}{n}] = 1050 \text{ m/sec}^2$$

بالمقارنة نجد:

$$(A_P)_B \quad > \quad (A_P)_A$$

وأن التباطؤ الأعظمي للتابع يحدث عندما يفتح الصمام بأعظم فتحة له عند نهاية الحركة على أنف الكامة ، وقيمته:

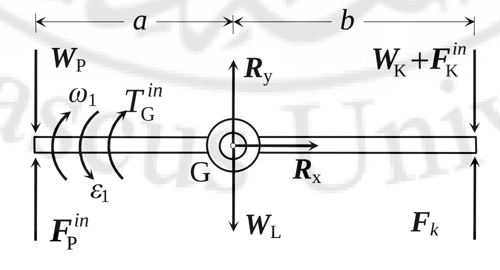
$$A_{max.} = (A_P)_B = A_{(g=0^o)} = 1050 \text{ m/sec}^2 \downarrow$$

وبالتالي فإن قوة العطالة الأعظمية المؤثرة في ذراع الدفع P ، هي:

$$F^{in}_{max.} = m \,.\, A_{max.} = 0.16 \times 1050 = 168 \text{ N} \uparrow$$

وتعين قيمة قوة النابض $F_k$ من تطبيق علاقات التوازن الديناميكي على الذراع المتأرجح L ، حيث القوى ، والعزم العطالي $T_G^{in}$ المؤثرة فيه موضحة في مخطط الجسم الحر للذراع المتأرجح (الشكل-6-49) ، وبأخذ العزوم حول G نجد أن:

$$(F_P^{in} - W_P) . \, a + T_G^{in} = [F_k - (W_K + F_K^{in})] . \, b$$




(الشكل-6-49) مخطط الجسم الحر للذراع المتأرجح .

حيث العزم العطالي $T_G^{in}$ للذراع المتأرجح ، ويحسب من العلاقة:

$$T_G^{in} = I_G . e_1$$

وعزم العطالة الكتلي $I_G$ للذراع المتأرجح ، ويحسب من العلاقة:

$$I_G = M_L . r_G^2 = 8 \times 10^{-5} \text{ kg.m}^2$$

والتسارع الزاوي $\varepsilon_1$ للذراع المتأرجح ، ويحسب من العلاقة:

$$e_1 = A_{max} / a = 42000 \text{ rad/sec}^2$$

ومنه بالتعويض في علاقة العزم العطالي:

$$T_G^{in} = 3.36 \text{ N.m}$$

أما قوة عطالة الصمام ، والنابض $F_K^{in}$ ، فتحسب من العلاقة:

$$F_K^{in} = M_K . A_K$$

حيث التسارع الخطي للصمام $A_K$ ، فيحسب من العلاقة:

$$A_K = e_1 . b = 1260 \text{ m/sec}^2$$

ومنه بالتعويض في علاقة قوة عطالة الصمام:

$$F_K^{in} = 88.2 \text{ N}$$

بالتعويض من هذه القيم في معادلة العزوم ، ينتج أن القوة $F_k$ اللازمة للنابض هي:

$$F_k = 340 \text{ N}$$

**مسألة-6-9-9**

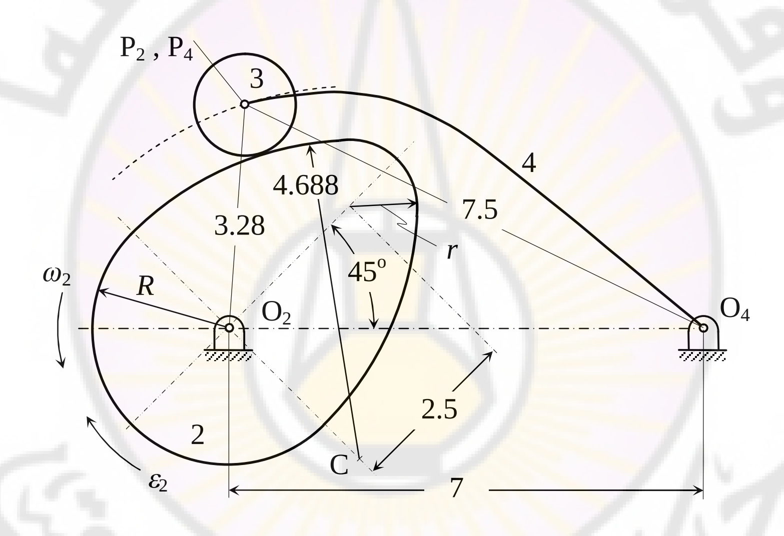
يبين (الشكل-6-50) تركيبة كامة قرصية ذات أقواس دائرية متماسة فيما بينها ، مع تابع دحروجي 3 يتصل بذراع 4 يتأرجح حول المركز الثابت $O_4$ .

فإذا كان نصف قطر الدحروج ($r_o$ = 0.75 cm) ، نصف قطر دائرة الأنف ($r$ = 0.75 cm) ، ونصف قطر الدائرة الأساسية ($R$ = 0.75 cm) . المطلوب دراسة مميزات حركة التابع في الوضع المبين في الشكل ، وتعيين التسارع الزاوي للوصلة 4 في هذه اللحظة التي عندها كانت الكامة تدور بسرعة زاوية قدرها ($\omega_2$ = 5 rad/sec) ، وبتسارع زاوي قدره ($\varepsilon_2$ = 2.5 rad/sec$^2$) .

**الحل:**

يفضل عادة عند دراسة حركة تابع دحروجي على جزء منحن ؛ وبخاصة دائري لجانبية كامة قرصية ، اللجوء إلى التمثيل التخطيطي للسرعة والتسارع ؛ لأن الاستنتاج التحليلي معقد نسبياً ، كما تبين لنا عند دراسة حركة التابع على أنف الكامة المماسية في الفقرة (6-11-1) .

يعد هذا المثال تطبيقاً نموذجياً لدراسة حركة تركيبة تابع ، وكامة قرصية بوجه عام ، إذ يبين الأسس المختلفة التي تتم تبعاً لها هذه الدراسة تخطيطياً .




(الشكل-6-50) تركيبة كامة قرصية ذات أقواس دائرية مع تابع دحروجي تأرجحي

يلاحظ وجود النقطتين المتطابقتين $P_2 , P_4$ عند مركز الدحروج ، في الوصلتين المتحركتين 4 , 2 ، حيث يبين المسار المنحني المتقطع مسار النقطة $P_4$ بالنسبة للوصلة 2 أي الكامة ؛ أي: إن جانب الكامة الدائري هو سطح توجيه يقيد حركة مركز الدحروج وفق المسار المعين المذكور الذي مركزه C . يتم تحليل الحركة بسهولة وفق الخطوات التي أوضحناها سابقاً في الفقرة (3-5) .

بما أن النقطة $P_2$ هي حركياً نقطة من الوصلة 2 ، فإن:

$$V_{P_2} = O_2P_2.w_2 = 16.4 \text{ cm/sec}$$

يمكن عندئذ رسم مخطط السرعة a في (الشكل-6-51) بمقياس رسم مناسب ، وليكن ($5\ \text{cm/sec} \equiv 1\ \text{cm}$) ، على أساس أن السرعة المطلقة للنقطة $P_4$ عمودية على $O_4P_4$ ، بينما السرعة النسبية بين النقطتين $P_2 , P_4$ هي مماسية لمسار تقييد الحركة . ينتج من هذا المخطط أن:

$$V_{P_4} = 8.4\ \text{cm/sec} \quad , \quad V_{P_2P_4} = 20\ \text{cm/sec}$$

ومنه:

$$w_4 = V_{P_4} / O_4P_4 = 8.4 / 7.5 = 1.12\ \text{rad/sec} - \text{cw}$$

أما بالنسبة لدراسة التسارع ، فإنه ينتج من تطبيق المعادلة الشعاعية (3-18):

$$\boldsymbol{A}_{P_4} = \boldsymbol{A}_{P_2} + \boldsymbol{A}_{P_4P_2} + \boldsymbol{A}^c$$

$$\boldsymbol{A}^n_{P_4} + \boldsymbol{A}^\tau_{P_4} = \boldsymbol{A}^n_{P_2} + \boldsymbol{A}^\tau_{P_2} + \boldsymbol{A}^n_{P_4P_2} + \boldsymbol{A}^\tau_{P_4P_2} + 2\boldsymbol{\Omega}_2 \wedge \boldsymbol{V}_{P_4P_2}$$

حيث:

$A^n_{P_4} = O_4P_4.w_4^2 = 9.4\ \text{cm/sec}^2$ ، ويتجه من النقطة $P_4$ إلى المسند الثابت $O_4$ .

$A^n_{P_2} = O_2P_2.w_2^2 = 82\ \text{cm/sec}^2$ ، ويتجه من النقطة $P_2$ إلى مركز دوران الكامة $O_2$ .

$A^t_{P_2} = O_2P_2.e_2 = 8.2\ \text{cm/sec}^2$ ، منحاه عمودي على $O_2P_2$ باتجاه دوران $\varepsilon_2$ .

$A^n_{P_4P_2} = \dfrac{V^2_{P_4P_2}}{CP_2} = 74\ \text{cm/sec}^2$ ، ويتجه من النقطة $P_4$ إلى مركز الانحناء C .

أما تسارع كوريوليس:

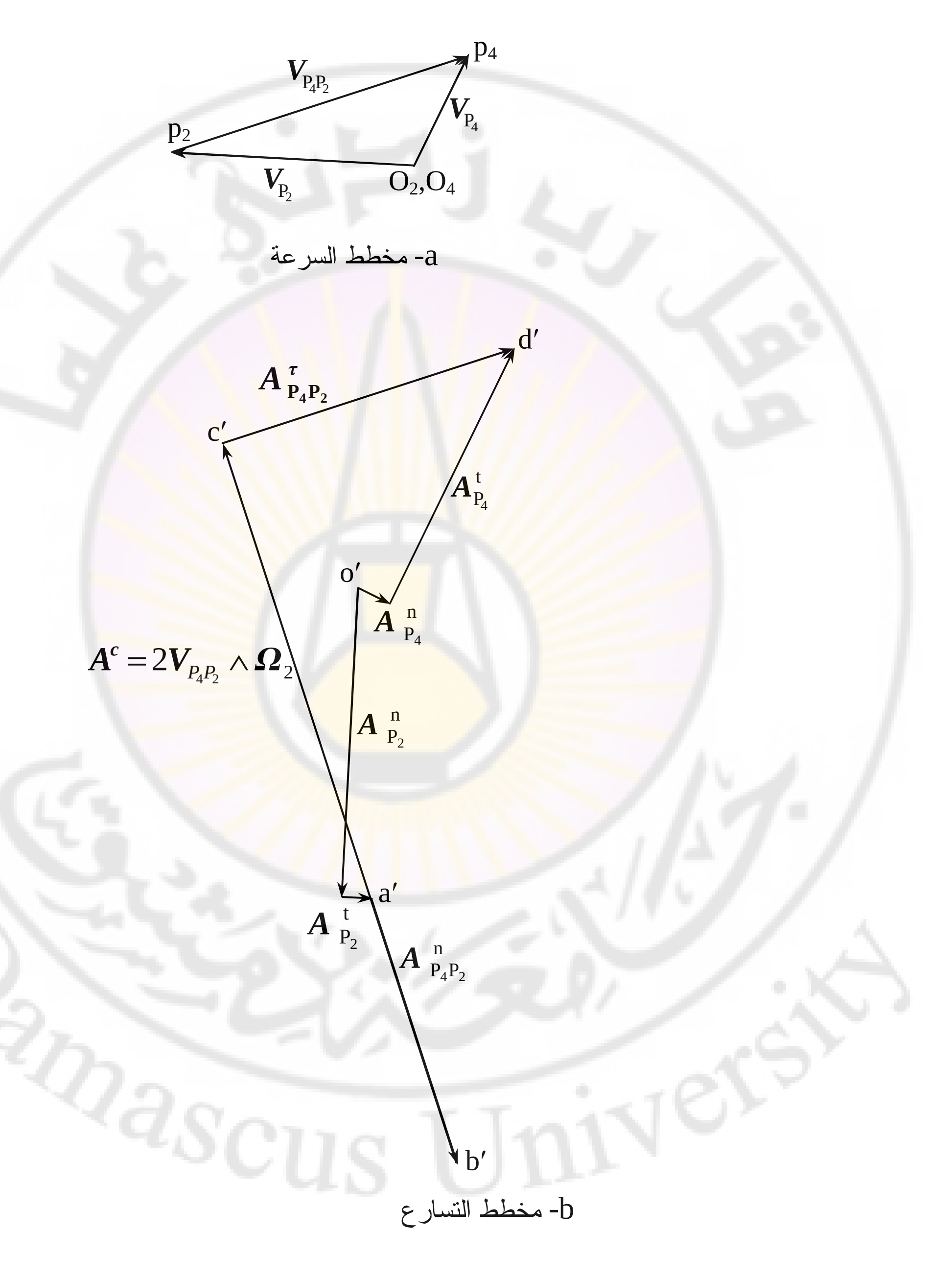
$A^c = 2V_{P_4P_2}.w_2 = 200\ \text{cm/sec}^2$ ، ويتجه من مركز الانحناء C إلى النقطة $P_4$ .

يمكن عندئذٍ رسم مخطط التسارع b في (الشكل-6-51) بمقياس رسم مناسب وليكن ($20\ \text{cm/sec}^2 \equiv 1\ \text{cm}$) . يجب الانتباه إلى أن التسارع الناظمي النسبي بين $P_2 , P_4$ ، والممثل بالشعاع $a'b'$ ، ينطبق على تسارع كوريوليس ؛ الممثل بالشعاع $b'c'$ ، لكن يعاكسه بالاتجاه . ينتج من مخطط التسارع أن:

$$A^t_{P_4} = 75\ \text{cm/sec}^2 \quad , \quad A^t_{P_4P_2} = 77\ \text{cm/sec}^2$$

ومنه:

$$e_4 = A^t_{P_4} / O_4P_4 = 75 / 7.5 = 10\ \text{rad/sec}^2 - \text{cw}$$



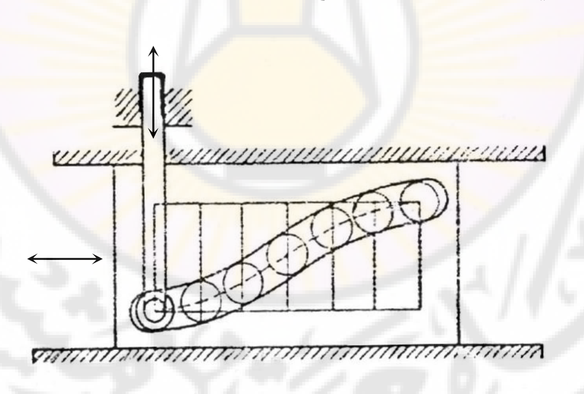

(الشكل-6-51) مخططات حركة التابع الدحروجي .

## 6-14- الكامات ذات الحركة الإيجابية *Positive-Motion Cams*

تبين لنا من خلال دراسة حركة التابع ، أننا نحتاج إلى تطبيق قوة خارجية لحفظ التماس بين التابع ، والكامة خلال فترات معينة من الحركة ؛ بسبب اتجاه قوة العطالة عند هذه الفترات . يفضل أحياناً الحفاظ على التماس من خلال شكل تركيبة الكامة ، والتابع من دون الحاجة إلى تركيب وسائل إضافية ، نابض مثلاً ، يسمى هذا النوع من الكامات التي تحقق ذلك ، كامة ذات حركة إيجابية ، وفيه تؤمن طريقة لحصر حركة التابع بالاتجاهين باستخدام سطحي تماس .

### 6-14-1- الكامة الانتقالية *Translation Cam*

يمكن تحقيق حركة إيجابية في الكامة الانتقالية التي سبقت الإشارة إليها عند تصنيف الكامات في الفقرة (6-2) ، وذلك بتقييد دحروج التابع ضمن مجرى يتم تشكيله في سطح الكامة ، كما في (الشكل-6-52) . ينتج من الحركة الترددية الانسحابية للكامة حركة ترددية للتابع أو تأرجحية في حالة كون ساق التابع متصلة بمحور ارتكاز .



(الشكل-6-52) كامة انتقالية ذات حركة ايجابية .

تصمم جانبية المجرى بسهولة استناداً إلى مخطط الإزاحة وقطر الدحروج . يمثل محور هذا المجرى تغيرات الإزاحة ، وهو مسار مركز الدحروج المبين بخط متقطع في (الشكل-6-52) . أما عرض المجرى ، فهو أكبر قليلاً من قطر الدحروج بما يلائم الخلوص اللازم لتأمين حركة سلسة . من الواضح أن حركة التابع في هذا النوع من الكامات تتكرر خلال شوط الخفض لكن بترتيب معكوس .

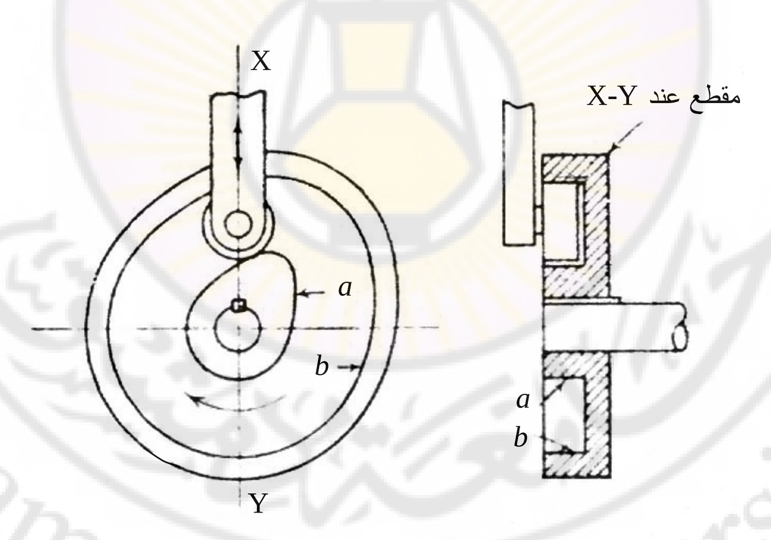
## 6-14-2- الكامة القرصية ***Disk Cam***

يمكن تأمين الحركة الإيجابية في حالة كامة قرصية بالطرق التالية:

- تأمين تماس التابع ، والكامة باستخدام قرص محفور ، وتابع دحروجي

يتم تصميم هذا النوع من الكامات بتقييد حركة الدحروج ضمن مجرى محفور في سطح الكامة الموازي لمستوي الحركة ، كما هو مبين في (الشكل-6-53) ، حيث يمثل السطحين $a$ و $b$ سطحا التماس ، ينشأ كل من جانبي المجرى هذا بالطريقة نفسها لكامة قرصية ذات تابع دحروجي ، بحيث تكون المسافة بين المنحنيين اللذين يشكلان جانبي المجرى أكبر قليلاً من قطر الدحروج لتأمين الخلوص اللازم .

إلا أن من أهم سيئات هذه النوع أن الدحروج يغير اتجاه حركته الزاوية على جانبي المجرى مرتين على الأقل خلال دورة كاملة للكامة . من الواضح أن ذلك يسبب انزلاقاً يؤدي إلى زيادة تآكل سطحي التماس .

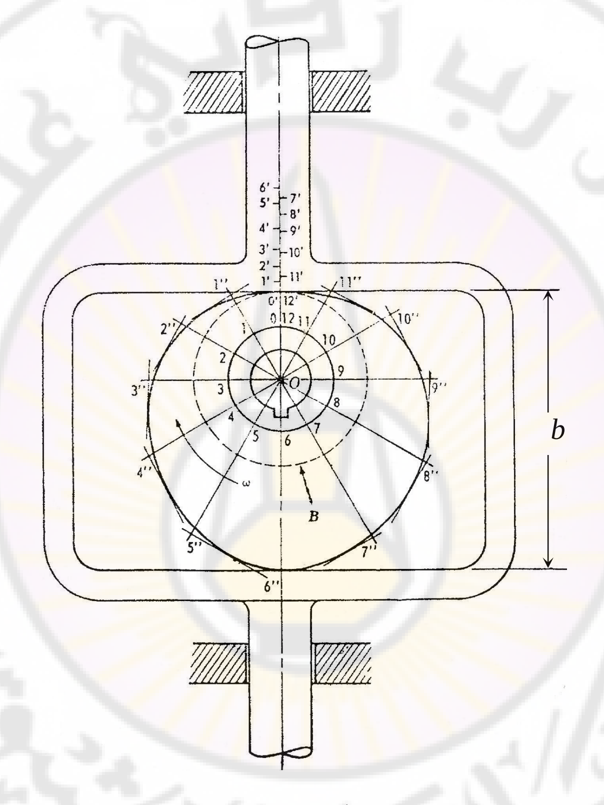



تماس التابع ، والكامة باستخدام قرص محفور ، وتابع دحروجي .

(الشكل-6-53)

• تأمين تماس التابع والكامة عبر سطحين متقابلين

يتم تصميم هذا النوع من الكامات بشكل يؤمن تماس التابع ، والكامة ، عبر سطحين متقابلين قطرياً بالنسبة لمركز دوران الكامة ، كما في (الشكل-6-54) الذي يبين كامة ذات تابع مسطح ترددي قطري ذي أوجه مستوية .




تماس تابع مسطح ترددي قطري ذي أوجه مستوية ، وكامة عبر سطحين متقابلين .
(الشكل-6-54)

من الواضح في هذه الحالة أن مخطط إزاحة التابع هو نفسه لكل من شوطي الرفع ، والخفض لكن باتجاهين متعاكسين ؛ أي: إن المخطط متناظر حول زاوية دوران الكامة $180^o$ ، إن إزاحة الرفع قد بينت بالنقاط $6'....,2',1',0'$ ، بينما الإزاحات الموافقة خلال الخفض هي $12'....,8',7',6'$ ، حيث يلاحظ أن $(0'1'=6'7')$ و $(1'2'=7'8')$ ، وهكذا .

يتم تحديد جانبية الكامة تخطيطياً بالطريقة نفسها التي اتبعت في الفقرة (6-7-6) ، حيث يمثل البعد $O0'$ نصف قطر الدائرة الأساسية B ، كما يكفي تعيين النقاط $6''.....,2'',1'',0''$ ، إذ يمكن عندئذ تعيين النقاط $6'',7'',8'',.....12''$ بدلالة المسافة b ، حيث يكون:

$$1''7'' = 2''8''= 3''9'' ....= b$$

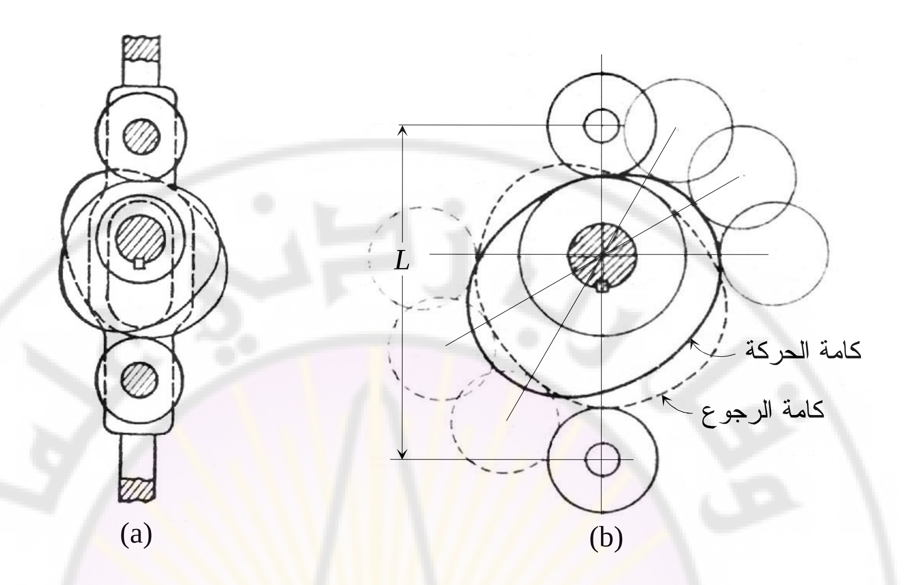
من الواضح أن هذه المسافة b ثابتة لكامة معينة ، وتساوي حاصل جمع قطر الدائرة الأساسية ، وشوط الرفع الكلي للتابع ؛ لذا فإن هذه الكامة تسمى عادة كامة ذات عرض ثابت (*Constant-Breadth Cam*) .

يمكن أيضاً استناداً إلى ما سبق ، تصميم كامة حركة إيجابية ذات تابعين دحروجيين عوضاً من الوجهين المسطحين . يكون مركزا الدحروجين في هذه الحالة متقابلين قطرياً بالنسبة إلى O ، والبعد بينهما ثابت . يتم تحديد جانبية الكامة وفقاً لطريقة الإنشاء التي سبق توضيحها في الفقرة (6-7-2) ، حيث تكون الأطوال .... $1''7'' , 2''8'' , 3''9''$ مساوية البعد الثابت بين مركزي الدحروجين .

- تأمين سطحي تماس للتابع وكل منهما يتصل بكامة مستقلة

يتألف هذا النوع من كامتين قرصيتين مركبتين على المحور نفسه ، والكامتان تؤثران في تابع له وجها اتصال أو دحروجان على جانبين متقابلين من عمود الكامات ، وكل منهما يتصل بإحدى الكامتين ، كما في الرسم a من (الشكل-6-55) ، حيث تشكل الكامة الأولى أو كامة الحركة (*Motion Cam*) بالطريقة نفسها التي تشكل بها الكامة العادية ، وترتكز على أحد الوجهين أو الدحروجين ، ثم ترسم الكامة الثانية أو كامة الرجوع (*Return Cam*) ، بحيث إن هذه الكامة تبقى على اتصال بالدحروج الثاني أو بوجه التابع الآخر ، ومن المناسب أن تكون دائرتا الأساس للكامتين بنصف القطر نفسه ، وفي هذه الحالة تكون المسافة $L$ المبينة في الرسم b من (الشكل-6-55) بين مركزي الكامتين مساوية إلى:

$L$ = 2 نصف قطر الدحروج + قطر الدائرة الأساسية + شوط الرفع




تماس كامتين قرصيتين ، وتابع له دحروجان على جانبين متقابلين من عمود الكامات .
(الشكل-6-55)

وطريقة الإنشاء مبينة في الرسم b في (الشكل-6-55) ، والدوائر الممثلة بالخطوط المنقطة التي يمسها جانب كامة الرجوع ، تقع باتجاه مقابل قطرياً للدوائر المرسومة بالخطوط المستمرة التي تمس كامة الحركة ، والمسافة بين مركزي كل زوج من الدوائر المتقابلة تساوي $L$ .

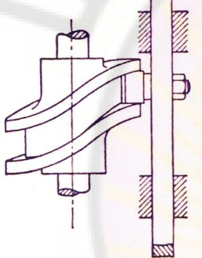
يتم تصميم هذا النوع إذا كان المطلوب تحقيق حركة للتابع خلال شوط الخفض مختلفة عن تلك خلال شوط الرفع ، فإنه يجب عندئذٍ استعمال كامتين على عمود الدوران نفسه ، حيث تصمم إحدى الكامتين على أساس مخطط الإزاحة خلال شوط الرفع ، وتمس التابع الموافق له ، أما الأخرى ، فتصمم استناداً إلى معطيات حركة الخفض ، وتمس تابعا آخر . يحقق ذلك حرية كاملة في اختيار مخطط الإزاحة الملائم .

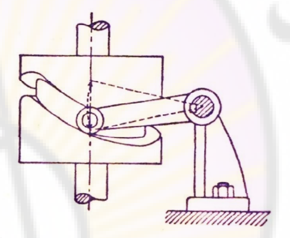
إن هذا التصميم معقد ، ومرتفع التكاليف الإنتاجية بالمقارنة مع بقية الأنواع ، إلا أنه لا يفرض قيوداً على الحركة ، كما كان الحال في كامة القرص المفردة ، كما أن مشكلة انعكاس دوران الدحروج غير المرغوب فيها ، لا تحدث هنا .

## 6-14-3- الكامة الأسطوانية *Cylindrical Cam*

تعد هذه الكامة مماثلة لكامة انتقالية تم لفها حول محيط أسطوانة ، حيث يمكن عندئذ تفادي سيئة الكامة الانتقالية في تكرار الحركة بترتيب معكوس . تستعمل هذه الكامة عندما يكون المطلوب أن يكون اتجاه حركة التابع موازياً لمحور دوران الكامة من دون الحاجة إلى تركيب وسائل تحويل اتجاه الحركة كالمسننات مثلاً ، وهو ما يلزم اللجوء إليه عند استعمال كامة قرصية في هذه الحالة .

يبين (الشكل-6-56) كامة أسطوانية تدور حول محورها لتعطي ، بوساطة مجرى محفور في سطحها ، حركة ترددية لتابع ، كما في الرسم a في (الشكل-6-56) ، أو تأرحجية لتابع ، كما في الرسم b في (الشكل-6-56) .

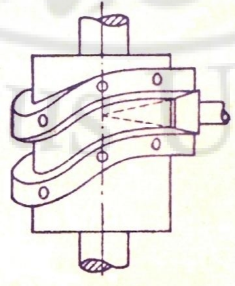




a- حركة ترددية. b- حركة تأرجحية.

(الشكل-6-56) كامة أسطوانية تعطي بوساطة مجرى محفور في سطحها حركة للتابع .

يؤدي ذلك إلى اختلاف السرعة المحيطية عند أعلى المجرى عن تلك عند تقعره إلى انزلاق الدحروج ؛ لذا يفضل عادة أن تكون نهاية التابع بشكل جذع مخروطي ، كما في (الشكل-6-57) ، بحيث يقع رأس المخروط على محور دوران الكامة . رغم أن ذلك يؤمن حركة تدحرجية بين نهاية التابع ، والمجرى ، إلا أنه يولد ضغطاً جانبياً يجب أخذه في الحسبان عند التصميم . إذ يمكن أن يؤدي إلى تحريك التابع باتجاه إخراجه من المجرى .

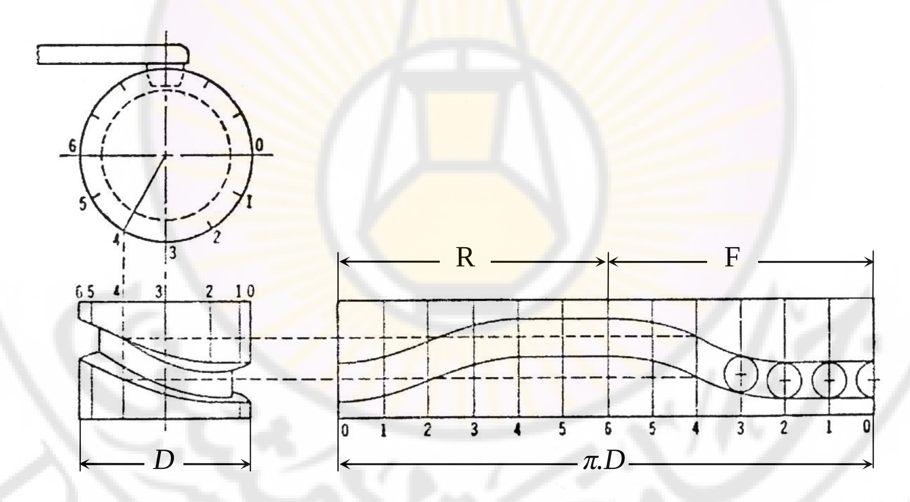


(الشكل-6-57) نهاية التابع بشكل جذع مخروطي .

يمكن تشكيل جانبية المجرى بطريقة مماثلة لحالة كامة انتقالية على أن يمثل طول مخطط الإزاحة ، والمحور الأفقي ، ومحيط الأسطوانة التي سيحفر المجرى على سطحها .

يبين (الشكل-6-58) خطوات الإنشاء التخطيطي ، حيث يمثل منحني الإزاحة مسار مركز الدحروج ، وقاعدة المخطط تؤخذ مساوية إلى محيط الأسطوانة ، وذلك بمقياس رسم مناسب ؛ وبالتالي يكفي رسم دوائر مركزها نقاط هذا المنحني ، ونصف قطرها يساوي نصف قطر الدحروج ، ومن ثم رسم كل من المنحنيين اللذين يمسان هذه الدوائر من كلا جانبي منحني الإزاحة . أما عمق المجرى ، فإنه يحدد وفقاً للشكل الجانبي للدحروج .

إذا لفّ الشكل الناتج حول الأسطوانة ، فإنه يمثل المجرى المطلوب لتحقيق حركة التابع التي يعود إليها المخطط . يبين المجال F الجزء الأمامي من المجرى ، بينما يشير المجال R إلى جزئه الخلفي تبعاً للرسم المبين في (الشكل-6-58) .

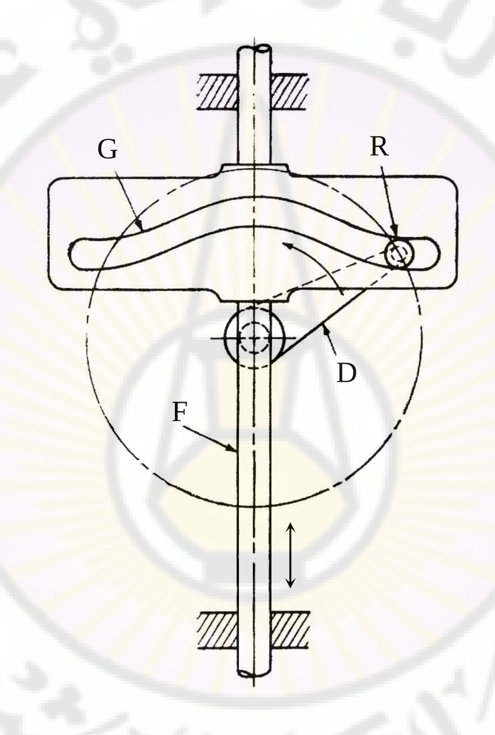



(الشكل-6-58) الإنشاء التخطيطي لجانبية مجرى لكامة أسطوانية .

يتم تشكيل المجرى على سطح الأسطوانة بأداة قطع تماثل شكل نهاية التابع وأبعاده ، بحيث يتم تحريك هذه الأداة وفق شكل المجرى المرسوم على سطح الأسطوانة . يمكن أحياناً الاستعاضة عن حفر المجرى بتثبيت شرائح معدنية قابلة للعيار على سطح الأسطوانة ، إذ يمكن في هذه الحالة تغيير جانبية الكامة بسهولة من دون الحاجة لتشكيل كامة جديدة . إن للكامات الأسطوانية تطبيقات عدة أهمها في الآلات الأوتوماتيكية ؛ بخاصة آلات قطع اللوالب .

### 6-14-4- الكامة العكسية *Inverse Cam*

تعكس في هذه الحالة الوظيفة الحركية لكل من الكامة والتابع ، حيث تكون الوصلة القائدة دحروجاً R يدور في نهاية مرفق D ، بينما يحتوي التابع المقاد F على مجرى G ذي شكل يناسب الحركة المطلوبة ، كما هو مبين في (الشكل-6-59) . يمكن للدحروج أن يؤدي دورة كاملة أو يتأرجح بزاوية معينة حول مسند ارتكاز .



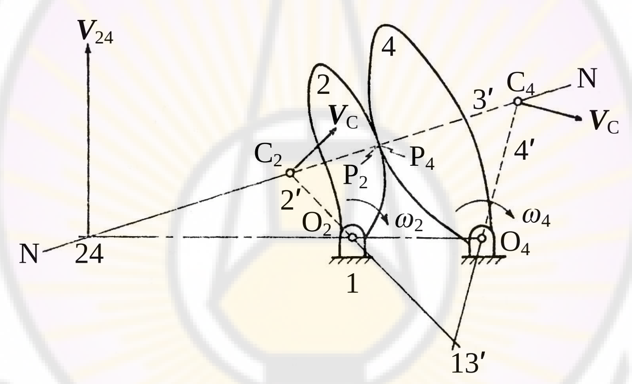

(الشكل-6-59) الكامة العكسية .

يستعمل هذا النوع من الكامات في آلات الخياطة ، وما شابهها ، حيث تكون الأحمال عادة خفيفة . تشكل جانبية المجرى التي تحقق الحركة المطلوبة بالطرائق التخطيطية المعتادة ، حيث تحدد الأوضاع النسبية لإزاحة التابع خلال فترات زاوية معينة للمرفق ، وتوقع النقاط الناتجة بشكل يعين المنحني المنصف للمجرى . تحدد جانبية المجرى بدلالة نصف قطر الدحروج ؛ إذ أن هذا المنحني المنصف هو المحل الهندسي لمركز الدحروج خلال دورة العمل .

## 15-6- نظرية التركيبات الآلية المكافئة *Equivalent Mechanisms Theorem*

يمكن الاستعاضة عن تركيبات التماس المباشر ؛ وبخاصة الكامات ، بتركيبات آلية بسيطة رباعية الوصلات . يمكن البرهان على صحة هذا الإنشاء بالرجوع إلى (الشكل-6-60) الذي يبين تركيبة ذات تماس مباشر بين الوصلتين 4 , 2 اللتين تدوران بالسرعتين الزاويتين $\omega_2$ , $\omega_4$ على التتالي . تمثل التركيبة الرباعية الوصلات $O_2C_2C_4O_4$ المبينة بالخطوط المتقطعة ، التركيبة المكافئة للتركيبة الأصلية حيث النقطتان $C_2$ , $C_4$ هما مركزا انحناء الوصلتين 4 , 2 على التتالي ، عند نقطة التماس .

إن شرط التكافؤ بين هاتين التركيبتين هو تساوي السرعات ، والتسارعات الزاوية لكل من وصلات التركيبتين .




(الشكل-6-60) الاستعاضة عن تركيبة التماس المباشر بتركيبة آلية بسيطة رباعية القضبان .

**- شرط تساوي السرعات الزاوية**

لنفرض أن:

$$w'_2 = w_2 \qquad , \qquad e'_2 = e_2 \qquad (61\text{-}6)$$

إن النقطة 24 هي المركز اللحظي للوصلتين 4 , 2 أو الوصلتين ′4 , ′2 ؛ ولأنها نقطة تقاطع الناظم المشترك N-N مع الخط الواصل بين المركزين $O_2$ , $O_4$ ، فإن السرعة المطلقة للنقطة 24 هي:

$$V_{24} = (\mathrm{O}_2 - 24).w_2 = (\mathrm{O}_4 - 24).w_4$$

وكذلك فإن:

$$V_{24} = (\mathrm{O}_2 - 24).w'_2 = (\mathrm{O}_4 - 24).w'_4$$

ومنه ينتج أن:

$$\frac{w_2}{w_4} = \frac{\mathrm{O}_4 - 24}{\mathrm{O}_2 - 24} = \frac{w_2'}{w_4'} \qquad (62\text{-}6)$$

وبما أننا اخترنا $(w_2' = w_2)$ ، فإن $(w_4' = w_4)$ ، كما هو واضح من المعادلة (6-62) .

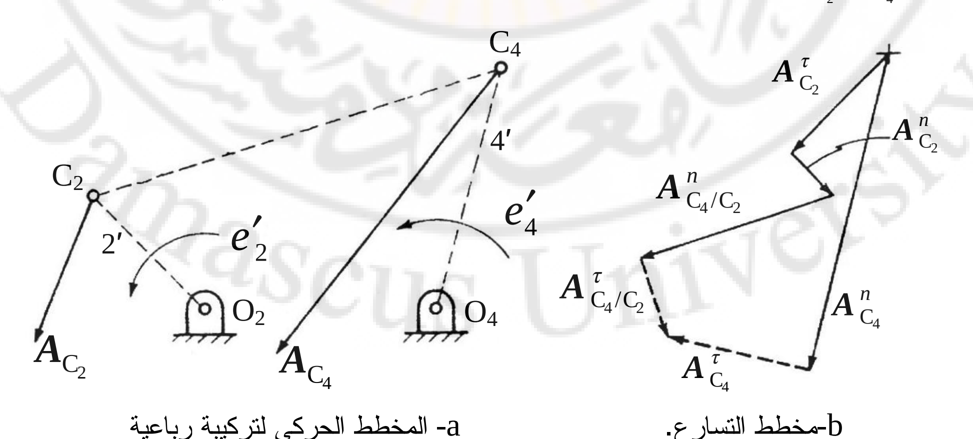
يلاحظ من (الشكل-6-60) أن النقطتين $P_2 , P_4$ المتطابقتين عند نقطة التماس لا يمكن أن تحصل بينهما سرعة نسبية باتجاه الناظم المشترك N-N ؛ وبالتالي فإن النقطتين $C_2 , C_4$ لا يوجد بينهما سرعة نسبية باتجاه N-N .

ينتج من ذلك أن الناظم الذي يصل بين النقطتين $C_2 , C_4$ في التركيبة الأصلية يمثل وصلة صلبة في هذه اللحظة . يتلاقى الخطان $O_2C_2 , O_4C_4$ في النقطة $13'$ التي تمثل المركز اللحظي للناظم N-N في التركيبة الأصلية ، أو الوصلة $3'$ في التركيبة المكافئة . تعطى السرعة الزاوية للناظم N-N بالعلاقة:

$$w_{(\mathrm{N-N})} = w_3' = \frac{V_{\mathrm{C}_2}}{13' - \mathrm{C}_2} = \frac{V_{\mathrm{C}_4}}{13' - \mathrm{C}_4} \qquad (63\text{-}6)$$

- **شرط تساوي التسارعات الزاوية**

سنبرهن فيما يلي - استكمالاً لشرط التكافؤ - على أن التسارع الزاوي للوصلة $4'$ يساوي التسارع الزاوي للوصلة 4 . يبين المخطط a من (الشكل-6-61) التركيبة المكافئة ، حيث $A_{C_2} , A_{C_4}$ هما التسارعان المطلقان للنقطتن $C_2 , C_4$ على التتالي .




a- المخطط الحركي لتركيبة رباعية b-مخطط التسارع.

(الشكل-6-61) الاستعاضة عن تركيبة التماس المباشر بتركيبة آلية بسيطة رباعية القضبان

تنتج من ذلك المعادلة الشعاعية الآتية:

$$\boldsymbol{A}^{\boldsymbol{n}}_{\mathbf{C}_4} + \boldsymbol{A}^{t}_{\mathbf{C}_4} = \boldsymbol{A}^{\boldsymbol{n}}_{\mathbf{C}_2} + \boldsymbol{A}^{t}_{\mathbf{C}_2} + \boldsymbol{A}^{\boldsymbol{n}}_{\mathbf{C}_4\mathbf{C}_2} + \boldsymbol{A}^{\boldsymbol{\tau}}_{\mathbf{C}_4\mathbf{C}_2} \qquad (64\text{-}6)$$

حيث

$$A^{n}_{C_4} = (O_4C_4)\,.\,w_4'^2 \quad , \quad A^{\tau}_{C_4} = (O_4C_4)\,.\,e_4'$$

$$A^{n}_{C_2} = (O_2C_2)\,.\,w_2'^2 \quad , \quad A^{\tau}_{C_2} = (O_2C_2)\,.\,e_2' \qquad (65\text{-}6)$$

$$A^{n}_{C_4C_2} = (C_2C_4)\,.\,w_3'^2 \quad , \quad A^{\tau}_{C_4C_2} = (C_2C_4)\,.\,e_3'$$

يمكن تمثيل المعادلة (6-65) تخطيطياً بالمخطط b في (الشكل-6-61) . بما أن النقاط $O_2$ , $C_2$ , $C_4$ , $O_4$ هي نقاط في كل من التركيبتين الأصلية والمكافئة ، فإن اتجاهات أشعة التسارع المبينة في المخطط b من (الشكل-6-61) هي واحدة لكلتا التركيبتين .

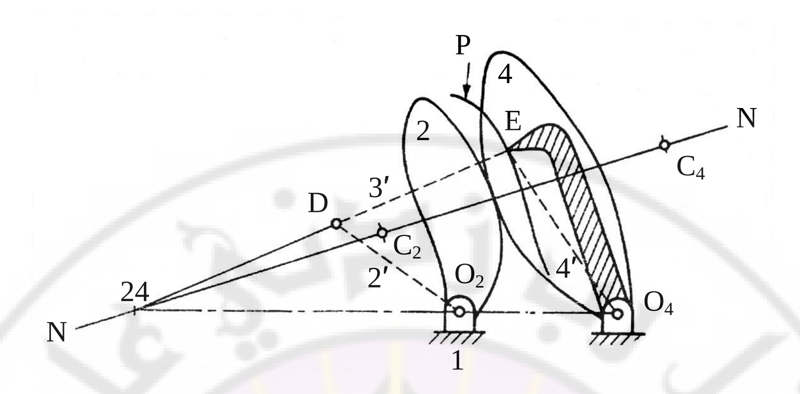
وبما أن:

$$w_2' = w_2 \quad , \quad w_3' = w_{(N-N)} \quad , \quad w_4' = w_4 \quad , \quad e_2' = e_2$$

فإننا نلاحظ من مجموعة المعادلات (6-65) أن $\boldsymbol{A}^{\boldsymbol{n}}_{\mathbf{C}_4}, \boldsymbol{A}^{\boldsymbol{n}}_{\mathbf{C}_2}, \boldsymbol{A}^{t}_{\mathbf{C}_2}, \boldsymbol{A}^{\boldsymbol{n}}_{\mathbf{C}_4\mathbf{C}_2}$ للتركيبة المكافئة تساوي بالقيمة التسارعات الموافقة لها في التركيبة الأصلية . لقد تم تمثيل هذه التسارعات الأربعة بالخطوط المتصلة على مخطط التسارع ، وبما أن هذا المخطط يجب أن يكون مغلقاً ؛ ليحقق المعادلة (6-64) ، فإنه يمكن عندئذ تحديد $\boldsymbol{A}^{t}_{\mathbf{C}_4}, \boldsymbol{A}^{\boldsymbol{\tau}}_{\mathbf{C}_4\mathbf{C}_2}$ . أي: إن هاتين المركبتين هما أيضاً واحدتان لكل من التركيبتين ، ومنه فإن:

$$e_4' = e_4 = \frac{A^{t}_{C_4}}{O_4C_4}$$

تجدر الإشارة إلى أن لكل تركيبة ذات تماس مباشر عدداً لانهائياً من التركيبات المكافئة رباعية الوصلات . يمكن توضيح ذلك بالرجوع إلى (الشكل-6-62) ، حيث E هي نقطة ما من الوصلة 4 أو امتدادها ، بينما يمثل المنحني P المسار الذي ترسمه هذه النقطة على الوصلة 2 خلال حركة التركيبة الأصلية .



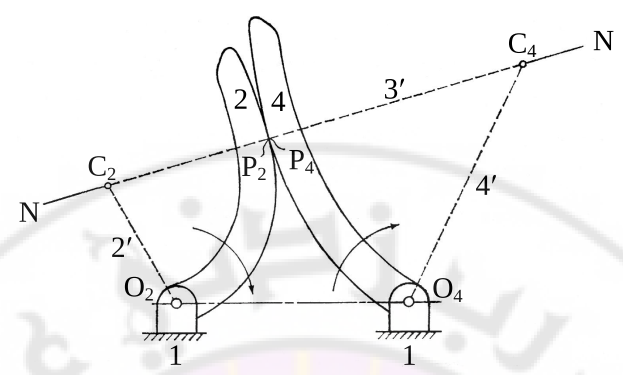

اثبات أن لتركيبة ذات تماس مباشر عدداً لانهائياً من التركيبات المكافئة الرباعية الوصلات .
(الشكل-6-62)

إن النقطة D هي مركز انحناء المسار P عند النقطة E . إذا فرض أن الوصلة 4 هي تابع مدبب ، كما هو مبين بالشكل المرقن عرضياً ، فإن مركز الانحناء $C_4$ لهذا التابع المدبب ينطبق على النقطة E ، وتكون التركيبة رباعية الوصلات $O_2DEO_4$ هي التركيبة المكافئة . بما أنه يمكن اختيار E في أي موضع كان على الوصلة 4 أو امتدادها ، فإنه ينتج أن هنالك عدداً لانهائياً من التركيبات رباعية الوصلات التي تكافىء التركيبة الأصلية . أما النقطة 24 ، فهي المركز اللحظي للوصلتين ′4 , ′2 في أية من هذه التركيبات .

## 16-6- التركيبات الآلية المكافئة *Equivalent Mechanisms*

يمكن تسهيل دراسة حركة تركيبة آلية ذات تماس مباشر ، بتمثيلها بتركيبة مكافئة رباعية الوصلات ، بحيث تكون سرعات وصلات هذه التركيبة وتسارعاتها مماثلة آنياً لسرعات التركيبة الأصلية ، وتسارعاتها .

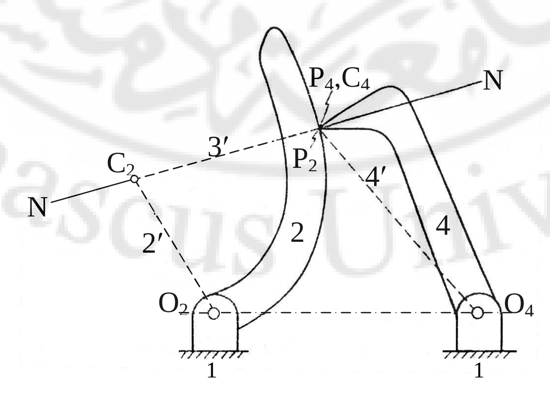
يبين (الشكل-6-63) تركيبة ذات تماس مباشر مكونة من ثلاث وصلات 4 , 2 , 1 . تنتقل الحركة من الوصلة القائدة 2 إلى الوصلة المقودة 4 بواسطة تماس مباشر عند النقطة P ؛ أي من دون وجود وصلة قارنة بين الوصلتين 4 و 2 . تمثل التركيبة الرباعية الوصلات $O_2C_2C_4O_4$ التركيبة المكافئة حركياً للتركيبة الأصلية .




(الشكل-6-63) تمثيل تركيبة آلية ذات تماس مباشر بتركيبة مكافئة رباعية الوصلات .

يتم إنشاء التركيبة المكافئة $4', 3', 2', 1'$ ، بأخذ النقطتين $C_4$ و $C_2$ على الناظم المشترك NN للوصلتين المتماستين عند نقطة التماس P ، حيث النقطة $C_2$ هي مركز انحناء الوصلة 2 عند $P_2$ ، بينما النقطة $C_4$ هي مركز انحناء الوصلة 4 عند $P_4$ . يلاحظ أن الأوضاع النسبية للتركيبة المكافئة تتغير وفقاً لتغير الأوضاع النسبية لوصلات التركيبة الأصلية . يمكن تعيين السرعات ، والتسارعات لكل وضع من رسم مخططات السرعة ، والتسارع للتركيبة المكافئة ، كما سبق وبينا في الفصل الثالث .

أما إذا كانت الوصلة 4 مدببة عند $P_4$ ، فإنه من الواضح أن التماس يحدث دوماً مع الوصلة 2 عند هذه النقطة من الوصلة 4 ؛ وبالتالي فإن نصف قطر الانحناء $P_4C_4$ يساوي الصفر ، وتكون النقطتان $C_4$ و $P_4$ منطبقتين دوماً ، كما في (الشكل-6-64) ، حيث يمثل الرباعي $O_2C_2P_4O_4$ التركيبة المكافئة في هذه الحالة .



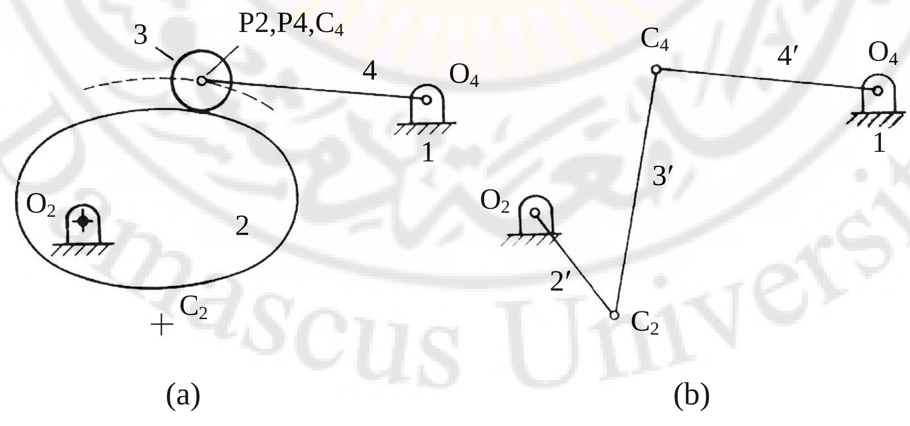

(الشكل-6-64) تمثيل تركيبة آلية ذات تماس مباشر بتركيبة مكافئة رباعية الوصلات .

تعد تركيبات الكامات من أهم أمثلة تركيبات التماس المباشر بين جانبية الكامة ، والتابع التي يمكن تحليلها بسهولة استناداً إلى مفهوم التركيبات المكافئة . يتم ذلك من خلال دراسة حركة التركيبة المكافئة آنيا لتركيبة الكامة - في وضع أو طور معين - باستعمال إحدى الطرائق المذكورة سابقاً في الفصل الثالث .

لتعيين سرعة التابع ، وتسارعه تحليلياً أو تخطيطياً . يفضل بوجه عام إجراء الدراسة تخطيطياً ؛ وبخاصة عند تحليل حركة التركيبات المكافئة لكامات ذات جانبية محددة ، حيث يتم التركيز عادة على خواص حركة التابع عند نقاط بداية الشوط ، ونهايته ، وعند تماس الجانب مع الأنف .

سنقتصر هنا على إعطاء بعض الأمثلة النموذجية التي توضح كيفية تحديد عناصر التركيبة المكافئة ، وأوضاعها النسبية .

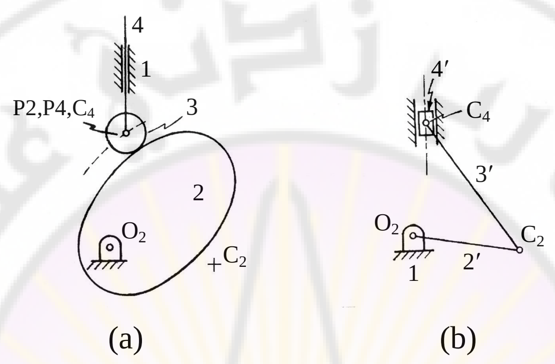
تبين التركيبة a في (الشكل-6-65) حالة كامة ذات تابع دحروجي مهتز ، حيث يمثل المنحني المتقطع المار من مركز الدحروج مسار هذا المركز بالنسبة للكامة 2 ؛ أي منحني الخطوة . إن مركز انحناء هذا المسار في هذه اللحظة هو $C_2$ ، بينما ينطبق مركز الانحناء $C_4$ على مركز الدحروج . ينتج من ذلك أن التركيبة المكافئة لهذه الحالة هي التركيبة المبينة في b في (الشكل-6-65) .




التركيبة المكافئة لتركيبة كامة ذات تابع دحروجي مهتز .

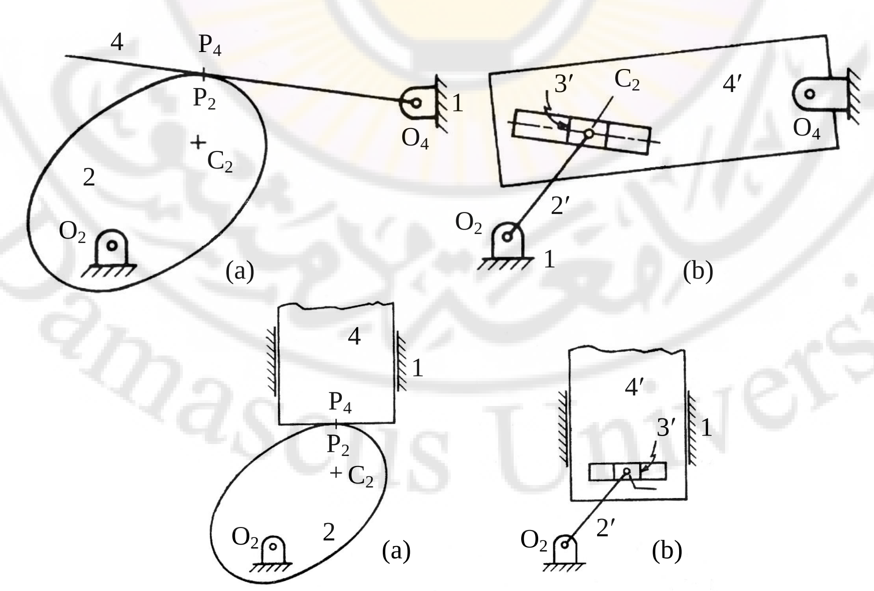
(الشكل-6-65)

أما في حالة تابع دحروجي ترددي ، كما في الرسم a من (الشكل-6-66) ، فإن حركة الوصلة 4 هي انزلاقية ، وبالتالي فإن المركز $O_4$ في التركيبة المكافئة يقع في اللانهاية ، وتتحول الى تركيبة منزلقة ، ومرفق ، كما في الرسم b من (الشكل-6-66) ، حيث النقطة $C_2$ هي مركز انحناء مسار مركز الدحروج بالنسبة للكامة .



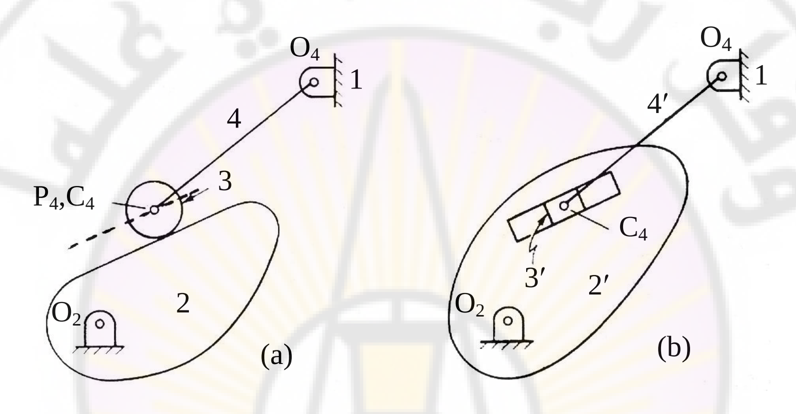

(الشكل-6-66) التركيبة المكافئة لتركيبة كامة ذات تابع دحروجي ترددي .

كذلك الأمر بالنسبة لحالة تابع مسطح ، حيث تكافئ الوصلة القارنة 3′ حركة منزلقة ؛ لأن نقطة التماس $P_4$ تتحرك دوماً على سطح مركز انحنائه في اللانهاية ، كما هو واضح في تركيبات (الشكل-6-67) .




(الشكل-6-67) تركيبات مكافئة لتركيبة كامة ذات تابع مسطح .

وحالة أخرى جديرة بالاهتمام هي حالة تابع دحروجي يتحرك على كامة ، حيث يكون جزء من جانبيها خطاً مستقيماً ، كما في (الشكل-6-68) ، ينتج من ذلك أن مسار مركز الدحروج خلال الحركة على الجزء المستقيم ، هو الخط المستقيم المتقطع في الرسم a من (الشكل-6-68) الذي يمثل في التركيبة المكافئة b من (الشكل-6-68) بمنزلقة ، لأن مركز انحنائه في اللانهاية . تعد الكامة المماسية التي سبقت دراستها في الفقرة (6-11-1) مثالاً نموذجياً لهذه الحالة .




التركيبة المكافئة لتركيبة كامة جزء من جانبيها خط مستقيم مع تابع دحروجي .

(الشكل-6-68)

يجب الانتباه عند تطبيق مفهوم التركيبة المكافئة إلى ضرورة تحديد عناصر هذه التركيبة ، وأوضاعها النسبية آنياً ، عند كل وضع من أوضاع التركيبة الأصلية ؛ بسبب تغير العلاقة النسبية بين هذه العناصر تبعاً لشكل جانبية الكامة .

لا بد من الإشارة أخيراً إلى أن الانتشار الواسع في استخدام الكامات ، يجعل من الصعب حصر أنواعها ، وأشكالها المختلفة ؛ نظراً لتطبيقاتها المتباينة ، وإمكاناتها الوظيفية المتعددة ؛ لذا فقد اكتفينا في هذا الفصل بإعطاء المفاهيم الأساسية التي تشكل القاعدة المشتركة لتصميم الكامات ، وتحليلها بشكل عام من دون التطرق إلى السمات الخاصة بتطبيقات معينة يمكن تحديدها من المراجع الخاصة بهذه التطبيقات .

## مسائل غير محلولة *Problems*

**م-6-1**

تدور كامة قرصية بسرعة ثابتة 400 r.p.m لتحرك تابعاً حركة ترددية مسافة 40 mm .

والمطلوب رسم مخططات الحركة وتعيين القيم العظمى لسرعة التابع وتسارعه في الحالات الآتية:

| | | **زاوية دوران الكامة** |
|---|---|---|
| **الحالة آ** | | |
| - الحركة خلال شوط الرفع: | تسارع ثابت | $60^o$ |
| | سرعة ثابتة | $60^o$ |
| | تباطؤ ثابت | $60^o$ |
| - فترة سكون | ----- | $30^o$ |
| - الحركة خلال شوط الخفض: | تسارع ثابت | $30^o$ |
| | سرعة ثابتة | $90^o$ |
| | تباطؤ ثابت | $30^o$ |
| **الحالة ب** | | |
| - الحركة خلال شوط الرفع: | توافقية بسيطة | $180^o$ |
| - فترة سكون | --------- | $60^o$ |
| - الحركة خلال شوط الخفض: | توافقية بسيطة | $120^o$ |
| **الحالة ج** | | |
| - الحركة خلال شوط الرفع | دويرية | $180^o$ |
| - الحركة خلال شوط الخفض | دويرية | $120^o$ |
| - فترة سكون | ---- | $60^o$ |

**م-6-2**

حدد تخطيطياً جانبية الكامة التي تحقق لتابع دحروجي ترددي مجنب الحركة المطلوبة في الحالة ( آ ) من (م-6-1) . علماً أن الكامة تدور باتجاه عكس دوران عقارب الساعة ، ونصف دائرتها الأساسية 40 mm ، بينما نصف قطر الدحروج هو 10 mm ومقدار حيد محور التابع هو 25 mm إلى يمين محور عمود الدوران ، ومن ثم عين تخطيطياً القيمة العظمى لزاوية الضغط $\Phi_{max.}$ .

*

**م-6-3**

حدد تخطيطياً جانبية الكامة التي تحقق لتابع مسطح ترددي قطري الحركة المطلوبة في الحالة (ب) من (م-6-1) ، علماً أن الكامة تدور باتجاه عقارب الساعة ، ونصف قطر دائرتها الأساسية 50 mm . ومن ثم عين الانحراف الأعظمي $h_{max.}$ لنقطة التماس عن محور التابع .

*

**م-6-4**

تدور كامة قرصية باتجاه دوران عقارب الساعة لتحرك تابعاً مسطحاً متأرجحاً بإزاحة زاوية كلية $20^o$ . يبين الجدول التالي تغيرات إزاحة التابع بالنسبة لزوايا دوران الكامة:

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| زاوية الكامة | $0^o$ | $30^o$ | $60^o$ | $90^o$ | $120^o$ | $150^o$ | $180^o$ |
| إزاحة التابع | 0 | 1.5 | 5.5 | 10 | 14.5 | 18.5 | 20 |
| زاوية الكامة | | $210^o$ | $240^o$ | $270^o$ | $300^o$ | $330^o$ | $360^o$ |
| إزاحة التابع | | 18.5 | 14.5 | 10 | 5.5 | 1.5 | 0 |

فإذا كان نصف قطر الدائرة الأساسية هو 40 mm ، وأن البعد بين محور ارتكاز التابع ، ومركز عمود الدوران O هو 90 mm . المطلوب تحديد جانبية الكامة استناداً إلى الشكل (6-18) المبين سابقاً في الفقرة (6-7-7) ، حيث:

$$r = 15 \text{ mm} \qquad , \qquad R = 80 \text{ mm}$$

**م-6-5**

تحرك كامة قرصية تابعاً مسطحاً ترددياً قطرياً بحركة توافقية بسيطة خلال كل من شوطي الذهاب والعودة .

فإذا كانت الكامة تدور $180^o$ خلال شوط الذهاب ، وكذلك الأمر بالنسبة لشوط العودة من دون فترات سكون ، والإزاحة الكلية للتابع هي 50 mm ، وكان أصغر نصف قطر لجانبية الكامة هو 25 mm . المطلوب:

1. تعيين معادلة منحني جانبية الكامة .
2. تحديد الانحراف الأعظمي لنقطة التماس عن محور التابع .

*

**م-6-6**

يتحرك تابع دحروجي ترددي قطري مسافة كلية قدرها 16 mm بحركة دويرية خلال دوران الكامة بزاوية $30^o$ . المطلوب:

1. إذا كان أصغر قطر لمنحني الخطوة ($R_0$ = 40 mm) ، عين القيمة العظمى لزاوية الضغط $\Phi_{max.}$ .
2. إذا كان نصف قطر الدحروج 10 mm ، اقترح طريقة لتخفيض قيمة $\Phi_{max.}$ من دون اللجوء إلى زيادة $R_0$ . ، ومن ثم ناقش إمكانية حدوث رأس مدبب لجانبية الكامة في كلتا الحالتين ؛ أي قبل تخفيض $\Phi_{max.}$ ، وبعده ، وذلك استناداً إلى المخططات المبينة في الفقرة (6-10-2) .

*

**م-6-7**

تحرك كامة مماسية تابعاً دحروجياً ترددياً قطرياً . حيث إن نصف قطر الدائرة الأساسية 25 mm ، وزاوية العمل الكلية $120^o$ . كما أن نصف قطر الدحروج 10 mm ، وشوط التابع 10 mm .

فإذا دارت الكامة بسرعة 240 r.p.m ، فالمطلوب:

1. تحديد نصف قطر أنف الكامة ، وزاوية الحركة على الجانب المستقيم للكامة .
2. تعيين القيمة العظمى لكل من سرعة التابع ، وتسارعه وتباطئه خلال دورة عمل كاملة .

**م-6-8**

تحرك كامة قرصية مكونة من أقواس دائرية متماسة فيما بينها تابعاً مسطحاً ترددياً قطرياً ، حيث إن نصف قطر دائرتها الأساسية 15 mm ، وزاوية عملها الكلية $150^o$ ، كما أن شوط التابع 6 mm ، وفترة تسارعه خلال شوط الرفع تساوي نصف فترة تباطئه .

فإذا دارت الكامة بسرعة 1250 r.p.m . المطلوب:

1.تحديد نصف قطر كل من دائرة الأنف والجانب .

2.تعيين القيمة العظمى لكل من تسارع التابع ، وتباطئه خلال شوط الرفع .

*

**م-6-9**

يستعمل تابع مسطح ترددي قطري ، وكامة مكونة من أقواس دائرية متماسة فيما بينها في ضبط توقيت صمام السحب لمحرك بنزين رباعي الشوط . بينت الدراسة الحرارية للمحرك ضرورة البدء بفتح الصمام عندما يكون الوضع الزاوي للمرفق متقدماً بزاوية $15^o$ قبل النقطة الميتة الداخلية ، بينما يجب إغلاق الصمام عندما يكون المرفق قد دار بزاوية $45^o$ بعد وضع النقطة الميتة الخارجية .

فإذا كان نصف قطر الدائرة الأساسية للكامة 25 mm ، وشوط رفع التابع 10 mm ، ونصف قطر دائرة أنف الكامة 2.5 mm ، وكانت سرعة دوران عمود المرفق 4000 r.p.m . المطلوب:

1.تحديد جانبية الكامة ، ورسمها بمقياس مناسب .

2.تعيين القيمة العظمى لكل من سرعة التابع ، وتسارعه .

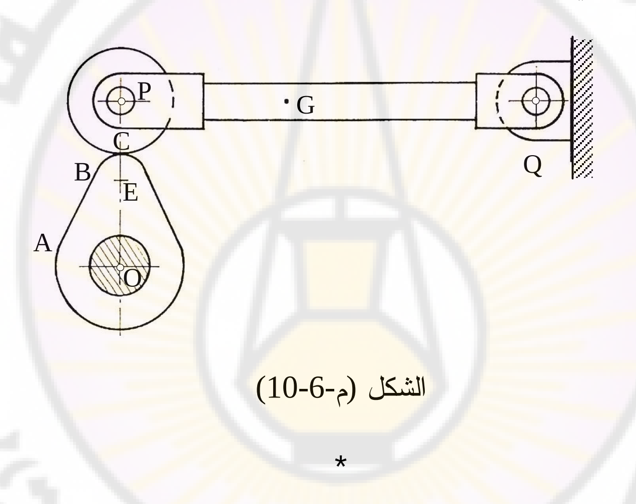
*

**م-6-10**

يبين الشكل (م-6-10) كامة مماسية حيث الدائرة الأساسية مركزها O ، ونصف قطرها 25 mm ، ودائرة الأنف مركزها E ، ونصف قطرها 10 mm ، والبعد بين المركزين 30 mm ، وتدور بسرعة ثابتة حول محور مار من O لتحرك تابعاً دحروجياً نصف قطره 20 mm بحركة اهتزازية حول المسند Q .

فإذا كان طول الذراع (PQ = 160 mm) ، ومركز ثقله G يبعد عن Q مقدار (GQ = 100 mm) ، ونصف قطر عطالته حول G يساوي 60 mm ، ويتحرك حول وضعه الأفقي بزاويتين متساويتين ، ويستند إلى الكامة بتأثير وزنه فقط . المطلوب باعتبار مسار نقطة الأثر P خطأً مستقيماً شاقولياً ماراً من O ، الآتي:

1. تحديد زاوية عمل الكامة ، وزاوية الحركة على الجانب المستقيم للكامة .
2. تعيين قيمة سرعة الدوران العظمى للكامة التي يبقى عندها الدحروج ملامساً للكامة .
3. حساب قيمة التسارع الزاوي للذراع PQ الموافقة لسرعة الدوران المعينة أعلاه ، وذلك عند نقطتي بدء الجانب المستقيم للكامة ، ونهايته .




الشكل (م-6-10)

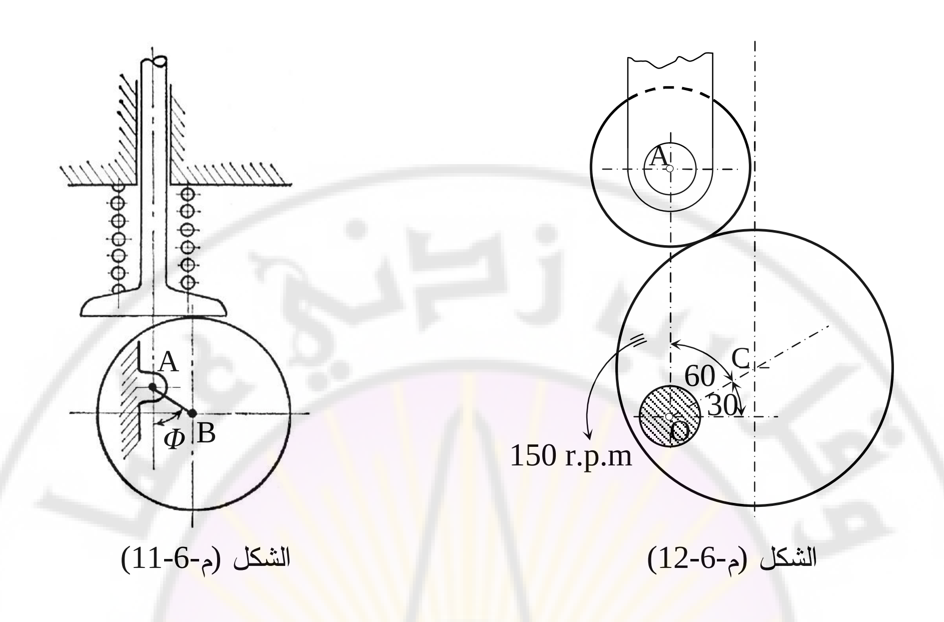
*

**م-6-11**

يبين الشكل (م-6-11) كامة دائرية ذات تابع مسطح ترددي يمر محوره من محور عمود الدوران A الذي يبعد عن مركز الدائرة B بمقدار الاختلاف المركزي 25 mm ، أما قطر الدائرة ، فهو 125 mm ، وكتلة التابع 5 kg ، وعامل صلابة النابض 8.5 kN/m ، وقوة الانضغاط الابتدائي 50 N عندما يكون التابع في أخفض وضع له .

فإذا دارت الكامة بسرعة زاوية ثابتة . المطلوب:

1. تعيين العزم اللازم تطبيقه على عمود دوران الكامة عند الزاوية ($\Phi = 60^o$) ؛ للتغلب على عطالة التابع ، وقوة النابض ، والجاذبية عندما تدور الكامة بسرعة 500 r.p.m .
2. ما أعظم سرعة دوران ممكنة بحيث لا يفقد التماس بين الكامة ، والتابع .




الشكل (م-6-11)

الشكل (م-6-12)

*

**م-6-12**

يبين الشكل (م-6-12) كامة دائرية ذات تابع دحروجي قطري يمر محوره من مركز الدوران O ، حيث إن قطر الكامة 76 mm ، ومركزها C ، وقطر الدحروج 44 mm ، والاختلاف المركزي (OC = 25 mm) .

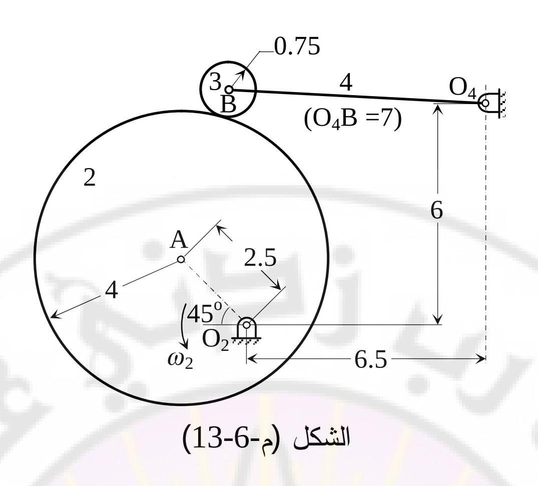
فإذا دارت الكامة بسرعة 150 r.p.m بالاتجاه المبين في الشكل . المطلوب عند هذا الوضع تعيين سرعة التابع ، وتسارعه بأية طريقة مناسبة .

*

**م-6-13**

يبين الشكل (م-6-13) كامة دائرية مركزها الهندسي A ، وتدور حول $O_2$ بسرعة ثابتة 400 r p m باتجاه عكس دوران عقارب الساعة ، لتحرك تابعاً دحروجياً متأرجحاً حول $O_4$ .

المطلوب تعيين السرعة الزاوية ، والتسارع الزاوي للتابع ؛ أي الوصلة 4 ، علماً أن الأبعاد بالسنتمتر .




الشكل (م-6-13)

*

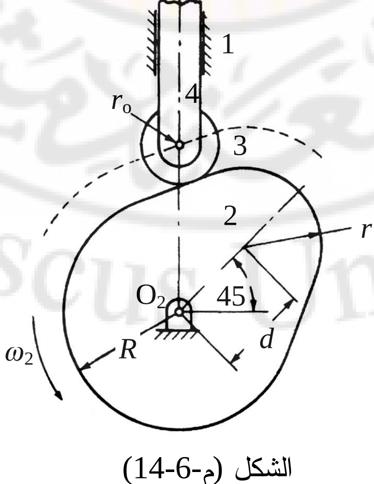
**م-6-14**

يبين الشكل (م-6-14) كامة مماسية ، وتابعاً دحروجياً ترددياً قطرياً ، حيث إن:

$$r = 20 \text{ mm} \quad , \quad R = 30 \text{ mm} \quad , \quad r_o = 10 \text{ mm} \quad , \quad d = 23 \text{ mm}$$

فإذا دارت الكامة بسرعة ثابتة ($\omega_2 = 15$ rad/sec) باتجاه عكس دوران عقارب الساعة . المطلوب بعد أن تدور زاوية $\theta$ من أخفض وضع للتابع ، الآتي:

1. رسم الكامة في الوضع المبين في الشكل (م-6-14) بمقياس مناسب .
2. حساب زاوية عمل الكامة ؛ وبالتالي تحديد $\theta$ .
3. تعيين قيمة سرعة التابع ، وتسارعه واتجاههما عند الوضع المبين في الشكل ، تحليلياً وتخطيطياً .




الشكل (م-6-14)

**م-6-15**

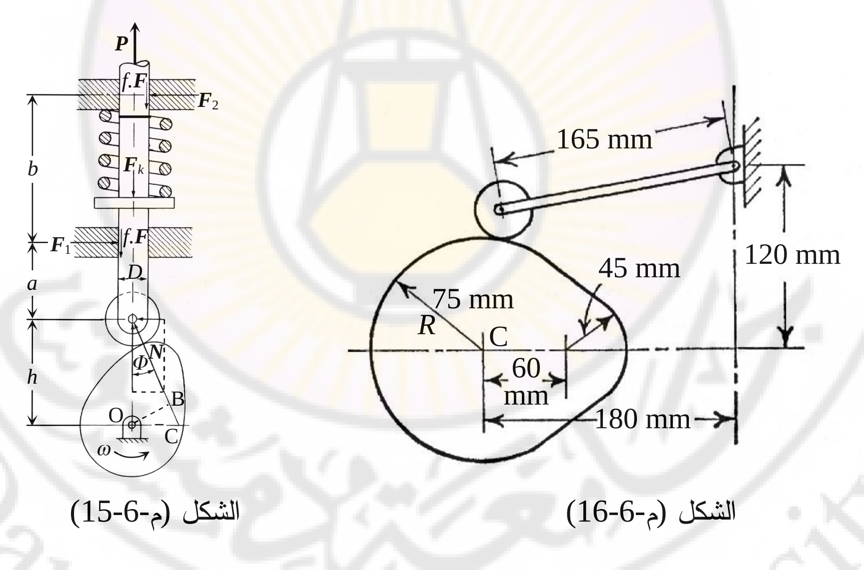
إذا كان لدينا استناداً إلى رموز الشكل (م-6-15):

$$P = 25 \text{ N} \quad , \quad W = 10 \text{ N} \quad , \quad f = 0.1$$

$$a = 28 \text{ mm} \quad , \quad b = 50 \text{ mm} \quad , \quad D = 10 \text{ mm}$$

وكان عامل صلابة النابض المستعمل هو 3.5 kN/m ، وقوة الانضغاط الابتدائي فيه عند أخفض وضع للتابع هو 20 N . المطلوب باستعمال معطيات التمرين السابق (م-6-14) ، وللوضع المبين في الشكل:

1. تعيين قيمة زاوية الضغط $\Phi$ ، ومن ثم تحديد قيمة القوة الناظمية المؤثرة من الكامة في التابع .
2. تعيين قيمة العزم اللازم لتدوير الكامة .
3. حساب القيمة الحدية $\Phi_m$ لزاوية الضغط .




الشكل (م-6-15)

الشكل (م-6-16)

**م-6-16**

تدور كامة مماسية بسرعة ثابتة 400 r.p.m عكس اتجاه دوران عقارب الساعة حول المركز C ؛ لتحرك تابعاً دجروجياً متأرجحاً ، كما يبين (الشكل-6-16) .

فإذا كان قطر الدحروج 45 mm . المطلوب عند الوضع الذي تكون فيه الكامة قد دارت زاوية $100^o$ من الوضع المبين في الشكل . تعيين السرعة الزاوية ، والتسارع الزاوي للذراع المتأرجح تخطيطاً ، أو بأية طريقة أخرى .

# الفصل السابع

## المســـــننات Gears

من المعتقد أن المسننات كانت مستعملة منذ حوالي 350 قبل الميلاد ، وأن ستيسيبيوس (*Ctesibius*) استخدم منذ حوالي 150 قبل الميلاد المسننات المتعامدة (*Spur and Bevel Gears*) في الساعات المائية التي كان يصنعها ، وتوجد على العمود المسمى (*Trojan Column*) في روما بإيطاليا والمنصوب عام 114 قبل الميلاد نقوش للمسننات ، كما تحتوي رسومات الرسام الإيطالي ليوناردو دافنشي (*Leonardo Da Vinci*) أنواع من المسننات العدلة (*Spur*) ، والدودية (*Worm*) ، والمخروطية (*Bevel*) ، وكانت تلك المسننات القديمة جميعها من النوع الوتدي (*Cog Wheel*) ، ولا تزال هذه الأنواع البدائية مستعملة في دواليب الماء في بعض قرى سورية .

في عام 1674 أُعلنت أول نظرية لشكل المسننات الصحيح كتبها عالم فلكي دانمركي ، شرح فيها المسننات السيكلويدية ، وفي عام 1695 اقترح مهندس فرنسي نظرية استعمال المسننات الإنفلوتية (*Involutes*) ، وفي عام 1696 طبع كتاب بعنوان القدرة الميكانيكية (*Mechanic Powers*) لمؤلفين بريطانيين أوردا فيه نظرية المسننات ، بحيث يتدحرج المسننان على بعضهما من دون انزلاق أو احتكاك ، وقد بقيت هذه النظريات من دون تطبيق ، ومن دون فائدة إلى الوقت الذي أصبح فيه من الممكن صنع المسننات بدقة ، بحيث تنطبق أشكالها على النظريات المذكورة . ففي عام 1864 اخترعت أول آلة قاطعة للمسننات ألا وهي الفريزة (*Milling Cutter*) ، وتوالت بعد ذلك اختراعات آلات صنع المسننات ، وبعد عام 1884 أصبحت المسننات تصنع بالدقة المطلوبة ، وبالأشكال الصحيحة .

إن بحث المسننات طويل وواسع ، وهناك كتب خاصة تبحث في نظرياتها ، وتصميمها ، وطرق صنعها ، وهدفنا من هذا الفصل هو أن نقدم المبادئ الأساسية لنظريات المسننات ، وأسس تحليلها وإنشائها ، وتوضيح التحليل الحركي والديناميكي لمجموعات المسننات الأكثر استعمالاً في التطبيقات العملية ، وأن نشير إلى بعض النواحي العملية التي يجب أن نأخذها بالحسبان إذا أردنا تنفيذ تصميم معين .

## 7-1- مقدمة *Introduction*

نسمي آلية إدارة أو قيادة كل تركيبة بسيطة أو مركبة معدة لنقل القدرة من المحرك ؛ أي العمود القائد (*Driver*) إلى الآلة أي العمود المقود (*Follower*) عندما يكون العمودان غير متسامتين . يصاحب عملية النقل هذه عادة تغير في السرعات ، القوى ، والعزوم ، وأحياناً تغير في طبيعة قانون الحركة .

تعود ضرورة استخدام آليات الإدارة إلى عدة أسباب ، أهمها:

1. اختلاف السرعة أو السرعات المطلوبة للآلة عن سرعة المحرك ؛ بخاصة في حالة محرك ذي سرعة قياسية ثابتة .
2. حاجة الآلة خلال بعض فترات أدائها إلى عزوم كبيرة ، بالمقارنة مع العزم الناتج من المحرك ، مثال ذلك إقلاع بعض الآلات .
3. استخدام محرك واحد في تشغيل تركيبات عدة ، أو آلات ذات سرعات مختلفة .
4. تحرك الآلة أو أجزاء منها بحركة مستقيمة متغيرة السرعة أو متقطعة ، بينما يدور المحرك بسرعة ثابتة .

يمكن تحقيق المتطلبات المذكورة أعلاه باستعمال آليات إدارة ميكانيكية بحتة ، إلا أن التطور العلمي الحديث قد أدى إلى توسيع مجال تطبيقات هذه الآليات وإلى تحسين أدائها ، بإدخال وسائل نقل مساعدة كهربائية ، وهيدروليكية أو هوائية في تصميمها .

تقسم آليات الإدارة الميكانيكية وفق نمط الحركة من المحرك ، إلى نوعين رئيسين:

1. آليات إدارة بالاحتكاك

يتم نقل القدرة في آليات الإدارة بالاحتكاك إما بالتماس المباشر بين قرصي احتكاك ، أو عبر وصلات مرنة كالسيور أو الحبال .

2. آليات إدارة بالتعشيق

يتم نقل القدرة في آليات الإدارة بالتعشيق إما بالتماس المباشر كالمسننات ، أو عبر وصلات مرنة كالجنازير أو السيور البلاستيكية المسننة .

تعرف المسننات بأنها أجزاء الآلات التي تنقل الحركة ، والعزم بواسطة تتابع تشابك الأسنان ، وُتعدّ من العناصر الرئيسة في أنظمة نقل الحركة ، والقدرة في معظم الآلات ، كما ُتعدّ من أكثر آليات الإدارة استخداماً في مختلف التطبيقات الهندسية ؛ إذ إنها تمتاز عن بقية الآليات الميكانيكية في عدة نواح ، أهمها:

1. الحفاظ على نسبة نقل ثابتة .
2. إمكان نقل قدرات كبيرة لا يمكن عملياً نقلها بوساطة آليات الإدارة الأخرى .
3. إمكان استخدامها في تحقيق نسب نقل عالية في مرحلة واحدة ، تصل في المسننات الدودية إلى أضعاف ما يمكن تحقيقه في الآليات الأخرى .
4. ارتفاع مردود النقل الذي يصل أحياناً إلى 99% .
5. صغر الحيز الذي تشغله ، وسهولة صيانتها .
6. عدم تأثرها بدرجة الحرارة المحيطة ؛ بخاصة عند مقارنتها بآليات الإدارة بالاحتكاك .
7. سهولة تصميمها لتحقيق حركة مستقيمة .
8. إمكان تصميمها لسرعات محيطية عالية نسبياً ، تزيد على 60 m/sec في المسننات الحلزونية ؛ إذ إن دقة التصنيع الممكن تحقيقها هي فقط التي تحد من قيم هذه السرعات ، بينما تؤثر هذه القيم في آليات الإدارة بالسيور ، والجنازير في القوى النابذة ؛ مما يؤدي إلى تخفيض فعالية أدائها .

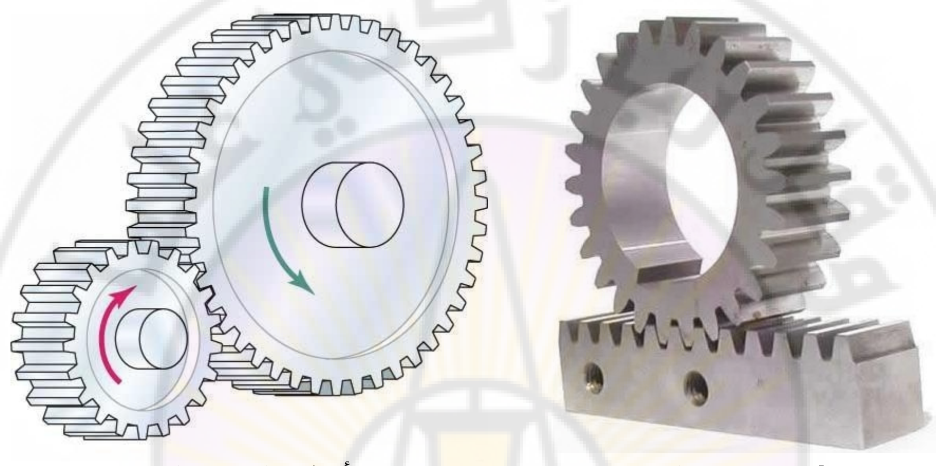
إن صعوبة تصنيع المسننات ، والدقة العالية التي تتطلبها في عملية قطع الأسنان تحدان أحياناً من استخدامها ؛ إضافة إلى عدم ملائمتها في نقل القدرة بين عمودين ، حيث البعد بين محوريهما كبير نسبياً ؛ إذ يفضل اللجوء عندئذ إلى النقل بالسيور ، والجنازير .

## 2-7- تصنيف المسننات *Classification of Gears*

يمكن تصنيف المسننات وفق عدة أسس ، منها: الوضع النسبي لمحوري العمودين ، والحركة النسبية بين العمودين ، أو شكل المنحني الرياضي المحدد لجانبية السن ، إلا أنه يفضل عادة تصنيفها في أربعة أشكال رئيسة: عدلة ، وحلزونية ، ومخروطية ، ودودية .

## 7-2-1- المسننات العدلة *Spur Gears*

هي مسننات أسطوانية الشكل تصل بين عمودين متوازيين (*Parallel Axes*) ، لهـا أسنان مستقيمة توازي محوري العمودين كما هو مبين في الرسم a في (الشكل-7-1) ؛ لذا تدعى أيضاً بالمسننات الأسطوانية المستقيمة .



a- مسننات أسطوانية مستقيمة. b- جريدة مسننة.

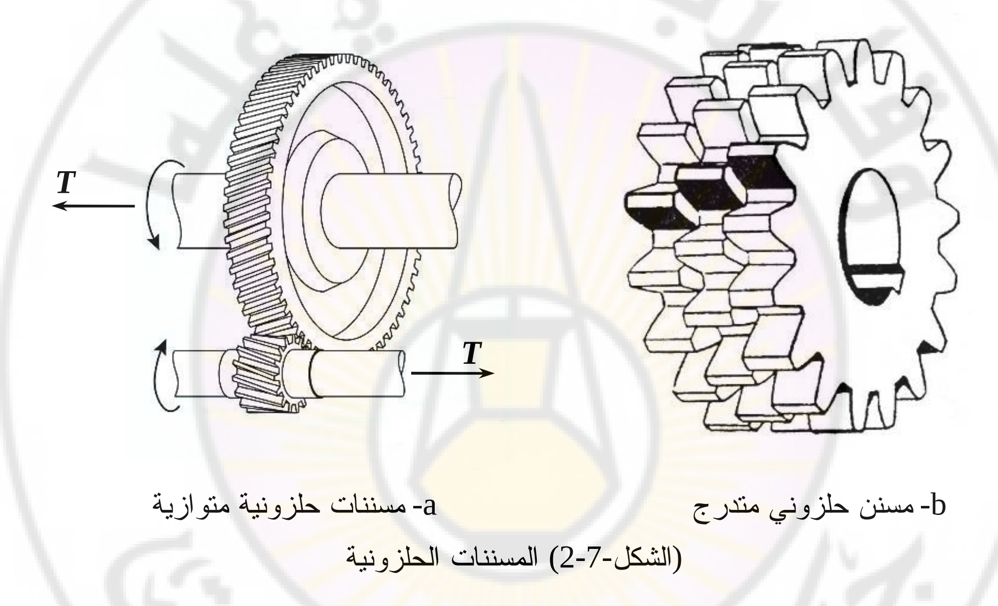
(الشكل-7-1) المسننات العدلة .

يتم التعشيق بين الأسنان المستقيمة على السطح الخـارجي لكـل مـن المسـننين ؛ وبالتالي يدور أحد العمودين باتجاه يعاكس دوران العمود الآخر . أما إذا كانت أسنان المسنن الكبير داخلية ، فإن التعشيق عندئذ يكون داخلياً ، ويدور العمودان باتجـاه واحـد . يسـمى المسنن الصغير عادة بـ ترس . وإذا استعيض عن المسنن الكبير بجريدة مسننة ، كما هـو مبين في الرسم b في (الشكل-7-1) ، فإنه تتولد عندئذ من دوران الترس حركة مستقيمة . تمتاز المسننات العدلة بسهولة تصنيعها ، وعدم توليدها قوى دفع محورية ، إلا أنها تحـدث مستوى ضجيج مرتفع ، يحد من استخدامها في حالة السرعات العالية .

## 7-2-2- المسننات الحلزونية *Helical Gears*

تصل المسننات الحلزونية المتوازية بين عمودين متوازيين (*Parallel Axes*) ، لها أسنان مائلة على محوري العمودين ، بحيث يشكل كل سن جزءاً من حلزون أسطواني ، كما هو مبين في الرسم a في (الشكل-7-2) .

يلاحظ من المسنن المتدرج المبين في الرسم b في (الشكل-7-2) ، أنه يمكن افتراض المسنن الحلزوني مكافئاً لمسنن متدرج ، مكوناً من عدد لا نهائي من مسننات عدلة متماثلة ضيقة جداً ، حيث تثبت هذه المسننات بجوار بعضها بعضاً ، بشكل يتقدم فيه كل مسنن بالنسبة إلى المسنن المجاور بمسافة ثابتة ، تحدد من نسبة الخطوة الدائرية إلى عدد أسنان المسنن . كما يحدد اتجاه الحلزون بالقاعدة المطبقة نفسها في اللولب ؛ أي: إن حلزون الترس المبين في الرسم a في (الشكل-7-2) هو يميني ، بينما حلزون المسنن الكبير يساري .

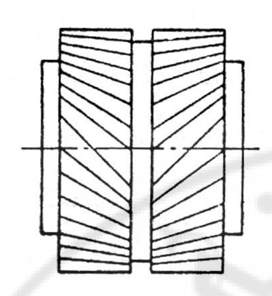


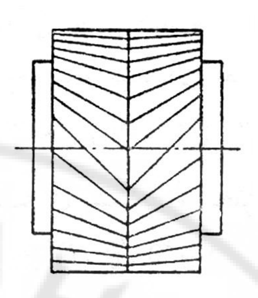

b- مسنن حلزوني متدرج                    a- مسننات حلزونية متوازية

(الشكل-7-2) المسننات الحلزونية

من الواضح أن تعشيق هذه المسننات يتم بشكل تدريجي ، فعوضاً من أن تتلامس الأسنان على كامل عرض السن ، كما في المسننات العدلة ، فإن التلامس يبدأ عند حافة السن ، ومن ثم يتدرج على عرض السن . يؤدي ذلك إلى تخفيض أحمال الصدم ؛ وبالتالي إمكان استخدام هذه المسننات لسرعات دوران عالية جداً ، لكن يجب تصنيعها بشكل دقيق للغاية ؛ منعاً لحدوث مستوى ضجيج غير مقبول .

ينتج من المسنن الحلزوني المفرد دفع محوري T ، كما هو مبين في الرسم a في (الشكل-7-2) ؛ لذا يجب تصميم محامل عمود الدوران بحيث يمكنها تحمل هذا الدفع . أما في المسنن الحلزوني المزدوج المبين في (الشكل-7-3) ، فإن محصلة الدفع المحوري على عمود الدوران تنعدم ؛ بسبب تعاكس القوى المحورية الناشئة في كل نصف منه مع النصف الآخر .





b- مسنن حلزوني مزدوج من دون فراغ بينهما.   a- مسنن حلزوني مزدوج مع فراغ بينهما.

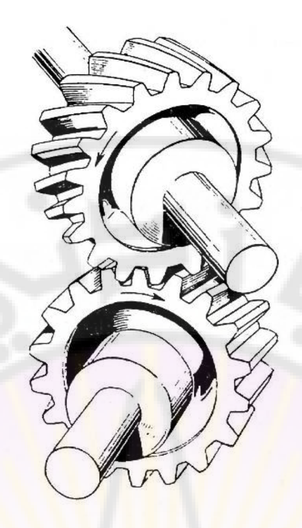
(الشكل-7-3) المسننات الحلزونية المزدوجة .

يكافئ المسنن الحلزوني المزدوج مسننين مفردين ، أحدهما يميني الاتجاه والآخر يساري ، موضوعين بجوار بعضهما ، يؤدي توازن القوى المحورية في هذه المسننات إلى إمكان زيادة زاوية الحلزون ؛ مما يحقق تعشيقاً أهدأ ، وأسلس مما في حالة المسنن المفرد ؛ وبالتالي زيادة في التحميل والمتانة .

يمكن تسهيل عملية تصنيع المسننات المزدوجة بترك فراغ بين نصفي المسنن ، كما هو مبين في الرسم a في (الشكل-7-3) ، أو أن يصنع كل نصف على حدة ، ثم يجمعان مع بعضهما بعضاً . كما يمكن تصنيع هذا النوع مباشرة باستخدام آلات خاصة لينتج الشكل المبين في الرسم b في (الشكل-7-3) .

إذا كان العمودان غير متوازيين ولا متقاطعين بل متخالفين ؛ أي لا يقعان في مستو واحد ، فإنه يمكن نقل القدرة بينهما بوساطة مسننات حلزونية متصالبة (*Crossed Helical Gears*) ، أو ما يسمى أحياناً مسننات حلزونية لولبية (*Spiral Helical Gears*) ، كما هو مبين في (الشكل-7-4) .

يختلف مبدأ التعشيق في هذا النوع عنه في المسننات الحلزونية المتوازية ؛ إذ يحدث التلامس هنا عند نقطة ؛ مما يؤدي إلى انزلاق بين الأسنان يحد من القدرة التي يمكن نقلها ، ومن السرعات المسموح بها . يمكن في المسننات الحلزونية المتصالبة أن يكون حلزوناً كل من المسننين بالاتجاه نفسه أو باتجاهين متعاكسين ، كما أنه ليس من الضروري أن يكون لهما زاوية الحلزون نفسه . تستخدم هذه المسننات عادة في نقل الحركة إلى مضخة الزيت ، والموزع في محركات الاحتراق الداخلي ، وفي آليات تغذية الحركة في آلات التشغيل .



(الشكل-7-4) المسننات الحلزونية اللولبية .

## 7-2-3- المسننات المخروطية *Bevel Gears*

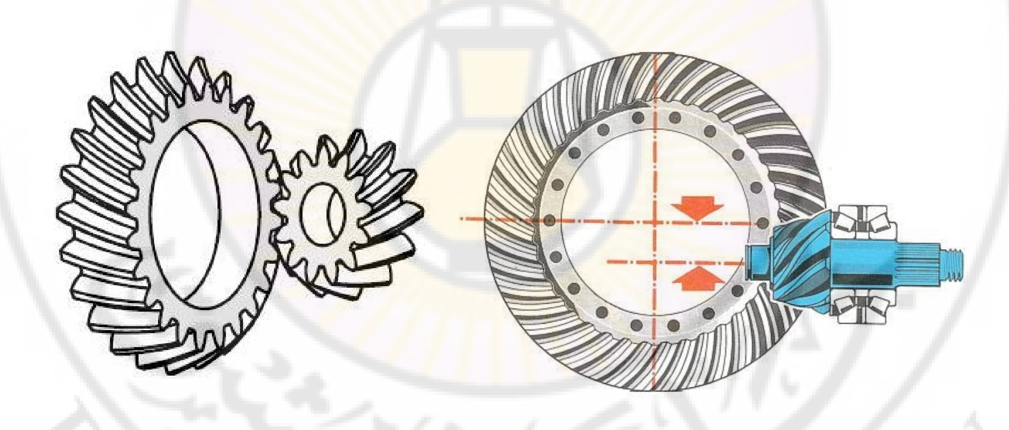
تستخدم المسننات المخروطية في نقل القدرة بين عمودين يتقاطع محوراهما (*Intersecting Axes*) . يبين (الشكل-7-5) مسننين مخروطيين مستقيمين ، حيث تستدق أسنانهما ليلتقي امتدادهما عند نقطة تقاطع محوري العمودين التي تسمى الذروة (*Apex*) .



(الشكل-7-5) المسننات المخروطية المستقيمة .

تتولد في هذا النوع من المسننات قوى محورية متجهة من الذروة ؛ لذا يجب تصنيعها بدقة بالغة لضمان توزع الحمل على الأسنان توزعاً صحيحاً . تستخدم هذه المسننات عادة لأحمال ، وسرعات متوسطة . يمكن أن يكون التعشيق خارجياً عند كون زاوية التقاطع بين محوري العمودين أقل من $90^o$ ، وداخلياً لزوايا أكبر من $90^o$ ، وعندما يتساوى المسننان ، ويتقاطع المحوران بزاوية $90^o$ ، فإن نسبة النقل تكون 1 : 1 ، وتسمى عندئذ مسننات مخروطية مشطوبة (*Mitre Bevel Gears*) .

يمكن تحسين أداء هذه المسننات من حيث سلاسة التعشيق ، وهدوء التشغيل ، وزيادة التحميل والسرعات ، بجعل الأسنان منحنية ؛ مما ينشأ عنه مسننات مخروطية لولبية (*Spiral Bevel Gears*) المبينة في الرسم a في (الشكل-7-6) . يقارن هذا النوع مع المسننات المخروطية المستقيمة بالمفهوم نفسه الذي قورنت به المسننات الحلزونية المتوازية مع المسننات العدلة . تستخدم هذه المسننات بشكل واسع في الجهاز التفاضلي للسيارات .



a- مسننات مخروطية لولبية.　　b- مسننات هيبودية.

(الشكل-7-6) مسننات مخروطية .

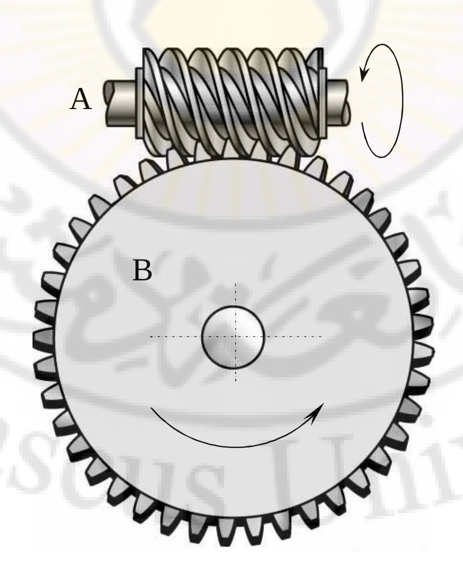
أما إذا كان محورا العمودين غير متقاطعين ، فتستعمل المسننات الهيبودية (*Hypoid Gears*) المبينة في الرسم b في (الشكل-7-6) . يمكن الحفاظ في هذه الحالة على التماس بين الأسنان المتشابكة بجعل شكل السن يقترب من سطح زائد دوراني . يؤدي ذلك إلى ترييس أكبر منه في المسننات اللولبية ، لأنه يمكن تصميم زاوية لولب الترييس ؛ لتكون أكبر من تلك التي هي للمسنن الكبير .

تختلف هذه المسننات عن المسننات اللولبية بحدوث انزلاق بين الأسنان يستوجب تزييتاً قسرياً جيداً ، كما أنه يمكن تصميمها لنسب تخفيض أعلى ، وتعمل بهدوء ، ومتانة أكبر من مسننات لولبية مكافئة من حيث نسبة النقل . يفضل غالباً استخدامها في الجهاز التفاضلي للسيارات ؛ نظراً لأن إمكان إزاحة محور عمود التريس ، يسمح بتخفيض عمود النقل ؛ وبالتالي تخفيض جسم السيارة .

تجدر الإشارة إلى أن المسننات المخروطية كافة تصمم عملياً كأزواج مترافقة ، وهي غير قابلة للتبادل .

### 7-2-4- المسننات الدودية *Worm Gears*

تستعمل هذه المسننات لنقل القدرة بين عمودين غير متوازيين ومحوراهما غير متقاطعين (*Nonparallel and Nonintersecting Axes*) ، ولكن يكونان عادة متعامدين فراغياً مع بعضهما ، كما في (الشكل-7-7) . يكون التريس A على شكل لولب ذي عدد قليل من الأسنان ويسمى الدودة (*Worm*) ، أما المسنن B ، فيسمى الدولاب أو المسنن الدودي (*Worm Gear*) .



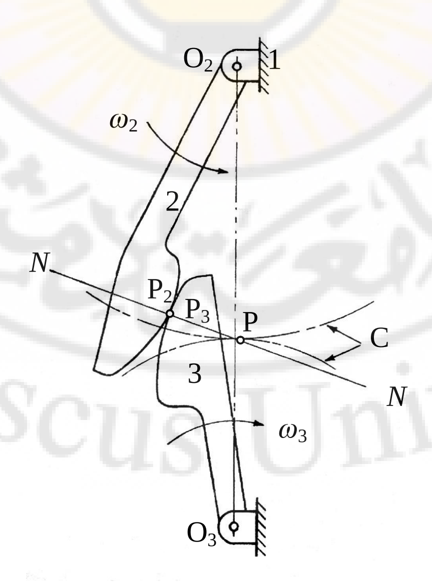

(الشكل-7-7) المسننات الدودية .

تمتاز هذه المسننات بصغر الحيز الذي تشغله ، بهدوء عملها ، وبنسب النقل العالية التي يمكن تحقيقها ، وهي تستخدم غالباً لتخفيض السرعة عندما يكون التريس هو الوصلة القائدة . تصل نسبة التخفيض أحياناً إلى 1 : 500 ، أو أكثر في حال نقل قدرات منخفضة نسبياً ، إلا أن مردودها منخفض بالمقارنة مع بقية أنواع المسننات ، كما أن كلفة تصنيعها مرتفعة .

يصنع المسنن الدودي المقود عادة من البرونز الفسفوري لتقليل معامل الاحتكاك ، والحد من تولد حرارة عالية نسبياً ؛ بسبب سرعات الانزلاق العالية التي تحدث بين الأسنان . كما أنه يصنع عادة بطريقة التوليد ، باستعمال عدة قطع ملولبة تماثل في شكلها الدودة التي ستترافق مع هذا المسنن . ينتج من ذلك تماس خطي بين الأسنان يمكّن من استعمال المسننات الدودية لأحمال أكبر من تلك المسموح بها في حالة المسننات الحلزونية المتصالبة ، حيث التماس نقطي .

### 3-7- القانون الأساسي للمسننات *Fundamental Law of Gearing*

يبين (الشكل-7-8) تركيبة ذات تماس مباشر ، حيث يمثل الخط NN الناظم المشترك لسطحي التماس . يتقاطع هذا الخط مع خط المركزين $O_2O_3$ في النقطة P .




(الشكل-7-8) تركيبة ذات تماس مباشر .

لقد بينا في الفقرة (3-9-3) أن السرعتين الزاويتين للجسمين 2 و 3 اللذين يدوران في مستو واحد ، تتناسبان عكسياً مع الطولين المحددين من تقاطع الناظم المشترك مع الخط الواصل بين المركزين ؛ أي في حالة (الشكل-7-8):

$$\frac{w_3}{w_2} = \frac{O_2P}{O_3P} \qquad (1\text{-}7)$$

وبالتالي إذا كان المطلوب نسبة سرعة ثابتة ، فإن النقطة P يجب أن تبقى ثابتة خلال كامل فترة دوران التركيبة . تكافئ حركة الجسمين 2 و 3 عندئذ حركة تدحرج دائرتين تتماسان عند النقطة P ، وتسمى كل من هاتين الدائرتين C بـ دائرة الخطوة .

ينتج من ذلك أن القانون الأساسي للمسننات الدائرية ، هو:

لكي ينقل زوج من المسننات الدائرية الحركة بين عمودين بنسبة ثابتة لسرعتي دورانهما ، يجب أن يكون شكل سطحي التماس بين المسننين ، بحيث يمر الناظم المشترك لهما من نقطة ثابتة على الخط الواصل بين مركزي المسنن .

يلاحظ من الشكل أن هذه النقطة الثابتة هي P التي تسمى بـ نقطة الخطوة (*Pitch Point*) . كما أننا بينا في الفقرة (3-9-3) أن شرط حدوث حركة تدحرجية صرفة من دون انزلاق ، هو أن تنطبق نقطة تماس السطحين دوماً مع النقطة P .

### 7-4- المصطلحات الأساسية *Principal Terms*

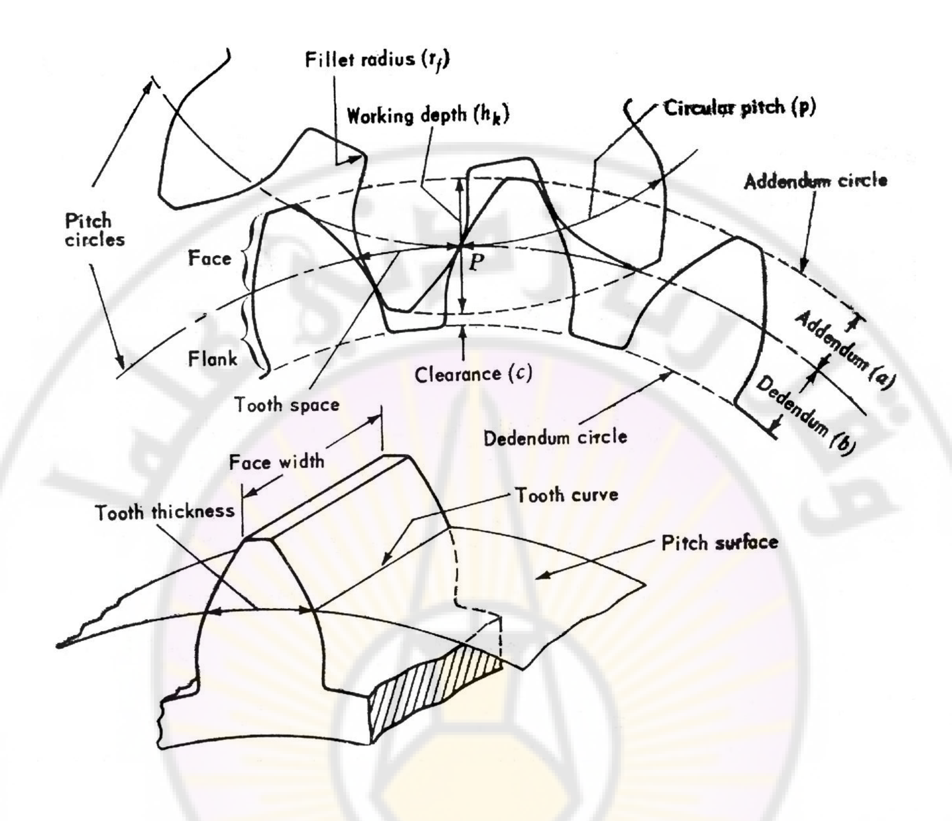
قبل البدء بدراسة نظرية المسننات بالتفصيل ، يجب أن نقوم بتعريف المصطلحات الأساسية المستعملة في هذا المجال . بما أن أغلب عناصر المسننات العدلة هي أساسية للأنواع الأخرى كافة ، فإننا سنورد فيما يلي شرحاً موجزاً لكل منها استناداً إلى (الشكل-7-9) ، أما المصطلحات الخاصة بكل نوع ، فهي سترد لاحقاً عند دراسة كل منها على حدة .

§ الترس *Pinion*

وهو أصغر المسننين المتعشقين الذي فيه عدد أقل من الأسنان .

§ المسنن *Gear*

وهو أكبر المسننين المتعشقين .




(الشكل-7-9) المصطلحات الأساسية للمسننات العدلة .

§ الجريدة المسننة *Rack*

وهو جزء مسنن ، قطر دائرة خطوته يساوي لا نهاية ، أي أنه ذو حركة مستقيمة .

§ البعد المركزي *Centric Distance*

وهو المسافة بين مركزي مسننين مترافقين ، ويرمز له بـــ $C$ .

§ سطحا الخطوة *Pitch Surfaces*

وهما السطحان الدورانيان التخيليان اللذان ينطبق محوراهما على محوري المسننين المترافقين ، واللذان إذا تدحرج بعضهما على بعض من دون انزلاق ، أعطيا نسبة السرعة نفسها التي يعطيها المسننان . من الواضح أن سطح الخطوة هو أسطواني للمسننات العدلة ، والحلزونية ، بينما يكون مخروطياً للمسننات المخروطية .

§ دائرة الخطوة *Pitch Circle*

وهي دائرة تخيلية تمثل مقطع سطح الخطوة في مستو عمودي على محور الدوران ، ويرمز لقطرها بالرمز $D$ .

§ نقطة الخطوة *Pitch Point*

وهي نقطة تماس دائرتي الخطوة لمسننين مترافقين ، كالنقطة P في (الشكل-7-9) .

§ الخطوة الدائرية *Circular Pitch*

وهي المسافة الاسمية المقاسة على دائرة الخطوة بين نقطتين على سنين متجاورتين ، ويرمز لها بـــ $p$ ، أي أنه في حالة مسنن عدد أسنانه Z :

$$p = \frac{\pi . D}{Z} \qquad (2\text{-}7)$$

§ الخطوة القطرية *Diametral Pitch*

وهي عدد الأسنان لكل مليمتر ، أو بوصة أي إنش ، وذلك بحسب وحدات القياس ، من قطر دائرة الخطوة ، ويرمز لها بـــ $p_d$ ، وهناك علاقة ثابتة بين الخطـــوة القطريـــة ، والخطوة الدائرية ؛ أي إن:

$$p_d = \frac{Z}{D} = \frac{p}{p} \qquad (3\text{-}7)$$

§ الموديول *Module*

وهو نسبة قطر دائرة الخطوة إلى عدد الأسنان ؛ أي إنه مقلوب الخطوة القطريـــة ، ويرمز له بـــ $m$ ؛ أي: إن:

$$m = \frac{D}{Z} = \frac{1}{p_d} = \frac{p}{p} \qquad (4\text{-}7)$$

§ دائرة الساق *Addendum Circle*

أو الدائرة المحيطة وهي الدائرة التي تغلف النهايات الخارجية للأسنان .

§ دائرة الجذر *Dedendum Circle*

وهي الدائرة التي تمس قعر الفراغات بين الأسنان .

§ ساق السن *Addendum*

أو العمق الخارجي ، وهو الارتفاع الذي يبرز فيه السن فوق دائرة الخطوة ، أو هي المسافة القطرية للسن بين دائرة الخطوة ، ودائرة المحيط الخارجي للأسنان ، ويرمز له بـ $a$ .

§ جذر السن *Dedendum*

أو العمق الداخلي ، وهو العمق بين دائرة الخطوة ، وقعر السن ، أو هو المسافة القطرية للسن بين دائرة الخطوة ، وبين دائرة الجذر ، ويرمز له بـ $b$ .

§ الخلوص *Clearance*

وهو المسافة القطرية بين النهاية الخارجية لسن وقعر السن المرافقة ، أي إنه يساوي الفرق بين طول جذر السن وساق السن المرافقة ، ويرمز له بـ $c$ .

§ العمق الكلي *Whole Depth*

وهو العمق الكلي للفراغ بين سنين ؛ أي: إنه يساوي الارتفاع الكلي للسن ، ويرمز له بـ $h_t$ ، ومنه:

$$h_t = a + b \qquad (5\text{-}7)$$

§ العمق الفعال *Working Depth*

وهو عمق التعشيق بين مسننين ، ويساوي مقدار تشابك المسننين ؛ أي إنه يساوي مجموع طول ساقيهما ، ويرمز له بـ $h_k$ .

$$h_k = h_t - c = a + b - c \qquad (6\text{-}7)$$

§ سماكة السن *Tooth Thickness*

وهي السماكة المقاسة على دائرة الخطوة ، ويرمز لها بـ $t$ ، وتساوي $p/2$ في المسننات العدلة العيارية .

§ عرض فراغ السن *Tooth Space*

وهو عرض الفراغ بين سنين متجاورين مقاساً على دائرة الخطوة ، ويرمز له بـ $S$ .

§ عرض وجه السن *Face Width*

وهو عرض النهاية الخارجية للسن مقاساً باتجاه يوازي محور عمـود الـدوران ، ويرمز له بـ $F$ .

§ الفَوت *Backlash*

أو اللعب ، وهو المقدار الذي تزيد فيه الفتحة بين سنين متجاورين عن سمك السـن المتشابك ، أي هو المقدار الذي يزيد به عرض فراغ السن على سماكة السن المترافقة معه ، يقاس هذا المقدار على دائرة الخطوة ، ويرمز له بـ $B$ .

لا بد من وجود الفوت عملياً لمنع حدوث اللصب (أي الكربجة) بين الأسنان ؛ بسبب أخطاء التصنيع أو التمدد الحراري ، إلا أننا في دراستنا سنفرض الفوت معدوماً إلا إذا ذكـر خلاف ذلك .

§ نسبة النقل *Transmission Ratio*

وهي نسبة السرعة الزاوية للمسنن القائد إلى السرعة الزاويـة للمسـنن المقـود ؛ وبالتالي تتناسب عكسياً مع عدد أسنان كل منهما .

§ نسبة التعشيق *Gearing Ratio*

وهي نسبة عدد أسنان المسنن إلى عدد أسنان الترس ، ويرمز له بـ $m_G$ .

§ مسار التماس *Path of Contact*

وهو المنحني الذي ترسمه نقطة التماس منذ بدء التعشيق بين سنين ، وحتى انتهائه .

§ قوس العمل *Arc of Action*

ويسمى أحياناً بـ قوس التماس ، وهو المحل الهندسي لنقطة تقاطع سطح السن مـع دائرة الخطوة خلال كامل فترة التماس بين السنين ، ويقسم إلى جزءين:

- جزء يسمى بـ قوس التجاوب أو الاقتراب (*Approach Arc*) ، ويمثل الجـزء من بدء التعشيق حتى تماس السنين عند نقطة الخطوة .

- وجزء يسمى بـ قوس الابتعاد أو الانحسار (*Recess Arc*) ، ويمثل الجزء مـن بدء نقطة الخطوة حتى انتهاء التعشيق .

§ منحني السن *Tooth Curve*

هو منحني تقاطع سطح الخطوة (*Pitch Surface*) مع سطح السن ، ومنحني السن للسن المستقيم هو خط مستقيم .

§ منحني الاتصال *Fillet Curve*

هو الجزء المنحني من شكل السن عند القاعدة . ويرمز لنصف قطره (*Fillet Radius*) بـ $r_f$ .

تعد المسننات العدلة أبسط أنواع المسننات ؛ إضافة إلى أن دراستها توضح الكثير من المفاهيم الأساسية لتحليل المسننات ، وتصميمها بوجه عام ؛ لذا فإننا سنركز هنا على دراسة هذه المسننات ، وبيان مقومات إنشائها ، وأدائها بشكل مفصل نسبياً ، ومن ثم توضيح المميزات الخاصة لكل نوع من المسننات الأخرى .

### 7-5- إنشاء أسنان المسننات العدلة ***Spur Gears Teeth Construction***

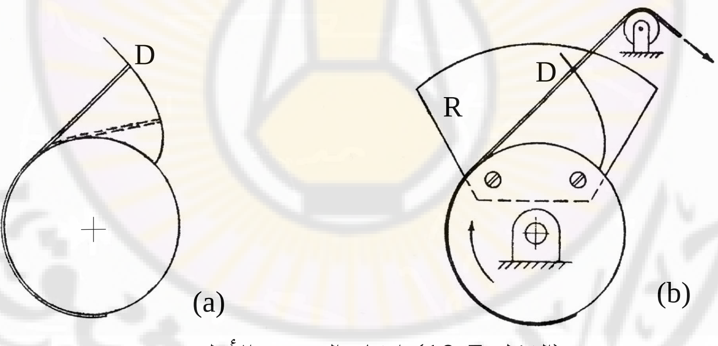
لقد بينا في الفقرة (7-3) الشرط الأساسي في تأمين نسبة نقل ثابتة بين عمودي دوران . يمكن بشكل عام اختيار شكل أسنان أحد المسننين ، ومن ثم بتطبيق القانون الأساسي للمسننات تحديد شكل أسنان المسنن الآخر ، تسمى الأسنان الناتجة بـ الأسنان المترافقة (*Conjugate Teeth*) .

لكن الوسائل المتاحة لتشكيل الأسنان تحد من مجالات الاختيار ؛ لذا فقد تم فقط توصيف المنحني الدويري (*Cycloidal Curve*) ، والمنحني الأنفليوتي (*Involute Curve*) ، كمنحنيات عيارية في تشكيل أسنان المسننات . لكن نظراً للميزات الكثيرة التي يتسم بها المنحني الأنفليوتي ، فقد شاع استخدامه في أغلب التطبيقات ، بينما اقتصر استخدام المنحني الدويري على بعض التطبيقات الخاصة: كالساعات ، وأجهزة التوقيت ، وما شابهها ، حيث يمكن تصميم الترس بعدد قليل من الأسنان لتأمين نسبة تخفيض كبيرة من دون حدوث تداخل ، وكذلك للتخفيف من معدل تآكل الأسنان ؛ نظراً لأن سرعة الانزلاق في المنحني الدويري أقل منها في حالة المنحني الأنفليوت ؛ لذلك فإننا سنقصر دراستنا على أسنان المسنن الأنفليوتية (*Involute Gear Teeth*) .

## 7-5-1- إنشاء الأسنان الأنفليوتية *Involute Teeth Construction*

يعرف المنحني الأنفليوتي بأنه المنحني الذي ترسمه نقطة من خط مستقيم يتدحرج من دون انزلاق حول محيط دائرة تسمى الدائرة الأساسية (*Base Circle*) ، أو بشكل آخر هو المحل الهندسي لنقطة من حبل يلتف أو ينحل ، وهو مشدود على محيط دائرة ثابتة . ينتج من هذا التعريف أن النقطة D من الحبل المشدود حول الدائرة ترسم منحني الأنفليوت ، كما هو مبين في الرسم a في (الشكل-7-10) . إن اتجاه حركة النقطة D في أية لحظة هو عمودي على الحبل ؛ وبالتالي فإن الناظم عند أية نقطة من منحني الأنفليوت هو مماس للدائرة الأساسية التي أنشئ منها . يسمى منحني الأنفليوت أحياناً بــ منحني منشأ الدائرة .

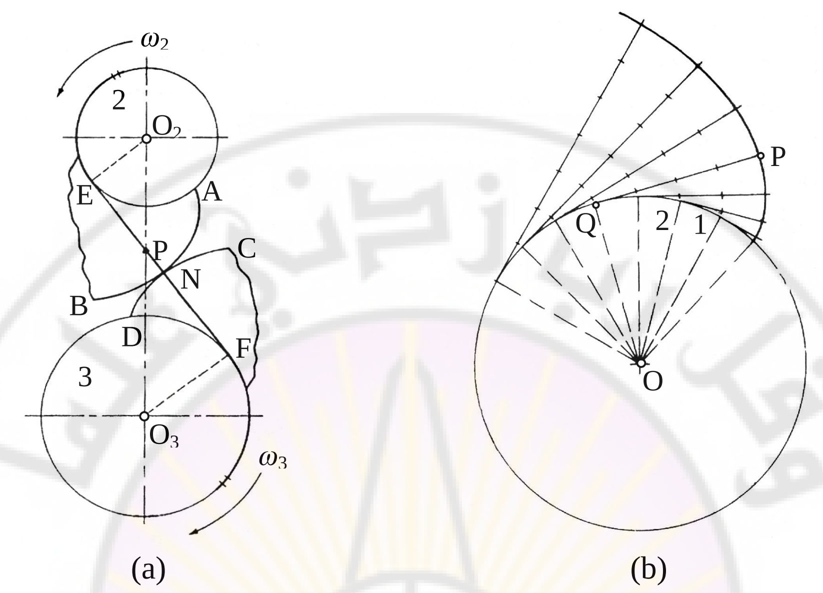
إذا ثبتت صفيحة R إلى الدائرة ، وتركت هذه الدائرة لتدور ، كما هو مبين في الرسم b في (الشكل-7-10) ، فإن نقطة ما D على الحبل المشدود سترسم أنفليوتاً على سطح الصفيحة عند شد نهاية الحبل بالاتجاه المبين في الشكل . إن هذه الحالة في الواقع هي عكس حالة الدائرة الثابتة المبينة في الرسم a في (الشكل-7-10) .




(الشكل-7-10) إنشاء المنحني الأنفليوتي .

يمكن البرهان بسهولة على أن الأسنان الأنفليوتية تحقق القانون الأساسي للمسننات . يبين الرسم a في (الشكل-7-11) حبلاً مشدوداً حول أسطوانتين 2 و 3 ، حيث تمثــل N نقطة ثابتة على الحبل .

إذا دارت الأسطوانة 3 حول $O_3$ باتجاه دوران عقارب الساعة ، فــإن الحبــل المشدود يقوم بوظيفة السير أو القشاط ، وسيعمل على تــدوير الأســطوانة 2 حــول $O_2$ باتجاه دوران عكس عقارب الساعة ، بينما يبقى دوماً ماراً من نقطة ثابتة P علــى الخــط الواصل بين المركزين $O_3O_2$ .




b- الطريقة التخطيطية لإنشاء منحني أنفليوتي a- التحقق من القانون الأساسي للمسننات على الأسنان الأنفليوتية

(الشكل-7-11)

ترسم النقطة N خلال الحركة المنحني الأنفليوتي AB علـــى الأســـطوانة 2 ، والمنحني الأنفليوتي CD على الأسطوانة 3 . من الواضح أن هذين المنحنين يقومان بعمل سنين ، بحيث الشكل الخارجي (*Profile*) CD يدفع الشكل الخارجي AB ، ويسبب ذلك دوران الأسطوانة 2 ، فمن الممكن استخدام هذين المنحنين كسطحي تماس لأسنان مســـننين يدوران حول $O_2$ و $O_3$ على التتالي . ينتج من خواص الأنفليــوت أن النـــاظم المشـــترك لسطحي السنين عند نقطة التماس يتقاطع مع خط المركزين $O_2O_3$ في نقطة ثابتة P هي نقطة الخطوة ، وهذا ما ينص عليه القانون الأساسي للمسننات .

يسمى الخط EF بـــ الخط المولد أو الراسم . يلاحظ أن الـــدائرة التخيليـــة التـــي مركزها $O_2$ نصف قطرها $O_2P$ ، هي دائرة الخطوة للمسنن المنشأ على الدائرة الأساسية 2 ، وكذلك الأمر بالنسبة للمسنن المنشأ على الدائرة الأساسية 3 ، فإن دائرة خطوته مركزها $O_3$ ونصف قطرها $O_3P$ . ينتج من تشابه المثلثين $O_2EP$ و $O_3FP$ أن:

$$\frac{O_2P}{O_3P} = \frac{O_2E}{O_3F}$$

ومنه استناداً إلى المعادلة (7-1) ، فإن:

$$\frac{w_3}{w_2} = \frac{O_2E}{O_3F} \qquad (7-7)$$

أي: إن نسبة النقل تتناسب عكسياً مع قطري الدائرتين الأساسيتين .

يبين الرسم b من (الشكل-7-11) طريقة تخطيطية سهلة لإنشاء أنفليوت يمر من نقطة معينة P . يتم ذلك بمعلومية الدائرة الأساسية ، وليكن مركزها O . ينشأ من النقطة المعلومة P مماس للدائرة الأساسية يحدد النقطة Q على محيط الدائرة . يقسم الخط PQ إلى عدد مناسب من الأجزاء المتساوية . تحدد في كل من جهتي Q ، أقواس على محيط الدائرة تساوي طول هذه الأجزاء . ترسم من النقاط الناتجة على محيط الدائرة مماسات لهذه الدائرة ، وتحدد عليها الأطوال نفسها المتساوية ، حيث يؤخذ على المماس المحدد بالوضع 1 طول جزء ، وبالوضع 2 طول جزءين ، وهكذا حتى يكتمل شكل المنحني الأنفليوتي ، وكلما كان عدد الأجزاء كبيراً كان المنحني أدق .

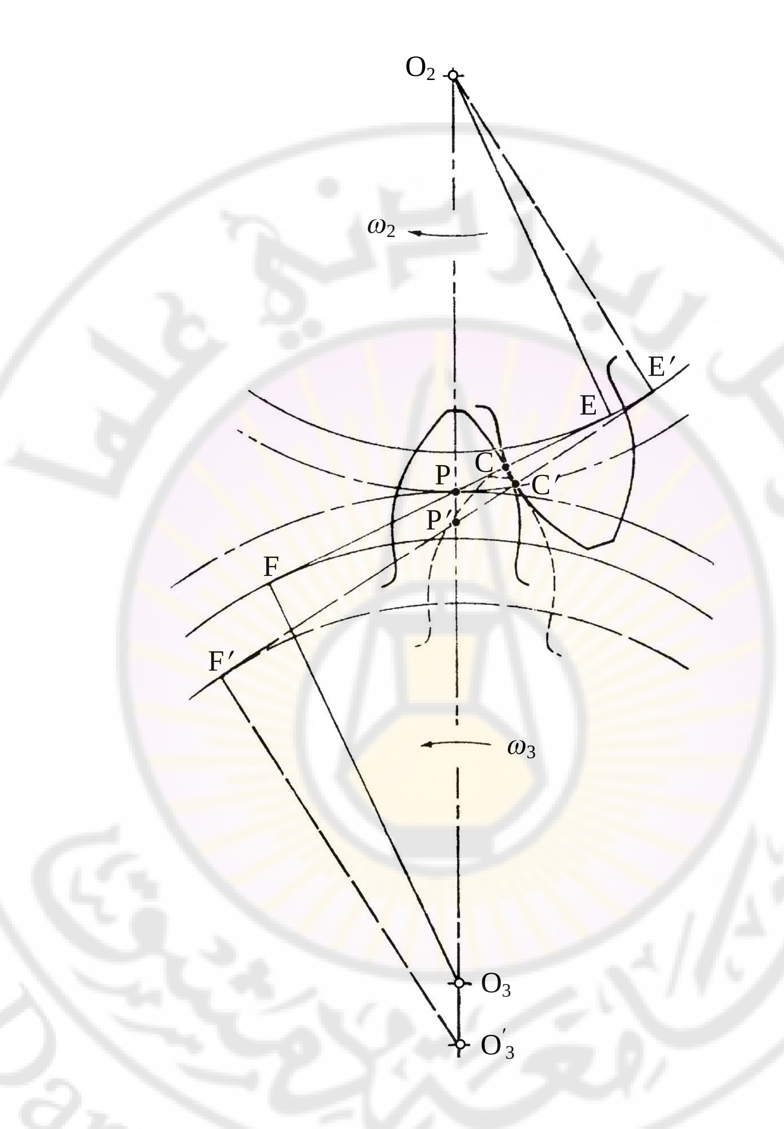
### 7-5-2- ميزات الأسنان الأنفليوتية

### *Involute Gear Teeth Characteristics*

إن الانتشار الواسع لاستعمال الأسنان الأنفليوتية قد أتى نتيجة لميزات جلية لهذا النوع ، بالمقارنة مع أنواع الأسنان الأخرى كافة . فهي مثلاً سهلة التصنيع ، إذ يمكن تشكيلها باستخدام عدد قطع ، وتجليخ مستقيمة الجوانب ؛ مما ينتج منه انخفاض في كلفة التصنيع ، وجودة إنتاجية عالية.

إلا أن الميزة الرئيسة لهذا النوع من الأسنان هو تحقيقها للقانون الأساسي للمسننات بغض النظر عن البعد بين مركزي محوري المسننين . يمكن توضيح ذلك استناداً إلى (الشكل-7-12) الذي يبين تعشق مسننين أنفليوتين ، ومركز المسنن القائد هو $O_2$ ، ومركز المسنن المقود هو $O_3$ ، بينما النقطة P هي نقطة الخطوة ، وقد بينا سابقاً أن نسبة النقل:

$$\frac{w_2}{w_3} = \frac{O_3P}{O_2P}$$




(الشكل-7-12) تعشق مسننين أنفليوتين .

إذا كانت نقطة التماس في هذا الوضع هي C ، فإن إزاحة مركز المسنن 3 إلـى $O_3'$ يعمل على إزاحة نقطة التماس إلى $C'$ ، كما هو مبين بالخط المتقطع في الشكل . أما الناظم المشترك في هذه الحالة ؛ أي المماس المشترك للدائرتين الأساسيتين ، فإنه يقطع خـط المركزين في النقطة الجديدة $p'$ .

من الواضح أن المثلثين $O_3PF$ و $O_2PE$ متشابهان ، ومنه فإن:

$$\frac{O_3P}{O_2P} = \frac{O_3F}{O_2E}$$

وكذلك الأمر بالنسبة للمثلثين $O_3'P'F'$ و $O_2'P'E'$ ، حيث ينتج أن:

$$\frac{O_3' P'}{O_2P'} = \frac{O_3'F'}{O_2E'}$$

لكن بما أن الدائرتين الأساسيتين لا تتغيران ، فإن:

$$O_3'F' = O_3F \qquad , \qquad O_2E' = O_2E$$

وبالتالي فإن:

$$\frac{w_2}{w_3} = \frac{O_3P}{O_2P} = \frac{O_3'P'}{O_2P'}$$

أي: إن نسبة النقل لم تتغير نتيجة تغيير البعد بين مركزي المسننين ، ولا زال القانون الأساسي محققاً . لكن ينتج من ذلك زيادة في مقدار الفوت ؛ إضافة إلى زيادة زاوية الضغط ، بينما ينقص طول مسار التماس . يلاحظ من ذلك أن الدائرة الأساسية هي من المقومات الثابتة في مسنن معين ، وتدخل في صميم مواصفاته ؛ إذ لا يمكن توصيفه بدلالة دائرة الخطوة من دون تحديد زاوية الضغط المرافقة لها . إن مجمل هذه الملاحظات إضافة إلى ميزات أخرى للأسنان الأنفليوتية ، سيتم توضيحها من خلال الفقرات اللاحقة .

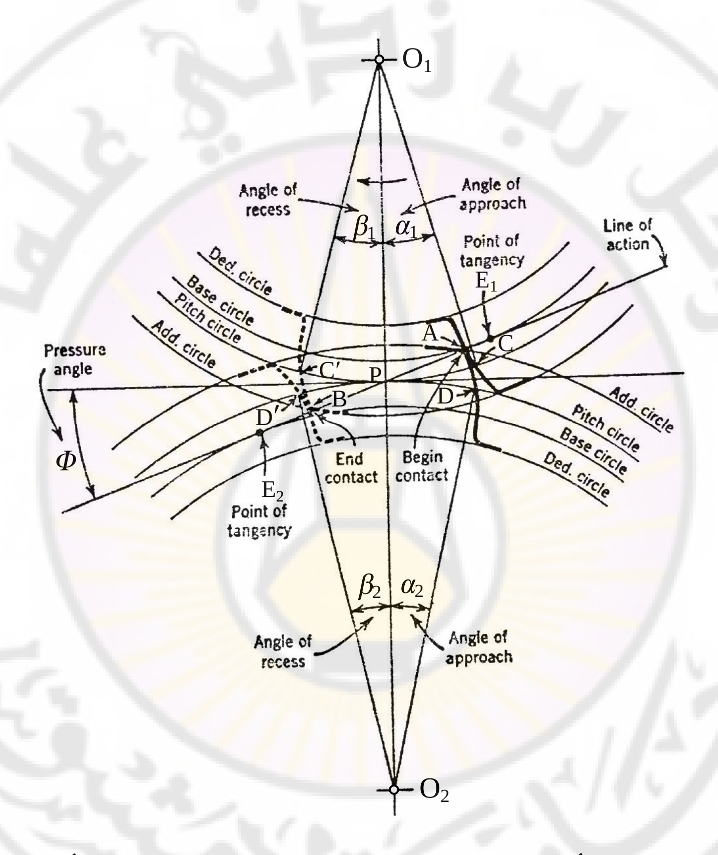
### 7-6- تحليل حركة المسننات العدلة الأنفليوتية

### *Motion Analysis of Involute Spur Gears Teeth*

يتضح لنا من مناقشة تشكيل جانبية الأسنان بمنحنيات أنفليوتية أن الناظم المشترك لسطحين أنفليوتيين هو المماس المشترك لدائرتيهما الأساسيتين ؛ لأن هذا الناظم هو الحبل المشدود EF حول الدائرتين $O_2$ و $O_3$ في المخطط a في (الشكل-7-11) .

يبين (الشكل-7-13) أجزاء من آلية تعشيق زوج من المسننات العدلة الأنفليوتية ، حيث المسنن الذي مركزه $O_1$ هو المسنن القائد ، والخط المستقيم $E_1E_2$ هو المماس المشترك للدائرتين الأساسيتين ؛ وبالتالي الناظم المشترك عند نقطة التماس خلال كامل فترة التماس بين السنين .

يبدأ التماس عند A حيث يقطع الناظم المشترك دائرة الساق للمسنن المقود الــذي مركزه $O_2$ ، ويستمر على طول هذا الناظم حتى انتهاء التعشيق عند B نقطة تقاطع الناظم مع دائرة الساق العائدة للمسنن القائد $O_1$ ، وتبين الخطوط المتقطعة الســنين عنــد انتهــاء التعشيق بينهما . يمثل الخط APB عندئذ مسار التماس (*Path of Contact*) .




(الشكل-7-13) أجزاء من آلية تعشيق زوج من المسننات العدلة الأنفليوتية .

كما يلاحظ أن في حالة إهمال الاحتكاك بين الأسنان ، فإن القوة التـــي يــؤثر بهــا المسنن القائد في المقود تكون باتجاه هذا الخط ؛ لذا فإنه يسمى عادة بـــ خط نقــل الحركــة (*Line of Transmission*) أو خط العمل (*Line of Action*) . يميل هــذا الخــط علــى المماس المشترك لدائرتي الخطوة ، عند نقطة الخطوة P بزاوية $\Phi$ هي زاوية الضــغط (*Angle of Pressure*) . من الواضح أن هذه الزاوية في الأسنان الأنفليوتية ثابتــة خــلال كامل فترة التعشيق .

تمثل النقطة $C$ تقاطع جانبية سن المسنن 1 مع دائرة خطوته عند بدء التماس ، بينما تمثل $C'$ نقطة التقاطع عند انتهاء التماس . أما النقطتان $D$ و $D'$ ، فإنهما النقطتان المناظرتان للنقطتين $C$ و $C'$ في المسنن 2 ؛ أي: إن كلاً من القوسين $DD'$ و $CC'$ هو قوس العمل أو التماس ، ويجب أن يكونا متساويين لتحقيق حركة تدحرجية لدائرتي الخطوة . إن الجزء $CP$ هو قوس الاقتراب (*Arc of Approach*) للمسنن 1 ، وتقابله عند $O_1$ زاوية الاقتراب $\alpha_1$ (*Angle of Approach*) ، بينما يمثل الجزء $PC'$ قوس الابتعاد (*Arc of Recess*) ، وتقابله زاوية الابتعاد $\beta_1$ (*Angle of Recess*) . كما أن $\alpha_2$ و $\beta_2$ تمثلان زاويتي الاقتراب ، والابتعاد للمسنن 2 على التتالي .

إن مجموع زاويتي الاقتراب ، والابتعاد للمسنن ، يمثل زاوية العمل التي تحصر قوس العمل عند مركز هذا المسنن . من الواضح أنه رغم ضرورة تساوي قوسي العمل في مسننين يتعشق بعضها ببعض ، فإن زاويتي عملهما لا تتساويان إلا في حالة تساوي قطري دائرتي الخطوة بهذين المسننين . أما زاويتا الاقتراب ، والابتعاد لمسنن فهما بشكل عام غير متساويتين ، ويمكن تعيين قيمة كل منهما تخطيطياً استناداً إلى رسم متقن دقيق ، أو تحليلياً كما سنبين لاحقاً .

يجب من أجل حركة تعشيق مستمرة أن يساوي قوس العمل الخطوة الدائرية ، أو أن يكون أكبر منها ، حيث يتم عندئذ تعشيق زوج جديد من الأسنان ، قبل انتهاء تماس الزوج الذي يسبقه . تسمى نسبة طول قوس العمل إلى الخطوة الدائرية بـ نسبة التماس (*Contact Ratio*) ، وهي تحدد العدد الوسطي لأزواج الأسنان المتلامسة آنياً في لحظة ما ، وحتى يكون العمل متصلاً ، من الضروري أن لا تقل النسبة عن الواحد ، وللعمل الهادئ يوصى عادة بألا تقل عن 1.4 ، ومعنى هذا أن زوجين من الأسنان يتداخلان طيلة 40% من الزمن .

من الواضح أن أداء المسننات - من حيث السلاسة والضجيج - يتحسن كلما ازدادت نسبة التماس ؛ وبخاصة عند سرعات دوران عالية ؛ إضافة إلى ذلك ، فإن زيادة هذه النسبة تسمح بنقل قدرة أكبر بسبب توزع الحمل على عدد أكبر من الأسنان المتعشقة ، إلا أن زيادة نسبة التماس محددة عملياً بشروط أداء أخرى أهمها حدوث التداخل بين الأسنان الذي سنتطرق إليه في فقرة لاحقة .

### 7-6-1- المقومات الحركية للمسننات العدلة الأنفليوتية

***Motion Features of Involute Spur Gears***

سنبين في هذه الفقرة أهم العلاقات بين المتغيرات التي تؤثر في الأداء الحركي لمســننين مترافقين عدلين أسنانهما ذات شكل أنفليوتي .

**1. الخطوة الأساسية *Base Pitch***

تبين الرسومات a , b , c في (الشكل-7-14) بعض المقومات البعدية للمسننين المترافقين 1 و 2 اللذين سبق توضيح آلية تعشيق أسنانهما في (الشكل-7-13) ، علماً أنه تم الحفاظ على الرموز المتماثلة في الشكلين ، حيث:

A نقطة بدء التماس ، وهي تقع على دائرة الساق للمسنن 2 .

B نقطة نهاية التماس ، وهي تقع على دائرة الساق للمسنن 1 .

$E_1$ و $E_2$ نقطتا تماس خط العمل والدائرتان الأساسيتان 1 و 2 .

كما أن:

$R_O$ تمثل نصف قطر دائرة الساق أو الدائرة الخارجية .

$R$ تمثل نصف قطر دائرة الخطوة .

$R_b$ تمثل نصف قطر الدائرة الأساسية .

$\Phi$ تمثل زاوية الضغط .

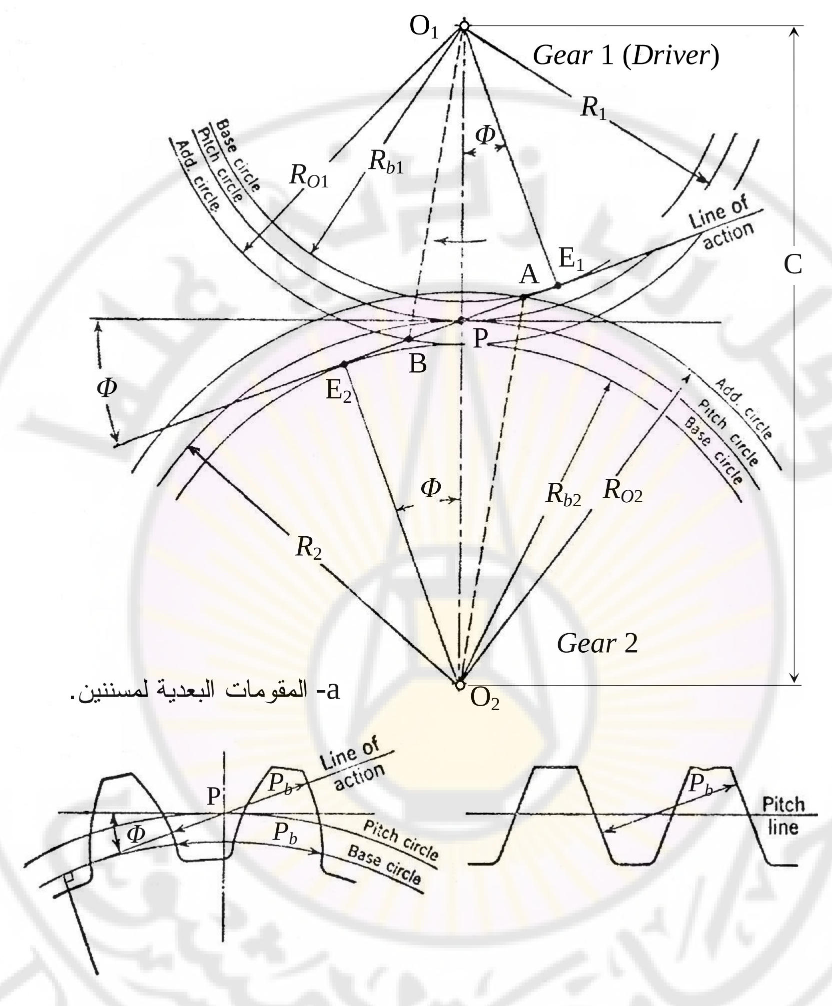
$C$ تمثل البعد بين مركزي المسننين .

من الواضح أن الزاوية $PO_1E_1$ تساوي زاوية الضغط $\Phi$ لتعامد كل من ضلعي الزاويتين ؛ وبالتالي فإن نصف قطر الدائرة الأساسية:

$$R_{b_1} = R_1.\cos f$$

وكذلك فإن الزاوية $PO_2E_2$ تساوي الزاوية $\Phi$ للسبب نفسه ؛ أي: إنه ينتج بشكل عام أن:

$$R_b = R\ .\cos f \qquad (8\text{-}7)$$




a- المقومات البعدية لمسننين.

c- الخطوة الأساسية حالة جريدة مسننة. b- الخطوة الأساسية ننمة لاح.

(الشكل-7-14) أجزاء من آلية تعشيق زوج من المسننات العدلة الأنفليوتية .

تسمى المسافة المقاسة على الدائرة الأساسية للأنفليوت بين نقطتين على سنين متجاورتين بـ الخطوة الأساسية (*Base Pitch*) ، ويرمز لها بالرمز $p_b$ . إن هذه الخطوة هي أيضاً المسافة المقاسة على خط العمل بين نقطتين متقابلتين على سنين متجاورتين ؛ إذ إن هذا الخط هو الناظم المشترك لمنحنيي الأنفليوت المتوازيين المشكلين للسنين المتجاورتين ، كما هو مبين في الرسم b في (الشكل-7-14) .

أما في حالة جريدة مسننة ، فإن الخطوة الأساسية تقاس ، كما في الرسم c في (الشكل-7-14) ، حيث تصبح جانبية السن مستقيمة ؛ لأنه في هذه الحالة يكون نصف قطر الدائرة الأساسية لا نهائي الطول ، ويتحول المنحني الأنفليوتي إلى خط مستقيم .

ينتج من ذلك أن الخطوة الأساسية هي حاصل قسمة محيط الدائرة الأساسية على عدد الأسنان $Z$ ؛ وبالتالي ينتج من المعادلتين (7-2) و (7-8) ، أن:

$$p_b = p\ .\cos f \qquad (9\text{-}7)$$

تُعدّ الخطوة الأساسية من الخواص المهمة في المسننات الأنفليوتية ، ويجب أن تكون - كما هو الحال للخطوة الدائرية - واحدة للمسننين ليعملا بشكل صحيح . أما سطح السن بين الدائرة الأساسية ودائرة الجذر ، فإنه يشكل عادة كخط مستقيم قطري باتجاه مركز المسنن ، حيث ينتهي بتقوس بسيط عند دائرة الجذر ، وذلك لتفادي حدوث تركز بالإجهادات عند هذه النقطة .

### 2. طول مسار التماس *Path of Contact Length*

يلاحظ من الرسم a في (الشكل-7-14) أن طول مسار التماس يساوي AB ، لأن التماس يبدأ عند A على خط العمل ، وينتهي عند B على الخط نفسه . إذا كان هذا الطول هو $L$ ، فإنه ينتج من الرسم a في (الشكل-7-14) أن:

$$L = \mathrm{AB} = \mathrm{E_1B} + \mathrm{E_2A} - \mathrm{E_1E_2}$$

ومنه:

$$L = [R_{O_1}^2 - R_{b_1}^2]^{1/2} + [R_{O_2}^2 - R_{b_2}^2]^{1/2} - C.\sin f \qquad (10\text{-}7)$$

حيث $C$ البعد بين المركزين:

$$C = R_1 + R_2$$

وبشكل عام:

$$R_O = R + a$$

حيث يحدد طول الساق $a$ وفقاً للمعايير ، وهو عادة يساوي الموديول في المسننات العدلة العيارية . أما نصف قطر الدائرة الأساسية لكل من المسننين ، فإنه يحدد استناداً إلى المعادلة (7-8) بدلالة نصف قطر دائرة الخطوة $R$ ، علماً أن أغلب العياريات توصي بزاوية ضغط ($\Phi = 20^o$) .

وبالتالي يمكن كتابة المعادلة (7-10) تبعاً للمعطيات التصميمية المشتركة لجملة المسننين ، وباستعمال العلاقات المختلفة بين هذه المعطيات .

### 3. طول قوس العمل ***Arc of Action Length***

ويدعى أيضاً بطول قوس التماس ، ولحسابه فقد أوضحنا سابقاً ضـــرورة تســـاوي قوسي التماس في مسننين مترافقين ، حيث $(\overset{\frown}{CC'} = \overset{\frown}{DD'})$ في (الشكل-7-13) ، وهو بالتالي يحدد بزاوية العمل عند مركز المسنن الذي يعود إليه القوس ، يكفي إذن تعيين طول أحدهما .

تحدد زاوية عمل المسنن 2 على دائرته الأساسية قوساً ، وليكن القوس $(\overset{\frown}{DD'})_b$ يتناسب مع قوس العمل $\overset{\frown}{DD'}$ المقاس على دائرة خطوته ، حيث ينتج استناداً إلى المعادلـــة (7-8) ، أن:

$$\frac{(\overset{\frown}{DD'})_b}{\overset{\frown}{DD'}} = \frac{R_{b_2}}{R_2} = \cos f$$

لكن بما أنه في حالة الإنشاء الانفليوتي ، يكون طول القوس المقاس علـــى دائرتـــه الأساسية ، مساوياً الطول المحدد على الناظم المشترك خلال دوران الدائرة الأساسية ، فإن:

$$(\overset{\frown}{DD'})_b = AB = L$$

ومنه طول قوس العمل هو:

$$\overset{\frown}{DD'} = \frac{L}{\cos f} \qquad (11\text{-}7)$$

مع ملاحظة عدم بيان القوس $(\overset{\frown}{DD'})_b$ في الشكل تفادياً للتعقيد .

يمكن عندئذ تعيين طول كل من قوسي الاقتراب $\overset{\frown}{DP}$ ، والابتعاد $\overset{\frown}{PD'}$ بالطريقـــة نفسها ، حيث:

$$\overset{\frown}{DP} = \frac{\overline{AP}}{\cos f} \qquad , \qquad \overset{\frown}{PD'} = \frac{\overline{PB}}{\cos f} \qquad (12\text{-}7)$$

وبالتالي ، فإن كلاً من زاويتي الاقتراب $\alpha$ ، والابتعاد $\beta$ ، هما بوجه عام:

$$a = \frac{\overline{AP}}{R.\cos f} \qquad , \qquad b = \frac{\overline{PB}}{R.\cos f} \qquad \text{radian} \qquad (13\text{-}7)$$

علماً أن الزاوية $\alpha_1$ لا تســـاوي $\alpha_2$ الزاويـــة $\beta_1$ ، وكذلك لا تساوي $\beta_2$ إلا عندما يتساوى المسننان ، وأنه يمكن تعيين كل من مساري الاقتراب ، والابتعاد $\overline{PB}$ و $\overline{AP}$ بسهولة استناداً إلى العلاقات الهندسية لـــ (الشكل-7-14) ، وبالتحليل نفسه الذي استعمل فـــي حساب طول مسار التماس ، وتدل الخبرة العملية على أن عمل الأسنان عند الاقتراب أهدأ من عملها عند الابتعاد .

### 4. نسبة التماس ***Contact Ratio***

ينتج من تعريف نسبة التماس الوارد في الفقرة (7-6) ، أن:

$$m_c = \frac{\widehat{DD'}}{p} = \frac{L}{p.\cos f}$$

ومنه بالتعويض من المعادلة (7-9) ، فإن:

$$m_c = \frac{L}{p_b} \qquad (14\text{-}7)$$

حيث $m_c$ نسبة التماس ، وهي تساوي إذن نسبة طول مسار التماس إلى الخطوة الأساسية .

إن العددين الأعظمي والأصغري لأزواج الأسنان المتلامسة ، هما أقرب عدد صحيح فوق القيمة الناتجة من المعادلة (7-14) ، وتحتها .

مثال ذلك نسبة تماس تساوي 1.6 لا تعني وجود 1.6 سن متلامسة ؛ إنما يعني أن التماس يتم بين زوج من الأسنان وزوجين بالتبادل ، بحيث يكون المعدل الوسطي للتماس خلال فترة ما هو 1.6 .

### 5. سرعة الانزلاق ***Sliding Velocity***

لما كانت نسبة النقل تتناسب عكسياً مع عدد أسنان كل من المسننين المترافقين ، فإنها إذن في حالة مسننين عدلين ، تتناسب عكسياً مع قطري دائرتي الخطوة ؛ أي: إن:

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

اتضح لنا من الفقرات السابقة ، أن نقطة التماس بين سطحي زوج من الأسنان تتحرك على مسار التماس ، بحيث إنها لا تنطبق على نقطة الخطوة P إلا في وضع معين واحد . تكون الحركة بين السطحين المتماسين عند هذا الوضع تدحرجاً صرفاً وفقاً لما بيناه سابقاً في الفقرة (3-9-3) ؛ وبالتالي فإنه تنتج عند بقية أوضاع التماس حركة نسبية انزلاقية باتجاه المماس المشترك لسطحي التماس ؛ أي باتجاه عمودي على خط العمل أو مسار التماس .

يمكن تعيين هذه السرعة النسبية الانزلاقية ، انطلاقاً من كـون النقطـة P هـي المركز اللحظي للمسننين المترافقين ؛ إذ أنها نقطة تقاطع الناظم المشترك مع الخط الواصـل بين مركزي المسننين . إن السرعة الزاوية النسبية $\omega_{12}$ حول P تساوي الفرق الجبـري بين السرعتين الزاويتين $\omega_2$ و $\omega_1$ ، وبما أن في حالة مسننين مترافقين يكون اتجاه إحـدى السرعتين عكس اتجاه الأخرى دوماً ، فإن:

$$w_{12} = w_1 + w_2$$

وتكون قيمة السرعة الانزلاقية النسبية $V_S$ في أية لحظة:

$$V_S = w_{12}.x = (w_1 + w_2)x \qquad (15\text{-}7)$$

حيث $x$ تمثل بعد نقطة التماس في هذه اللحظة عن P على طول مسار التماس ، ومنـه فإن قيمتها تكون عظمى عند بدء أو انتهاء التماس ، بحسب بعد كل منهما عن النقطة P .

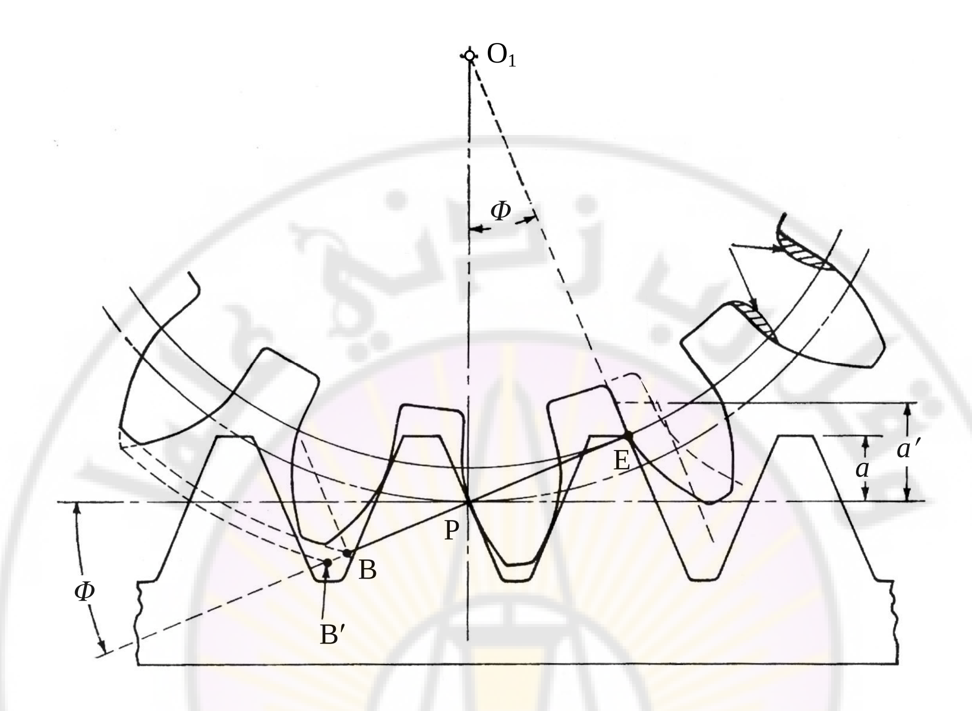
## 7-6-2- تداخل أسنان المسننات العدلة الأنفليوتية

## *Involute Spur Gear Teeth Interference*

لقد بينا في الفقرة (7-5-1) أن إنشاء المنحني الأنفليوتي يبدأ من الدائرة الأساسـية باتجاه خارج محيطها ، لا يمكن إذن الحصول على أنفليوت داخل هـذه الـدائرة . بمـا أن المماس المشترك للدائرتين الأساسيتين لزوج من المسننات المتعشقة يمثل خط العمل ، فـإن نقطتي تماس هذا الخط والدائرتين الأساسيتين تمثلان الوضعين الحديين لطول مسار التماس . تسمى هاتان النقطتان بـ نقطتي تداخل .

إذا كانت نسب أبعاد الأسنان بحيث إن التماس يبدأ قبل بلوغ نقطة التـداخل ، فـإن الجزء الأنفليوتي من أسنان المسنن المقود سيتعشق مع جزء غير أنفليوتي من أسنان المسـنن القائد ، ويحدث ما يسمى بـ التداخل ، وذلك لأن نقطة التماس على سن المسنن القائد ستكون داخل دائرته الأساسية ، حيث لا يمكن تشكيل سطح السن في هذه المنطقة بمنحن أنفليوتي .

يمكن توضيح آلية حدوث التداخل من دراسة (الشكل-7-15) ، الذي يبين أجزاء من تعشق أسنان تريس أنفليوتي قائد مركزه $O_1$ مع جريدة مسننة . من الواضح أن الجريدة المسننة هي مسنن ذو قطر خطوة لا نهائي الطول ، بحيث إن دائرة الخطوة تصبح خطاً مستقيماً يسمى بـ خط الخطوة ، وكذلك الأمر بالنسبة للدائرة الأساسية للجريدة ، بحيث ينتج أن جانبية أسنان جريدة أنفليوتية هي خط مستقيم يميل على $O_1P$ بزاوية الضغط $\Phi$ ، كما أن خط العمل EB عمودي على السطح المستقيم للسن .




(الشكل-7-15) تعشق أسنان تريس أنفليوتي قائد مع جريدة مسننة .

تمتاز الجريدة المسننة بسهولة تصنيعها ، وبإمكان استعمالها في توليد أسنان المسننات العدلة الأنفليوتي بدقة عالية جداً ، وهي تؤخذ قياساً في تشكيل الأسنان حيث تسمى بـ الجريدة الأساسية (*Basic Rack*) .

لقد تم اختيار ساق السن $a$ للجريدة المسننة في (الشكل-7-15) ، بحيث يبدأ التماس عند النقطة E نقطة تماس خط العمل مع الدائرة الأساسية للتريس . لما كان لا يمكن للمنحني الأنفليوتي المشكل لسن التريس أن يمتد داخل دائرته الأساسية ، فإن شكل السن في هذا الجزء حتى دائرة الجذر ، هو عادة خط مستقيم قطري باتجاه مركز التريس $O_1$ ، وبالتالي فإن الطول الأعظمي لمسار الاقتراب هو EP .

يلاحظ من الشكل عندئذ أن الطول الأعظمي للساق اللازم استعماله للجريدة هو $a$ . إما إذا كان هذا الطول أكبر من ذلك ، وليكن مثلاً $a'$ ، فإنه يحدث تداخل بين أسنان التريس ، والجريدة المسننة .

يمكن توضيح ذلك بفرض أن دائرة خطوة التريس ، وخط خطوة الجريدة قد تدحرجا نحو اليمين ، بحيث يصبح الوضع النسبي للسنين ، كما هو مبين بـــالخطوط المتقطعـــة فـــي (الشكل-7-15) ؛ أي: إن سن الجريدة تتراكب أو تتداخل مع سن التريس . يــؤدي ذلــك أن يقوم طرف سن الجريدة بحفر ؛ أي تقوير السطح غير الأنفليوتي من ســن التــريس . عنــد حدوث تداخل خلال عملية قطع أسنان التريس بجريدة أساسية من هذا الشكل ، فإن عدة القطع تحدث قطعاً سفلياً لسن التريس مماثلاً للجزء المرقن عرضياً الذي يوضح آلية حدوث القطــع السفلي (*Undercut*) .

إن حدوث تداخل في الأسنان الأنفليوتية غير مرغوب فيه لأسباب عدة ، أهمهــا أن القطع السفلي الناتج يضعف سن التريس ، ويصبح موضعاً لتركيز الإجهادات ؛ إضافة إلى أن هذا القطع السفلي يمكن أن يزيل جزءاً صغيراً من السطح الأنفليوتي المجاور للدائرة الأساسية ؛ مما يؤدي إلى تقصير مسار التماس . رغم ذلك يمكن في بعض الحالات السماح بقدر ضئيل من التداخل ، شرط ألا يؤثر ذلك في تخفيض نسبة التماس عن قيمة مقبولة ؛ إلا أن تعيــين طول مسار التماس عند حدوث قطع سفلي يشكل بعض الصعوبة ؛ إذ لا يمكن حسابه عندئــذ استناداً إلى المعادلة (7-10) . لقد تم إيجاد طرائق عدة ؛ لتعيين طول المســار فــي حالــة التداخل ، أكثرها استعمالاً طريقة الباحث سبوتس (*Spotts*) التي يمكن للقارئ الرجوع إلــى المراجع الخاصة بتحليل آلية تداخل الأسنان للاطلاع عليها . تجدر الإشارة إلى أنه يلاحظ من المخطط a في (الشكل-7-14) والمعادلة (7-10) أن التداخل يحدث عنــد كــون أي مــن الطولين $E_1B$ و $E_2A$ أكبر من القيمة $C.\sin\Phi$ لمسننين مترافقين .

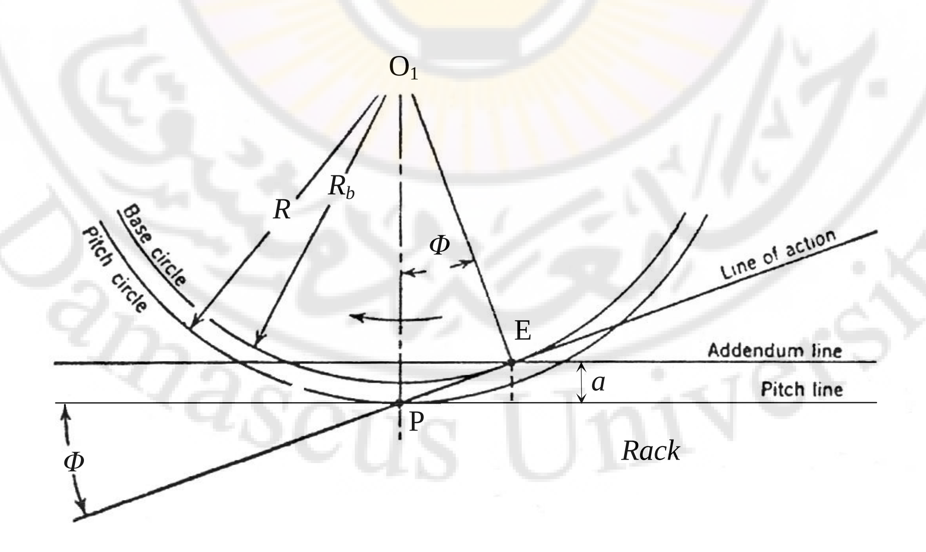
كما يلاحظ من (الشكل-7-15) أن زيادة طول ساق سن التريس لا يؤدي إلى حدوث تداخل ؛ لأن نقطة تماس خط العمل مع الدائرة الأساسية للجريدة تقع في اللانهاية ؛ وبالتــالي فإن نقطة انتهاء التماس B تقع دوماً قبل نقطة التداخل الحدية الموجودة في اللانهايــة . لا يعني ذلك أن طول مسار التماس لا نهائي في حالة جريدة مسننة ، وتريس أنفليــوتي ، إذ أن زيادة طول ساق سن التريس محدودة بالوضع الــذي تصــبح عنــده هــذه الســن مدببــة ، كما في $B'$ ؛ أي: إن طول مسار التماس الأعظمي في حالة (الشكل-7-15) هو $EB'$ .

ينتج من ذلك أنه إذا تعشق تريس مع جريدة مسننة من دون تداخل ، فإن أي مسنن خارجي له طول ساق سن الجريدة سيتعشق مع التريس من دون تداخل . يتضح ذلـــك مـــن (الشكل-7-15) ، حيث إن دائرة الساق لأي مسنن دائري ستتقاطع مع خط العمل في نقطـــة تقع إلى يسار النقطة الحدية E . بما أن خط العمل لمسننين أنفليوتيين هو المماس المشـــترك لدائرتيهما الأساسيتين ، فإنه ينتج أن الشرط اللازم ، والكافي لعـــدم حـــدوث تـــداخل بـــين أسنانهما ، هو أن تتقاطع دائرتا الساق للمسننين المترافقين مع المماس المشـــترك لـــدائرتيهما الأساسيتين في نقطتين تقعان ما بين نقطتي التماس .

### 7-6-3- الحد الأدنى لعدد الأسنان دون تداخل

### *Minimum Teeth Number without Interference*

لقد بينا في الفقرة السابقة أن الشرط الحدي لعدم حدوث تداخل بين أسنان مســـننين أنفليوتيين ، هو أن تنطبق نقطتا بدء التماس ، وانتهائه ، أو واحدة منهما على نقطتي التداخل أو إحداهما . يلاحظ من (الشكل-7-15) أن احتمال حدوث تداخل بين الأسنان يزداد في حال جريدة مسننة معينة ، كلما صغر التريس المرافق لها . يعود ذلك إلى أنه عند تصغير التريس ، فإن احتمال وقوع نقطة بدء التماس إلى يمين النقطة الحدية للتداخل E يزداد .




(الشكل-7-16) تحديد أصغر تريس يمكن استعماله مع جريدة معينة من دون تداخل .

بما أن الترس، والجريدة المسننة لهما الخطوة نفسها، فإن تحديد أصغر ترس يمكن استعماله مع جريدة معينة من دون تداخل، يماثل تحديد الحد الأدنى لعدد أسنان هذا الترس. يبين (الشكل-7-16) هذا الشرط الحدي لأصغر ترس، حيث نقطة تداخله E هي نقطة بدء التماس، وهي نقطة تماس خط العمل مع دائرته الأساسية التي نصف قطرها ($O_1E = R_b$). أما طول الساق $a$، وزاوية الضغط $\Phi$ للجريدة، فهما قيمتان محددتان وفقا للجداول العيارية لنسب الأسنان.

إذا كان نصف دائرة خطوة الترس هو $R$ فإنه ينتج من الشكل، أن:

$$\mathrm{EP} = R.\sin f$$

وكذلك:

$$\mathrm{EP} = \frac{a}{\sin f}$$

ومنه فإن:

$$\sin^2 f = \frac{a}{R} \qquad (16\text{-}7)$$

تحدد هذه المعادلة أصغر نصف قطر خطوة للترس، بحيث لا يحدث تداخل مع الجريدة المحددة بالقيمتين $\Phi$ و $a$.

تعطي العياريات العالمية عادة طول الساق بدلالة الخطوة القطرية $p_d$، أو الموديول $m$ على الشكل:

$$a = \frac{K}{p_d} = K.\,m$$

حيث $K$ ثابت يؤخذ من جداول العياريات، وهو يساوي 1.0 في أغلب الحالات، ويساوي 0.8 في حالة الأسنان البتراء (*Stub*).

كما أن الخطوة القطرية تعريفاً من المعادلة (7-3)، هي:

$$p_d = \frac{Z}{D} = \frac{Z}{2R}$$

ينتج بالتعويض من $R$ و $a$ في المعادلة (7-16) أن أقل عدد أسنان $Z$ للترس لمنع التداخل هو:

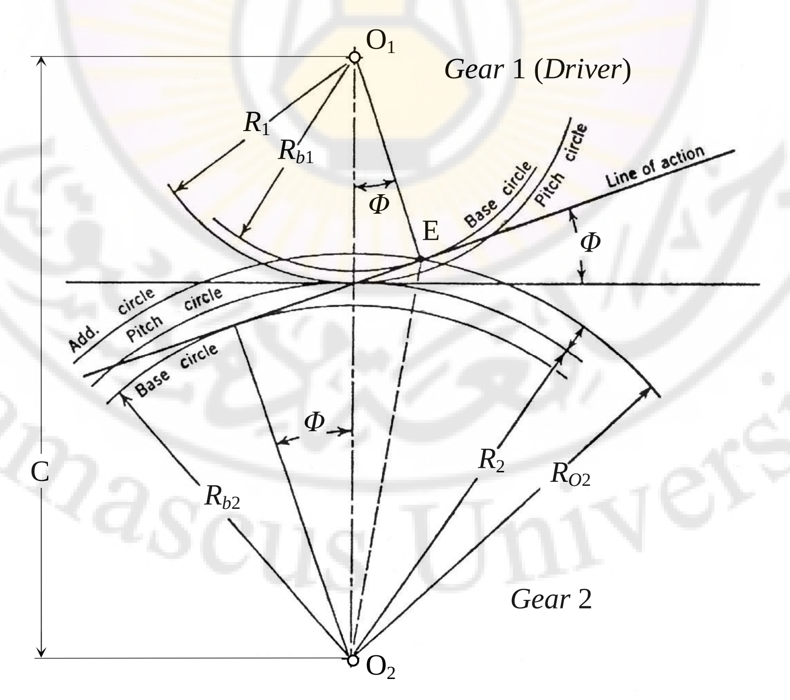
$$Z = \frac{2K}{\sin^2 f} \qquad (17\text{-}7)$$

يمكن من المعادلة (7-17) تحديد $Z$ لأية قيم عيارية مستعملة عالمياً . مثال ذلك ما هو مبين في الجدول التالي لأكثر الأنظمة العيارية شيوعاً:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $f^o$ | 14.5 | 20 | 25 | 20 |
| $K$ | 1 | 1 | 1 | 0.8 |
| $Z$ | 32 | 18 | 12 | 14 |

يكون العدد $Z$ الناتج من تطبيق المعادلة (7-17) عدداً كسرياً في أغلب الأحيان ؛ لذا فإنه يؤخذ العدد الصحيح الذي يليه مباشرة .

بما أن القيم $Z$ قد حددت على أساس تعشيق تريس مع جريدة مسننة ، فإنه يمكن استعمالها كحد أدنى لأسنان تريس يترافق مع مسنن آخر ، يساويه أو أكبر منه ، له نسب الأبعاد نفسها ، بأمان من دون حدوث أي تداخل بين أسنانهما ؛ وبالتالي فإن هذه القيم الدنيا هي أيضاً العدد الأدنى للأسنان التي يمكن قطعها ، عند استعمال طريقة التشكيل بوساطة عدة قطع مسننات (*Hob*) ذات شكل دودي بجوانب مستقيمة ، وذلك لأن التعشيق بين عدة القطع ، والتريس المراد تشكيل أسنانه يماثل حالة جريدة مسننة ، وتريس .




(الشكل-7-17) دائرة الساق للمسنن تمر من نقطة التداخل الحدية للتريس E .

لكن إذا أردنا تشكيل أسنان مسنن بطريقة أخرى ، مثال ذلك طريقة الباحث فيلـــوز (*Fellows*) ، حيث تأخذ أداة القطع شكل التريس الذي سيتم تعشيقه مع المسنن المراد تشكيله ، فإنه يفضل عندئذ تحديد عدد أسنان أصغر تريس يمكن تعشيقه مع مسنن معين دون حــدوث تداخل بين أسنانهما . يمكن إيجاد العلاقة التي تحدد ذلك استناداً إلى (الشكل-7-17) ، حيــث تمر دائرة الساق للمسنن من نقطة التداخل الحدية للتريس E . من الواضح عــدم ضــرورة دراسة التداخل عند النقطة الحدية الأخرى للتماس ؛ إذ إن دائرة ساق التريس تتقاطع مع خط العمل في نقطة تقع قبل هذه النقطة الحدية ، وعلى يمينها ، ولا تنطبق عليها إلا فــي حالــة مسننين متساويين ؛ أي إن التداخل يحدث بشكل عام بين نهايات أسنان المسنن ، وجوانب أسنان التريس .

يلاحظ من (الشكل-7-17) أن:

$$\mathrm{O_2E} = R_{O_2} = (R_{b_2}^2 + C^2 . \sin^2 f)^{1/2} \qquad (18\text{-}7)$$

لكن لدينا:

$$R_{O_2} = R_2 + a \quad , \quad R_{b_2} = R_2 . \cos f \quad , \quad C = R_1 + R_2$$

وبما أن لكل من التريس ، والمسنن الخطوة القطرية $p_d$ نفسها ، فإنه ينتج استناداً إلى مــا سبق أن طول ساق السن هو:

$$a = \frac{K}{p_d} = 2K \frac{R_2}{Z_2} = 2K \frac{R_1}{Z_1}$$

بالتعويض من هذه القيم في المعادلة (7-18) والإصلاح ، ينتج أن شرط عدم حدوث تــداخل بين الأسنان هو أن يكون عدد أسنان التريس $Z_1$ :

$$Z_1 = \frac{2K}{[G^2 + (1+2G)\sin^2 f]^{1/2} - G} \qquad (19\text{-}7)$$

حيث نسبة النقل:

$$G = R_2 / R_1$$

تجدر الإشارة إلى أن $(G \geq 1)$ دوماً ؛ لأنها نسبة نصف قطر دائرة خطوة المسنن إلى نصف قطر دائرة خطوة التريس .

كما أنه ينتج من مقارنة المعادلتين (7-17) و(7-19) أن عدد أسنان الترريس في حالة جريدة مسننة هو أكبر من عدد أسنان الترريس عند تعشقه مع مسنن دائري آخر مهما كانت قيمة $G$ ، وذلك عند كون قيمة كل من $\Phi$ و $K$ واحدة في الحالتين . هذا ما سبق وأشرنا إليه من أن الترريس الذي لا يتداخل مع جريدة مسننة ، فإنه لا يتداخل مع أي مسنن دائري يتعشق معه بالشروط التصميمية نفسها للخطوة وزاوية الضغط .

إن عدد الأسنان المعطى في كل من المعادلتين (7-17) و(7-19) هو عدد نظري ، بينما تستخدم عادة أعداد أكبر عند التشغيل ، وذلك لإزاحة السطح الأنفليوتي الفعال من جوار الدائرة الأساسية ؛ مما يضمن عمل أسلس ، وأهدأ للمسننات وحمايتها من الإجهادات العالية ، والاهتراء عند نهاية الجذر .

هنالك أيضاً حدود دنيا لمجموع عدد أسنان الترريس ، والمسنن يجب تحقيقها لمنع حدوث التداخل . يعود ذلك إلى أن الجريدة الأساسية التي ستستخدم في تصنيع كل منهما ، ستكون محددة بأعظم طول ساق $a$ لأسنانها حسب ما يناسب تحقيق المعادلة (7-17) ، حيث ينتج بشكل عام أن:

$$a = K.\,m = \frac{Z}{2} m.\sin^2 f$$

وبالتالي فإن أعظم طول ساق $a_1$ للترريس عند قطعه بهذه الجريدة هو:

$$a_1 = \frac{Z_1}{2} m.\sin^2 f$$

وأعظم طول ساق $a_2$ للمسنن عند قطعه بالجريدة نفسها هو:

$$a_2 = \frac{Z_2}{2} m.\sin^2 f$$

ومنه فإن:

$$a_1 + a_2 = \frac{Z_1 + Z_2}{2} m.\sin^2 f$$

لكن مجموع طولي الساقين يمثل العمق الفعال الذي يساوي في المسننات العيارية $2m$ ؛ وبالتالي الحد الأدنى لمجموع عدد أسنان الترريس والمسنن هو:

$$Z_1 + Z_2 = \frac{4}{\sin^2 f} \qquad (20\text{-}7)$$

أي: إنه في حالة زاوية ضغط عيارية $20^o$ ، فإن هذا المجموع يجب ألا يقل عن 35 سناً .

أما في حالة أسنان بتراء حيث العمق الفعال أقل ؛ إذ إنه يساوي عادة $1.6\ m$ ، فإن المجموع الأدنى لعدد الأسنان يصبح 28 سناً . رغم ذلك فإن العيارية البريطانية توصي في حال استعمال أبعاد قياسية للعمق الفعال وللبعد بين المركزين ، ألا يقل هذا المجموع عن 60 سناً . إن الغاية من ذلك هي تحسين آلية التعشيق ، والتماس ، بالابتعاد عن الجزء من الأنفليوت الذي يقع بالقرب من الدائرة الأساسية .

### 4-6-7- طرائق تلافي التداخل بين الأسنان

***Methods of Interference Prevention***

يمكن تلافي التداخل بين نهايات أسنان المسنن ، وجوانب التريس بإحدى الطرائق الآتية:

1. قطع أجزاء من جوانب أسنان التريس أو تعديل شكل سطحها بالقرب من الدائرة الأساسية ، حيث يمكن تشكيلها من منحن دويري عوضاً من المنحني الأنفليوتي . لكن يؤدي ذلك إلى إضعاف مقاومة السن ، وإلى صعوبة في التصنيع . كما يمكن من جهة أخرى تعديل شكل نهايات أسنان المسنن .

2. زيادة البعد بين المركزين بشكل طفيف لا يخل بالعمل الصحيح للأسنان ؛ وإنما يؤدي إلى زيادة زاوية الضغط ؛ وبالتالي إلى ضغط تماس أعلى بين الأسنان عند نقل عزم معين . يؤدي ذلك أيضاً إلى زياد في مقدار الفوت بين الأسنان .

3. تعديل الساق أو تصحيحها لكل من التريس والمسنن ، بحيث يصبح طولاهما غير متساويين . يتم ذلك بإنقاص طول ساق المسنن من خلال إزاحة الجريدة الأساسية القاطعة باتجاه محور المسنن عند توليد أسنانه . أما طول ساق التريس ، فإنه يزداد بإزاحة الجريدة بشكل يبعدها عن محور التريس . تكون الزيادة في ساق التريس مساوية عادة النقصان الحاصل في ساق المسنن بغية الحفاظ على عمق فعال ثابت . تبقى كل من زاوية الضغط ، والمسافة بين المركزين والدائرتين الأساسيتين ثابتة ، بينما تصبح سماكة سن المسنن عند دائرة الخطوة أقل من $p/2$ ، وسماكة سن التريس أكبر من $p/2$ . يسمى المقدار $\zeta$ الذي يعدل به طول الساق بـ معامل التصحيح أو معامل الساق . إن أقل قيم لهذا المعامل تساوي الفرق بين طول الساق العياري وأعظم طول للساق لا يؤدي إلى حدوث تداخل . إن المسننات المصححة غير قابلة للتبادل حيث يتعشق كل مسنن مع مرافقه فقط .

**مسألة-7-1**

مسننان عدلان أنفليوتيان يتصف كل منهما بأن الموديول 6 mm ، طول الساق 6 mm ، وزاوية الضغط ($\Phi = 20^o$) .

فإذا كان عدد أسنان المسنن 47 سناً ، وعدد أسنان الترس 19 سناً ، ويدور بسرعة زاوية ثابتة قدرها 100 rad/sec باتجاه دوران عقارب الساعة . المطلوب تعيين المقومات الحركية لهذين المسننين .

**الحل**:

باستعمال الرمز 1 للترس و 2 للمسن ، ولأن الرموز كافة المستعملة في الحل هي نفسها التي سبق ذكرها وتعريفها في الفقرات السابقة ، بالآتي:

فإن نصف قطر دائرة الخطوة ينتج من تعريف الموديول:

$$m = \frac{2R}{Z} \quad \Rightarrow \quad R_1 = \frac{Z_1.m_1}{2} = 57 \text{ mm} \quad , \quad R_2 = \frac{Z_2.m}{2} = 141 \text{ mm}$$

ومنه البعد بين مركزي المسننين:

$$C = R_1 + R_2 = 57 + 141 = 198 \text{ mm}$$

أما نصف قطر دائرة الساق:

$$R_O = R + a \quad \Rightarrow \quad R_{O_1} = R_1 + a = 63 \text{ mm} \quad , \quad R_{O_2} = R_2 + a = 147 \text{ mm}$$

ونصف قطر الدائرة الأساسية ، فهو من المعادلة (7-8):

$$R_b = R.\cos f \Rightarrow R_{b_1} = R_1.\cos f = 53.56 \text{ mm} \, , \, R_{b_2} = R_2.\cos f = 132.5 \text{ mm}$$

ومنه فإن طول مسار التماس ينتج من المعادلة (7-10):

$$L = [R_{O_1}^2 - R_{b_1}^2]^{1/2} + [R_{O_2}^2 - R_{b_2}^2]^{1/2} - C.\sin f = 29.2 \text{ mm}$$

وقوس التماس ، فهو من المعادلة (7-11):

$$DD' = CC' = \frac{L}{\cos f} = 31.1 \text{ mm}$$

أما الخطوة الدائرية ، فهو من المعادلة (7-2):

$$p = \frac{p.D}{Z} = p.m = 6p = 18.84 \text{ mm}$$

ومنه الخطوة الأساسية من المعادلة (7-9):

$$p_b = p.\cos f = 17.7 \text{ mm}$$

ونسبة التماس من المعادلة (7-14):

$$m_c = \frac{L}{p_b} = 1.65$$

أي: إن التعشيق يتم بين زوج أو زوجين من الأسنان تبادلياً .

كما أن زاوية عمل الترس $\theta_1$ ، هي:

$$q_1 = \frac{\overset{\frown}{\text{DD}'}}{R_1} = \frac{31.1}{57} = 0.545 \text{ rad} = 31.28^{\circ}$$

وكذلك زاوية عمل المسنن $\theta_2$ ، هي:

$$q_2 = \frac{\overset{\frown}{\text{DD}'}}{R_2} = \frac{31.1}{141} = 0.22 \text{ rad} = 12.65^{\circ}$$

أما طول مسار الاقتراب AP في (الشكل-7-14) ، فهو:

$$\text{AP} = \text{E}_1\text{P} - \text{E}_2\text{A}$$

لكن:

$$\text{E}_1\text{P} = R_1.\sin f = 19.5 \text{ mm}$$

$$\text{E}_1\text{A} = \text{E}_1\text{B} - \text{AB} = (R_{O_1}^2 - R_{b_1}^2)^{1/2} - L = 3.966 \text{ mm}$$

ومنه طول مسار الاقتراب:

$$\text{AP} = 15.534 \text{ mm}$$

وبالتالي طول مسار الابتعاد:

$$\text{PB} = \text{AB} - \text{AP} = 29.2 - 15.534 = 13.666 \text{ mm}$$

أما زاويتا الاقتراب ، والابتعاد ، فاستناداً إلى المعادلتين (7-13) ، ينتج:

$$a = \frac{\overline{\mathrm{AP}}}{R.\cos f} \Rightarrow a_1 = \frac{\overline{\mathrm{AP}}}{R_1.\cos f} = 0.29 \text{ rad} \;\; , \;\; a_2 = \frac{\overline{\mathrm{AP}}}{R_2.\cos f} = 0.117 \text{ rad}$$

$$b = \frac{\overline{\mathrm{PB}}}{R.\cos f} \Rightarrow b_1 = \frac{\overline{\mathrm{PB}}}{R_1.\cos f} 0.255 \text{ rad} \;\; , \;\; b_2 = \frac{\overline{\mathrm{PB}}}{R_2.\cos f} = 0.103 \text{ rad}$$

أما نسبة النقل فتعريفاً ، هي:

$$G = \frac{w_1}{w_2} = \frac{Z_2}{Z_1} = \frac{R_2}{R_1} = 2.474$$

ومنه السرعة الزاوية للمسنن 2 ، هي:

$$w_2 = w_1 / G = 40.425 \text{ rad/sec}$$

وهي باتجاه عكس عقارب الساعة ، والسرعة الزاوية النسبية ، هي:

$$w_{12} = w_1 + w_2 = 140.425 \text{ rad/sec}$$

وسرعة الانزلاق العظمى تحدث عند بدء التماس في A ؛ لأن (AP > PB) ، وقيمتها من المعادلة (7-15):

$$V_S = w_{12}.x = (w_1 + w_2)\mathrm{AP} = 2.18 \text{ m/sec}$$

يمكن التحقق من إمكان حدوث التداخل بحساب أصغر عدد أسنان ممكن ليعشق مع المسنن 2 ، ويحقق نسبة النقل نفسها أعلاه ، وضمن الشروط التصميمية المعطاة ، وبما أن $(m = a)$ ، وأن قيمة الثابت $K$ تعطى بالعلاقة:

$$a = \frac{K}{p_d} = K.m \qquad \Rightarrow \qquad K = 1$$

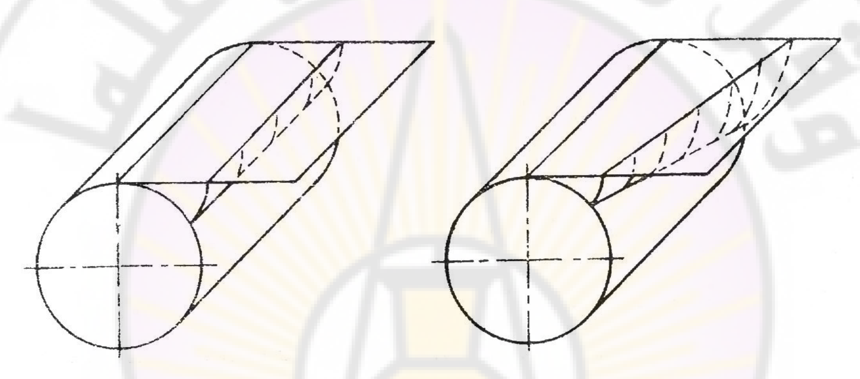
ينتج من تطبيق المعادلة (7-19) أن أصغر عدد بعد تقريبه لأكبر عدد صحيح يليه ، هو:

$$Z_1 = \frac{2K}{[G^2 + (1 + 2G)\sin^2 f]^{1/2} - G} = 15$$

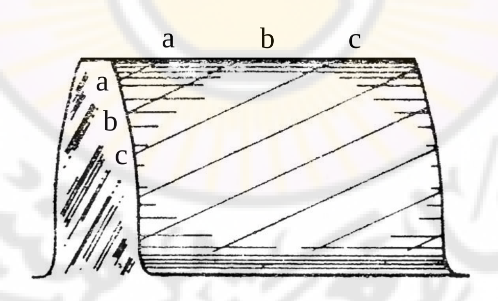
وبالتالي لا يحدث تداخل بين الترييس ، والمسنن .

## 7-7- إنشاء أسنان المسننات الحلزونية الانفليوتية
## *Construction of Involute Helical Gear Teeth*

بينا في الفقرة (7-5-1) كيفية توليد منحني الأنفليوت من تدحرج خط مستقيم على محيط دائرة ؛ وبالتالي فإن تدحرج مستو على سطح أسطوانة ينتج منه سطح أنفليوتي ، ومن الواضح أن خطاً مستقيماً في هذا المستوي يوازي محور الأسطوانة ، فإنه يولد سطحاً أنفليوتياً لسن عدلة ، كما هو مبين في الرسم a في (الشكل-7-18) ، ويتم التماس بين سنين عدلتين إذن على طول خط مستقيم يوازي محوري المسنين المترافقين .



b- إنشاء سطح أنفليوتي لسن حلزوني.  a- إنشاء سطح أنفليوتي لسن عدلة.




c - سن أنفليوت حلزوني.

(الشكل-7-18)

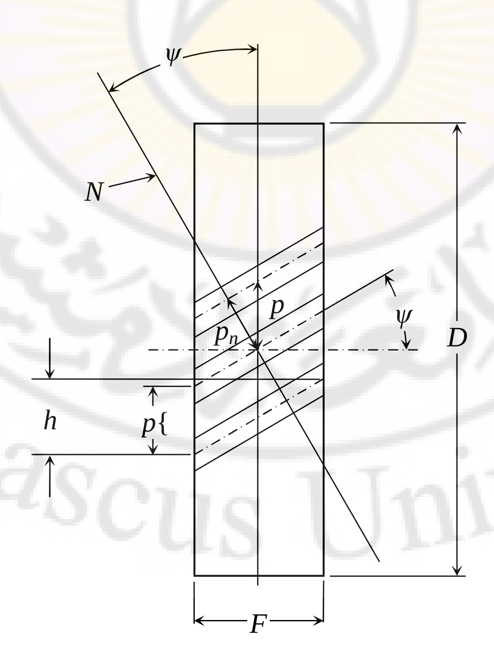
أما إذا كان الخط المستقيم الموجود في المستوى مائلاً على محور الأسطوانة ، فإنه يولد سناً حلزونياً ، كما في الرسم b من (الشكل-7-18) ، ويسمى السطح الناتج بـ أنفليوتي حلزوني ، وهو يتكون من أجزاء خطوط مستقيمة... $a \to a$ , $b \to b$ , $c \to c$ ، كما هو مبين في الرسم c في (الشكل-7-18) .

### 7-7-1- تحليل حركة المسننات الحلزونية المتوازية

***Motion Analysis of Parallel Helical Gears***

يختلف التعشيق بين أسنان هذه المسننات عما هو عليه في المسننات العدلة ؛ إذ يبدأ التماس بين الأسنان في حالة المسننات الحلزونية المتوازية عند طرف السن ، ثم يتدرج على عرض السن حيث تكون الخطوط المكونة للحلزون الأنفليوتي هي خطوط التماس المتتاليــة ، بينما يتم التماس بين أسنان المسننات العدلة على كامل عرض السن دفعة واحدة . يسمح ذلك باستخدام المسننات الحلزونية المتوازية عند سرعات عالية .

بما أن الأسنان في المسننات الحلزونية بأنواعها كافة تميل على محور المسنن ، فإنه ينتج لها مقومات خاصة ، إضافة لما سبق تعريفها في الفقرة (7-4) . يبين (الشــكل-7-19) أسنان مسنن حلزوني فُردت على أسطوانة الخطوة التي قطرها D ، حيث تعرف الخطــوة الدائرية $p$ ، والقطرية $p_d$ في مستوى الدوران ، أي المستوي العمــودي علــى محــور المسنن بشكل مماثل لما سبق في حالة المسننات العدلة ، بينما تنشأ في المسننات الحلزونيــة قيم أخرى في كل من المستوي الناظمي N على محور الســن ، والمســتوي المحــوري الموازي لمحور المسنن .




(الشكل-7-19) أسنان متوازية لمسنن حلزوني .

إن أهم هذه القيم ، هي:

§ زاوية الحلزون *Helix Angle*

وهي الزاوية بين محور السن ، والمستوي الذي يحتوي علـــى محـــور المســـنن ، ويرمز لها بـــ $\psi$ . ويتخذ قطر دائرة الخطوة أساساً لقيـــاس الزاويـــة إلا إذا نـــص علـــى خلاف ذالك .

§ زاوية القودة *Lead Angle*

وهي الزاوية المتممة لزاوية الحلزون ، ويرمز لها بـــ $\gamma$ . أي $(\gamma = 90^o - \psi)$ .

§ الخطوة الدائرية الناظمية *Normal Circular Pitch*

وهي المسافة بين نقطتين متناظرتين على سنين متجاورتين ، مقاسه علـــى النـــاظم لحلزون السن ، ويرمز لها بـــ $p_n$ ، أي إن:

$$p_n = p.\cos y \qquad (21\text{-}7)$$

§ الخطوة القطرية الناظمية *Normal Diametric Pitch*

وهي الخطوة القطرية منسوبة إلى المستوي الناظمي على محور السن ، ويرمز لها بـــ $p_{dn}$ ، وبما أن:

$$p_n = \frac{p}{p_{dn}}$$

فإنه ينتج:

$$p_{dn} = p_d.\sec y \qquad (22\text{-}7)$$

§ الخطوة المحورية *Axial Pitch*

وهي المسافة بين نقطتين متناظرتين على سنين متجاورتين ، مقاسه باتجـــاه مـــواز لمحور المسنن ، ويرمز لها بـــ $p_a$ ، أي إن:

$$p_a = p.\cot y \qquad (23\text{-}7)$$

§ زاوية الضغط العرضية *Pressure Transverse Angle*

وهي الزاوية بين الناظم المشترك لسطحي تماس سنين ، والمماس المشترك لدائرتي الخطوة في مستو عمودي على محور المسنن ، ويرمز لها بـــ $\Phi_\tau$ .

§ زاوية الضغط الناظمية *Pressure Normal Angle*

وهي زاوية الضغط في المستوي الناظمي على السن ، ويرمـز لهـا بـــ $\Phi_n$ ، وتعطى بالعلاقة:

$$\tan f_n = \tan f_t . \cos y \qquad (24\text{-}7)$$

§ زاوية الضغط المحورية *Pressure Axial Angle*

وهي زاوية الضغط في مستو يوازي محور السن ، ويرمز لها بـــ $\Phi_a$ ، وتعطــى بالعلاقة:

$$\tan f_a = \tan f_n . \operatorname{cosec} y \qquad (25\text{-}7)$$

§ عرض السن *Face Width*

وهو يساوي عرض السن باتجاه يوازي محور المسنن ، ويرمز له بـــ $F$ .

§ تقدم نهاية السن *Advance of Tooth End*

وهو المسافة بين نهايتي السن مقاسه في مستو عمودي على محور السن ، ويرمز له بـــ $h$ . ويجب ألا تقل عن الخطوة الدائرية $p$ في المسننات المتوازية ، وتوصـــي أغلـــب العياريات بأن تساوي ($h = 1.15\ p$) ، حتى يضمن تماساً مستمراً عنـــد نقطـــة الخطـــوة ، ويحقق نسبة تماس كافية عملياً تساعد على إمكان استعمال المسننات الحلزونية عند ســـرعات عالية ؛ إذ أن نسبة التماس عندئذ تكون أكبر من نسبة التماس في المسننات العدلة .

يلاحظ من **(الشكل-7-19)** ، أن:

$$\tan y = \frac{h}{F}$$

وبالتالي يفضل أن يكون عرض السن:

$$F \geq \frac{1.15P}{\tan y}$$

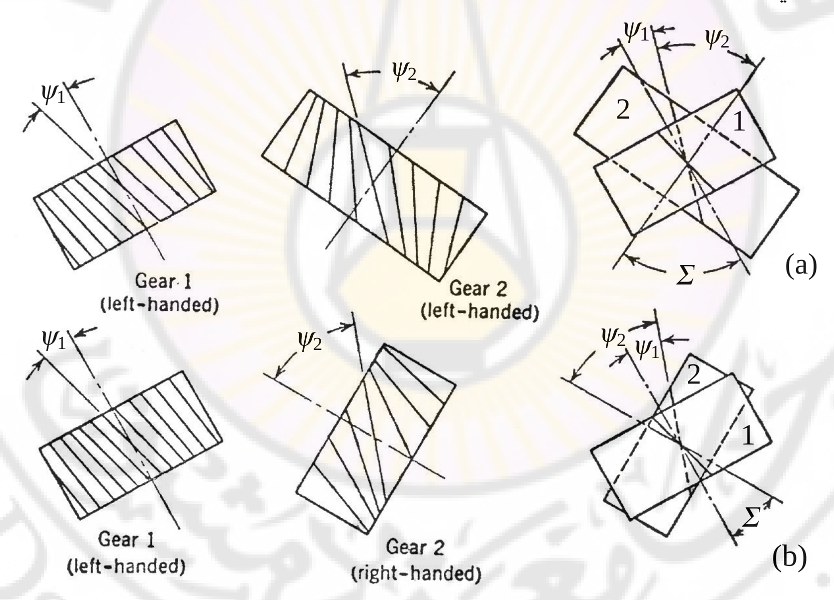
كما أنه إذا ثبتت المسافة $h$ ، فإن زيادة عرض المسنن تؤدي إلى نقصـــان زاويـــة الحلزون ، وبالتالي تحسين الأداء من حيث تخفيض الدفع المحوري الناتج على عمود الدوران عند نقل عزم معين .

يشترط لتعشيق زوج من المسننات الحلزونية المتوازية ، أن يكــون لهمــا زاويــة الحلزون نفسها ، والخطوة نفسها ، وأن يكون اتجاه الحلزون في أحدهما عكس اتجاهــه فــي الآخر . أما نسبة النقل فإنها مماثلة لما هي عليه في المسننات العدلة ؛ أي تتناسب عكسياً مع قطري دائرتي الخطوة .

### 7-7-2- تحليل حركة المسننات الحلزونية المتصالبة

***Motion Analysis of Crossed Helical Gears***

تستعمل هذه المسننات في نقل القدرة بــين محــورين غيــر متــوازيين ، وغيــر متقاطعين ، كما هو مبين في (الشكل-7-20) ، حيث تم توضيح وضع مســننين حلــزونيين متصالبين في حالة التعشيق ، إلى جانب بيان اتجاه الحلزون لكل من المسننين على حدة .




a- حلزوني أسنان المسننين هما من الاتجاه نفسه. ، b- حلزوني أسنان المسننين هما من اتجاهين متعاكسين.

(الشكل-7-20) المسننات الحلزونية المتصالبة .

إن حلزوني أسنان المسننين في الحالة a من (الشكل-7-20) ، هما مــن الاتجــاه نفسه ؛ أي يساري ، وتعطى الزاوية $\Sigma$ بين محوري المسنين بالعلاقة:

$$\Sigma = y_1 + y_2$$

حيث $\psi_1$ تمثل زاوية حلزون المسنن 1 ، و $\psi_2$ تمثل زاوية حلزون المسنن 2 .

أما في الحالة b من (الشكل-7-20) ، فإن حلزون أسنان المسنن 1 هو يساري ، بينما حلزون أسنان المسنن 2 فهو يميني الاتجاه ، وبالتالي فإن:

$$\Sigma = y_2 - y_1$$

يلاحظ في حالة اتجاهين متعاكسين أنه إذا تساوت زاويتا الحلزون ، فإن المسننين يصبحان متوازيين .

يمثل الضلع المشترك بين زاويتي الحلزون لكل من الحالتين المماس المشترك لسنين متماستين من المسننين 1 و 2 .

إن شرط تعشيق مسننين حلزونيين متصالبين هو أن تكون لهما الخطوة الدائرية الناظمية $P_n$ نفسها ؛ وبالتالي الخطوة القطرية الناظمية $p_{dn}$ نفسها ، بينما لا يشترط أن تكون لهما الخطوة نفسها في مستوي الدوران ، أما زاويتا الحلزون فيمكن أن تتساويا أو أن تكونا مختلفتين بالقيمة ، والاتجاه .

يعطى عدد أسنان كل من المسننين ، بدلالة الخطوة القطرية $p_d$ في مستوي الدوران ، على الشكل الآتي:

$$Z_1 = D_1.p_{d_1} \qquad , \qquad Z_2 = D_2.p_{d_2}$$

لكن ينتج من المعادلة (7-22) أن:

$$p_{d_1} = p_{dn}.\cos y_1 \qquad , \qquad p_{d_2} = p_{dn}.\cos y_2$$

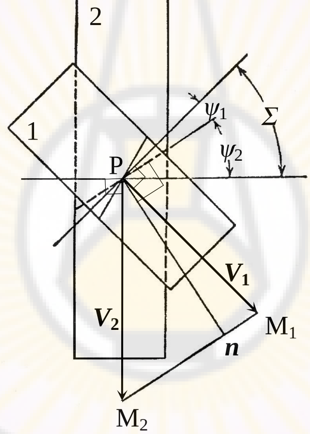
وذلك لأن الخطوة القطرية الناظمية $P_{dn}$ هي نفسها لكلا المسننين ، ومنه فإن نسبة النقل:

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{Z_2}{Z_1} = \frac{D_2.\cos y_2}{D_1.\cos y_1} \qquad (26\text{-}7)$$

يلاحظ من هذه العلاقة أن نسبة النقل بين مسننين حلزونيين متصالبين ، لا تتناسب عكسياً مع قطري دائرتي الخطوة ، إلا في حالة تساوي زاويتي الحلزون . أما البعد بين مركزي المسننين ، فإنه يساوي مجموع نصفي قطري دائرتي الخطوة .

رغم أن كل مسنن من زوج مسننات متصالبة لا يختلف عن المســننات الحلزونيــة المتوازية ، إلا أن آلية التعشيق متباينة في الحالتين . إن التماس بين سطحي سنين متوازيتين هو تماس خطي ، بينما التماس بين سطحي سنين متصالبتين هو تماس نقطي ، بحيث يحــدث انزلاق على طول حلزون السنين ، وهذا لا يحصل في تعشيق المسننات المتوازية ؛ لذا فــإن المسننات الحلزونية المتصالبة تستعمل لنقل قدرات صغيرة نسبياً ، ومن تطبيقاتها آليــة إدارة الموزع في محركات السيارات .

يبين (الشكل-7-21) مسننين متصالبين 2 و 1 متماسين عند نقطة P ، ولهما اتجاه الحلزون نفسه . يمثل الخط المتقطع المار من P المماس المشترك للسنين المتماستين . إن للنقطة P سرعتين محيطيتين مختلفين $V_1$ و $V_2$ ، بحسب كونها نقطة من المسنن 1 أو نقطة من المسنن 2 .




(الشكل-7-21) مسننين متصالبين 2 و 1 متماسين عند نقطة P

إن السرعة $V_1$ عمودية على محور المسنن 1 ، وتمثل بالمتجه $PM_1$ ، بينمــا السرعة $V_2$ ، فإنها عمودية على محور المسنن 2 ، وتمثل بالمتجــه $PM_2$ . لكــن مــن الواضح أن شرط حفظ التماس يؤدي إلى أن تكون لهما مركبة ناظمية واحــدة $Pn$ باتجــاه الناظم المشترك ، إلا أن مركبتي هاتين السرعتين باتجاه المماس المشترك ؛ أي باتجاه مواز لمحور السن هما متعاكستان بالاتجاه ؛ وبالتالي تنتج سرعة انزلاق بين السنين بهذا الاتجاه ، وقيمتها هي:

$$V_S = V_1.\sin y_1 + V_2.\sin y_2$$

حيث:

$$V_1 = w_1.R_1 \qquad , \qquad V_2 = w_2.R_2$$

### 3-7-7- تشكيل أسنان المسننات الحلزونية وتداخلها

***Forming and Interference of Helical Gear Teeth***

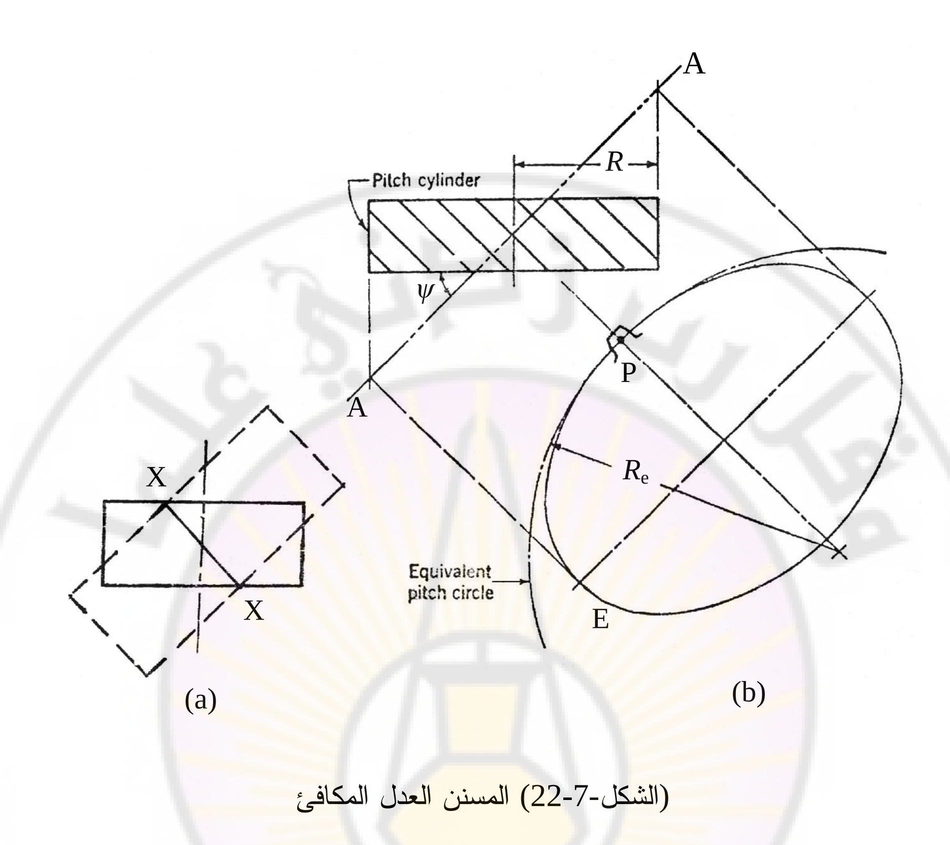
يمكن تشكيل أسنان أي مسنن حلزوني بعدة القطع نفسها الخاصة بتوليد أسنان مسنن عدل ، إلا أنه يجب في هذه الحالة إمالة محور عدة القطع هذه ، من الوضع الموافق لتشكيل المسنن العدل ، بزاوية تساوي زاوية الحلزون $\psi$ المراد تشكيله . كما أنه من الضـــروري عندئذ توصيف الخطوة ، وزاوية الضغط في المستوي الناظمي؛ أي $\Phi_n$ و $p_{dn}$ .

يتم عادة تصميم المسننات الحلزونية استناداً إلى المقطع الناظمي للأســنان ، حيــث تطبق عندئذ نسب أبعاد المسننات العدلة على أنها الأبعاد الناظمية للأسنان الحلزونية .

يستعمل في هذه الحال مفهوم المسنن العدل المكافئ ، وهو مسنن افتراضي يــوازي محوره محور السن الحلزونية X-X ؛ أي إن هذا المسنن المكافئ يدور في مستو عمــودي على محور السن ، كما هو مبين في الرسم a في (الشكل-7-22) . يمثــل المســتطيل ذو الخطوط المتقطعة المسنن العدل المكافئ ، ويسمى عدد أسنان المسنن المكــافئ بـــــ عــدد الأسنان الافتراضي أو التشكيلي ، ونصف قطر دائرة الخطوة له ، يساوي نصف قطر انحناء أسطوانة الخطوة للمسنن الحلزوني في مستو عمودي على محــور الســن ، أمــا الخطــوة المكافئة ، فإنها تساوي الخطوة الناظمية للمسنن الحلزوني .

يلاحظ من الرسم b في (الشكل-7-22) أن مقطع المسنن الحلزوني بمســتو A-A عمودي على محور السن ، ومار من نقطة الخطوة ، هو جزء من قطع ناقص ؛ إذ إن ذلــك يماثل قطع أسطوانة قائمة بمستو مائل على محورها . يساوي طول المحور الأصغر للقطــع الناقص قطر دائرة خطوة المسنن الحلزوني $D$ ، بينما يساوي طول محوره الأكبر $D.\sec\psi$ .

يمكن تحديد نصف قطر دائرة الخطوة $R_e$ للمسنن المكافئ ، من حســاب نصــف قطر انحناء القطع الناقص عند نهاية المحور الأصغر P ، انطلاقاً من أن القطــع النــاقص المكافئ ينطبق مع المقطع الناظمي للمسنن الحلزوني عند هذه النقطة ، كما هو واضــح فــي الشكل ، حيث يبين المنحني E القطع الناقص المكافئ .




(الشكل-7-22) المسنن العدل المكافئ

يمكن البرهان بسهولة - من علاقات الهندسة التحليلية لحساب نصف قطر انحناء القطع الناقص - على أن نصف قطر دائرة الخطوة المكافئ ، هو:

$$R_e = R.\sec^2 y$$

وبما أن الخطوة القطرية المكافئة تساوي الخطوة القطرية الناظمية $p_{dn}$ للمسنن الحلزوني ، فإنه استناداً إلى المعادلة (7-22) ينتج أن عدد الأسنان الافتراضي $Z_e$ ، هو:

$$Z_e = Z.\sec^2 y \qquad (27\text{-}7)$$

حيث $Z$ تمثل عدد الأسنان الفعلي للمسنن الحلزوني .

يمكن باستعمال عدد الأسنان المكافئ الناتج من المعادلة (7-27) ، تطبيق العلاقات والمخططات العائدة إلى تصميم المسننات العدلة عند دراسة المسننات الحلزونية ، وذلك بعد إدخال التعديلات الناشئة عن اعتماد المقطع الناظمي للأسنان .

من الضروري أيضاً دراسة تأثير زاوية الحلزون في تعيين أقل عــدد أســنان Z يمكن تشكيله على مسنن حلزوني من دون حدوث تداخل . يمكن تحديد هــذا العــدد الأدنــى انطلاقاً من المعادلة (7-16) في حالة المسننات العدلة ، وتصبح في المسننات الحلزونية:

$$\sin^2 f_t = \frac{a}{R}$$

حيث $\Phi_\tau$ تمثل زاوية الضغط العرضية في مستو عمودي على محور المسنن الحلزوني .

أما طول الساق $a$ ، فإنه يعطى بدلالة الخطوة القطرية الناظمية بالعلاقة:

$$a = \frac{K}{p_{dn}}$$

ومنه فإن أقل عدد أسنان يمكن استعماله دون حدوث تداخل ، هو:

$$Z = \frac{2K.\cos y}{\sin^2 f_t} \qquad (28\text{-}7)$$

لكن لما كان توصيف المسننات الحلزونية يتم في المستوي الناظمي علــى محــور السن ، حيث تكون زاوية الضغط العيارية هي $\Phi_n$ ، فإنه يجب إذن حســاب قيمــة زاويــة الضغط العرضية $\Phi_\tau$ باستعمال المعادلة (7-24) ، ومن ثم تعيين أقل عدد للأسنان Z من المعادلة (7-28) . من الواضح أنه كلما زادت قيمة زاوية الحلــزون $\psi$ ، فــإن قيمــة $Z$ تنقص ، يبين الجدول الآتي هذا التأثير حيث نظم على أساس القيم العيارية الآتية:

$(\Phi_n = 20^o)$ و $(K = 1)$.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $y^o$ | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 45 |
| $Z$ | 17 | 16 | 15 | 14 | 12 | 7 |

أما عندما تكون $(\psi = 0)$ فإن $(\Phi_n = \Phi_\tau)$ وهي حالة مسنن عدل .

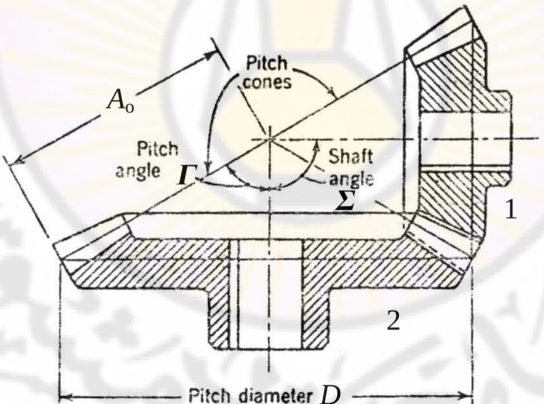
تؤخذ زاوية الحلزون عادة ما بين $15^o$-$25^o$ ، كما يمكن استعمال زاوية أكبر فــي حالة المسننات الحلزونية المزدوجة .

## 8-7- إنشاء المسننات المخروطية Construction of Bevel Gears

تستعمل هذه المسننات ، كما سبق وذكرنا في نقل القدرة بين عمودين يتقاطع محوراهما . يمكن أن تكون الزاوية بين المحورين حادة ، أو قائمة ، أو منفرجة .

إن سطحي الخطوة لمسننين مخروطيين مترافقين ، هما مخروطان يتدحرج بعضها على بعض من دون انزلاق ، ولهما حركة كروية . يتم التماس بين المخروطين عند تعشيق سنين على طول راسم مشترك لهما ، كما أن للمخروطين ذروة مشتركة هي نقطة تقاطع محوري العمودين . إن كل نقطة في مسنن مخروطي تبقى على مسافة ثابتة من الذروة المشتركة . إن أكثر أنواع المسننات المخروطية استعمالاً هي التي تكون أسنانها مستقيمة ، بحيث تتلاقى محاور الأسنان في الذروة المشتركة ، وسنقتصر هنا على دراسة هذا النوع .

يبين (الشكل-7-23) مسننين مخروطيين ، أسنانهما مستقيمة ، والزاوية بين محوريهما $90^o$ . من الواضح أن شرط حدوث تماس تدحرجي على طول الراسم المشترك لمخروطي الخطوة ، هو أن يكون لهذين المخروطين ذروة مشتركة هي نقطة تقاطع محوري المسننين المتعشقين .




(الشكل-7-23) مسننان مخروطيان أسنانهما مستقيمة والزاوية بين محوريهما $90^o$ .

تسمى نصف زاوية رأس مخروط الخطوة $\Gamma$ بـ زاوية الخطوة (*Pitch Angle*) ، ينتج من ذلك أن الزاوية بين محوري عمودي الدوران $\Sigma$ ، هي:

$$\Sigma = \Gamma_1 + \Gamma_2 \tag{29-7}$$

هذه العلاقة صحيحة لأية زاوية بين محوري عمودي الدوران $\Sigma$ ، وإن كان الوضع المتعامد المبين في (الشكل-7-23) ، هو الأكثر شيوعاً .

إن قطر الخطوة $D$ هو قطر قاعدة المخروط ، بينما يمثـــل $A_o$ طـــول راســـم المخروط ، ومن الواضح أنه هو نفسه لكلا المسنين المتعشقين . تعرف كـــل مـــن الخطـــوة الدائرية $p$ ، والخطوة القطرية $p_d$ للمسننات المخروطية ، كما في حالة المسننات العدلة ، إلا أنهما في المسننات المخروطية تحددان أبعاد السن عند قاعدة المخروط ، وبالتالي فإن:

$$p = \frac{p.D}{Z} \qquad , \qquad p_d = \frac{Z}{D}$$

حيث $Z$ تمثل عدد أسنان المسنن.

أما نسبة النقل ، فهي أيضاً مماثلة لما هي عليه في المسننات العدلة ؛ أي: إن:

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{Z_2}{Z_1} = \frac{D_2}{D_1} \tag{30-7}$$

تبين لنا سابقاً أنه يمكن رسم دائرتي الخطوة لمسننين عدلين في وضعهما الصحيح ، بمعلومية نصفي قطري الخطوة ، إلا أنه يجب في حالة مسننين مخروطيين توصيف نصـــفي القطرين ، وزاويتي الخطوة ، لنتمكن من رسم مخروطي الخطوة .

يمكن إيجاد العلاقات الهندسية لزاويتي الخطوة بدلالة المعطيات الأخرى للمسننين استناداً إلى (الشكل-7-23) ، حيث يلاحظ أن:

$$\sin \Gamma_1 = \frac{D_1}{2A_o} = \sin(\Sigma - \Gamma_2)$$

ومنه باستعمال العلاقات المثلثية ، والإصلاح ، ينتج أن:

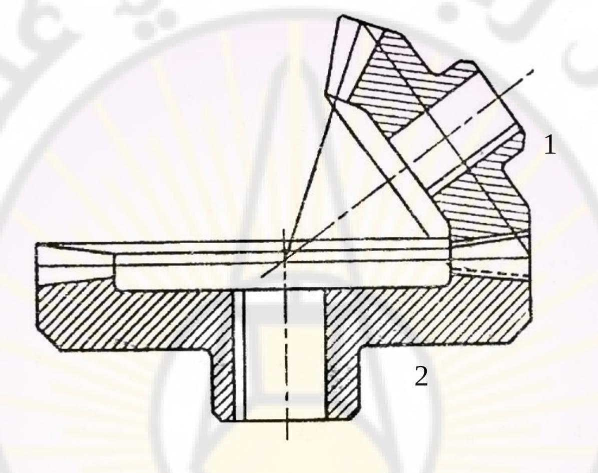
$$\tan \Gamma_2 = \frac{\sin \Sigma}{\cos \Sigma + Z_1 / Z_2} \tag{31-7}$$

وبطريقة مماثلة ، فإن:

$$\tan \Gamma_1 = \frac{\sin \Sigma}{\cos \Sigma + Z_2 / Z_1} \tag{32-7}$$

رغم أنه تم استنتاج المعادلتين أعلاه على أساس محـــورين متعامـــدين ، إلا أنهـــا صحيحة ، ويمكن تطبيقها لأية زاوية $\Sigma$ بين المحورين .

إذا كانت زاوية الخطوة ($\Gamma_2 = 90^o$) ، فإن سطح الخطوة للمسنن يصبح مستوياً ، بينما يبقى سطح خطوة الترس المتعشق معه مخروطاً يتدحرج على هذا المستوي . يسمى المسنن في هذه الحالة مسنناً تاجياً أو رئيساً (*Crown Gear*) ، وهو يمثل في المسننات المخروطية ما تمثله الجريدة المسننة بالنسبة للمسننات العدلة ، كما أن السطوح الجانبية لأسنان المسنن التاجي هي مستقيمة . يبين (الشكل-7-24) مسنناً تاجياً 2 ، والترس المتعشق معه 1 .

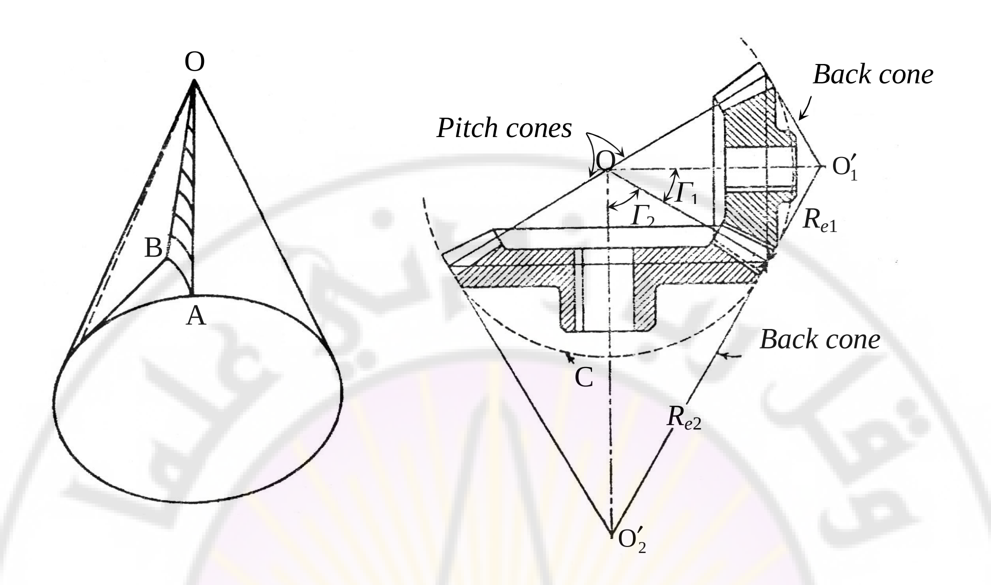



(الشكل-7-24) مسنن تاجي 2 والترس المتعشق معه 1 .

أما إذا كانت زاوية خطوة المسنن أكبر من $90^o$ ، فإننا نحصل على تعشيق داخلي للمسننين ، بينما في حال كون ($\Gamma_1 = \Gamma_2 = 45^o$) ، فإن المسننين متساويان في القطر ، وعدد الأسنان ، ويسميان بـ مسننين مخروطيين مشطوبين .

### 7-8-1- تحليل حركة المسننات المخروطية
### *Motion Analysis of Bevel Gears*

يبين الرسم a في (الشكل-7-25) السن الأنفليوتي الذي ينتج من مخروط أساسي راسمه OA . يمكن تصور ورقة ملفوفة حول سطح المخروط ، ومشقوقة على طول OA . إذا أبعدت نهاية الورقة هذه عن سطح المخروط بحيث تبقى الورقة مشدودة ، فإن الخط OA يتحرك إلى الوضع OB . ينتج من ذلك أن النقطة B ستبقى على مسافة ثابتة من النقطة O ، وبالتالي ستتحرك على سطح كرة . يسمى المنحني AB أنفليوتاً كروياً .




b- تعشيق صحيح لأسنان مسننين مخروطيين    a- سن أنفليوتي ناتج من مخروط أساسي
(الشكل-7-25)

ينتج من ذلك أن الحركة النسبية لزوج من الأسنان المخروطية المتوافقة هي حركة كروية ؛ وبالتالي يجب لتأمين تعشيق صحيح للنهايات الخارجية لأسنان مسننين مخروطيين ، أن تقع في سطح كرة مركزها الذروة المشتركة O لمخروطي الخطوة ، ونصف قطرها الراسم المشترك للمخروطين . يبين الرسم b في (الشكل-7-25) الدائرة العظمى لهذه الكرة C بخطوط متقطعة .

لكن لا يتم عادة تشكيل القطاع الخلفي للمسنن المخروطي بشكل كروي ؛ لذا فإنه يصنع بشكل مخروطي ، يسمى المخروط الخلفي (*Back Cone*) ، كما في الرسم b في (الشكل-7-25) لكل من المسنن والتريس ، حيث يمس هذا المخروط الكرة التخيلية C عند قطر دائرة الخطوة . إن رواسم المخروط الخلفي هي إذن عمودية على تلك لمخروط الخطوة . إن كلاً من سطحي المخروط الخلفي ، والكرة متماثلان عملياً عند نهايات الأسنان . إن المسافات من الذروة المشتركة إلى نهايات الأسنان هي غير متساوية إلا عند نقطة الخطوة ؛ لذا فإن سطوح نهايات الأسنان المتعشقة ليست باستواء واحد تماماً ، إلا أن عدم الاستواء صغير جداً ، بحيث إنه لا يؤثر في آلية تعشيق الأسنان .

بما أنه من الصعب تحليل حركة السن في مسنن مخروطي علـــى أســـاس الشـــكل الحقيقي لهذا السن ؛ لأنه جزء من سطح كرة ، فإن مفهوم المخروط الخلفي يساعد في تقريب الحركة إلى حركة مستوية تكافئ عملياً الحركة الكروية الحقيقية . يسمى هذا التقريـــب بـــــ تقريب تريدكولد (*Tredgold*) ، وهو يبسط تحليل حركة المسننات المخروطية بتحويلها إلى حركة مسننات عدلة مكافئة لها ، بدقة جيدة وكافية في معظم التطبيقات العملية التي يزيد عدد أسنانها على ثمانية أسنان .

ينتج من هذا التقريب أن جانبية السن في مسنن مخروطي ، توافق إلى حـــد كبيـــر جانبية السن في مسنن عدل نصف قطر دائرة خطوته يساوي طول راسم المخروط الخلفي ؛ إضافة إلى أن الخطوة القطرية هي نفسها لكل من المسنن المخروطي ، والمسنن العدل الذي يسمى عندئذ بـــ المسنن العدل المكافئ . إن عدد أسنان هذا المســـنن هـــو عـــدد الأســـنان الافتراضي $Z_e$ للمسنن المخروطي . يمكن تعيين $Z_e$ استناداً إلى تعريف الخطوة القطرية مع ملاحظة أنها نفسها ، حيث ينتج بشكل عام أن:

$$Z_e = Z \frac{R_e}{R}$$

حيث:

$Z$ تمثل عدد أسنان المسنن المخروطي المراد تحليله .

$R$ تمثل نصف قطر الخطوة للمسنن المخروطي المراد تحليله .

$R_e$ تمثل نصف قطر دائرة خطوة المسنن العدل المكافئ .

حيث $R_e$ يساوي طول راسم المخروط الخلفي للمسنن المخروطي المراد تعيـــين عدد أسنانه الافتراضي ، ويلاحظ في الرسم b في (الشكل-7-25) أن لدينا بوجه عام:

$$R_e = \frac{R}{\cos \Gamma}$$

ومنه فإن:

$$Z_e = Z \frac{1}{\cos \Gamma} \qquad (33\text{-}7)$$

أي يمكن بسهولة تعيين $Z_e$ بدلالة عدد الأسنان الحقيقي للمســـنن المخروطـــي ، وزاويـــة خطوته .

يستعمل عندئذ المسنن العدل المكافئ لتوصيف مقومات المسنن المخروطي جميعها ، بالطريقة نفسها التي تم توضيحها من خلال فقرات تحليل المسننات العدلة ، حيث تنسب أبعاد هذه المقومات جميعها ، وقيمها المختلفة إلى النهاية الخارجية للسن التي تم عندها تقريب الحركة الكروية إلى الحركة الناتجة من المخروط الخلفي .

تصنع المسننات المخروطية عادة بعد إدخال تصحيح على كل من طولي ساق الترس ، والمسنن ؛ لتفادي حدوث تداخل بين الأسنان ، كما سبق وبينا في المسننات العدلة . يحدد مقدار الزيادة في طول ساق الترس ، ومقدار النقصان في طول ساق المسنن بدلالة معامل الساق $\zeta$ الذي يعطى كما في المسننات العدلة ، لكن على أساس عدد الأسنان الافتراضي لكل من المسنن والترس . يؤدي هذا التعديل إلى متانة أكبر للسن ، وتوازن أفضل للتآكل بين الأسنان .

إن زاوية الضغط العيارية $\Phi$ تؤخذ عادة $20^o$ ، بينما يمكن تعيين بقية الأبعاد بتطبيق العلاقات العيارية نفسها المتبعة في المسننات العدلة ، على أساس استعمال عدد الأسنان الافتراضي وأسس تعديل الساق ذاتها . بما أن مخروطي الخطوة لأي مسننين مخروطيين لهما دوماً ذروة مشتركة ؛ وبسبب تعديل الساق فإن هذه المسننات تصمم ، وتصنع كزوج مترافق ، وهي قابلة للتبادل . كما أنه تجدر الإشارة إلى أن ميل الأسنان على محور المسنن يولد دفعاً جانبياً ، يجب أخذه بالحسبان عند تصميم محامل عمودي الدوران .

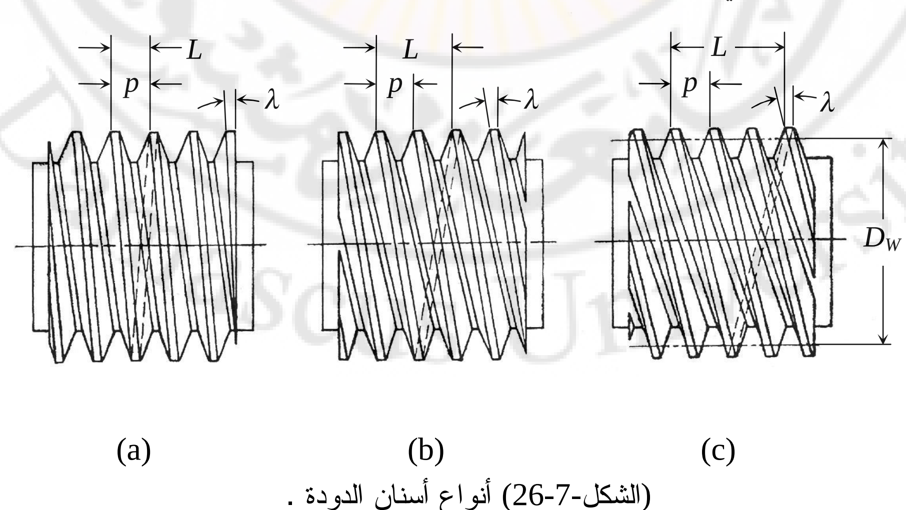
أما في حالة المسننات المخروطية اللولبية والهيبودية ، فإن التصميم يتم عادةً استناداً إلى جداول ونشرات صانعي آلات قطع المسننات المخروطية ؛ نظراً لصعوبة تحليلها نظرياً . من النظم المتبعة في هذا المجال نظام (*Gleason*) الشائع الاستعمال في الكثير من التطبيقات .

## 9-7- إنشاء المسننات الدودية Construction of Worm Gears

إذا أدى سن مسنن حلزوني دورة كاملة على أسطوانة الخطوة ، فإن المسنن النــاتج يسمى بــ الدودة ، بينما يسمى المسنن المرافق له بــ المسنن الدودي ، إلا أن هــذا المســنن غير حلزوني بالمعنى الصحيح .

يستعمل هذا النوع عادة في نقل القدرة بين عمودين متخالفين ، ومتعامدين ، وبنسبة نقل عالية نسبياً لأن الدودة تكون عادة ذات قطر صغير . كما تستعمل بشكل عام في تخفيض السرعة ، ولنقل عزوم كبيرة . تختلف المسننات الدودية عن المسننات الحلزونية المتصالبة ، والمسننات اللولبية في نقطة مهمة جداً ، وهي أن التماس بين أسنانها هو خطي عوضاً مــن كونه نقطياً ، كما سبق وبينا عند دراسة المسننات الحلزونية المتصالبة ، ينتج من ذلــك أنــه يمكن للمسننات الدودية أن تنقل أحمالاً أكبر مما تنقله المسننات المتصالبة أو اللولبيــة ، إلا أن سيئاتها حدوث سرعات انزلاق عالية بين الأسنان .

إن أسنان الدودة تلتف بشكل كامل حول أسطوانة الخطوة ؛ أي: إنها تماثل اللوالب من حيث شكلها ، وحركتها . يمكن للدودة أن تكون مفردة ، كما في الرسم a في (الشكل-7-26) ، أو ثنائية ، كما في الرسم b ، أو ثلاثية ، كما في الرسم c في (الشكل-7-26) ، أو أكثر من ذلك . يحدد عدد أسنان الدودة بأبواب اللولب المكون لها ؛ لذا فإن الأسنان تسمى أبواباً لتمييزها عن أسنان المسننات الأخرى . يكون عدد الأبواب عادة صغيراً ، ولا يزيد في أغلب الحالات على ستة أبواب .




(الشكل-7-26) أنواع أسنان الدودة .

تحدد أبعاد الدودة ، والمسنن الدودي المترافق معها بدلالة المقومات التالية ، وذلك استناداً إلى (الشكل-7-26):

§ الخطوة المحورية *Axial Pitch*

وهي المسافة بين نقطتين متناظرتين على بابين متجاورين ، مقاسة باتجـــاه محـــور الدودة ، ويرمز لها بـــ $p$ .

§ قطر الخطوة *Pitch Diameter*

وهو قطر أسطوانة الخطوة للدودة ، ويرمز لها بـــ $D_W$ .

§ القودة *Lead of Worm*

وهي مقدار تقدم الحلزون لكل دورة لأسطوانة الخطوة ، ويرمز لها بـــ $L$ ، مـــن الواضح أن هذا المقدار يتناسب طردياً مع الخطوة المحورية ، ومع عـــدد أبـــواب اللولـــب (*Start*) $i$ ؛ أي عدد أسنان الدودة ، ومنه فإن:

$$L = p.i \qquad (34\text{-}7)$$

§ زاوية القودة *Lead Angle*

وهي زاوية ميل السن على مستوي دوران الدودة ؛ أي المستوي العمودي على محور الدودة ، ويرمز لها بـــ $\lambda$ . يمكن تعيين قيمة هذه الزاوية بالرجوع إلى (الشكل-7-27) ، الذي يبين المثلث الناتج من بسط حلزون الخطوة ، حيث ينتج أن:

$$\tan l = \frac{L}{p\,.D_W} = \frac{p.i}{p\,.D_W} \qquad (35\text{-}7)$$

(الشكل-7-27) تحديد مقومات الدودة والمسنن الدودي .

§ زاوية الحلزون *Helix Angle*

وهي الزاوية التي يميل بها السن على محور الدودة ؛ أي: إنها الزاويــة المتممــة للزاوية $\lambda$ ، ويرمز لها بـــ $\psi$ .

§ زاوية الضغط *Pressure Angle*

وهي الزاوية بين الناظم على جانب السن ، ومحور الدودة . تساوي هذه الزاوية في حالة جانب مستقيم للسن نصف الزاوية المحصورة بين جانبي سنين متجاورتين ، ويرمز لها بـــ $\Phi$ .

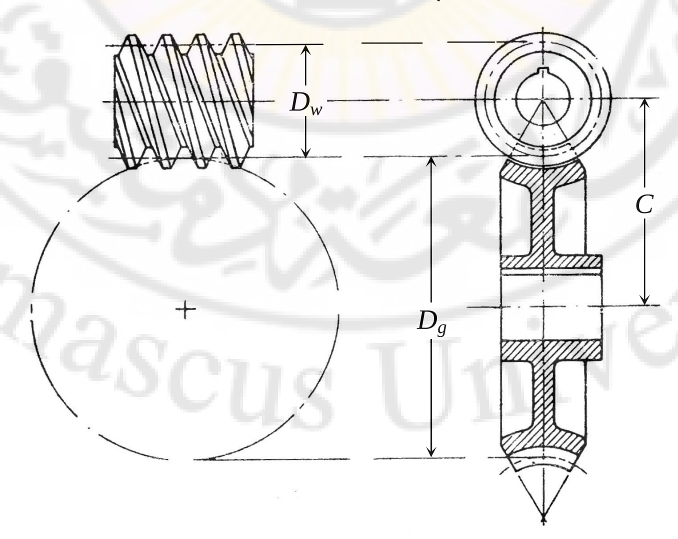
يبين (الشكل-7-28) دودة ، والمســنن المترافــق معهــا ، بحيــث إن محوريهمــا متعامدان . يجب في هذه الحالة أن تكون الخطوة المحورية للدودة مساوية الخطوة الدائريــة للمسنن الدودي ، كما أن زاوية ميل أسنان المسنن على محوره يجب أن تساوي زاوية القودة للدودة ، ينتج من ذلك أن:

$$D_g = \frac{p.Z_g}{p} \qquad (36\text{-}7)$$

حيث:

$D_g$ تمثل قطر دائرة الخطوة للمسنن الدودي .

$Z_g$ تمثل عدد أسنان المسنن الدودي .




(الشكل-7-28) دودة والمسنن المترافق معها .

أما نسبة النقل ، فهي:

$$\frac{w_W}{w_g} = \frac{Z_g}{i} \qquad (37\text{-}7)$$

ينتج بالتعويض من $i$ و $Z_g$ من المعادلتين (7-34) و (7-36) أن نسبة السرعة بدلالة قطر دائرة الخطوة للمسنن وقودة الدودة ، هي:

$$\frac{w_W}{w_g} = \frac{p.D_g}{L}$$

يمكن في حالة نسب نقل كبيرة ، وبالتالي زوايا قودة $\lambda$ صغيرة ، تشكيل أسنان الدودة بحيث تكون جوانبها مستقيمة في مقطع مار بمحور الدودة ، إلا أنه وجد أن شكل الأسنان هذا يؤدي إلى تداخل بين أسنان الدودة ، والمسنن الدودي ، إضافة إلى انخفاض مردود النقل بسبب احتمال زوال طبقة التزييت بين الأسنان ؛ لذا فإن العياريات العالمية توصي بشكل عام بأن تشكل أسنان الدودة كجزء من حلزون أنفليوتي ، كما في المسننات الحلزونية واللولبية .

يتم التصنيع عندئذ باستعمال جريدة مسننة يتعامد مستويها مع حلزون السن عند أسطوانة الخطوة . أما المسنن الدودي ، فإنه يصنع بوساطة عدة قطع مماثلة للدودة التي يترافق معها ، بحيث تؤمن هذه الطريقة في التشكيل تماساً خطياً بين الأسنان . يتم في هذه الحالة تحريك عدة القطع باتجاه قطري على سطح خامة المسنن ؛ مما ينتج منه تقعر في وجه المسنن ، كما في (الشكل-7-28) ، يساعد على توزع الحمل على أكبر سطح تماس .

تجدر الإشارة إلى أن مردود النقل في المسننات الدودية ، يتأثر بشكل رئيس بمعامل الاحتكاك بين الأسنان وبزاوية القودة $\lambda$ . يحصل أعظم مردود عند كون هذه الزاوية مساوية $45^o$ تقريباً ، كما أن تغيرات المردود مع زاوية القودة $\lambda$ تشير إلى أن المردود يبقى ثابتاً لقيم $(60 > \lambda > 30^o)$ ، بينما ينخفض بشكل سريع لقيم $\lambda$ الواقعة خارج هذا المجال .

يفضل أحياناً أن تكون الحركة بين الدودة ، والمسنن قابلة للعكس كما في السيارات ، حيث يتم غالباً عند إجراء عمليات الإصلاح أن يحرك المسنن الدودة . يمكن تحقيق ذلك بأن تكون زاوية القودة أكبر من زاوية الاحتكاك بين سطحي التماس . أما عند استعمال هذه المسننات في تطبيقات ذاتية القفل ، كما في الروافع ، فإنه يجب أن تكون زاوية القودة أقل من زاوية الاحتكاك ، وبشكل عام يجب عندئذ ألا تزيد على $5^o$ . ينتج من ذلك أن الدودة هي التي تحرك المسنن ، ولا يمكن عكس الحركة .

## 7-10- القوى المؤثرة في أسنان المسننات

## *Effective Forces in Gears Teeth*

لا بد عند تصميم مسننات آلية إدارة معينة من تحليل القوى المؤثرة في أسنان كل منها ، ليتم على أساسها تحديد متانة الأسنان ، ومعدل تآكلها ، وذلك استناداً إلى العلاقات التصميمية المعتمدة لأنواع المسننات المختلفة التي أهمها معادلات لويس وباكنكهام (*Lewis & Buckingham*) .

لا تختلف مبادئ تحليل القوى في المسننات عما هي عليه بالنسبة لوصلات التركيبات الآلية التي سبق توضيحها ؛ لذا فإننا سنكتفي في الفقرات اللاحقة بدراسة بعض الأمثلة النموذجية ؛ بغية توضيح تأثير المقومات الخاصة بكل نوع من المسننات في القوى المؤثرة في الأسنان ، وبما أن الغاية الرئيسة من هذا البحث هي دراسة المسنن كوصلة من تركيبة آلية ؛ لذا فإننا لن نتطرق إلى تحليل الأحمال الديناميكية التي تنشأ في جمل المسننات .

### 7-10-1- المسننات العدلة *Spur Gears*

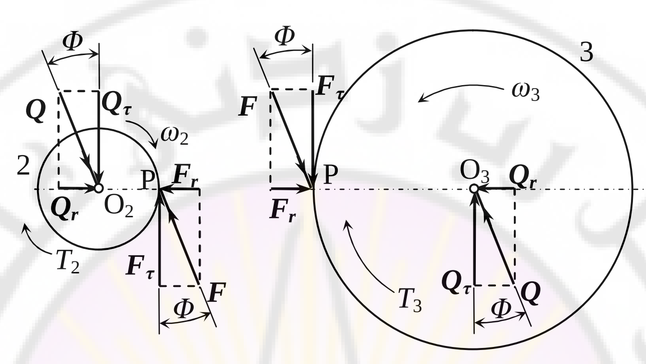
يكون خط انتقال القوة عند إهمال الاحتكاك منطبقاً على خط العمل الذي يبقى دوماً ناظمياً لسطحي تماس السنين المتشابكتين. ينتج من ذلك أن خط عمل هذه القوة $F$ يميل بزاوية الضغط $\Phi$ على المماس المشترك لدائرتي الخطوة عند نقطة الخطوة P باتجاه خط الضغط .

يبين (الشكل-7-29) مخطط الجسم الحر لكل من الترس 2 ، والمسنن 3 ، عندما تنطبق نقطة تماس السنين على نقطة الخطوة ، بحيث تكون الأسنان في حالة تدحرج صرف ، ولا يوجد احتكاك لعدم حدوث انزلاق نسبي . أما في بقية الأوضاع خلال قوس العمل ، فإنه يحدث انزلاق نسبي ؛ مما يؤدي إلى انحراف القوة المحصلة $F$ المؤثرة في السن عن خط العمل بزاوية تساوي زاوية الاحتكاك ، إلا أنه نظراً لكون زاوية الاحتكاك في هذا النوع صغيرة جداً ، فإنها تهمل عادة ، ويكون الخطأ الناتج عندئذ في تحديد القوة ضئيلاً جداً .

قد يحصل أن يتم التعشيق في آن واحد بين زوجين من الأسنان حيث تقسم القوة المنتقلة بينهما . تعتمد نسبة تقسيم القوة بينهما على دقة التعشيق بين الأسنان ؛ وبالتالي على دقة تشكيل هذه الأسنان ، لكن من المتبع عادة أن زوجاً واحداً يحمل كامل قيمة القوة المنتقلة $F$ .

إن للقوة **$F$** مركبتين ، إحداهما مماسية (*Tangential*) **$F_\tau$** تتجه باتجاه المماس بالنسبة لدائرة الخطوة ، والأخرى نصف قطرية (*Radial*) **$F_r$** تتجه نحو المركز ، حيث إن:

$$F_t = F.\cos f \qquad , \qquad F_r = F.\sin f$$




(الشكل-7-29) القوى المؤثرة في أسنان المسننات العدلة .

كما أنه من المناسب أن نوضح في مخطط الجسم الحر للتريس 2 مركبتي القوة **$Q$** التي يبذلها العمود على التريس ، المساوية والمعاكسة للقوة المنتقلة **$F$** ، وتؤثر عند خط مركز العمود . بحيث تكون القوتان متساويتين في المقدار ، ومتضادتين في الاتجاه ، ومتوازيتين وتقعان في المستوي نفسه ؛ لذلك فإنهما تشكلان مزدوجة . إن عزم المزدوجة **$Q_\tau$** , **$F_\tau$** هو عزم الدوران (*Torque*) $T_2$ اللازم تطبيقه في المسنن القائد لتدوير المجموعة ، ويكون معلوماً في أغلب الحالات ، وليكن مثلاً في حالة (الشكل-7-29) ، $T_2$ ينتج من ذلك أن:

$$T_2 = F_t \,.\, R_2$$

حيث $R_2$ تمثل نصف قطر دائرة خطوة التريس 2 ، وبالتالي فإن القوة المنتقلة $F$ ، هي:

$$F = \frac{1}{\cos f} F_t = \frac{T_2}{R_2} \sec f \tag{38-7}$$

أما العزم الناتج على محور المسنن المقاد $T_3$ ، فهو:

$$T_3 = F_t \,.\, R_3 = \frac{R_3}{R_2} T_2$$

أو بدلالة نسبة النقل:

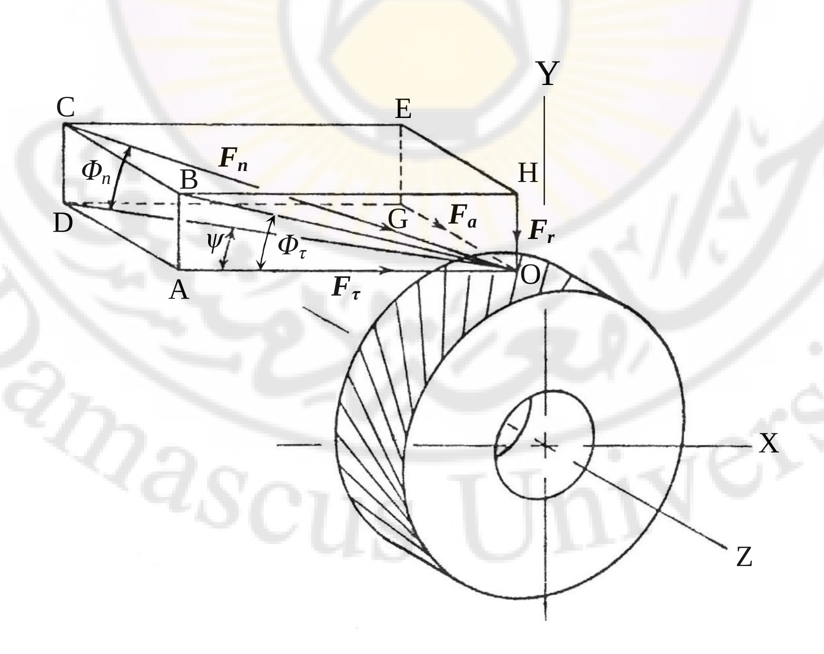
$$T_3 = \frac{w_2}{w_3} T_2 \tag{39-7}$$

يلاحظ من المعادلة (7-38) أن القوة المنتقلة $F$ المؤثرة في السن تزداد بازدياد زاوية الضغط ، وتسبب إجهادات موضعية بجوار نقطة التماس ، وكذلك الأمر بالنسبة للمركبة القطرية $F_r$ ، وتسمى أحيانا بـ قوة الفصل لأنها تضغط على السن ، بحيث تحاول إبعادها عن السن المترافقة ؛ بالتالي لا تؤدي عملاً مفيداً من حيث نقل القدرة . بينما تؤثر المركبة المماسية $F_\tau$ بقص وانحناء على السن ، وتدعى أحياناً بالقوة المنقولة (*Transmitted Force*) ، فإذا عُلمَت الاستطاعة ، فإننا نحصل على القوة المنقولة من المعادلة الآتية:

$$P_{(W)} = F_t . V = F_t . w_2 . R_2$$

### 7-10-2- المسننات الحلزونية المتوازية *Parallel Helical Gears*

لما كانت كل سن من أسنان هذه المسننات ، تشكل جزءاً من حلزون يميل محوره بزاوية $\psi$ على المستوي الذي يحتوي على محور السن ، فإن القوة المحصلة $\boldsymbol{F_n}$ المؤثرة عند نقطة الخطوة في السن تقع في المستوي ODC الناظمي على محور السن ، كما هو مبين في (الشكل-7-30) ، وذلك عند إهمال الاحتكاك الذي يكون تأثيره عادة ضئيلاً جداً .




(الشكل-7-30) القوى المؤثرة في أسنان المسننات الحلزونية المتوازية .

يمكن تحليل القوة $\boldsymbol{F_n}$ باتجاهات المحاور الإحداثية X , Y , Z ، حيث ينتج أن:

$\boldsymbol{F_\tau}$ تمثل المركبة المماسية (*Tangential Force*) أو القوة المحركة ، وهي القوة الفعالة في نقل عزم الدوران ، وتقع في المستوي المماسي OADG .

$\boldsymbol{F_r}$ تمثل المركبة نصف القطرية (*Radial Force*) أو قوة الفصل ، وتقع في مستوي الدوران OABH .

$\boldsymbol{F_a}$ تمثل المركبة المحورية (*Axial Force*) أو الدفع المحوري ، وتقع في المستوي المحوري OGEH .

أما الزاوية $\Phi_\tau$ ، فهي زاوية الضغط العرضية (*Transverse Pressure Angle*) وتقع في مستوي الدوران ، بينما تمثل الزاوية $\Phi_n$ زاوية الضغط الناظمية ، وتقع في المستوي الناظمي على محور السن .

إذا كان العزم المؤثر في عمود الدوران هو $T$ ، ونصف قطر أسطوانة الخطوة هو $R$ ، فإن المركبة المماسية تعطى بالعلاقة:

$$F_t = \frac{T}{R} \qquad (40\text{-}7)$$

تحدد بقية المركبات بدلالة $F_\tau$ ، استناداً إلى (الشكل-7-30) ، من العلاقات الآتية:

$$F_a = F_t.\tan y \qquad (41\text{-}7)$$

$$F_r = F_t.\tan f_t \qquad (42\text{-}7)$$

أو بالتعويض من المعادلة (7-24):

$$F_r = F_t.\tan f_n.\sec y \qquad (43\text{-}7)$$

وكذلك فإن:

$$F_n = \frac{1}{\sin f_n} F_r \qquad (44\text{-}7)$$

أي بالتعويض من $F_r$ من المعادلة (7-43):

$$F_n = F_t.\sec f_n.\sec y \qquad (45\text{-}7)$$

من المناسب أن نستخدم محصلة القوتين $\boldsymbol{F_\tau}$ و $\boldsymbol{F_r}$ ، فإذا رمزنا لهذه القوة بـــ $\boldsymbol{F_\Phi}$ ، فإنها تحدد بالمعادلة الآتية:

$$\boldsymbol{F_\varphi} = \boldsymbol{F_\tau} + \boldsymbol{F_r} \qquad (46\text{-}7)$$

يلاحظ من هذه المعادلات أن قيم $F_n$ , $F_r$ , $F_a$ تزداد بازدياد زاوية الحلزون $\psi$ عند نقل عزم معين ، وزاوية ضغط ناظمية $\Phi_n$ معينة ؛ لذا فإن قيم $\psi$ تحدد عادة ضمن المجال $15^o$-$25^o$ في المسننات الحلزونية المفردة ، بينما يمكن استعمال قيم أكبر في المسننات المزدوجة . إضافة إلى ذلك فإن تصغير $\psi$ يخفف من الخطأ الناتج بسبب إهمال الاحتكاك ، واعتبار سرعة الانزلاق النسبي ؛ وبالتالي زاوية الاحتكاك تزداد بازدياد $\psi$ .

لا يختلف مبدأ تحليل القوى في المسننات الحلزونية المتصالبة عما هو عليه في المسننات الحلزونية المتوازية ، إلا من حيث اختلاف زاويتي الحلزون $\psi_1$ , $\psi_2$ لكل من المسننين المترافقين . يحدث هذا الاختلاف تغييراً في قيمة كل من المركبتين المماسية ، والمحورية ، واتجاههما عند سطح التماس . ينتج ذلك استناداً إلى المبدأ الأساسي في تساوي الفعل ورد الفعل الذي يؤدي إلى ثبات القوة المحصلة الناظمية $F_n$ المؤثرة في السنين المترافقين عند نقطة الخطوة التي تميل بزاوية الضغط $\Phi_n$ على المستوي المماسي لسطحي الخطوة . يلاحظ من المعادلة (7-44) عندئذ أن المركبة القطرية $F_r$ هي ثابتة أيضاً للمسننين .

تجدر الإشارة إلى أنه نظراً لاختلاف آلية تعشيق الأسنان في المسننات الحلزونية المتصالبة ، عما هو عليه في المسننات الحلزونية المتوازية في الفقرة (7-7-1) ، فإن الاحتكاك يؤثر تأثيراً مهماً في تخفيض مردود النقل ؛ بخاصة عند كون الزاوية $\Sigma$ بين عمودي الدوران كبيرة نسبياً ؛ إذ إن هذا المردود نادراً ما يتجاوز 90% .

يعطى المردود الأعظمي $\eta_{max}$ بالعلاقة:

$$h_{max} = \frac{1+\cos(\Sigma + b)}{1+\cos(\Sigma - b)} \qquad (47\text{-}7)$$

حيث تحدد الزاوية $\beta$ ، بدلالة معامل الاحتكاك بين الأسنان $\mu$ ، وزاوية الضغط الناظمية $\Phi_n$ ، من العلاقة:

$$\tan b = m / \cos f_n = m_e \qquad (48\text{-}7)$$

حيث $\mu_e$ تمثل معامل الاحتكاك الفعال .

**مسألة-7-2**

يبين المخطط a في (الشكل-7-31) مجموعة مسننات (*Gear Train*) مؤلفة من ثلاثة مسننات حلزونية ، ومراكز أعمدتها واقعة على خط مستقيم . المسنن القائد يميني (*Right Hand*) ، ونصف قطر دائرة خطوته يساوي 4 cm ، وزاوية الضغط العرضية تساوي $20^o$ ، وزاوية اللولب تساوي $30^o$ ، وفي المجموعة مسنن وسيط (*Idler Gear*) أسنانه يسارية ، ونصف قطر دائرة خطوته يساوي 6.5 cm ، ولا ينقل أي قدرة لعموده ، والمسنن المقود أسنانه يمينية ، ونصف قطر خطوته يساوي 5 cm .

فإذا كانت القوة المنقولة تساوي 2400 N . المطلوب إيجاد قوى العمود التي تؤثر على المسننات كلها .

**الحل**:

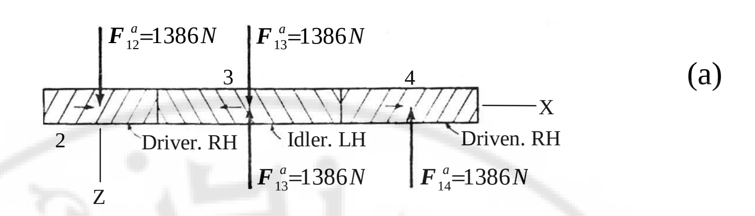
نحسب القوة المحورية لكل زوج من الأسنان المعشقة باستخدام المعادلة (7-38):

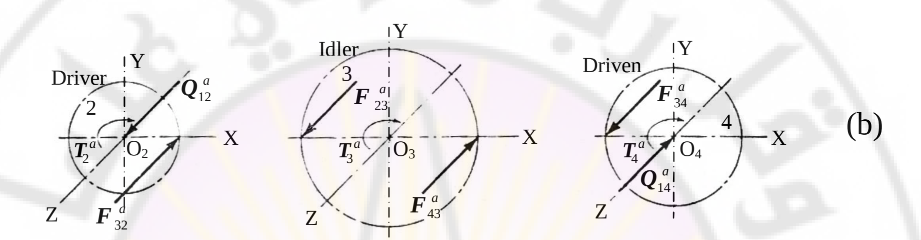
$$F^a = F^t.\tan y = 2400\tan 30^o = 1385.6\text{ N}$$

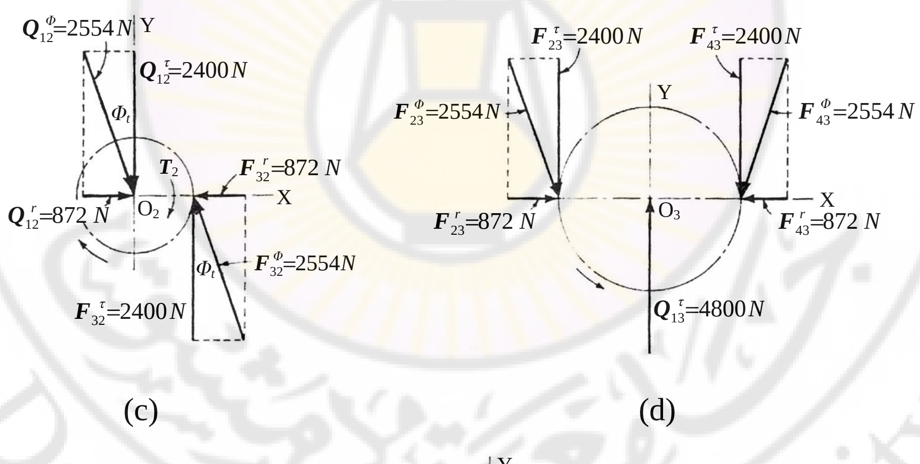
يبين المخطط a في (الشكل-7-31) منظراً أفقياً للمسننات الثلاثة ، بالنظر إلى الأسفل إلى المستوي الذي تشكله محاور الدوران الثلاثة ، ونعدّ أن الدوران حول المحور Z لكل من المسننات .

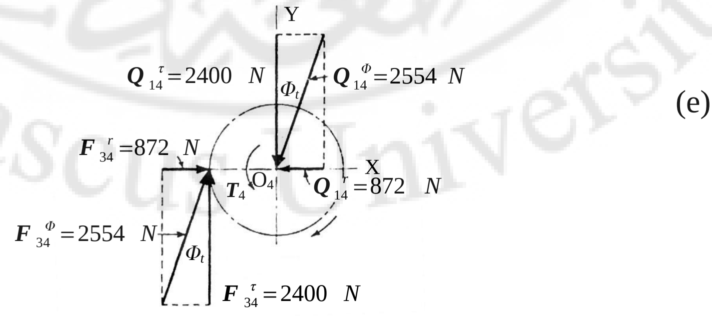
ويبين المخطط b في (الشكل-7-31) مخطط الجسم الحر المنظوري لكل من المسننات الثلاثة ، وعلى هذه المخططات رسمت محاور الإحداثيات الثلاثة ، ونرى من الشكل أن المسنن الوسيط ينقل القوة $\boldsymbol{F_{32}^a}$ على المسنن القائد ، وتقاوم هذه القوة قوة العمود المحورية $\boldsymbol{Q_{12}^a}$ ، والقوتان $\boldsymbol{F_{32}^a}$ و $\boldsymbol{Q_{12}^a}$ تشكلان مزدوجة يقاومها العزم $\boldsymbol{T_2^a}$ ، ونلاحظ هنا أن هذا العزم سالب حول المحور Y ، ولذلك فإنه يحاول أن يدير عمود المسنن القائد من طرف إلى الطرف الآخر ، وأن مقدار هذا العزم يساوي:

$$T_2^a = F_{32}^a.r_2 = 1385.6\times 0.04 = 55.4\text{ N.m}$$




(الشكل-7-31) تحليل القوى في مجموعة مسننات .

ندرس الآن المسنن الوسيط ، ونلاحظ من المخططين a و b في (الشـكل-7-31) أن القوة المحورية لعمود المسنن الوسيط تساوي الصفر . إن المركبة المحورية للقوة التي يـؤثر بها المسنن القائد على المسنن الوسيط هي $\boldsymbol{F_{23}^{a}}$ ، والمركبة المحورية للقوة التي يـؤثر بهـا المسنن المقود على المسنن الوسيط هي $\boldsymbol{F_{43}^{a}}$ ، وهاتـان القوتـان متسـاويتان ، وتشـكلان مزدوجة تحاول أن تدير عمود المسنن من طرف إلى الطرف الآخر ، ويقاوم هذه المزدوجة العزم $T_3^a$ ، ومقداره:

$$T_3^a = F_{23}^a \cdot r_3 = 1385.6 \times 0.065 = 90 \text{ N.m}$$

تؤثر في المسنن المقود القوة المحورية $\boldsymbol{F_{34}^{a}}$ المسببة عن المسنن الوسيط ، وتؤثر هذه القوة في خط الخطوة ، وتقاومها قوة رد فعل العمود المحورية $\boldsymbol{Q_{14}^{a}}$ ، ويبدو من المخطط e في (الشكل-7-31) أن هاتين القوتين متساويتان ، وتشكلان مزدوجة تحاول أن تدير عمود المسنن من طرف إلى آخر ، ويقاوم هذه المزدوجة العزم $\boldsymbol{T_{14}^{a}}$ . وبما أن ($\boldsymbol{F_{34}^{a}} = 1385.6 \text{ N}$) ، فإن مقدار هذا العزم السالب حول المحور Y ، يساوي:

$$T_{14}^a = F_{34}^a \cdot r_4 = 1385.6 \times 0.05 = 69.3 \text{ N.m}$$

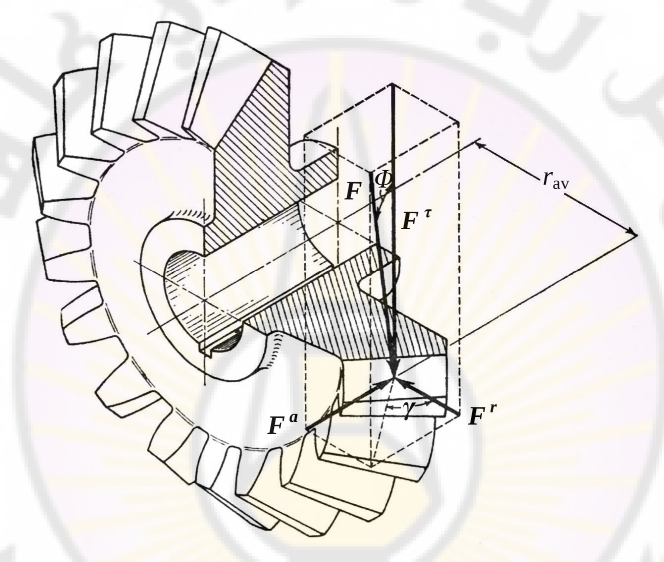
من المفيد أن نؤكد مرة أخرى بأن العزوم المقاومة $\boldsymbol{T_2^a}$ , $\boldsymbol{T_3^a}$ , $\boldsymbol{T_4^a}$ ناتجة فقط عن المركبات المحورية لردود الفعل بين الأسنان . وهذه العزوم تُحدث ردود فعل ساكنة عند المساند ، ولا تأثير لها على مقدار القدرة المنقولة .

ويدرس تأثير باقي مركبات القوى ، كما لو كانت مستقلة عن القوى المحورية ، والمخططات c و d و e في (الشكل-7-31) تبين مخططات الجسم الحر ، وهي توضح القوى المؤثرة في مستوي الدوران لكل من المسننات القائد ، والوسيط ، والمقود . يمكن أن نحصل على القوى بطريقة تخطيطية ، كما هو مبين في الأشكال ، أو بتطبيق المعادلتين (7-42) و (7-46) .

ليس من الضروري أن نجمع المركبات للحصول على القوى المحصلة ؛ لأن ما نحتاج إليه في تصميم الآلات هو هذه المركبات ذاتها .

## 3-10-7- المسننات المخروطية المستقيمة **_Straight Bevel Gears_**

عند تعيين القوى المؤثرة في سن المسنن المخروطي المستقيم ، من المألوف أن نحدد القوى التي تؤثر عند نقطة منتصف السن في مخروط الخطوة ، والقوة المحصلة المماسية ربما كانت تؤثر عند نقطة ما واقعة بين نقطة المنتصف وبين الطرف الأكبر للسن ، ولكن الخطأ الذي ينتج من افتراضنا بأن القوة تؤثر في نقطة المنتصف صغير .




(الشكل-7-32) تحليل القوى المؤثرة في سن المسنن المخروطي المستقيم .

إن القوة المماسية أو المنقولة (*Transmitted Force*) مبينة في العلاقة الآتية:

$$F^t = T / r_{av} \qquad (49\text{-}7)$$

حيث $r_{av}$ يمثل نصف القطر المتوسط لمخروط الخطوة ، كما هو مبين في (الشكل-7-32) ، و $T$ تمثل عزم الدوران (*Torque*) .

يبين (الشكل-7-32) أيضاً مركبات القوة المحصلة جميعها التي تؤثر في نقطة منتصف السن ، ويمكن استنتاج العلاقات الآتية من دراسة الشكل المذكور:

$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{F}^{\tau} + \boldsymbol{F}^{a} + \boldsymbol{F}^{r} \qquad (50\text{-}7)$$

$$F^r = F^{\tau} \,.\, \tan f \,.\, \cos g \qquad (51\text{-}7)$$

$$F^a = F^{\tau} \,.\, \tan f \,.\, \sin g \qquad (52\text{-}7)$$

**مسألة-7-3-3**

يدور المسنن المخروطي الصغير (*Bevel Pinion*) بسرعة r.p.m 600 في الاتجاه المبين في (الشكل-7-33) ؛ لينقل قدرة مقدارها hp 5 إلى المسنن الكبير ، كما يبين الشكل المسافات بين المسننات ومواقع المساند على كل من العمودين .

فإذا كان باستطاعة المسندين A و C أن يتحملا الأحمال المحورية والقطرية (*Radial and Axial*) ، بينما يقوم المسندان B و D بتحمل الأحمال نصف القطرية فقط ، وكانت زاوية ضغط الأسنان تساوي $20^{o}$ . المطلوب إيجاد مركبات القوى التي تبذلها المساند على العمودين في الاتجاهات X , Y , Z .

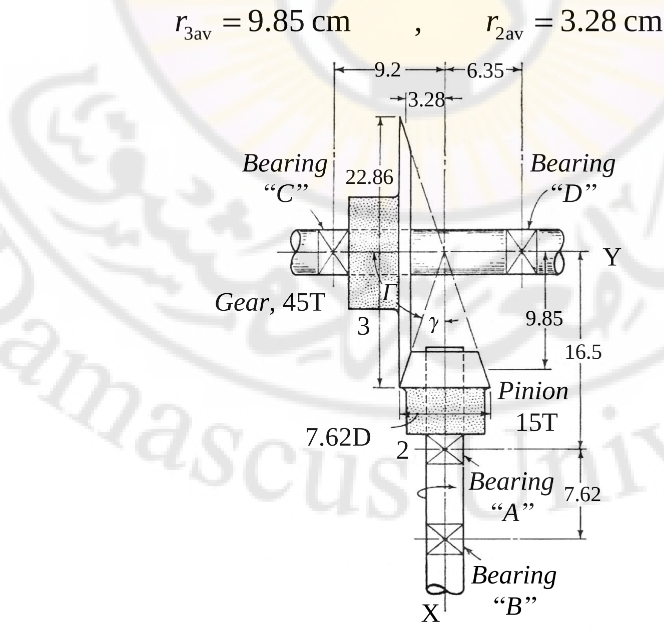
**الحل:**

إن زاوية الخطوة (*Pitch Angles*) لكل من المسنن الصغير ، والكبير ، هما:

$$g = \tan^{-1}(7.62/22.86) = 18.4^{o} \quad , \quad \Gamma = \tan^{-1}(22.86/7.62) = 71.6^{o}$$

وإن نصفي القطرين عند نقطة المنتصف لكل من المسننين الصغير 2 ، والكبير 3 مبينان في (الشكل-7-33) ، ويساويان إلى:

$$r_{3av} = 9.85\ \text{cm} \quad , \quad r_{2av} = 3.28\ \text{cm}$$




(الشكل-7-33) مسنن مخروطي صغير مع مسنن مخروطي كبير .

تعين القوة المماسية $F^{\tau}$ التي تؤثر في المسنن الصغير ، من علاقة الاستطاعة:

$$P = T\ .\ w_2 = F_t\ .\ r_{2av}\ .\ w_2 \quad \Rightarrow \quad F^t = \frac{P}{r_{2av} \times w_2}$$

$$F^t = \frac{P \times 60}{r_{2av} \times 2p \times n_2} = \frac{5 \times 735.5 \times 60}{3.28 \times 10^{-2} \times 2p \times 600} = 1784.4\ \text{N}$$

حيث تؤثر هذه القوة بالاتجاه السالب للمحور Z الذي يكون موجباً في الاتجاه الصاعد من سطح الورقة .

بالتالي تعين المركبة نصف القطرية $F^r$ ، من العلاقة (7-51):

$$F^r = F^{\tau}\ .\ \tan f\ .\ \cos g = 1784.4 \times \tan 20^{\circ} \times \cos 18.4^{\circ} = 616.26\ \text{N}$$

وتتجه بالاتجاه الموجب للمحور Y .

وتعين المركبة المحورية $F^a$ ، من العلاقة (7-49):

$$F^a = F^{\tau}\ .\ \tan f\ .\ \sin g = 1784.4 \times \tan 20^{\circ} \times \sin 18.4^{\circ} = 205\ \text{N}$$

وتتجه بالاتجاه الموجب للمحور X .

بالتالي هذه القوى الثلاث تمثل مركبات القوة $\boldsymbol{F}$ التي تؤثر في الموقع P ، وتعين بالعلاقة:

$$\boldsymbol{F} = F^a.\boldsymbol{i} + F^r.\boldsymbol{j} - F^t.\boldsymbol{k} = 205\,\boldsymbol{i} + 616.26\,\boldsymbol{j} - 1784.4\,\boldsymbol{k}$$

كما يعين عزم الدوران $T_2$ المطبق على العمود الذي يساوي:

$$\boldsymbol{T}_2 = -F^t\ .\ r_{2av}\ \boldsymbol{i} = -1784.4 \times 3.28\ \boldsymbol{i} = -5852.8\ \boldsymbol{i}\ \text{N.cm}$$

والرسم التخطيطي للجسم الحر للمسنن الصغير وعموده مبين في a في (الشكل-7-34) .

من معرفة عزم الدوران $\boldsymbol{T_2}$ والقوة $\boldsymbol{F}$ والأبعاد ، يمكن تعيين ردي فعل المسندين $\boldsymbol{F_A}$ و $\boldsymbol{F_B}$ ، فتعين $\boldsymbol{F_B}$ من علاقة العزم حول A ($\Sigma \boldsymbol{T_A} = 0$):

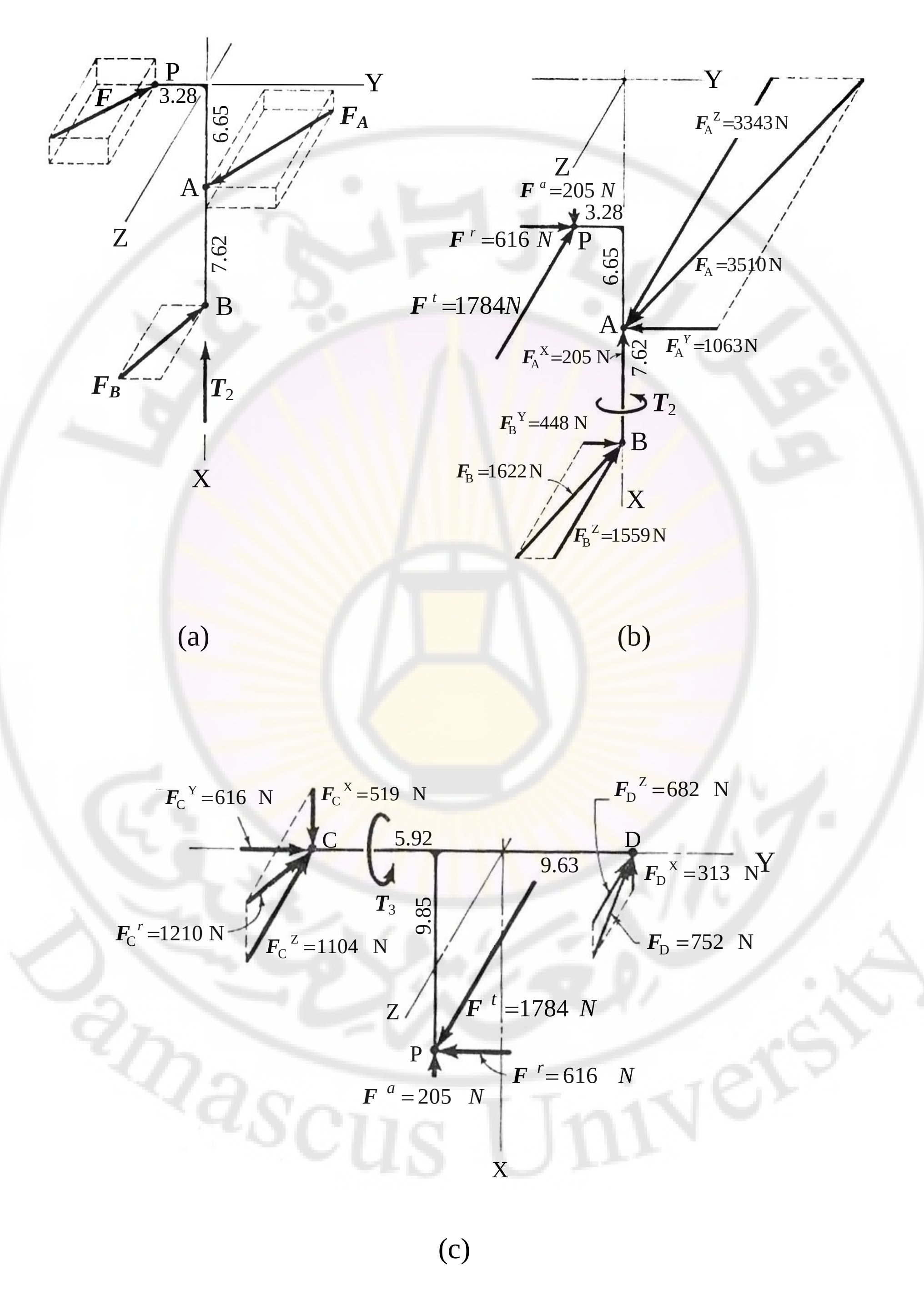
$$\boldsymbol{T_2} + \boldsymbol{R_{BA}} \wedge \boldsymbol{F_B} + \boldsymbol{R_{PA}} \wedge \boldsymbol{F_A} = 0$$

حيث $\boldsymbol{R_{PA}}$ تمثل المتجه النسبي للموقع P بالنسبة للمسند A ، ويساوي:

$$\boldsymbol{R_{PA}} = -6.65\,\boldsymbol{i} - 3.28\,\boldsymbol{j}$$

و $\boldsymbol{R_{BA}}$ تمثل المتجه النسبي للمسند B بالنسبة للمسند A ، ويساوي:

$$\boldsymbol{R_{BA}} = 7.62.\,\boldsymbol{i}$$




(الشكل-7-34) مخططات الجسم الحر للمسنن الصغير وعموده ، والمسنن الكبير وعموده .

ومنه فإن عزم القوة $\boldsymbol{F}_{\mathbf{A}}$ حول A يساوي:

$$\boldsymbol{R}_{\mathbf{PA}} \wedge \boldsymbol{F}_{\mathbf{A}} = \begin{vmatrix} \boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} & \boldsymbol{k} \\ -6.65 & -3.28 & 0 \\ 205 & 616.26 & -1784.4 \end{vmatrix} = 5852.8\boldsymbol{i} - 11866.26\boldsymbol{j} - 3425.7\boldsymbol{k}$$

ومنه فإن عزم القوة $\boldsymbol{F}_{\mathbf{B}}$ حول A يساوي:

$$\boldsymbol{R}_{\mathbf{BA}} \wedge \boldsymbol{F}_{\mathbf{B}} = \begin{vmatrix} \boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} & \boldsymbol{k} \\ 7.62 & 0 & 0 \\ 0 & F_{\mathrm{B}}^{\mathrm{Y}} & F_{\mathrm{B}}^{\mathrm{Z}} \end{vmatrix} = -7.62\, F_{\mathrm{B}}^{\mathrm{Z}}\ \boldsymbol{j} + 7.62\, F_{\mathrm{B}}^{\mathrm{Y}}\ \boldsymbol{k}$$

وذلك لأن $(F_{\mathrm{B}}^{\mathrm{X}} = 0)$ ، كما هو مبين في المخطط b في (الشكل-7-34) .

بالتعويض في علاقة العزم بالقيم المعلومة:

$$(-5852.8\boldsymbol{i}) + (-7.62F_{\mathrm{B}}^{\mathrm{Z}}\boldsymbol{j} + 7.62F_{\mathrm{B}}^{\mathrm{Y}}\boldsymbol{k}) + (5852.8\boldsymbol{i} - 11866.2\boldsymbol{j} - 3425.7\boldsymbol{k}) = 0$$

وحل هذه المعادلة يعطي:

$$\boldsymbol{F}_{\mathbf{B}} = 448\ \boldsymbol{j} - 1559.47\ \boldsymbol{k} \qquad \Rightarrow \qquad F_{\mathrm{B}} = 1622\ \mathrm{N}$$

ومنه يمكن إيجاد $\boldsymbol{F}_{\mathbf{A}}$ من المعادلة $(\Sigma \boldsymbol{F} = 0)$ ؛ أي:

$$\boldsymbol{F} + \boldsymbol{F}_{\mathbf{A}} + \boldsymbol{F}_{\mathbf{B}} = 0$$

بالتعويض بالقيم المعلومة:

$$(205\ \boldsymbol{i} + 616.26\ \boldsymbol{j} - 1784.4\ \boldsymbol{k}) + \boldsymbol{F}_{\mathbf{A}} + (448\ \boldsymbol{j} - 1559.47\ \boldsymbol{k}) = 0$$

وحل هذه المعادلة يعطي:

$$\boldsymbol{F}_{\mathbf{A}} = -205\ \boldsymbol{i} - 1063\ \boldsymbol{j} + 3342.7\ \boldsymbol{k} \qquad \Rightarrow \qquad F_{\mathrm{A}} = 3510\ \mathrm{N}$$

بهذا تم تعيين القوى المؤثرة في عمود المسنن الصغير ، والنتائج مبينة في المخطط b في (الشكل-7-34) ، ونحصل على القوى المؤثرة في عمود المسنن الكبير ، وهذه الحسابات غير مبينة هنا ، إلا أن المخطط c في (الشكل-7-34) يعطي نتائج الحل لمنفعة من يريد التحقق من ذالك .

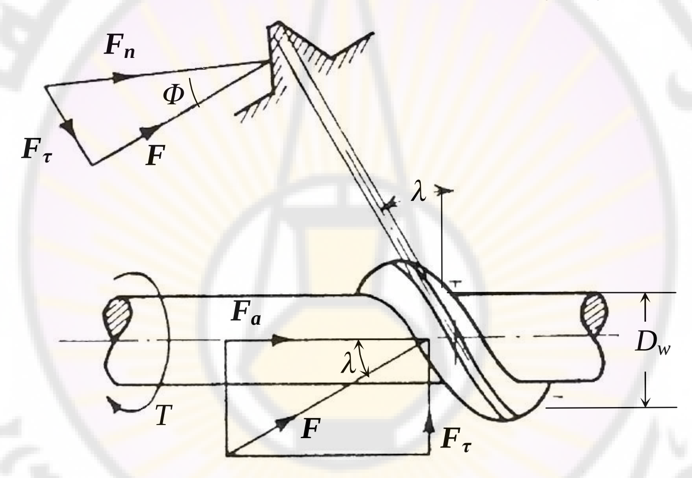
## 7-10-4- المسننات الدودية *Worm Gears*

يبين (الشكل-7-35) القوى المؤثرة عند إهمال الاحتكاك في سن لولب دودة ، يخضع لعزم دوران $T$ .

تعاكس المركبة المماسية $F_\tau$ القوة المحركة الناتجة من تأثير العــزم $T$ ، وهــي تعطى بالعلاقة:

$$F_t = \frac{2T}{D_W} \qquad (53\text{-}7)$$

حيث $D_W$ تمثل قطر دائرة خطوة الدودة.




(الشكل-7-35) القوى المؤثرة على سن لولب دودة .

يلاحظ أن $F_\tau$ هي قيمة قوة الدفع المحوري المؤثرة في عمود المسنن الــدودي ، لكن باتجاه معاكس ، كما هو مبين في (الشكل-7-35) . إذا كانت زاوية الضغط هي $\Phi$ في مستو ناظمي على سطح التماس بين الدودة ، والمسنن ، والزاوية $\lambda$ هي زاوية القودة للدودة ، فإن القوة المحورية $F_a$ المؤثرة في سن الدودة تعطى بالعلاقة:

$$F_a = F_t.\cot l \qquad (54\text{-}7)$$

تساوي هذه القوة في الوقت نفسه إلى القوة المماسية المحركة المؤثرة في المســنن الدودي بحيث ينتج منها ، بدلالة نصف قطر خطوة هذا المسنن ، والعزم المنتقل إلى عمــود دوران المسنن الدودي .

إن محصلة $F_a$ و $F_\tau$ في المستوي المماسي لأسطوانة الخطوة هـــي القـــوة **$F$** ، حيث:

$$F = F_t.\operatorname{cosec} l \qquad (55\text{-}7)$$

وتكون القوة المحصلة الناظمية **$F_n$** المؤثرة في السن في مســـتو نـــاظمي علـــى سطحي التماس ، هي:

$$F_n = F\ .\sec f \qquad (56\text{-}7)$$

أما المركبة القطرية **$F_r$** المؤثرة في كل من الدودة ، والمسنن ، فهي:

$$F_r = F\ .\tan f \qquad (57\text{-}7)$$

يفضل أحياناً تحليل القوى في المسننات الدودية على أساس الاحتكاك ؛ بسبب حدوث سرعات عالية للانزلاق النسبي بين المترافقة .

يعطى المردود الأعظمي $\eta_{\max}$ بالعلاقة:

$$h_{\max} = \frac{[1-\tan(b/2)]^2}{[1+\tan(b/2)]^2} \qquad (58\text{-}7)$$

حيث تحدد الزاوية $\beta$ ، بدلالة معامل الاحتكاك بين الأسنان $\mu$ ، وزاوية الضغط $\Phi$ ، من العلاقة:

$$\tan b = m/\cos f_n = m_e \qquad (59\text{-}7)$$

قد يبدو لأول وهلة أن المعادلة (7-58) لا تتأثر بزاوية القودة $\lambda$ للـــدودة ، إلا أن ذلك غير صحيح ؛ لأن الزاوية $\beta$ تتعلق بقيمة زاوية الضغط $\Phi$ تبعاً للمعادلة (7-59) . وبما أن زاوية الضغط $\Phi$ تؤثر مباشرة في تحديد قيمة زاوية الحلزون $\psi$ للمسنن الدودي ، فإنها تؤثر أيضاً في تحديد قيمة زاوية القودة $\lambda$ للدودة ؛ إذ إن التعشيق الصحيح بين الأسنان يستوجب أن تساوي الزاوية $\lambda$ زاوية الحلزون $\psi$ للمسنن الدودي .

رغم ذلك فقد بينت التجارب أن قيم المردود الأعظمي لا يتأثر فعلياً بقـــيم $\lambda$ فـــي المجال $30^o$-$60^o$ ، عند كون زاوية الاحتكاك صغيرة لا تزيد قيمتها على $5^o$ ؛ وإنما تتأثر فقط بقيمة الاحتكاك الموجود بين سطحي التماس . يمكن بتصميم جيد للمســـننات الدوديـــة ؛ إضافة إلى تزييت ملائم الحصول على مردود بحدود 97% .

تجدر الإشارة إلى أنه في تصميم المسننات الدودية واللولبية ، يتم التركيز على الفقد الحاصل في المردود أكثر من القيمة المطلقة للمردود . يعود ذلك إلى تأثر كمية الحرارة الناتجة من الاحتكاك التي يجب تبديدها بهذا الفقد . مثال ذلك أن انخفاض المردود من 98% إلى 97% يعني نقصان هذا المردود بمقدار 1% تقريباً ، بينما ينتج من ذلك في الواقع زيادة كمية الحرارة اللازم تبديدها بمقدار 50% ؛ بسبب زيادة الفقد في المردود بهذا المقدار.

## مسائل غير محلولة *Problems*

**م-7-1**

يقوم مسننان عدلان بنقل الحركة بين عمودين بنسبة 1 : 3 ، حيث الأسنان أنفليوتية الشكل ، طول ساقها يساوي الموديول 6 mm ، وزاوية الضغط $18^o$ .

فإذا دار التريس بسرعة 100 r.p.m ؛ لينقل قدرة 6 kW ، المطلوب تعيين:

1. أقل عدد أسنان لكل من المسننين لمنع حدوث تداخل بين الأسنان .
2. طول كل من مسار التماس ، وقوس العمل ، ومن ثم نسبة التماس .
3. السرعة العظمى للانزلاق بين الأسنان .
4. القوة الناظمية المؤثرة في زوج من الأسنان علماً أن الاحتكاك مهمل .

*

**م-7-2**

يتعشق تريس أنفليوتي عدد أسنانه 20 سناً مع جريدة مسننة . حيث قطـر دائـرة خطوة التريس 125 mm ، وطول الساق لكل من التريس والجريدة 6 mm .

المطلوب تحديد:

1. أقل زاوية ضغط ممكنة لمنع حدوث تداخل بين الأسنان .
2. طول قوس التماس ، ونسبة التماس .

*

**م-7-3**

إذا كان عدد أسنان مسننين عدلين 38 و 22 سـنـاً ، والأسـنان أنفليوتيـة الشـكل بموديول 3 mm .

المطلوب تعيين:

1. قطر دائرة الخطوة لكل من المسننين ، ومن ثم البعد بين مركزيهما .
2. قيمة الخطوة الدائرية .

**م-7-4**

يشكل مسننان عدلان بطريقة التوليد ، باستعمال جريدة مسننة أسنانها أنفليوتية بموديول 6 mm وزاوية ضغط $20^o$ .

فإذا كان عدد أسنان التريس 14 سناً ، وعدد أسنان المسنن 42 سناً . المطلوب:

1. عند تشكيل المسننين أن يتم تعديل ساق كل سن من أسنانها بالحد الأدنى الذي يمنع حدوث تداخل فيما بينها .
2. إذا كان العمق الفعال ثابتاً ، ويساوي 12 mm ، فما هو القطر الخارجي اللازم لكل من خامة التريس والمسنن .

*

**م-7-5**

ينقل مسننان حلزونيان مفردان الحركة بين عمودين متوازيين . عدد أسنان التريس 30 سناً ، والمسنن 48 سناً .

فإذا كانت زاوية الحلزون $22^o$ ، الخطوة القطرية الناظمية 1/3 ، وزاوية الضغط الناظمية $20^o$ ، المطلوب تعيين:

1. الخطوة القطرية في مستوى الدوران .
2. قطر دائرة الخطوة لكل من المسننين ، والبعد بين مركزيهما .
3. الخطوة الدائرية الناظمية ، والخطوة الدائرية في مستوي الدوران .

*

**م-7-6**

ينقل مسننان حلزونيان متصالبان الحركة بين عمودين متخالفين الزاوية بين محوريهما $45^o$ .

فإذا كانت أسنان التريس يمينية الحلزون ، عددها 36 سناً ، وزاوية حلزونها $20^o$ ، وكانت أسنان المسنن يمينية الحلزون ، عددها 48 سناً ، وموديولها الناظمي 2.5 mm . المطلوب تحديد:

1. زاوية حلزون المسنن .
2. الخطوة الدائرية الناظمية ، والخطوة القطرية للتريس في مستوي دورانه .
3. البعد بين مركزي المسنن ، والتريس .
4. سرعة الانزلاق بين الأسنان علماً أن التريس يدور بسرعة 400 r.p.m .

*

**م-7-7**

يصل مسننان مخروطيان بين عمودين متعامدين . عدد أسنان التريس 18 سناً ، والمسنن 36 سناً ، والأسنان مستقيمة خطوتها القطرية 1/4 ، أنفليوتية الشكل بزاوية ضغط $20^o$ ، طول الساق لكل من أسنان المسننين واحد ويساوي الموديول m ، بينما طول الجذر لكل من أسنانهما يساوي 1.25 m .

المطلوب تعيين القيم التالية بالنسبة للمسنن:

1. زاوية الخطوة ، زاوية الوجه ، وزاوية الجذر .
2. قطر دائرة الخطوة ، والقطر الخارجي .
3. البعد المخروطي ، وبعد المخروط الخلفي .
4. عدد الأسنان الافتراضي .

*

**م-7-8**

تُنقَل الحركة بين عمودين متخالفين ، الزاوية بين محوريهما $90^o$ بوساطة دودة ، ومسنن دودي بنسبة تخفيض 1 : 15 .

فإذا كانت أسنان الدودة ثلاثية الأبواب ، وزاوية القودة $20^o$ ، بينما الخطوة المحورية 10 mm . المطلوب تحديد القيم الآتية:

1. عدد أسنان المسنن الدودي .
2. قطر دائرة الدودة والمسنن الدودي ، والبعد بين مركزيهما .
3. زاوية الحلزون للمسنن الدودي .

**م-7-9**

ينقل مسننان حلزونيان مفردان الحركة بين عمودين متوازيين بنسبة تخفيض 1 : 4.2 .

فإذا كان الموديول الناظمي هو 3 mm ، وزاوية الضغط $20^o$ ، وزاوية الحلزون $30^o$ ، وكان البعد التقريبي بين مركزي المسننين هو 400 mm . المطلوب:

1. تحديد عدد أسنان كل من المسننين ، ومن ثم البعد المركزي الصحيح بينهما .
2. تعيين قوة الدفع المحوري على عمود الترس ، والحمل الناظمي على كل من محمليه ، علماً أن الترس ينقل قدرة 75 kW عند سرعة دوران 1000 r.p.m .

*

**م-7-10**

يستعمل مسننان حلزونيان متصالبان في نقل الحركة بين عمودين متخالفين، والزاوية بين محوريهما $90^o$ بنسبة تخفيض 1 : 2 .

فإذا كان الموديول الناظمي للأسنان يساوي 6 mm . وعدد أسنان المسنن المتصل بالعمود المنخفض السرعة يساوي 16 سناً . وكان قطرا دائرتي الخطوة لكل من المسننين متساويين . المطلوب:

1. تعيين زاويتي الحلزون ، وقطري دائرتي الخطوة لكل من المسننين .
2. تعيين الدفع المحوري على كل من العمودين ، إذا كان العزم على العمود القائد هو 100 N.m ، علماً أن المسنن المقاد يميني الحلزون ، والاحتكاك مهمل .
3. تحديد التعديلات اللازم تحقيقها في التصميم المذكور أعلاه للحصول على أعظم مردود نقل .

*

**م-7-11**

يستعمل مسننان حلزونيان متصالبان في نقـل الحركـة بـين عمـودين متخـالفين محوراهما متعامدان بنسبة نقل 1 : 4 .

فإذا كإن قطري دائرتي الخطوة لكل من المسننين متساويان ، والبعد بين مركزيهما يقع بين 105 mm – 100 . والموديول الناظمي لكل منهما 2.5 mm . المطلوب تحديد:

1. قيمة كل من زاويتي الحلزون .
2. البعد المركزي الصحيح .
3. قطر كل من خامة المسننين اللازمة لقطعهما .
4. عدد الأسنان الافتراضي لكل من المسننين .

*

**م-7-12**

يستعمل مسننان حلزونيان متصالبان في نقل الحركة بين عمودين متخالفين ، الزاوية بين محوريهما $72^o$ ، ونسبة التخفيض المطلوبة 1 : 2.5 ، والمسافة بين مركزي المحورين هي بحدود $100 \pm 5$ mm .

فإذا كان عدد الأسنان الأصغري يجب ألا يقل عن 20 سـناً ، وزاويـة حلـزون المسنن القائد $40^o$ ، المطلوب:

1. تعيين الموديول الناظمي العياري المناسب .
2. البعد الصحيح بين المركزين ، ومردود النقل الأعظمي إذا كانت زاوية الاحتكاك $5^o$ .

*

**م-7-13**

تنتقل القدرة في آلية عبر مردود رباعية الأبواب، حيـث قطـر دائـرة خطوتهـا 75 mm ، العزم المطبق عليها 50 N.m ، وعدد أسنان المسنن الدودي المتعشـق معهـا 22 سناً ، وقطر دائرة خطوته 412.5 mm .

فإذا كان معامل الاحتكاك الفعال بين السطحين المتماسين ($\mu_e = 0.05$) . المطلوب:
تعيين الدفع المحوري المؤثر في كل من محوري الدودة ، والمسنن إضافة إلى مردود النقل.

**م-7-14**

تنتقل الحركة بين عمودين متخالفين متعامدين بوساطة دودة ، ومسنن دودي . حيث قطر دائرة الخطوة لكل منهما 90 mm ، و 510 mm على التتالي .

فإذا كانت الدودة يمينية الحلزون ، وتقع تحت المسنن ، وزاوية قودتها $25^o$ ، وزاوية الضغط الناظمية على سطح الأسنان ($\Phi = 20^o$) ، وكان عمود المسنن محمول على مضجعين البعد بينهما 225 mm ، ومركز المسنن يقع في منتصف المسافة بين المضجعين .

وكانت القدرة المنقولة 50 kW عند سرعة 1000 r.p,m باتجاه دوران عقارب الساعة . المطلوب بإهمال الاحتكاك تعيين الحمل على كل من المضجعين قيمة واتجاهاً .

# الفصل الثامن

## مجموعات المسننات Gear Trains

يتم تصمم التركيبات الآلية وفقاً لطبيعة تطبيقاتها العملية ، فهي إما أن تقوم بتحويل القدرة أو نقلها في الآلات ، أو تستعمل لأداء وظيفة حركية معينة ، أو لتحقيق هاتين الغايتين معاً .

تتألف هذه التركيبات في أغلب التطبيقات من وحدات حركية متصلة فيما بينها ، حيث تكون الوصلة المقودة من الوحدة الحركية الأولى هي الوصلة القائدة للوحدة الثانية وهكذا دواليك ، تسمى جملة هذه الوحدات المتتالية بـ مجموعة أو سلسلة تركيبات (*Mechanism Train*) . يمكن أن تتكون هذه المجموعات من أي من المكونات الميكانيكية المتنوعة أو بعضها كالوصلات المرفقية بأنواعها ، والكامات وتوابعها ، والمسننات والجنازير ، والحبال والسيور ، وغيرها .

تصادف سلاسل التركيبات في مختلف الآلات مهما كانت طبيعة عملها ، حيث يمكن من خلالها تأمين أي أداء مطلوب يتعلق بحركات الوصلات المختلفة ، وبمستوي حركة الوصلة النهائية واتجاهها ، وبطبيعة هذه الحركة دورانية كانت أو ترددية أو متقطعة أو غير منتظمة . كما يجب على هذه السلاسل ، عند قيامها بتحويل القدرة أو نقلها من مصدرها إلى موقع استهلاكها ، أن تؤمن منفردة أو مجتمعة نسبة سرعة معينة ؛ إضافة إلى إمكان تغيير هذه النسب وفقاً لطبيعة العمل ، وذلك بمردود ميكانيكي محدد ، ومن البديهي أن حجمها يجب أن يلائم الحيز المتاح لتركيبها . تعد مجموعات نقل الحركة المعقدة نسبياً في آلات التشغيل الأوتوماتيكية ؛ وبخاصة آلات قطع المسننات ؛ إضافة إلى خطوط الإنتاج الآلي أوضح مثال على تطبيقات مجموعات التركيبات .

أما من حيث التحليل الحركي ، والديناميكي لهذه المجموعات أو السلاسل الآلية ، فيمكن أن يتم استناداً إلى تحليل حركة كل تركيبة من التركيبات المكونة لها ؛ وفقاً للأسس التي تم استنتاجها ، وتوضيحها في الفصول السابقة ، بحسب نوع كل تركيبة على حدة . تشكل المعطيات الناتجة من تحليل التركيبة الأولى في المجموعة مدخلاً لتحليل التركيبة التي تليها ، وهكذا يستمر التحليل حتى الحصول على النتيجة النهائية . رغم أن هذه الطريقة في التحليل هي كافية ، ومرضية تماماً ، إلا أنه يمكن في أغلب الأحيان اتباع طريقة مختصرة فيما لو نظرنا إلى المجموعة كوحدة حركية متكاملة . كما أن هذا المفهوم الإجمالي للمجموعة يصبح أساسياً عند إنشاء مجموعة ما أو تصميمها .

## 8-1- مقدمة *Introduction*

تعد مجموعات المسننات أهم أنواع المجموعات الحركية ؛ بسبب مجمل الميزات التي أوردناها في مقدمة الفصل السابع ؛ إضافة إلى ما تتمتع به من خصائص حركية لم نتطرق إليها سابقاً ، حيث تم التركيز على تحليل آلية التعشيق بين أسنان زوج من المسننات فقط . تستعمل مجموعات المسننات عادة لتخفيض السرعة ، أو تغيير اتجاهها أو نقل الحركة إلى مستوي دوران آخر .

تصنف مجموعات المسننات بشكل عام في نوعين:

1. مجموعات المسننات العادية

وهي التي تتألف من مسننات يدور كل منها حول محور ثابت ، ونميز ضمن هذا النوع مجموعتين:

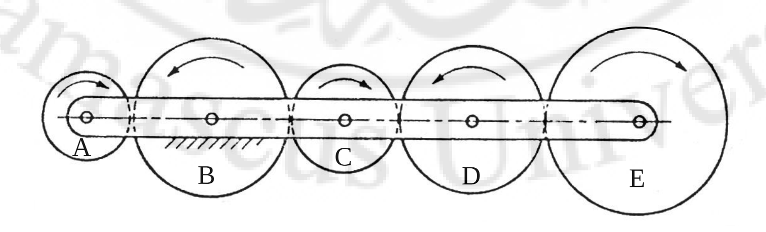
- مجموعة مسننات بسيطة .
- مجموعة مسننات مركبة .

2. مجموعات المسننات الكوكبية أو الدويرية

وهي التي يكون فيها محور دوران مسنن أو أكثر متحركاً بالنسبة لبقية المحاور الثابتة .

## 8-2- مجموعة المسننات البسيطة *Simple Gear Trains*

وهي التي يحمل فيها كل عمود دوران مسنناً واحداً فقط ، كما في (الشكل-8-1) ، حيث تم تمثيل كل مسنن في المجموعة بدائرة خطوته .




(الشكل-8-1) مجموعة مسننات بسيطة .

يفضل عادة عند دراسة حركة المجموعات المسننة عموماً الاستعاضة من السرعة الزاوية $\omega$ لكل مسنن ، بسرعة دورانه $n$ التي تعين بدلالة عدد الدورات بالدقيقة r.p.m . تُعدّ سرعة الدوران موجبة عندما تكون عكس اتجاه دوران عقارب الساعة ، بينما تكون سالبة عند دوران المسنن باتجاه دوران عقارب الساعة ، ويفضل توضيحها على الشكل عوضاً من كتابة إشارتها في المعادلات ، وهذا ما سنتبعه في هذا البحث .

إذا رمزنا إلى عدد أسنان كل مسنن في المجموعة بالرمز Z ، فإن نسبة سرعة المسنن الأول A في (الشكل-8-1) ، إلى سرعة المسنن الأخير E هي نسبة سرعة المجموعة:

$$\frac{n_A}{n_E} = \frac{n_A}{n_B} \cdot \frac{n_B}{n_C} \cdot \frac{n_C}{n_D} \cdot \frac{n_D}{n_E}$$

وبما أن نسبة سرعة كل مسننين مترافقين تتناسب عكسياً مع عدد أسنانها ؛ لأن الحركة تدحرجية بين دائرتي خطوتهما ، فإن:

$$\frac{n_A}{n_E} = \frac{Z_B}{Z_A} \cdot \frac{Z_C}{Z_B} \cdot \frac{Z_D}{Z_C} \cdot \frac{Z_E}{Z_D}$$

أي إن:

$$\frac{n_A}{n_E} = \frac{Z_E}{Z_A} \qquad (1\text{-}8)$$

تُعدّ نسبة السرعة موجبة عند دوران المسننين بالاتجاه نفسه ، وتكون سالبة عندما يدوران باتجاهين متعاكسين .

يتضح من المعادلة (8-1) أن نسبة السرعة لمجموعة مسننات بسيطة تتعلق فقط بعدد أسنان المسننين الأخير والأول ، ولا تتأثر هذه النسبة بعدد أسنان المسننات الوسيطة بينهما مهما كان عددها . تسمى هذه المسننات بـــ المسننات الخاملة (*Idler Gears*).

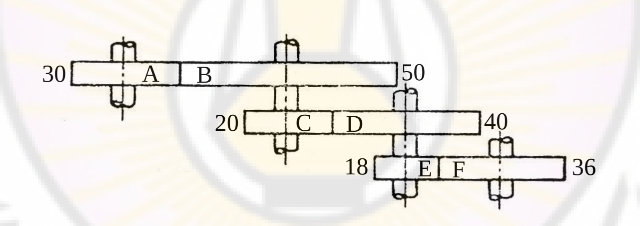
تستعمل المسننات الخاملة لتحقيق هدفين:

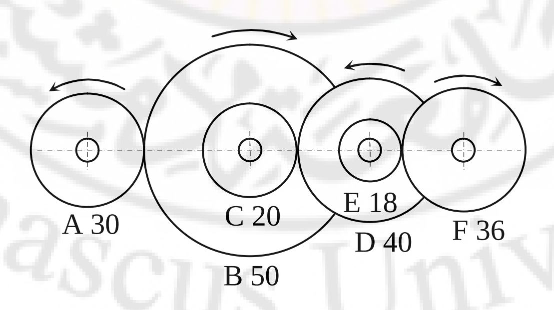
1. الوصل بين المسننين الأول ، والأخير عندما يكون البعد بين محوريهما كبيراً نسبياً .
2. التحكم باتجاه الدوران النسبي بين هذين المسننين ، إذ يلاحظ من (الشكل-8-1) أن كل مسنن يضاف بينهما ، يغير اتجاه دوران المسنن الأخير بالنسبة إلى الأول .

إن العلاقة (8-1) لنسبة سرعة مجموعة مسننة ، هي صحيحة مهما كان نوع المسننات المكونة للمجموعة بخلاف المسننات الدودية ؛ لأننا اعتمدنا التعبير عن نسبة السرعة بدلالة عدد الأسنان ، لذا يفضل دوماً عند تحليل أي نوع من المجموعات المسننة ، إيجاد علاقة نسبة سرعتها استناداً إلى عدد أسنان المسننات ؛ إذ إن التعبير عن هذه النسبة بدلالة أقطار دوائر الخطوة ، قد يؤدي إلى أخطاء في حال وجود مسننات حلزونية متصالبة المعادلة (7-23) . أما اتجاهات الدوران ، فيفضل عادة استنتاجها من الشكل التخطيطي للمجموعة .

## 8-3- مجموعة المسننات المركبة *Compound Gear Trains*

يقال عن مسننين إنهما مركبان عندما يثبتان على عمود دوران واحد ، بحيث يدوران بالسرعة نفسها قيمة ، واتجاهاً . يبين (الشكل-8-2) مجموعة مسننات مركبة ، حيث المسننان C , B لهما المحور نفسه ، وكذلك الأمر بالنسبة للمسننين E , D .




(الشكل-8-2) مجموعة مسننات مركبة .

بما أن:

$$n_D = n_E \quad , \quad n_B = n_C$$

فإنه يمكن كتابة نسبة السرعة للمجموعة على الشكل الآتي:

$$\frac{n_A}{n_F} = \frac{n_A}{n_B} \cdot \frac{n_C}{n_D} \cdot \frac{n_E}{n_F}$$

وبالتعويض من نسب عدد الأسنان ينتج أن:

$$\frac{n_A}{n_F} = \frac{Z_B . Z_D . Z_F}{Z_A . Z_C . Z_E} \qquad (2\text{-}8)$$

أي: إن نسبة سرعة مجموعة مسننات مركبة ، هي:

$$\frac{\text{سرعة المسنن الأول}}{\text{سرعة المسنن الأخير}} = \frac{\text{جداء عدد أسنان المسننات المقودة}}{\text{جداء عدد أسنان المسننات القائدة}}$$

حيث يكون المسنن قائداً ، عندما تنتقل الحركة منه إلى المسنن المقود المترافق معه ، والمركب على عمود الدوران الذي يليه .

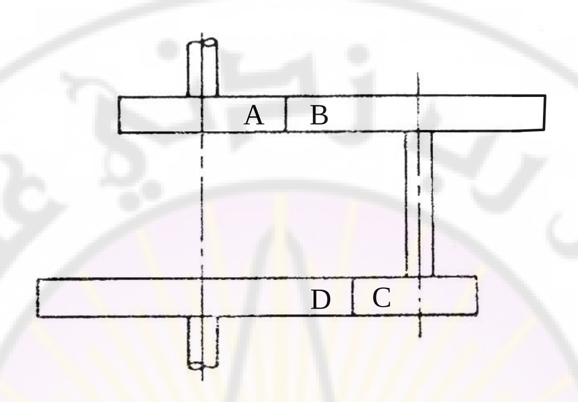
إذا كانت الأرقام المبينة في (الشكل-8-2) ، بجانب رمز كل مسنن تدل على عدد أسنان هذا المسنن ، فإنه ينتج من تطبيق المعادلة (8-2) أن:

$$\frac{n_A}{n_F} = -\frac{20}{3}$$

حيث تدل إشارة السالب إلى أن اتجاه دوران المسنن الأخير F ، هو عكس اتجاه دوران المسنن الأول A .

تمتاز المجموعات المركبة عن المجموعات البسيطة بصغر الحيز الذي تشغله لتأمين نسبة سرعة معينة ؛ وبالتالي إمكان الحصول على نسبة تخفيض سرعة أكبر باستعمال مسننات صغيرة . يفضل عادة عدم استعمال المجموعات البسيطة لنسب تخفيض سرعة تزيد على 1 : 7 ، حيث تستخدم عندئذ مجموعة مركبة أو مسننات دودية . كما أنه يمكن في مجموعة مركبة أن تصمم المسننات المترافقة ذات السرعة العالية نسبياً ، على أساس قيم أصغر للخطوة عن تلك ذات السرعات المنخفضة ؛ مما يؤدي إلى مزيد من التصغير في حجم المجموعة .

يمكن تأمين تصغير إضافي لحجم المجموعة المركبة باستعمال الترتيب المبين في (الشكل-8-3) ، حيث المسنن الأخير D متحد المحور مع المسنن الأول A ، تسمى هذه المجموعة بـــ مجموعة مسننات مرتدة أو متعاكسة ( *Reverted*) .




(الشكل-8-3) مجموعة مسننات مرتدة أو متعاكسة .

تستعمل المجموعات المتعاكسة في علب السرعة للمركبات الآلية ، المخارط ، مخفضات السرعة الصناعية ، وفي الساعات حيث يكون عقربا بيان الساعة والدقيقة متحدي المحور .

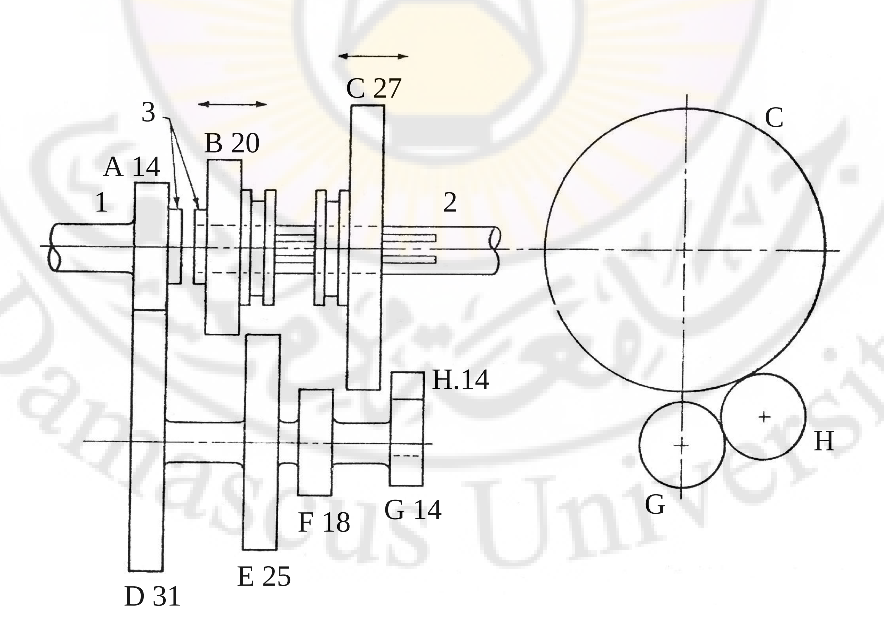
يفضل عادة عند تحليل مجموعة مسننات تعيين سرعة المسنن المقود النهائي كحاصل جداء سرعة المسنن الأول القائد بمعامل معين للمجموعة . من الواضح أن هذا المعامل هو مقلوب نسبة السرعة ، ويمثل نسبة المسنن الأخير إلى سرعة المسنن الأول . يسمى هذا المقلوب بـــ قيمة المجموعة (*Train Value*) . مثال ذلك ، إن قيمة مجموعة مسننات (الشكل-8-2) تساوي (3/20-) . إذا كانت قيمة المجموعة أقل من الواحد ، فإنها مجموعة لتخفيض السرعة ، بينما إذا كانت هذه القيمة أكبر من الواحد ، فهي مجموعة لرفع السرعة وهي نادرة الاستعمال عملياً .

**مسألة-8-1**

يبين (الشكل-8-4) تخطيطاً لعلبة سرعة تؤمن ثلاث سرعات متغيرة ، وسرعة خلفية بين عمودين 1 , 2 متحدي المحور . من أهم تطبيقات هذه المجموعة علب السرعة المستعملة في السيارات الصغيرة ، حيث يتصل عمود الدوران 1 بالمحرك ، بينما تنتقل الحركة عبر علبة السرعة إلى عمود الدوران 2 الذي ينقل الحركة إلى العجلات عبر المجموعة التفاضلية .

يبين الشكل الوضع الحيادي حيث المسننان A , D متعشقان دوماً ، لكن من دون وجود توصيل حركي بين المحرك والعجلات ؛ أي في حالة الوقوف . التوصيلة 3 هي قارنة كلابية ذات قرصين ، يمكن أن يتعشقا من خلال نتوءات ، وأخاديد مشكلة في كل منهما . تشير الأرقام إلى عدد أسنان كل مسنن .

فإذا كان تحريك المسننين B , C على طول العمود المخدّد 2 ، والمسنن الخامل H يتعشق مع المسنن G ، كما هو موضح في المسقط الجانبي . والمسننات D , E , F , G مركبة ، وتدور كوحدة متكاملة واحدة . المطلوب تعيين نسب السرعات المختلفة .




(الشكل-8-4) مخطط لعلبة سرعة تؤمن ثلاث سرعات متغيرة وسرعة خلفية .

**الحل:**

1. في حالة السرعة الأولى أو المنخفضة

تتم إزاحة المسنن C إلى اليسار ليعشق مع المسنن F ، حيث يصبح نقل الحركة من 1 إلى 2 عبر المجموعة (A - D) و (F - C) . إن نسبة السرعة في هذه الحالة ، هي:

$$n_A / n_C = (31/14).(27/18) = 3.32$$

2. في السرعة الثانية أو المتوسطة

تتم إزاحة المسنن B إلى اليمين ليعشق مع المسنن E ، ومجموعة نقل الحركة عندئذ هي (A - D) و (E - B) ، حيث تصبح نسبة سرعة النقل:

$$n_A / n_B = (31/14).(20/25) = 1.77$$

3. في السرعة الثالثة أو العليا

تتم إزاحة المسنن B إلى اليسار ، بحيث يتعشق مع المسنن A عبر القارنة 3 . يعطي ذلك نقلاً مباشراً للحركة من 1 إلى 2 ، ونسبة السرعة تساوي 1.00 .

يلاحظ في حالات النقل الثلاث أعلاه أن نسبة السرعة موجبة ؛ لأن المسنن الأخير في كل مجموعة نقل حركة يدور باتجاه المسنن الأول A نفسه .

4. في حالة الحصول على حركة خلفية

يكفي إزاحة المسنن C حتى يعشق مع المسنن الخامل H ، ومجموعة النقل عندئذ هي (G , H - C) و (A - D) ، حيث تصبح نسبة السرعة:

$$\frac{n_A}{n_C} = \frac{31 \times 14 \times 27}{14 \times 14 \times 14} = -4.27$$

وتشير الإشارة السالبة إلى أن اتجاه دوران المسنن الأخير C هو عكس اتجاه دوران المسنن الأول A .

يلاحظ أن وظيفة المسنن H هي فقط تغيير اتجاه الدوران ، وعدد أسنانه يساوي عدد أسنان المسنن G في هذه الحالة ، إلا أن هذا التساوي ليس ضرورياً دوماً .

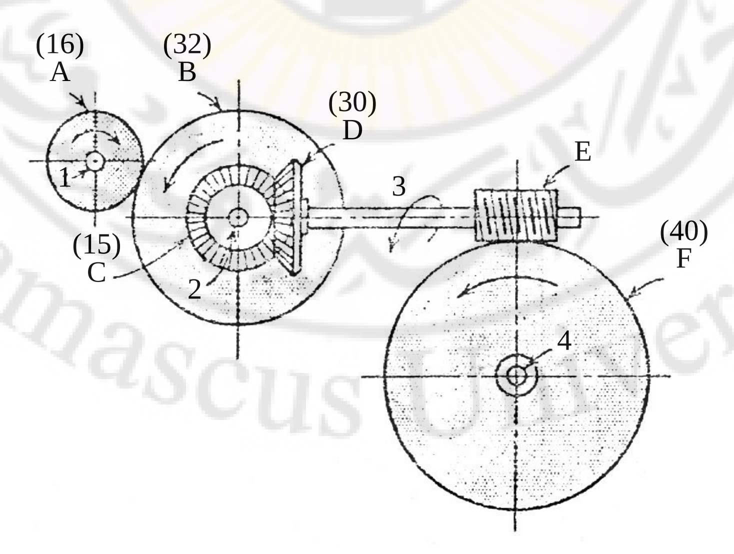
## 8-4- مجموعة المسننات ذات المحاور غير المتوازية

***Non-Parallel Axes Gear Trains***

يلاحظ من الفقرتين السابقتين ، أننا تطرقنا إلى مجموعات حيث محاور المسننات المختلفة المكونة لها متوازية . يحدث أحياناً أن أداء الآلة يستلزم نقل الحركة عبر أعمدة دوران غير متوازية ، إما بسبب الحيز المتاح ، أو لضرورة نقل الحركة من مستو إلى مستو آخر يوازيه ، أو يتعامد عليه ، أو يميل عليه بزاوية ما ؛ بالتالي يجب استعمال مسننات من أنواع مختلفة مركبة على محاور غير متوازية .

أن هذا التحليل لا يختلف من حيث الأسس العامة التي بيناها سابقاً ، شرط الانتباه إلى حساب نسبة السرعة لكل مسننين مترافقين ، بشكل يلائم نوعهما ، وتأثيرهما في تغيير اتجاه الدوران ؛ بخاصة عند وجود مسننات حلزونية متصالبة أو مسننات دودية ، حيث يؤثر اتجاه الحلزون إضافة إلى عدد الأبواب في لولب الدودة .

يبين (الشكل-8-5) مجموعة نقل حركة من المسنن A المركب على العمود 1 ، إلى المسنن الدودي F المركب على العمود 4 ، حيث مستويا حركة كل منهما متوازيان . لذا فقد تم استعمال المسننين المخروطيين C , D لتأمين ذلك ، ونقل الحركة إلى المسنن الدودي عبر الدودة E المركبة على العمود 3 .



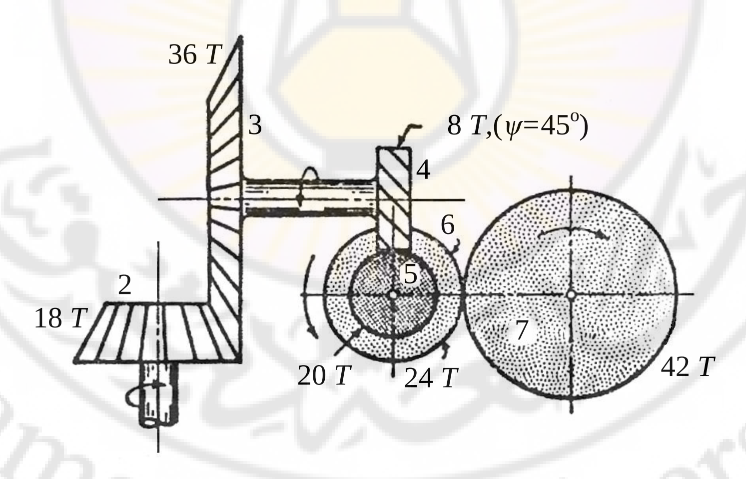

(الشكل-8-5) مجموعة نقل حركة من المسنن A إلى المسنن الدودي F .

إذا كان عدد الأسنان لكل من المسننات هو المبين بين قوسين إلى جانب كل منها ، فإنه يمكن حساب نسبة سرعة المجموعة على أساس أن الدودة لولب بباب واحد ، وحلزون يميني ، حيث ينتج أن:

$$n_A / n_F = (32/16).(30/15).(40/1) = -160$$

علماً أن نسبة السرعة بين الدودة ومسننها الدودي وفقاً للمعادلة (7-34) تساوي في هذه الحالة (40/1) . كما أن قيمة هذه المجموعة هي بالتالي (1/160) ، بحيث إذا دار المسنن A بسرعة 320 r.p.m ، فإن المسنن F يدور بسرعة 2 r.p.m ، وتدل الإشارة السالبة لنسبة السرعة على أن المسنن F يدور عكس اتجاه دوران المسنن A ، كما يتضح من تتبع الاتجاهات في (الشكل-8-5) .

يبين (الشكل-8-6) مجموعة مسننات لنقل الحركة ، من مستوي دوران المسنن المخروطي 2 إلى مستو يتعامد معه هو مستوي دوران المسنن 7 ، وذلك عبر مسننين حلزونيين متصالبين 5 , 4 يدوران بالاتجاهين المبينين في الشكل .




(الشكل-8-6) مجموعة مسننات لنقل الحركة من مستوي دوران إلى مستو يتعامد معه .

يمكن البرهان بسهولة على أن قيمة هذه المجموعة ، هي:

$$n_7 / n_2 = 4/35$$

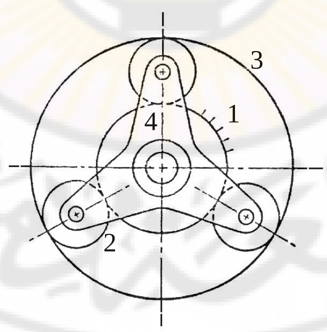
وبالاتجاهات المبينة في (الشكل-8-6).

## 5-8- مجموعة المسننات الكوكبية *Planetary Gear Trains*

تسمى هذه المجموعات أحياناً بــ المجموعات الدويرية أو السيكلويدية . تتميز هذه المجموعات بدوران محور مسنن أو أكثر حول محور آخر ؛ إضافة إلى دوران المسنن حول محوره . تتكون هذه المجموعة من مسنن يسمى عادة بــ المسنن الشمسي ، ومن مسنن كوكبي أو أكثر ، ومن ذراع يحمل المسننات الكوكبية التي تدور حول محاورها ؛ إضافة إلى دورانها حول المسنن الشمسي ؛ لذا يتضح سبب تسمية هذه المجموعة نظراً لكونها تماثل النظام الشمسي .

تستعمل هذه المجموعات للحصول على مجال واسع لتغير السرعة ، باستعمال عدد محدود نسبياً من المسننات ؛ لذا فإنها تجد عدة تطبيقات في الآلات الحاسبة الميكانيكية ، وأنظمة التحكم الميكانيكية ، وآلات النقل والرفع ، والمجموعة التفاضلية في المركبات الآلية ، وغيرها .

يبين (الشكل-8-7) تخطيطاً لمجموعة كوكبية تستعمل لتخفيض السرعة في عدة تطبيقات ، منها في المركبات للحصول على تخفيض إضافي للسرعة الناتجة من علبة السرعة ، وفي نقل الحركة من المحرك إلى المراوح في الطائرات والسفن . يكفي حركياً وجود مسنن واحد 2 ، إلا أن المسننين الآخرين هما للحفاظ على الموازنة وتوزيع الحمل ؛ مما يسمح باستعمال مسننات أصغر من حالة مسنن واحد .




(الشكل-8-7) مجموعة كوكبية تستعمل لتخفيض السرعة .

يدير عمود دوران المحرك المسنن الداخلي 3 ، بينما تتعشق المسننات الثلاثة 2 مع المسنن 3 والمسنن الثابت 1 ، بحيث تكون حركتها كوكبية . يتصل الذراع 4 الذي يحمل المسننات الكوكبية 2 بعمود دوران المروحة أو الآلة بوجه عام ، بحيث يحدث تخفيض في السرعة الناتجة عن سرعة دوران المحرك أي المسنن 3 .

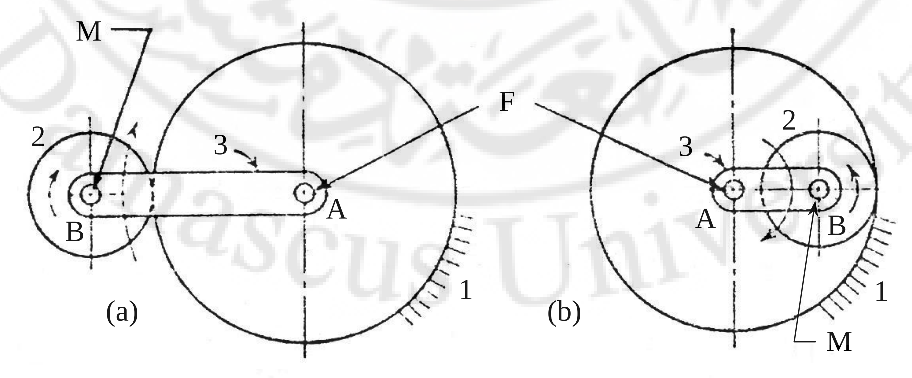
يمكن في بعض التطبيقات ، أن يكون المسنن 1 متحركاً حول محوره الثابت ، لكن يجب الانتباه في هذه الحالة إلى أن المجموعة تصبح ذات درجتي طلاقة ؛ أي: إن حركة كل من مكونات المجموعة لا يمكن تعيينها إلا إذا علمت حركة عنصرين من عناصرها ؛ لذا فإن المجموعات الكوكبية هي بوجه عام ذات درجتي طلاقة ، إلا إذا ثبت أحد عناصرها ؛ أي درجة طلاقته تساوي الصفر ، حيث تصبح عندئذ ذات درجة طلاقة واحدة ، أو تم إدخال تقييد إضافي في المجموعة (راجع المسألة م-8-6) .

يتم عادة تحليل المجموعات الكوكبية ، وإنشاؤها ، إما باستنتاج نسبة السرعة تحليلياً ، أو من خلال تنظيم جدول يبين الحركة النسبية بين مختلف عناصرها . سنوضح هاتين الطريقتين من خلال تحليل حركة بعض المجموعات البسيطة ، والمركبة ، والتفاضلية .

### 8-5-1- المجموعات الكوكبية البسيطة *Simple Planetary Trains*

إن أبسط أنواع المجموعات الكوكبية هي التي تتألف من ثلاثة عناصر ، كما في (الشكل-8-8) . يحمل الذراع 3 في المجموعة a المسنن الكوكبي 2 الذي يتعشق خارجياً مع المسنن الشمسي الثابت 1 ، أما في المجموعة b ، فإن التعشيق بين المسننين هو داخلي .

يشير السهمان F إلى محور الدوران الثابت للذراع 3 ، بينما يشير السهمان M إلى محور دوران المسنن 2 ، وهو متحرك بالنسبة إلى المسنن 1 في الحالتين . إن نقطة من المسنن 2 تولد عند تحركها منحنياً دويرياً ؛ وبالتالي سبب تسمية هذه المجموعات في بعض المراجع بـــ المجموعات الدويرية .




b- مسنن كوكبي يتعشق داخلياً مع مسنن شمسي ثابت   a- مسنن كوكبي يتعشق خارجياً مع مسنن شمسي ثابت

(الشكل-8-8)

من الواضح أن تعيين نسبة السرعة في مجموعة كوكبية ، هو أصعب منه في مجموعة مسننات عادية بسبب الدوران المزدوج للمسنن الكوكبي . إذا كانت سرعة دوران الذراع بالنسبة إلى 1 هي $n_{31}$ معلومة ، فإنه يمكن تعيين $n_{21}$ إما تحليلياً أو بطريقة الجدول .

**a.الطريقة التحليلية**

تعتمد هذه الطريقة على كتابة علاقات السرعات النسبية بين العناصر المكونة للمجموعة ؛ إضافة إلى مبدأ انعكاس الحركة بين وصلتين ، حيث تبقى السرعة النسبية نفسها بين الوصلتين ، كما أوضحنا سابقاً في الفصل الأول في تعريف متحول تركيبة (التركيبة العكسية) .

لنفرض أنه تم في المجموعة a في (الشكل-8-8) تثبيت الذراع 3 بدلاً من المسنن 1 ؛ وبالتالي فإنه تنتج لدينا مجموعة بسيطة من مسننين 3 , 2 ، حيث نسبة السرعة لهما هي:

$$n_{23}/n_{13} = -Z_1 / Z_2 \qquad (3\text{-}8)$$

استناداً إلى مبدأ انعكاس الحركة تبقى هذه النسبة نفسها ، إذا عدنا إلى الوضع الأصلي الفعلي للمجموعة a في (الشكل-8-8) . يمكن بدلالة هذه النسبة تعيين $n_{21}$ حيث لدينا:

$$n_{21} = n_{23} + n_{31}$$

ومنه:

$$n_{21} / n_{31} = 1 + n_{23} / n_{31} = 1 - n_{23} / n_{13}$$

بالتعويض من المعادلة (3-8) ينتج أن:

$$n_{21} = n_{31}(1 + Z_1 / Z_2) \qquad (4\text{-}8)$$

أما بالنسبة للمجموعة b في (الشكل-8-8) ، فإن نسبة السرعة المعطاة في المعادلة (3-8) تصبح موجبة ؛ لأن التعشيق بين المسننين 3 , 2 داخلي ؛ وبالتالي فإن الحالة b :

$$n_{21} = n_{31}(1 - Z_1 / Z_2) \qquad (5\text{-}8)$$

تتضح من ذلك ضرورة تعيين الإشارة الجبرية الصحيحة لنسبة السرعة في المعادلة (3-8).

**b. طريقة الجدول**

يمكن توضيح هذه الطريقة استناداً إلى المجموعة a في (الشكل-8-8) ، حيث نفرض القيام بالخطوات الاتية:

1. إن العناصر جميعها مثبتة بعضها إلى بعض ، ونعطي الذراع 3 دورة واحدة موجبة 1+ ؛ وبالتالي يدور كل من المسننين 1 , 2 دورة واحدة موجبة أيضاً 1+ ، يقال في هذه الحالة: إن المجموعة مقفلة ، وتتحرك بالنسبة للمستوي الثابت .

2. إن المجموعة ليست مقفلة ؛ وإنما الذراع 3 ثابت ، ويعطى المسنن 1 دورة واحدة سالبة 1- ، لإعادته إلى وضعه الفعلي في المجموعة ؛ نظراً لكونه ثابتاً في الشكل . ينتج من ذلك أن سرعة الذراع في هذه الحالة هي صفر 0 ، أما المسنن 2 ، فإنه بالاتجاه الموجب $(+Z_1 / Z_2)$ .

3. تنتج الحركة الفعلية للمجموعة a من إيجاد محصلة الخطوتين السابقتين ، حيث يمكن تعيينها بسهولة من تنظيم جدول يبين نتائج كل خطوة:

| | المسنن 1 | المسنن 2 | الذراع 3 |
|---|---|---|---|
| a. المجوعة مقفلة ، وكلها تتحرك بدورة موجبة واحدة | 1+ | 1+ | 1+ |
| b. الذراع ثابت ، والمسنن 1 يدور دورة سالبة واحدة | 1- | $+Z_1/Z_2$ | 0 |
| c. محصلة الحركة بالنسبة للمستوي الثابت | 0 | $1+Z_1/Z_2$ | 1+ |

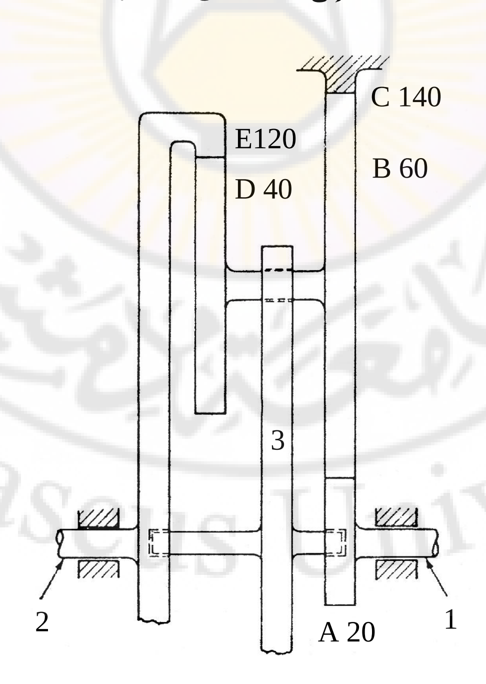
يتضح من هذا الجدول أن نسبة سرعة المسنن 2 إلى سرعة الذراع 3 $(n_{21}/n_{31})$ عند كون المسنن 1 ثابتاً ، هي مطابقة لما تم الحصول عليه تحليلياً في المعادلة (8-4) . يمكن تنظيم جدول مماثل لتحليل حركة المجموعة b في (الشكل-8-8) .

## 8-5-2- المجموعات الكوكبية المركبة *Compound Planetary Trains*

وهي مجموعات تحوي مسننين مركبين أو أكثر؛ أي إن لهما محور دوران واحد يتحرك بالنسبة لبقية المحاور في المجموعة .

بما أن عدد العناصر المكونة لهذه المجموعة هو عادة كبير ، فإنه يفضل إجراء تحليل الحركة بطريقة الجدول بدلاً من كتابة علاقات السرعات النسبية بين العناصر المختلفة ؛ نظراً لأن تطبيق المعادلات يؤدي في أغلب الأحيان إلى ضرورة حل معادلتين أو أكثر آنياً للحصول على النتائج ؛ إضافة إلى ذلك فإن طريقة الجدول تسمح بتعيين نسبة سرعة أي من العناصر مباشرة . يفضل توضيح خطوات الحل من خلال دراسة المجموعة الكوكبية المركبة في (الشكل-8-9) .

يتصل عمود الدوران 1 بالمسنن الأول القائد A ، بينما يتصل عمود الدوران 2 بالمسنن الأخير المقود E ، حيث المسننان B , D مركبان على عمود واحد ، ويتعشقان داخلياً مع C , E على التتالي . الذراع 3 يحمل المسننات الكوكبية بينما المسنن C ثابت . تشير الأرقام المبينة بجانب المسننات إلى عدد أسنان كل منها .




(الشكل-8-9) مجموعة كوكبية مركبة .

1. إذا أقفلت المجموعة ؛ أي ثبتت عناصرها كلها بعضها إلى بعض ، فإن تدوير الذراع 3 دورة واحدة موجبة يؤدي إلى دوران العناصر كافة الدورة نفسها .

2. يثبت الذراع 3 ويعطى المسنن C دورة سالبة ؛ لأنه في المجموعة هو العنصر الثابت ، فإنه يمكن تعيين نسبة سرعة كل مسنن بالنسبة إلى المستوي الثابت (الذراع) على أساس تعشيق مسننات بسيطة أو مركبة بحسب الحال .

ينتج من ذلك أن عدد دورات كل مسنن ، هو:

المسنن C : $-1$

المسننان D , B : $(-140/60) = -7/3$

المسنن A : $(-140/60)(-60/20) = +7$

المسنن E : $(-140/60)(+40/120) = -7/9$

مع ملاحظة أن اتجاه الدوران يبقى نفسه عند تعشيق داخلي ، وينعكس عند تعشيق خارجي ، وأن المسننين B , D يدوران بالسرعة نفسها قيمة ، واتجاهاً . يمكن عندئذ تنظيم الجدول الاتي:

| | الذراع 3 | A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|---|---|
| a. مجموعة مقفلة ذات دورة واحدة موجبة | $+1$ | $+1$ | $+1$ | $+1$ | $+1$ | $+1$ |
| b. الذراع ثابت، C يدور دورة واحدة سالبة | $0$ | $+7$ | $-7/3$ | $-1$ | $-7/3$ | $-7/9$ |
| c. محصلة الحركة الفعلية | $+1$ | $+8$ | $-4/3$ | $0$ | $-4/3$ | $+2/9$ |

يتضح من ذلك أنه كلما دار العمود القائد أي المسنن A ثماني دورات موجبة ، فإن العمود المقود أي المسنن E يدور 2/9 دورة موجبة ؛ وبالتالي فإن المجموعة الكوكبية في (الشكل-8-9) تؤمن تخفيضاً في السرعة قدره 1 : 36 . يمكن عندئذ تعيين سرعة العمود المقود بدلالة سرعة الدوران الفعلية المعلومة للعمود القائد ، ويكفي تنظيم الجدول على أساس دورة واحدة فقط .

يلاحظ من الجدول ، أنه يمكن تعيين أية نسبة من المطلوب تحديدها ضمن المجموعة قيمة ، واتجاهاً ، يعد ذلك أهم ميزات طريقة الجدول ؛ بخاصة عند احتواء المجموعة على عدد كبير من العناصر المطلوب تعيين نسبة سرعة كل منها .

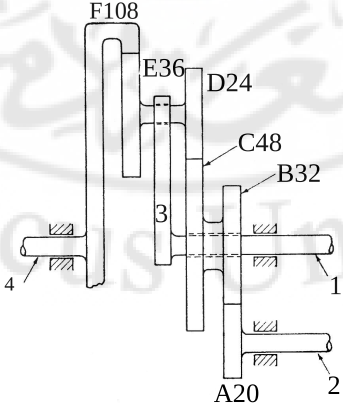
## 3-5-8- المجموعات الكوكبية التفاضلية *Planetary Differential Trains*

وهي بوجه عام مجموعات كوكبية جميع عناصرها متحركة بالنسبة إلى المستوي ، بخلاف المجموعات التي بيناها في الفقرات السابقة ، حيث كان لدينا دوماً أن أحد مسننات المجموعة ثابت ، إلا أن المجموعة تصبح في هذه الحالة ذات درجتي طلاقة ، كما أشرنا سابقاً ؛ لذا فإن حركتها تعين بدلالة سرعتين معلومتين ؛ وبالتالي تسمى أحياناً بـــ مجموعات كوكبية ذات مدخلين .

يتم تحليل هذه المجموعات وفق الأسس نفسها التي اتبعت في الفقرات السابقة ، حيث يطبق مبدأ التنضيد ؛ أي: إن الدوران المحصل لعمود الخرج النهائي ، هو المجموع الجبري للدوران الناتج من حركة عمود الدخل الأول عندما يكون عمود الدخل الثاني ثابتاً ، والدوران الناتج من حركة عمود الدخل الثاني عندما يكون الأول ثابتاً ؛ وبالتالي يمكن تحليل كل من الحالتين على حدة باستعمال إحدى طريقتي التحليل ، ومن ثم جمع النتيجتين جبرياً .

يمكن توضيح ذلك عملياً بدراسة المجموعة الكوكبية المبينة في (الشكل-8-10) ، حيث يدور عمود الدخل 1 بسرعة $n_1$ ، وعمود الدخل 2 بسرعة $n_2$ ، والمطلوب تعيين سرعة عمود الخرج $n_4$ .

إن عناصر المجموعة كافة تتحرك بالنسبة للمستوي الثابت . المسنن A مركب على عمود الدخل 2 ، بينما الذراع 3 يتصل بعمود الدخل 1 من جهة ، ويحمل المسننين الكوكبيين D , E من جهة أخرى . تنتقل الحركة إلى عمود الخرج عبر المسنن الداخلي F المركب عليه . أما عدد أسنان كل مسنن ، فهو كما في الشكل.



(الشكل-8-10) مجموعة كوكبية .

إذا ثبتنا عمود الدخل 2 ، فإن هذا يؤدي إلى أن المسننات A , B , C هي ثابتة أيضاً ، وتصبح المجموعة مماثلة لمجموعة كوكبية يقودها الذراع 3 المتصل بعمود الدخل 1 حيث المسنن C ثابت . يمكن عندئذ تنظيم الجدول التالي بالطريقة نفسها التي اتبعت في الفقرة السابقة .

| | الذراع 3 | C | D, E | F |
|---|---|---|---|---|
| a. مجموعة مقفلة ذات دورة واحدة موجبة | $+1$ | $+1$ | $+1$ | $+1$ |
| b. الذراع ثابت ، C يدور دورة واحدة سالبة | $0$ | $-1$ | $+2$ | $+2/3$ |
| c. محصلة الحركة الفعلية ، عمود الدخل 2 ثابت | $+1$ | $0$ | $+3$ | $+5/3$ |

بما أن الذراع 3 في هذه الحالة يدور مع عمود الدخل 1 ، فإن نسبة السرعة عند ثبات العمود 2 ، هي:

$$(n_4 / n_1)_2 = +5/3 \tag{6-8}$$

نثبت في الحالة الثانية عمود الدخل 1 ، حيث نلاحظ أن المجموعة تتحول مباشرة إلى مجموعة مسننات عادية مركبة ، تعين نسبة السرعة فيها استناداً إلى الفقرة (8-2) ؛ أي تطبيق المعادلة (8-2) دون الحاجة إلى تنظيم جدول . ينتج إذن أن:

$$(n_4 / n_2)_1 = n_F / n_A = \frac{20 \times 48 \times 36}{32 \times 24 \times 108} = +5/12 \tag{7-8}$$

والإشارة موجبة ؛ لأن تتبع تغير اتجاه الدوران من المسنن A إلى المسنن F ، يبين أنهما يدوران بالاتجاه نفسه عندما يكون العمود 1 ثابتاً .

تنتج سرعة الدوران المحصلة $n_4$ من الجمع الجبري لقيمتها المعينة في كل من الحالتين وفق المعادلتين (8-6) و(8-7) ؛ وبالتالي فإن:

$$n_4 = +\frac{5}{3} n_1 + \frac{5}{12} n_2$$

مثال ذلك إذا دار العمود 1 بسرعة 120 r.p.m عكس اتجاه عقارب الساعة ؛ أي موجبة ، ودار العمود 2 بسرعة 360 r.p.m باتجاه عقارب الساعة ؛ أي سالبة ، فإن عمود الخرج 4 يدور بسرعة:

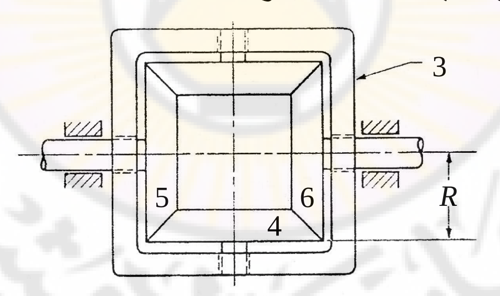
$$n_4 = \frac{5}{3}(+120) + \frac{5}{12}(-360) = +50 \text{ r.p.m}$$

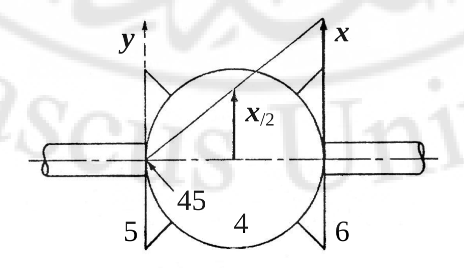
حيث تدل الإشارة الموجبة إلى دوران عمود الخرج عكس اتجاه عقارب الساعة .

يتضح من هذا التحليل سبب تسمية هذه المجموعات بـــ المجموعات التفاضلية ، فهي تقوم في الواقع بإعطاء قيمة لسرعة الخرج تمثل التفاضل الجبري لسرعتي دخل بنسب متفاوتة ، يمكن التحكم بها من خلال تغيير ترتيب المسننات ، أو عددها ، أو عدد أسنانها .

إن للمجموعات التفاضلية تطبيقات عملية في الحاسبات التماثلية (*Analogue*) وأنظمة التحكم الميكانيكية ، حيث يلزم عادة مقارنة قيمتين ، والحصول على نتيجة تتناسب معهما . يكون المكان المتاح لتركيب هذه المجموعات في أغلب الأحيان محدوداً ؛ لذا يفضل استعمال المسننات المخروطية ؛ مما يؤدي إلى تصميم مجموعات تفاضلية صغيرة الحجم نسبياً ؛ إضافة إلى إمكان تأمين نسب تخفيض عالية بعدد قليل من المسننات .

يبين (الشكل-8-11) مجموعة تفاضلية تستعمل لإعطاء سرعة خرج للذراع 3 ، تساوي المجموع الجبري لسرعتي دوران المسننين المخروطيين المتساويين 6 , 5 ، عبر المسنن المخروطي 4 المركب على الذراع 3 . يلاحظ من الشكل أنه ليس من الضروري حركياً وجود المسنن المخروطي المقابل للمسنن 4 ، إلا أنه يوضع عادة لتأمين متانة أكبر للمجموعة ؛ لذا فإنه لا يعد وصلة إضافية عند تحليل حركة المجموعة ، كذلك الأمر بالنسبة للذراع 3 الذي يمكن ألا يغلف كامل المجموعة .




(الشكل-8-11) مجموعة كوكبية تفاضلية مخروطية .

يبين (الشكل-8-11) مجموعة تفاضلية تستعمل لإعطاء سرعة خرج للذراع 3 ، تساوي المجموع الجبري لسرعتي دوران المسننين المخروطيين المتساويين 6 , 5 ، عبر المسنن المخروطي 4 المركب على الذراع 3 . يلاحظ من الشكل أنه ليس من الضروري حركياً وجود المسنن المخروطي المقابل للمسنن 4 ، إلا أنه يوضع عادة لتأمين متانة أكبر للمجموعة ؛ لذا فإنه لا يعد وصلة إضافية عند تحليل حركة المجموعة ، كذلك الأمر بالنسبة للذراع 3 الذي يمكن ألا يغلف كامل المجموعة .

يمكن تحليل الحركة بسهولة استناداً إلى مفهوم المركز اللحظي للسرعات ، حيث تمثل النقطة 45 في المسقط الأفقي المركز اللحظي للمسننين 5 , 4 .

لتكن السرعة الخطية لنقطة تماس المسننين 6 , 4 عند كون المسنن 5 ثابتاً هي $x$ ، والبعد بين محور دوران المسنن 6 ، وهذه النقطة هو $R$ ، فإن السرعة الزاوية $\omega_6$ ، هي:

$$w_6 = x / R$$

وبما أن 45 هو مركز لحظي ، فإن سرعة مركز المسنن 4 هي $x/2$ . تمثل هذه السرعة أيضاً سرعة نقطة من الذراع 3 ، وبالتالي فإن:

$$w_3 = x / 2R$$

ينتج من تطبيق التحليل نفسه في حالة كون المسنن 6 ثابتاً ، أن:

$$w_5 = y / R \quad , \quad w_3 = y / 2R$$

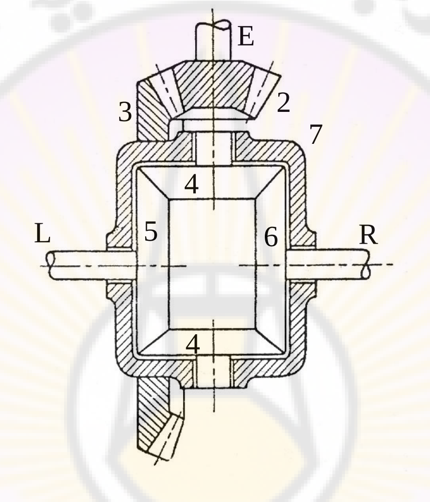
حيث $y$ تمثل السرعة الخطية لنقطة تماس المسننين 5 , 4 في هذه الحالة . أما في حالة دوران المسننين 6 , 5 بآن واحد ، فإن السرعة $x/2$ تجمع أو تطرح من $y/2$ بحسب اتجاه دوران كل من المسننين 6 , 5 ؛ لذا فإن السرعة الزاوية المحصلة $\omega_3$ في هذه الحالة تعطى بالعلاقة الشعاعية ، الجبرية:

$$2w_3 = w_5 + w_6 \tag{8-8}$$

إن المعادلة (8-8) هي العلاقة العامة لمجموعة تفاضلية مخروطية ، ومن (الشكل-8-11) يلاحظ أنه في حال:

- تساوي السرعتين $\omega_5 , \omega_6$ قيمة ، واتجاهاً ، فإن $(\omega_5 = \omega_6 = \omega_3)$ .
- تساوي السرعتين $\omega_5 , \omega_6$ قيمة ، وتعاكستا بالاتجاه ، فإن $(\omega_3 = 0)$ .

يعد الجهاز التفاضلي المستعمل في المركبات الآلية من أهم التطبيقات العملية لمجموعة كوكبية تفاضلية مخروطية . يبين (الشكل-8-12) تخطيطاً نموذجياً لهذا الجهاز حيث يتصل المحور الحامل للمسنن 2 بمحور نقل الحركة من المحرك E ، بينما يتصل المسنن 5 بمحور العجلة الخلفية الأيسر L ، ويتصل المسنن 6 بالمحور الأيمن R . المسنن 3 مثبت إلى الذراع 7 بحيث يشكلان وصلة واحدة . يدور المسننان 4 حول محورين متصلين بالذراع 7 . إن المسننين 3 , 2 هما عادة مخروطيان لولبيان ، هيبوديان .




(الشكل-8-12) جهاز تفاضلي يستعمل في المركبات الآلية .

يؤمن الجهاز التفاضلي إمكان سير المركبة على طريق منحنٍ دون انزلاق العجلات الخلفية . عند تحرك المركبة على مسار مستقيم ، فإن المسننات 6 , 5 , 4 تدور كوحدة متكاملة مع الذراع 7 ، ولا توجد حركة نسبية فيما بينها ، ويدور المسننان 6 , 5 ؛ وبالتالي المحوران R , L بالسرعة نفسها .

أما عند الحركة على مسار منحنٍ ، فإن العجلة الخارجية يجب أن تدور بسرعة أكبر من سرعة دوران العجلة الداخلية لتفادي انزلاق العجلتين . يلاحظ من المعادلة (8-8) أن المجموعة التفاضلية تؤمن آلياً حدوث ذلك عند سرعة معينة للذراع 7 ؛ وبالتالي للمحرك ، حيث سرعة الذراع تتناسب مع سرعة المحرك تبعاً لعدد أسنان كل من المسننين 3 , 2 . ينتج ذلك من كون أية زيادة في سرعة إحدى العجلتين ، $\omega_5$ مثلاً ، دوران المركبة نحو اليمين ، يجب أن يكافئها نقصان في سرعة العجلة الأخرى $\omega_6$ حتى تبقى المعادلة محققة .

تجدر الإشارة إلى أنه عند تثبيت إحدى العجلتين ، فإن العجلة الأخرى تدور بضعفي سرعة الذراع وفق المعادلة (8-8) . تماثل هذه الحالة وجود إحدى العجلتين على الجليد أو الطين ، بينما العجلة الأخرى على أرض جافة ؛ مما يؤدي إلى عدم تحرك المركبة . يمكن تفسير ذلك استناداً إلى أن المجموعة التفاضلية تنقل العزم الناتج من المحرك بالتساوي إلى محوري العجلتين الخلفيتين في كلتا حالتي المسار المستقيم أو المنحني . أما عند وجود مقاومة شبه معدومة عند إحدى العجلتين ، أرض جليدية أو زلقة . فإن العزم المنتقل صغير جداً لا يكفي لتحريك المركبة ؛ وإنما يحدث دوران سريع للعجلة ذات المقاومة القليلة ؛ أي الموجودة في الجليد أو الطين .

لم نتطرق هنا إلا إلى بعض مجموعات المسننات النموذجية بهدف بيان أسس تحليلها الحركي ، بشكل يساعد على تحليل أية مجموعة يراد استعمالها في تطبيق معين . أما التحليل الديناميكي ، وتعيين القوى والعزوم ، فإنه يتم انطلاقاً من مجمل المفاهيم التي أوضحت في الفصل السابع الفقرة (7-10) ، تبعاً لنوع المسننات المستعملة في المجموعة مع الانتباه إلى عدّ العزم الثابت المؤثر في المجموعات الكوكبية التي يكون أحد عناصرها ثابتاً .

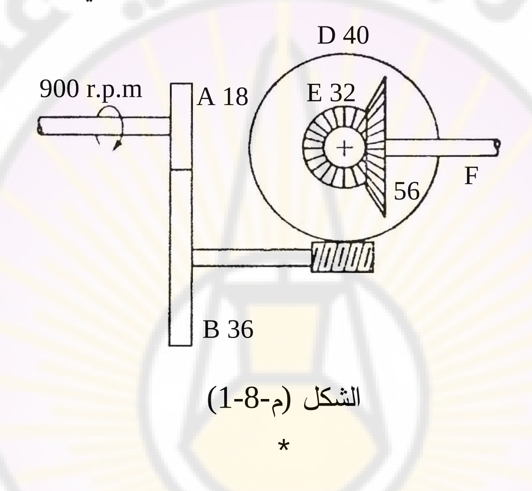
أما إنشاء المجموعات المسننة ؛ بخاصة تحديد عدد الأسنان ، فإنه يتم استناداً إلى المعطيات الأساسية لأسنان المسننات المترافقة في المجموعة ، والأبعاد العيارية للأسنان والخطوة التي تحدد عادة تبعاً للدراسة الإجهادية ؛ إضافة إلى ذلك يجب ملائمة هذه المعطيات مع نوعية المجموعة ، وترتيب الأوضاع النسبية لمحاور العناصر المختلفة المكونة لها ، ونسب السرعات الوسيطة بين المسننين الأول والأخير . يفضل في أغلب التطبيقات أن تتساوى نسب السرعات الوسيطة ، أو أن تشكل سلسلة هندسية ذات أساس معين . يلاحظ إذن أن عملية الإنشاء تعتمد إلى حد ما على طريقة الخطأ والتجريب للوصول إلى الحل الأمثل المطلوب ؛ إضافة إلى اعتمادها على مدى الدقة المطلوبة في تأمين نسب سرعات معينة والأبعاد النسبية لعناصرها .

## مسائل غير محلولة *Problems*

**م-8-1**

يبين الشكل (م-8-1) مجموعة مسننات مركبة ، حيث تشير الأرقام إلى عدد كل من الأسنان .

فإذا كان لولب الدودة C يسارياً وذا بابين . المطلوب تعيين سرعة العمود F قيمة واتجاهاً ، عندما يدور عمود المسنن A بالسرعة المبينة في الشكل .




الشكل (م-8-1)

*

**م-8-2**

إذا كان عدد أسنان كل من مسننات المجموعة الكوكبية في (الشكل-8-7) ، هو:

$$Z_1 = 15 \quad , \quad Z_2 = 45 \quad , \quad Z_3 = 105$$

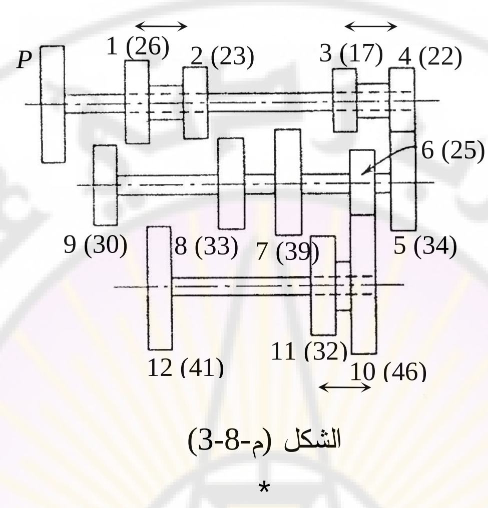
وكانت سرعة دوران المسنن القائد 3 هي 900 r.p.m . المطلوب تحليل الحركة بالطريقة التحليلية ، وبطريقة الجدول . وتعيين سرعة دوران كل من الذراع 4 والمسنن 2 قيمة ، واتجاهاً .

*

**م-8-3**

تستعمل مجموعة المسننات المبينة في الشكل (م-8-3) في تغيير سرعة أداة القطع في آلة تفريز شاقولية . تدخل القدرة عند البكرة P ، وتنتج عند المسنن 12 . يمكن للمسننات المركبة (10,11) , (3,4) , (1,2) أن تنزلق بالاتجاهات المبينة في الشكل لتأمين عدة إمكانات للتعشيق ؛ وبالتالي لنسب سرعة مختلفة بين الدخل ، والخرج .

فالمطلوب تحديد مختلف ترتيبات نقل الحركة الممكنة كافة ، وتعيين قيمة المجموعة التي هي مقلوب نسبة السرعة في كل حالة ، علماً أن عدد أسنان كل مسنن ، هو كما في الشكل ضمن قوسين .



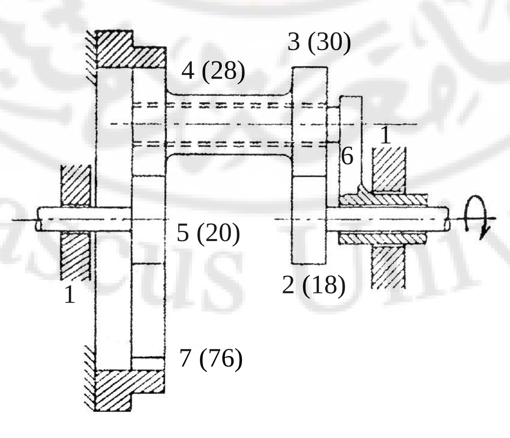

الشكل (م-8-3)

*

**م-8-4**

يبين الشكل (م-8-4) مجموعة كوكبية ، حيث يحمل الذراع 6 المسننين المركبين 4 , 3 . يعشق المسنن 4 داخلياً مع المسنن الثابت 7 . عدد الأسنان لكل مسنن مبين في الشكل ضمن قوسين .

فإذا كان المسنن 2 يدور بسرعة 600 r.p.m بالاتجاه المبين . المطلوب تعيين سرعة دوران المسنن 5 ، واتجاهها باستعمال طريقة الجدول .

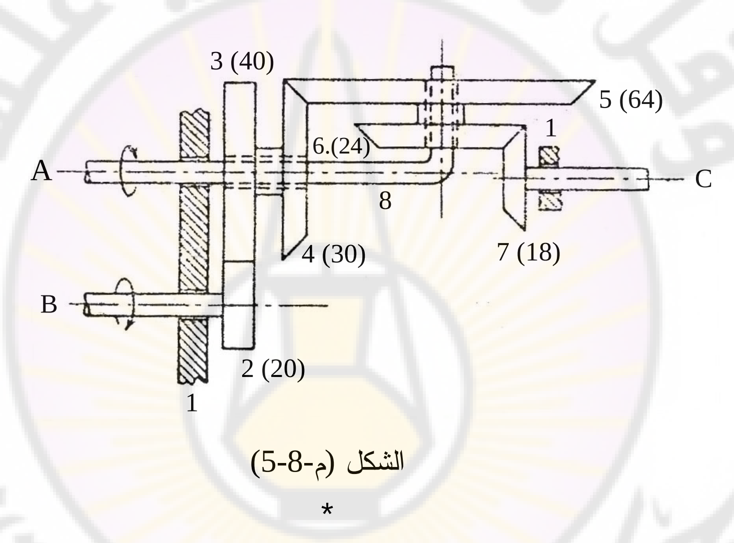



الشكل (م-8-4)

**م-8-5**

يبين الشكل (م-8-5) مجموعة كوكبية تفاضلية ، يحمل فيه الذراع 8 المسننين المركبين المخروطيين 6 , 5 .

فإذا كانت سرعة دوران A هي 350 r.p.m ، وسرعة دوران B هي 2000 r.p.m بالاتجاه المبين في الشكل لكل منهما . المطلوب تعيين سرعة عمود الخرج C قيمة ، واتجاهاً بأية طريقة مناسبة ، علماً أن الأرقام المبينة ضمن قوسين تشير إلى عدد أسنان كل مسنن .




الشكل (م-8-5)

*

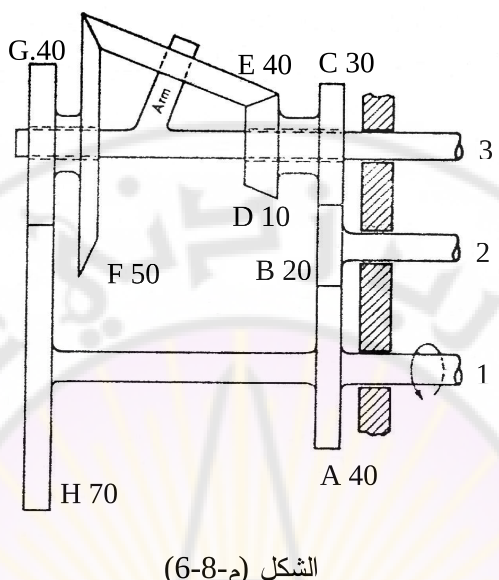
**م-8-6**

يبين الشكل (م-8-6) مجموعة كوكبية عناصرها جميعها متحركة ، حيث الذراع (*Arm*) مركب على عمود الخرج 3 . المسننان C , D مركبان عليه ، وكذلك الأمر بالنسبة للمسننين F , G .

فإذا دار عمود الدخل 1 بسرعة 500 r.p.m بالاتجاه المبين في الشكل . المطلوب تعيين سرعة دوران عمود الخرج قيمة واتجاهاً بأية طريقة مناسبة ، علماً أن عدد الأسنان هو كما في الشكل .

ملاحظة:

إن هذه المجموعة هي في الواقع ذات درجة طلاقة واحدة رغم تحرك عناصرها جميعها ، بسبب وجود المسنن B الذي يقيد حركة العمود الوسيط 2 بين الدخل ، والخرج .




الشكل (م-8-6)

*

**م-8-7**

إذا كان عدد أسنان مسننات المجموعة التفاضلية المستعملة في السيارات والمبينة في (الشكل-8-12) ، هو:

$$Z_2 = 11 \quad , \quad Z_3 = 54 \quad , \quad Z_4 = 11 \quad , \quad Z_5 = Z_6 = 16$$

وكان عمود نقل الحركة E يدور بسرعة 1200 r.p.m ، فما هي سرعة العجلة اليمنى عند رفعها عن الأرض ، بينما تبقى العجلة اليسرى مستندة إلى الأرض .

*

**م-8-8**

تتحرك سيارة مركب فيها الجهاز التفاضلي العائد إلى التمرين السابق (م-8-7) ، على مسار منحنٍ نحو اليمين بسرعة 50 km/h ، حيث نصف قطر انحناء المسار 24 m مقاساً عند محور السيارة ، القطر الخارجي للعجلات 60 cm ، والمسافة بين مركزي العجلتين الخلفيتين 140 cm .

فإذا كان عدد الأسنان كما في الشكل (م-8-7) ، المطلوب:

1. تعيين سرعة كل من العجلتين الخلفيتين .
2. سرعة الذراع 7 .

# الفصل التاسع

## إنشاء التركيبات الآلية ***Mechanism Synthesis***

تطرقنا في الفصول السابقة بشكل عام إلى دراسة التركيبات الآلية من منطلق تحليل حركة نقاط ، ووصلات تركيبة ما معلومة الأبعاد ، والأوضاع النسبية ، إلا أن الانطلاق من حركة مطلوبة معينة في محاولة لتحديد الأبعاد النسبية لتركيبة يشكل موضوعاً مختلفاً يسمى بـــ إنشاء التركيبات الآلية (*Synthesis*) ؛ أي: إن عملية الإنشاء هي في الواقع تجميع عناصر بسيطة نسبياً ، وتركيبها ، للحصول من خلال ترتيب معين لهذه العناصر ، على تركيبة كاملة تحقق العلاقة الحركية المطلوبة بين الوصلة القائدة ؛ أي الدخل ، والوصلة المقودة ، أي الخرج .

إن الأسلوب الأمثل للإنشاء ، هو تحديد متطلبات الأداء ، وشروطه ، ثم استعمالها بطريقة منهجية معينة للحصول على تركيبة فريدة وحيدة تحقق الأداء المطلوب ، إلا أنه للأسف توجد في أغلب الأحيان تركيبات عدة تحقق الحركة المطلوبة نفسها . هذا يعني مثلاً أنه من غير المحتمل - إن لم يكن مستحيلاً - إيجاد نظام إنشاء محدد يؤدي إلى تجميع مجموعة من المسننات ، المرافق والكامات وفق ترتيب معين وجيد ، يشكل حلاً لمسألة إنشاء ميكانيكي ما .

ينتج من ذلك أن عملية إنشاء تركيبة آلية تعتمد إلى حد كبير على الإنشاء التجريبي ، ومن الممكن أن هذه الطبيعة التجريبية للعملية هي السبب الذي يجعل المصمم يتوقع دوماً وجود حل أفضل ؛ وبالتالي يجعل دراسة التركيبات الآلية وإنشاءها موضوعاً شائقاً . رغم أن هذا الموضوع قد حظي باهتمام الباحثين منذ فترة طويلة ، إلا أن الدافع الأكبر للاهتمام بالإنشاء قد جاء نتيجة تطور الحاسبات التماثلية ، وأنظمة القياس والتحكم الميكانيكية . يلزم عادة في هذه المجالات توليد توابع اختيارية بوسائل ميكانيكية ، حيث يمكن أحياناً وجود تركيبة معلومة سابقاً تحقق التابع المطلوب ، إلا أن أغلب الحالات تتطلب إنشاء تركيبة جديدة ؛ لذا فإن على المصمم الميكانيكي أن يكون ملماً بعدد كبير من التركيبات المتنوعة ، حيث يؤهله ذلك لإنشاء عناصر التركيبة ، وترتيبها بأفضل شكل يحقق الأداء المطلوب . يمكن الحصول على إلمام جيد من الاطلاع الدائم ، والمستمر على الاكتشافات ، والكتابات العلمية الحديثة ؛ أي بمعنى آخر أن يتمتع المصمم - إلى حد ما - بفضول علمي يدفعه دوماً إلى الاطلاع على كل جديد .

## 1-9- مقدمة *Introduction*

لقد بينا في الفصل السادس بعض الطرائق التخطيطية ، والتحليلية لإنشاء الكامة انطلاقاً من حركة معينة مطلوبة للتابع ، وهي في الواقع عملية الإنشاء الوحيدة التي يمكن حلها دوماً . كما أنه يتضح من دراسة المسننات ، ومجموعاتها إمكان إنشاء عناصر هذه المجموعات بسهولة ؛ بخاصة تحديد عدد الأسنان ، ضمن مجال تحدده عادة المعطيات الإجهادية ، ومختلف العياريات الناظمة لبعض الأبعاد في المسننات . يلاحظ من ذلك أن التحليل والإنشاء هما عموماً مترافقان حيث يكمل أحدهما الآخر في أي تصميم هندسي ؛ وبالتالي فإن مسؤولية المصمم هي إذن أن يوائم بين حسن تقديره للمشكلة قيد الدراسة ، وخبرته ، وقدرته على التحليل للحصول على أفضل حل ممكن .

يمكن إذن تلخيص مراحل إنشاء تركيبة كالاتي:

1. اختيار نوع التركيبة التي يمكن أن تستعمل لتحقيق التصميم المطلوب ، وهو ما يسمى بـــ الإنشاء النوعي .
2. تعيين عدد الوصلات ، والازدواجات اللازمة لتأمين الحركة المطلوبة ، وهو ما يسمى بـــ الإنشاء العددي .
3. تحديد الأبعاد النسبية اللازمة للوصلات ، وهو ما يسمى بـــ الإنشاء البعدي .

أدت الطرائق التخطيطية دوراً أساسياً في بداية تطور إنشاء التركيبات ، وتعتمد هذه الطرائق عموماً على مفهوم الخطأ ، والتجريب ؛ إضافة إلى الحدس والاستقراء . لا زالت بعض الطرائق التخطيطية التي تعطي النتائج مباشرة لتركيبات بسيطة تستعمل عند عدم إمكان تطوير إنشاء تحليلي لمسألة ما ، مثال ذلك بعض إنشاءات الكامات التي بيناها سابقاً ، إلا أن الحاجة المتزايدة إلى إنشاء تركيبات معقدة نسبياً ، قد أدت إلى تطوير طرائق تحليلية تمتاز بدقة نتائجها ، رغم أن التحليل الرياضي لبعض مسائل الإنشاء معقد ، حتى في حالة تركيبة رباعية الوصلات ، إلا أن التطور الهائل ، والمستمر في استعمال الحاسبات الرقمية ساعد على إيجاد طرائق تحليلية جديدة .

## 9-2- مفهوم نقاط الدقة *Concept of Accuracy Points*

يجب دوماً عند إجراء عملية إنشاء ميكانيكي الانتباه إلى عامل أساسي ، ألا وهو الدقة المطلوبة للتركيبة ، حيث من النادر أن يتمكن المصمم من تصميم تركيبة تحقق الحركة المطلوبة تماماً ؛ لذا فإن عليه ، في أغلب الأحيان ، أن يكتفي بحل تقريبي ، حيث يسمى الفارق بين الحركة المطلوبة ، وتلك الناتجة فعلياً من التركيبة بـــ الخطأ الإنشائي . هذا إضافة إلى الخطأ الميكانيكي أو التصنيعي الذي يحدث عند تصنيع التركيبة ، وتجميعها ؛ بسبب الخلوصات في أطوال الوصلات ، والازدواجات .

ينتج من ذلك أنه يستحيل عملياً الحصول على الحركة المطلوبة الصحيحة ، إلا عند بضع نقاط تسمى بـــ نقاط الدقة التي يجب تحديد مواقعها لتقليل الخطأ الحاصل بين هذه النقاط . يمكن التعبير عن الخطأ الإنشائي $\Delta$ ، بالعلاقة الآتية:

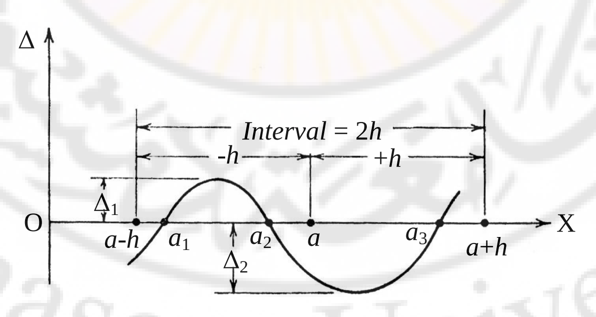
$$\Delta = f(x) - g(x)$$

حيث:

$f(x)$ يمثل تابع الحركة المطلوبة .

$g(x)$ يمثل التابع الناتج من التركيبة الفعلية .

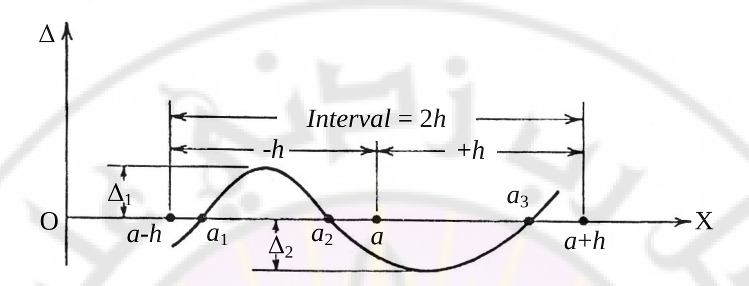
يبين (الشكل-9-1) التمثيل البياني لتغيرات الخطأ الإنشائي بالنسبة لمتغير الحركة X ضمن مجال $2h$ ، مركزه عند الإحداثي $(x = a)$ .




(الشكل-9-1) التمثيل البياني لتغيرات الخطأ الإنشائي .

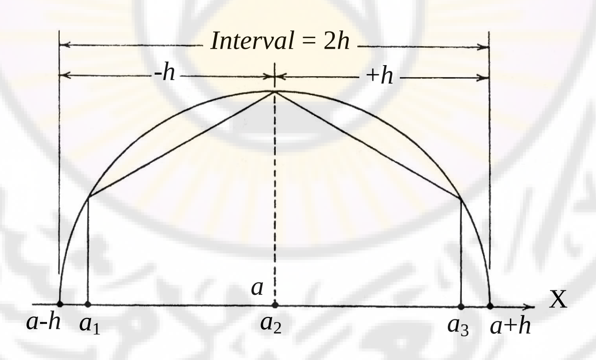
يساوي الخطأ الصفر عند نقاط الدقة $a_1$ , $a_2$ , $a_3$ ، ويلاحظ من هذا الشكل أن الخطأ الأعظمي $\Delta_1$ الناتج من التركيبة في المجال $a_1$ , $a_2$ ، هو أصغر من الخطأ الأعظمي $\Delta_2$ الناتج ضمن المجال $a_2$ , $a_3$ .

يمكن استناداً إلى نظرية أوجدها الباحث تشيبيشيف (*Tchebyshev*) تعيين مواقع نقاط الدقة $a_1$ , $a_2$ , $a_3$ ، بحيث يصبح لدينا ($\Delta_1 = \Delta_2$) ، كما في (الشكل-9-2) .




(الشكل-9-2) تعيين مواقع نقاط دقة $a_1$ , $a_2$ , $a_3$ بحيث يصبح الخطأ الأعظمي ($\Delta_1 = \Delta_2$) .

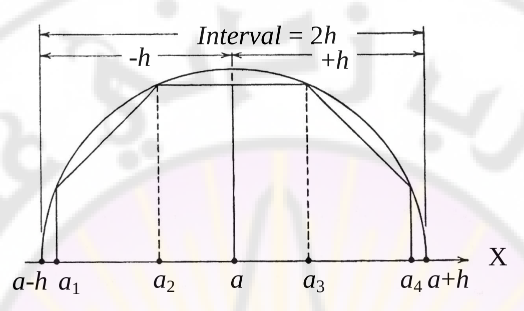
يوضح (الشكل-9-3) طريقة تخطيطية لتحديد مواقع نقاط الدقة وفقاً للنظرية المذكورة أعلاه ، حيث ترسم نصف دائرة على المحور X مركزها عند ($x = a$) ونصف قطرها يساوي $h$ .




(الشكل-9-3) الطريقة التخطيطية لتحديد مواقع نقاط الدقة وفقاً لنظرية تشيبيشيف .

يرسم عندئذ نصف مضلع منتظم ضمن نصف الدائرة ، وهو في حالة ثلاث نقاط دقة نصف مسدس منتظم ، حيث يكون ضلعان منه متعامدين مع المحور X . تحدد الخطوط الشاقولية على المحور X ، والمرسومة من ذرى أي رؤوس نصف المضلع ، ومواقع نقاط الدقة $a_1$ , $a_2$ , $a_3$ .

يبين (الشكل-9-4) عملية إنشاء لتحديد مواقع أربع نقاط دقة ، بحيث يكون الخطأ الإنشائي الأعظمي ضمن مجال كل نقطتين متتاليتين هو نفسه . يلاحظ في هذه الحالة ضرورة رسم نصف مثمن منتظم ؛ أي: إن عدد أضلاع المضلع بشكل عام يساوي ضعف عدد نقاط الدقة المراد تحديد مواقعها .




(الشكل-9-4) تحديد مواقع أربع نقاط دقة بحيث يكون الخطأ الإنشائي الأعظمي هو نفسه .

يساعد تحديد عدد نقاط الدقة ، وتعيين مواقعها ؛ أي التباعد فيما بينها في تبسيط طريقة الإنشاء تحليلياً أو تخطيطياً ، حيث تصبح عملية الإنشاء ، هي إيجاد العلاقات النسبية بين أطوال التركيبة التي تحقق تابع الحركة المطلوبة عند هذه النقاط ؛ إضافة إلى تحقيقها ضمن حدود دقة معينة في المجالات بين هذه النقاط .

## 9-3- إنشاء تركيبة رباعية القضبان لقيم آنية للسرعة والتسارع

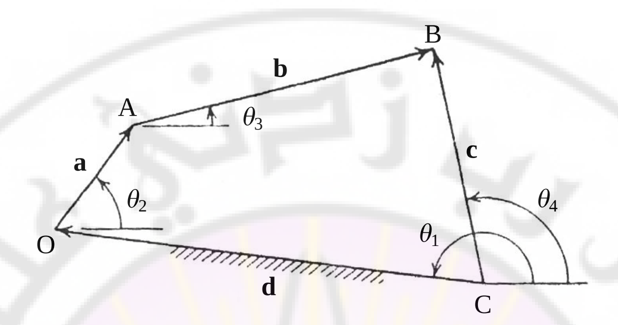
## *Synthesis of Four-bar Mechanism for Instantaneous Values of Speed and Acceleration*

لقد طوّر الباحث روزناور (*Rosenauer*) طريقة تحليلية لإنشاء تركيبة رباعية القضبان ، تحقق قيماً آنية معينة للسرعة الزاوية ، والتسارع الزاوي لكل وصلة من وصلاتها.

يبين (الشكل-9-5) تخطيطاً للتركيبة ، حيث تم تمثيل وصلاتها الأربع بأشعة تكون مضلعاً مغلقاً مبدؤه عند O ، كما تمثل الزوايا $\theta_1$ , $\theta_2$ , $\theta_3$ ,$\theta_4$ ميل كل وصلة منها على الخط الأفقي ، مقاسة باتجاه عكس دوران عقارب الساعة ، كما في الشكل . إذا كانت الوصلات OA , AB , BC , CO تمثل بالمتجهات **a** , **b** , **c** , **d** على التتالي ، فإنه يمكن كتابة المعادلة الشعاعية الآتية للمضلع المغلق:

$$\mathbf{a} + \mathbf{b} - \mathbf{c} + \mathbf{d} = 0 \qquad (1\text{-}9)$$

يجب الانتباه إلى أن الشعاع **c** الذي يمثل الوصلة BC هو سالب في المعادلة (1-9) ؛ لأن اتجاهه هو من C إلى B .




(الشكل-9-5) تمثيل الوصلات الأربع لتركيبة بأشعة تكون مضلعاً مغلقاً .

يمكن تبسيط التحليل الشعاعي باستعمال الأعداد المركبة ، حيث يمثل العدد المركب تخطيطياً بنقطة في المستوي إحداثيّها الأفقي $x$ هو الجزء الحقيقي من هذا العدد ، بينما يمثل إحداثيها الشاقولي $y$ الجزء التخيلي منه . يمكن إذن - استناداً إلى مفهوم الأعداد المركبة - كتابة الأشعة الأربعة التي تمثل وصلات التركيبة على النحو التالي جبرياً ، وفقاً للمعادلة (1-9):

$$a.e^{iq_2} + b.e^{iq_3} - c.e^{iq_4} + d.e^{iq_1} = 0 \qquad (2\text{-}9)$$

بما أن السرعة الزاوية لوصلة هي مشتق وضعها الزاوي بالنسبة للزمن ، فإنه ينتج أن:

$$\frac{dq_2}{dt} = w_2 \quad , \quad \frac{dq_3}{dt} = w_3 \quad , \quad \frac{dq_4}{dt} = w_4 \quad , \quad \frac{dq_1}{dt} = 0$$

ومنه باشتقاق المعادلة (2-9) ، وبالتعويض نحصل على:

$$i.w_2.a.e^{iq_2} + i.w_3.b.e^{iq_3} - i.w_4.c.e^{iq_4} + 0.d.e^{iq_1} = 0 \qquad (3\text{-}9)$$

بالاشتقاق مرة ثانية للوضع الزاوي بالنسبة للزمن ينتج أن التسارعات الزاوية للوصلات ، هي:

$$\frac{dw_2}{dt} = e_2 \quad , \quad \frac{dw_3}{dt} = e_3 \quad , \quad \frac{dw_4}{dt} = e_4 \quad , \quad \frac{dw_1}{dt} = 0$$

ومنه بالاشتقاق مرة ثانية للمعادلة (3-9) ، وبالتعويض نحصل على:

$$(i.e_2 - w_2^2)a.e^{iq_2} + (i.e_3 - w_3^2)b.e^{iq_3} - (i.e_4 - w_4^2)c.e^{iq_4} + 0.d.e^{iq_1} = 0 \quad (4\text{-}9)$$

يمكن عندئذ إعادة كتابة المعادلات (9-2) ، (9-3) ، (9-4) بالشكل الشعاعي ، حيث ينتج أن:

$$\mathbf{a}+\mathbf{b}-\mathbf{c}+\mathbf{d}=0$$

$$w_2.\mathbf{a}+w_3.\mathbf{b}-w_4.\mathbf{c}+0.\mathbf{d}=0 \qquad (5\text{-}9)$$

$$(i.e_2-w_2^2)\mathbf{a}+(i.e_3-w_3^2)\mathbf{b}-(i.e_4-w_4^2)\mathbf{c}+0.\mathbf{d}=0$$

يفضل حل مجموعة المعادلات (9-5) آنياً باستعمال المعينات P أي المحدّدات ، حيث يرمز للمعينة المشتركة المستعملة في حل مجموعة المعادلات بالرمز $D$ .

تتكون صفوف هذه المعينة المشتركة من أمثال الأشعة **a , b , c** في المعادلات الثلاث على التتالي . ينتج من تطبيق هذه الطريقة استناداً إلى التحليل الرياضي أن علاقة الشعاع **a** ، هو:

$$\mathbf{a}=\frac{\begin{vmatrix}-\mathbf{d} & 1 & 1\\ 0 & w_3 & -w_4\\ 0 & (i.e_3-w_3^2) & -(i.e_4-w_4^2)\end{vmatrix}}{D}$$

$$\mathbf{a}=-\frac{\mathbf{d}}{D}[-w_3(i.e_4-w_4^2)+w_4(i.e_3-w_3^2)]$$

$$\mathbf{a}=\frac{\mathbf{d}}{D}[(w_3.e_4-w_4.e_3)i+w_3.w_4(w_3-w_4)]$$

وبطريقة مماثلة ينتج أن علاقة الشعاع **b** هي:

$$\mathbf{b}=\frac{\mathbf{d}}{D}[(w_4.e_2-w_2.e_4)i+w_4.w_2(w_4-w_2)]$$

وأن علاقة الشعاع **c** هي:

$$\mathbf{c}=\frac{\mathbf{d}}{D}[(w_3.e_2-w_2.e_3)i+w_2.w_3(w_3-w_2)]$$

بما أن كل شعاع هو مكون من حد ضمن قوسين مضروب بالحد المشترك $\mathbf{d}/D$ ، فإنه يمكن عدّه يساوي إلى $(\mathbf{d}/D=-1)$ . إن هذا التعويض صحيح ؛ لأن الأشعة **a , b , c** هي كلها منسوبة إلى الشعاع **d** ، ويفضل استعمال الإشارة السالبة للحصول على وضع التركيبة في المجال الموجب للإحداثيات .

ينتج من إجراء هذا التعويض ، والإصلاح أن:

$$\begin{aligned} \mathbf{a} &= w_4.w_3(w_4 - w_3) + (w_4.e_3 - w_3.e_4)\, i \\ \mathbf{b} &= w_2.w_4(w_2 - w_4) + (w_2.e_4 - w_4.e_2)\, i \\ \mathbf{c} &= w_2.w_3(w_2 - w_3) + (w_2.e_3 - w_3.e_2)\, i \end{aligned} \qquad (6\text{-}9)$$

ومن المعادلة (1-9) أن:

$$\mathbf{d} = \mathbf{c} - \mathbf{a} - \mathbf{b}$$

إذا رمزنا للأجزاء الحقيقية في مجموعة المعادلات (6-8) بالرموز $a_1$ , $b_1$ , $c_1$ , $d_1$ ، وبالرموز $a_2$ , $b_2$ , $c_2$ , $d_2$ للأجزاء التخيلية منها ، فإنه يمكن كتابة الأشعة الممثلة للوصلات الأربع للتركيبة على الشكل الآتي:

$$\mathbf{a} = a_1 + a_2 . i \quad , \quad \mathbf{b} = b_1 + b_2 . i \quad , \quad \mathbf{c} = c_1 + c_2 . i \quad , \quad \mathbf{d} = d_1 + d_2 . i \qquad (7\text{-}9)$$

وبالتالي ، فإن الأطوال تتناسب مع:

$$\begin{aligned} a &= (a_1^2 + a_2^2)^{1/2} \quad , \quad b = (b_1^2 + b_2^2)^{1/2} \\ c &= (c_1^2 + c_2^2)^{1/2} \quad , \quad d = (d_1^2 + d_2^2)^{1/2} \end{aligned} \qquad (8\text{-}9)$$

**مسألة-9-1**

المطلوب إنشاء تركيبة رباعية القضبان تحقق القيم الآنية الآتية:

| | | |
|---|---|---|
| المرفق OA | $\varepsilon_2 = 0$ | $\omega_2 = 6$ rad/sec |
| الوصلة AB | $\varepsilon_3 = 10$ rad/sec$^2$ | $\omega_3 = 1$ rad/sec |
| الوصلة CB | $\varepsilon_4 = 5$ rad/sec$^2$ | $\omega_4 = 3$ rad/sec |

**الحل**:

ينتج من مجموعة المعادلات (6-9) أن الأجزاء الحقيقية للأشعة بدلالة وحدة الطول المختارة ، هي:

$$a_1 = 6 \quad , \quad b_1 = 54 \quad , \quad c_1 = 30 \quad , \quad d_1 = -30$$

وأن الأجزاء التخيلية بدلالة وحدة الطول نفسها ، هي:

$$a_2 = 25 \quad , \quad b_2 = 30 \quad , \quad c_2 = 60 \quad , \quad d_2 = 5$$

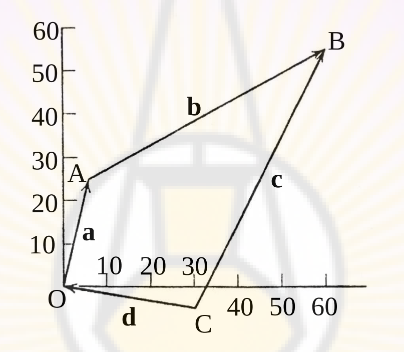
ومنه فإن الوصلات تمثل بالأعداد المركبة الآتية وفقاً لمجموعة المعادلات (9-7):

$$\mathbf{a} = 6 + 25\,i \quad , \quad \mathbf{b} = 54 + 30\,i \quad , \quad \mathbf{c} = 30 + 60\,i \quad , \quad \mathbf{d} = -30 + 5\,i$$

أما أطوالها ، فإنها تتناسب وفقاً لمجموعة المعادلات (9-8) مع:

$$a = 25{,}71 \quad , \quad b = 61{,}78 \quad , \quad c = 67{,}08 \quad , \quad d = 30{,}41$$

يبين (الشكل-9-6) التركيبة المطلوبة OABC ، حيث توضح هذه التركيبة الأطوال النسبية للوصلات فيما بينها ، وأوضاعها الزاوية ، الموافقة لتحقيق القيم الآنية المعطاة لكل من السرعة الزاوية ، والتسارع الزاوي .




(الشكل-9-6) تركيبة توضح الأطوال النسبية للوصلات فيما بينها وأوضاعها الزاوية .

يمكن إذن باختيار طول مناسب لإحدى الوصلات ، يلائم التطبيق العملي للتركيبة تحديد أطوال الوصلات الأخرى استناداً إلى النسب $a$ , $b$ , $c$ , $d$ المحسوبة أعلاه ؛ أي: إنه يمكن تغيير الأطوال الفعلية للوصلات طالما تم الحفاظ على هذه النسب ، إلا أن الأوضاع الزاوية لا يمكن تغييرها . يمكن اختيار أية وحدة قياسية لتمثيل الأجزاء الحقيقية ، والتخيلية شرط أن تكون هي نفسها لكليهما .

يمكن تطوير هذه الطريقة لإنشاء تركيبة مكونة من أكثر من أربع وصلات ، حيث تطبق المعادلة الشعاعية (9-1) مرتين باتباع مسار مختلف لإغلاق مضلع الأشعة ، بحيث يشمل الوصلات الإضافية ، ومن ثم اتباع خطوات الاشتقاق نفسها ، وتحويل المعادلات الناتجة إلى شكل يشابه مجموعة المعادلات (9-6) لكن عددها سيكون أكبر ؛ وبالتالي حل هذه المجموعة آنياً لتعيين نسب أطوال الوصلات .

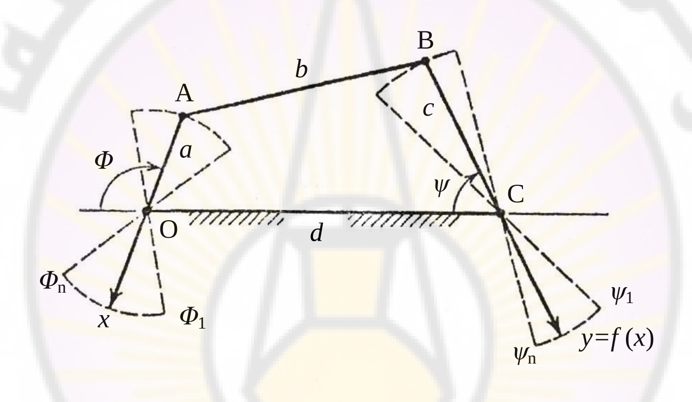
## 4-9- إنشاء تركيبة رباعية القضبان لتوليد تابع ما

## *Synthesis of Four-bar Mechanism to Generate a Function*

يحدث أحياناً أنه يلزمنا تصميم تركيبة لتوليد تابع معين ، وليكن:

$$y = \log x$$

يبين (الشكل-9-7) تركيبة رباعية القضبان مصممة لتوليد التابع [$y = f(x)$] ضمن مجال محدّد ، بحيث أن تَحرّك الوصلة OA بين الحدين $\Phi_1 , \Phi_n$ وفق قيمة دخل ما $x$ ، يؤدي إلى تَحرّك الوصلة BC وفقاً للقيمة [$y = f(x)$] بين الحدّين $\psi_1 , \psi_n$ .




(الشكل-9-7) تركيبة رباعية القضبان مصممة لتوليد تابع .

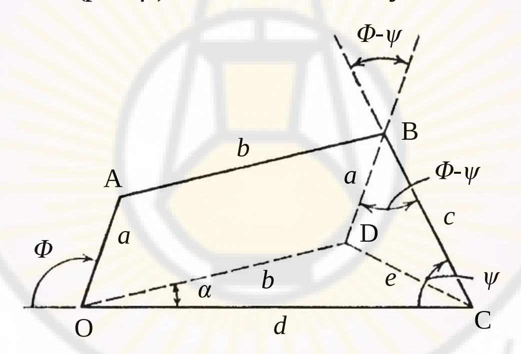
يلاحظ بسهولة وجود ثلاث قيم مستقلة لنسب أضلاع التركيبة التي تحدد الأطوال النسبية لهذه التركيبة . كما يجب تحديد مجال كل من $\Phi , \psi$ ؛ إضافة إلى كل من الزاويتين الابتدائيتين $\Phi_1 , \psi_1$ ؛ وبالتالي يجب عدّ المتغيرات السبعة كافة عند إنشاء التركيبة لتوليد التابع المطلوب .

من الواضح مباشرة صعوبة العملية الإنشائية وتعقيدها ، لا بل استحالة إيجاد التركيبة التي تحقق تابعاً ما تماماً على كامل المجال المطلوب . إن عدد التوابع التي يمكن توليدها تماماً بوساطة تركيبة رباعية القضبان قليل جداً ، وضمن مجالات محددة ، وضيقة نسبياً . لقد استنتج الباحثان شافر و كوشين (*Shaffer & Cochin*) معادلة ، أسمياها معادلة الملاءمة (*Compatibility*) ، يمكن استعمالها لتحديد إمكان توليد تابعاً ما تماماً ضمن مجال معين .

لقد وضع الباحث فرودنشتاين (*Freudenstein*) طريقة لتصميم تركيبة رباعية القضبان تولّد تابعاً صحيحاً عند عدد من النقاط المحددة التي تمثل في الواقع نقاط دقة ، لكن تعطي قيماً تقريبية للتابع في المجالات الواقعة بين هذه النقاط ؛ أي: إن التابع $[f(x)]$ في حالة (الشكل-9-7) يكون صحيحاً تماماً عند $\psi_1$ , $\psi_n$ ، وعند عدد محدود من النقاط بينهما ، تبعاً للإمكانات ، والوسائل المتاحة لإنشاء التركيبة .

تعتمد هذه الطريقة على أن يتم أولاً تحديد العلاقة بين $\psi$ و $\Phi$ بدلالة الحد الأدنى للعلاقات النسبية بين أطوال الوصلات . يمكن استنتاج هذه العلاقة استناداً إلى (الشكل-9-8) ، حيث تم رسم خط موازٍ للوصلة OA من النقطة B للحصول على متوازي الأضلاع OABD . بما أن وصلات التركيبة تشكل حلقة مغلقة ، فإن مجموع مساقط الأطوال $a$ , $b$ , $c$ باتجاه OC يجب أن تساوي طول الوصلة $d$ ، ينتج من ذلك أن:

$$a.\cos(p - f) + b.\cos a + c.\cos y = d \qquad (9\text{-}9)$$




(الشكل-9-8) تصميم فرودنشتاين لتركيبة رباعية القضبان تولّد تابعاً صحيحاً .

كما ينتج من تطبيق علاقات المثلث في الهندسة المستوية على كل من المثلثين DBC و DOC ، أن:

$$e^2 = b^2 + d^2 - 2b.d.\cos a \qquad (10\text{-}9)$$

وأن أيضاً:

$$e^2 = a^2 + c^2 - 2a.c.\cos(f - y) \qquad (11\text{-}9)$$

وبالتالي ينتج من المعادلتين (9-10) و (9-11) ، أن:

$$b.\cos a = \frac{b^2 + d^2 - a^2 - c^2 + 2a.c.\cos(f - y)}{2d} \qquad (12\text{-}9)$$

وبالتعويض من (9-12) في (9-9) مع ملاحظة أن:

$$\cos(p - f) = -\cos f$$

نحصل على العلاقة:

$$a^2 - b^2 + c^2 + d^2 + 2a.d.\cos f - 2c.d.\cos y = 2a.c.\cos(f - y) \quad (13\text{-}9)$$

وبالقسمة على 2a.c نحصل على:

$$\frac{a^2 - b^2 + c^2 + d^2}{2a.c} + \frac{d}{c}.\cos f - \frac{d}{a}.\cos y = \cos(f - y) \quad (14\text{-}9)$$

يمكن كتابة المعادلة (9-14) بالشكل الآتي:

$$R_1.\cos f - R_2.\cos y + R_3 = \cos(f - y) \quad (15\text{-}9)$$

حيث النسب المستقلة الثلاث للأطوال ، هي:

$$R_1 = \frac{d}{c} \quad , \quad R_2 = \frac{d}{a} \quad , \quad R_3 = \frac{a^2 - b^2 + c^2 + d^2}{2a.c} \quad (16\text{-}9)$$

تمثل المعادلة (9-15) أبسط علاقة ممكنة بين $\psi$ و $\Phi$ بدلالة نسب الأطوال . يمكن استعمال هذه المعادلة العامة لتصميم تركيبة رباعية القضبان تولد تابعاً صحيحاً فقط عند نقاط دقة محددة ، حيث تنتج لكل نقطة دقة $\Phi_1 , \psi_1$ مثلاً ، معادلة موافقة للمعادلة (9-15) . يكتفى عادة بثلاث نقاط دقة ، إلا أنه تم تطوير الحلول للحصول على أربع نقاط دقة ، وكذلك خمس نقاط ، لكن طرائق الحل تصبح معقدة .

تعطي المعادلة (9-15) في حالة الإنشاء على أساس ثلاث نقاط دقة للتابع ، تحدث عند $(\Phi_1 , \psi_1) , (\Phi_2 , \psi_2) , (\Phi_3 , \psi_3)$ ثلاث معادلات ، هي بشكل عام:

$$\begin{aligned} R_1.\cos f_1 - R_2.\cos y_1 + R_3 &= \cos(f_1 - y_1) \\ R_1.\cos f_2 - R_2.\cos y_2 + R_3 &= \cos(f_2 - y_2) \\ R_1.\cos f_3 - R_2.\cos y_3 + R_3 &= \cos(f_3 - y_3) \end{aligned} \quad (17\text{-}9)$$

ينتج من حل المعادلات (9-17) آنياً ثلاث قيم ، هي: $R_1 , R_2 , R_3$ ، حيث يمكن بعدها تحديد العلاقات النسبية للأطوال استناداً إلى مجموعة المعادلات (9-16) . إن ظهور إشارة سالبة في تحديد الطولين $a$ و $c$ يؤدي إلى ضرورة تمثيلها شعاعياً عند رسم التركيبة الناتجة .

**مسألة-9-2**

ليكن المطلوب تعيين أطوال وصلات تركيبة رباعية القضبان لتوليد التابع:

$$y = x^{1.5}$$

حيث تتغير $x$ بين القيمتين (4.0 - 1.0) ، علماً أن الوضع الأولي للمرفق القائد هو ($\Phi_s = 30^o$) ، والمجال الموافق هو ($\Delta\Phi = 90^o$) ، وأن الوضع الأولي للوصلة المقودة ؛ أي المولدة للتابع ، هو ($\psi_s = 90^o$) ضمن مجال ($\Delta\psi = 90^o$) ، وبفرض أن طول الوصلة ($d = 5$ cm) .

**الحل**:

يفضل عادة اختيار نقاط الدقة وفق طريقة التباعد المذكورة سابقاً في الفقرة (9-2) إلا إذا ذكر خلاف ذلك . لدينا من معطيات المثال القيم الحدية الآتية:

$$x_s = 1.0 \quad , \quad y_s = 1.0 \quad , \quad x_f = 4.0 \quad , \quad y_f = 8.0$$

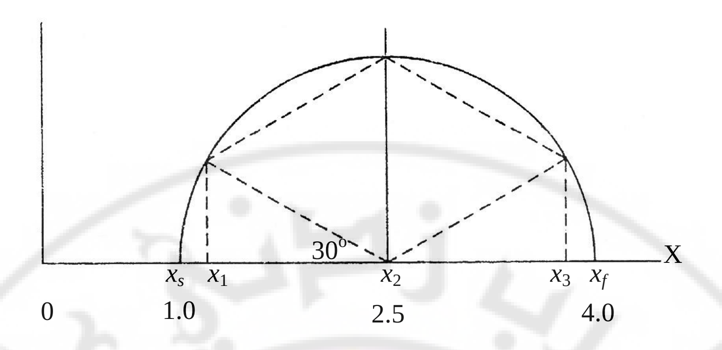
حيث يشير الدليل السفلي $s$ لكل رمز أينما ورد في هذا المثال إلى قيمة ابتدائية للمجال ، بينما الدليل السفلي $f$ إلى قيمة نهاية المجال . أما الدلائل السفلية 3 , 2 , 1 ، فإنها تشير إلى القيم عند نقاط الدقة التي يمكن تحديد مواقعها استناداً إلى الشكل (9-3) ، حيث:

$$2h = x_f - x_s = 3.0$$

أي إن مركز نصف الدائرة يقع عند ($x = 2.5$) ونصف قطرها ($h = 1.5$) ، وبما أن المضلع المرسوم ضمنها هو نصف مسدس منتظم ، فإن نقاط الدقة الثلاث ، هي:

$$x_1 = 2.5 - 1.5\cos 30^o = 1.201 \quad , \quad y_1 = 1.317$$
$$x_2 = 2.5 \quad , \quad y_2 = 3.960$$
$$x_3 = 2.5 + 1.5\cos 30^o = 3.800 \quad , \quad y_3 = 7.400$$

وهي مبينة في (الشكل-9-9) عند النقاط $x_1$ , $x_2$ , $x_3$ .




(الشكل-9-9) استنتاج علاقة عامة لكل من $\psi$ و $\Phi$ الموافقتين لقيم $x$ و $y$ .

يمكن استناداً إلى (الشكل-9-9) استنتاج علاقة عامة لكل من $\psi$ و $\Phi$ الموافقتين لقيم $x$ و $y$ ضمن مجال عمل التركيبية ، حيث ينتج أن:

$$f = f_s \frac{x - x_s}{x_f - x_s}.\Delta f \qquad (18\text{-}9)$$

$$y = y_s \frac{y - y_s}{y_f - y_s}.\Delta y \qquad (19\text{-}9)$$

وبالتالي ، فإنه يمكن تعيين قيم $\Phi_1 , \Phi_2 , \Phi_3$ الموافقة للنقاط $x_1 , x_2 , x_3$ على التتالي ، علماً أن ($\Delta\Phi = 90^o$) ، ومنه:

$$f_1 = 36.03^o \quad , \quad f_2 = 75.03^o \quad , \quad f_3 = 114.0^o$$

وبطريقة مماثلة يمكن تعيين $\psi_1 , \psi_2 , \psi_3$ الموافقة للقيم $y_1 , y_2 , y_3$ على التتالي ، حيث ينتج أن:

$$y_1 = 94.08^o \quad , \quad y_2 = 128.02^o \quad , \quad y_3 = 172.25^o$$

بالتعويض من قيم $\psi$ و $\Phi$ ، المعينة أعلاه ، في مجموعة المعادلات (9-17) ، ومن ثم حل هذه المعادلات آنياً ينتج أن:

$$R_1 = 0.440 \quad , \quad R_2 = 0.578 \quad , \quad R_3 = 0.132$$

وبما أن طول الوصلة ($d = 5$ cm) معلوم ، فإنه يمكن تحديد طول بقية الوصلات من تطبيق مجموعة المعادلات (9-16) ، حيث ينتج أن:

$$a = 8.65 \text{ cm} \quad , \quad b = 14.25 \text{ cm} \quad , \quad c = 11.365 \text{ cm}$$

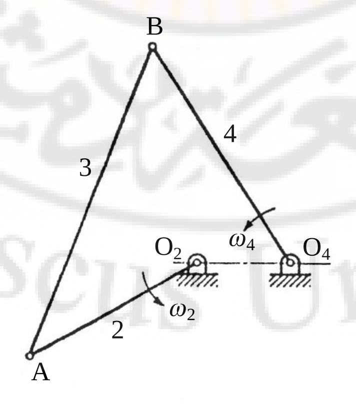
وبالتالي يمكن رسم التركيبة في أي وضع ضمن المجال من ($\Phi_s = 30^o$) حتى ($\Phi_f = 120^o$) ، والتأكد من النتائج عند نقاط الدقة الثلاث ؛ إضافة إلى حساب الخطأ الإنشائي في تحقيق التابع ($y = x^{1.5}$) من القيمة ($x_s = 1.0$) حتى ($x_f = 4.0$) .

من الواضح أنه يمكن إنشاء تركيبة رباعية القضبان تحقق ثلاث نقاط دقة لأي تابع ، باتباع الأسس نفسها الموضحة في هذا المثال .

### 9-5- نظرية القيم العظمى والصغرى ***Maxima & Minima Values Theorem***

يعد تعيين أوضاع التركيبة أو أطوارها التي تحدث عندها القيم العظمى والصغرى للميزات الحركية أمراً مهماً في تحليل التركيبات الآلية ، وإنشائها . يعود ذلك إلى الدور الأساسي ، والحرج الذي تؤديه هذه القيم الحدية في التصميم الميكانيكي الإجهادي لعناصر التركيبة . كان يتم تعيين هذه القيم حتى فترة قصيرة باستعمال مبدأ الخطأ والتجريب ، إلا أنه يفضل عادة إيجاد وسيلة أو طريقة مباشرة ، وسريعة لتحديد الأوضاع الحدية للتركيبة . رغم الأبحاث ، والمحاولات الكثيرة التي جرت ، فإن هذا الموضوع لا زال قيد البحث ، ولا يمكن القول إنه قد وجد حلاً شاملاً ، وتاماً .

من أوائل الباحثين في موضوع تعيين القيم الحدية الباحث كراوس (*Krause*) ، الذي أعلن في دراسة له عام 1939 ، تتعلق بتركيبة السحب أو الجر رباعية القضبان المبينة في (الشكل-9-10) .

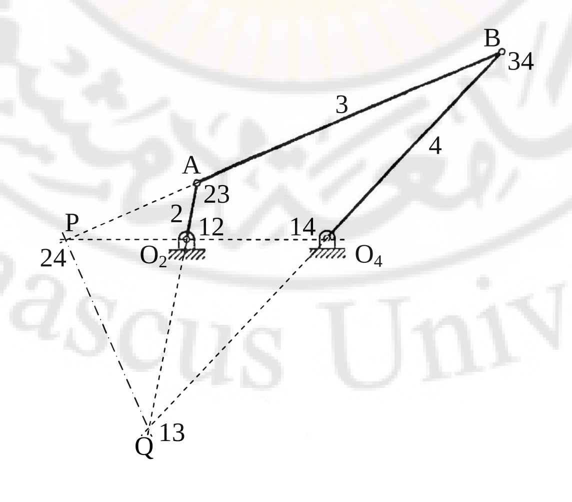



(الشكل-9-10) تركيبة السحب أو الجر رباعية القضبان .

أن نسبة السرعة ($\omega_4 / \omega_2$) تصل إلى قيمة حدية عندما تصبح الوصلة القارنة 3 ، والوصلة المقودة 4 متعامدتين ، إلا أن الباحث روزناور (*Rosenauer*) بين لاحقاً أن ذلك غير صحيح دوماً ، وقام بإجراء دراسة تحليلية تعتمد على التمثيل الشعاعي لأطوال الوصلات كأعداد مركبة ، ويمكن من خلالها الحصول على القيم الحدية لسرعة الوصلة المقودة .

لا يسمح مجال البحث هنا باستعراض خطوات هذه الدراسة ، لذا فإننا سنكتفي بإعطاء فكرة موجزة لنظرية وضعها الباحث فرودنشتاين (*Freudenstein*) ، يمكن تطبيقها تخطيطياً لتعيين الأوضاع الحدية لتركيبة رباعية القضبان من دون الحاجة إلى تقديم البرهان على صحتها الذي قام به الباحث هال (*Hall*) . إلا أننا سنوضح بطريقة مختصرة ومبسطة الأسس اللازمة لتطبيق هذه النظرية عند تحليل تركيبة من هذا النوع ، وإنشائها .

تعتمد هذه النظرية على المركزين اللحظيين المتحركين 13 و 24 للتركيبة رباعية القضبان المبينة في (الشكل-9-11) ، حيث تمّ الرمز لهما بالنقطتين Q و P على التتالي تسهيلاً للشرح . استناداً إلى مفهوم المركز اللحظي ، فإن النقطة P هي نقطة مشتركة في الوصلتين 4 و 2 ، ولها السرعة اللحظية نفسها في كل منهما . كما أن النقطة Q هي مركز مسندي تدور حوله الوصلة 3 بالنسبة للمستوي الثابت . يسمى الخط PQ بـــ محور التسامت أو التآلف (*Collineation Line*) .




(الشكل-9-11) تركيبة رباعية القضبان .

أما نص النظرية فهو:

عند قيمة حدية لنسبة سرعة تركيبة رباعية القضبان يكون محور التسامت عمودياً على الوصلة القارنة AB .

إن المقصود بنسبة سرعة التركيبة هي نسبة سرعة الوصلة المقودة 4 إلى سرعة الوصلة القائدة 2 ، حيث يمكن البرهان بسهولة انطلاقاً من تعريف المركز اللحظي ، وتطبيقه في حساب السرعات ، أن:

$$\frac{w_4}{w_2} = \frac{PO_2}{PO_4} = \frac{PO_2}{PO_2 \pm O_2O_4} \qquad (20\text{-}9)$$

حيث تكون الإشارة سالبة عندما تقع P بين المركزين $O_2$ و $O_4$ .

بما أن المسافة $O_2O_4$ ثابتة ، فإن القيم الحدية لنسبة سرعة التركيبة تحدث عندما يكون البعد $PO_2$ أعظمياً . يمكن لهذه الأوضاع أن تحدث عند أحد جانبي النقطة $O_2$ أو كليهما ؛ وبالتالي فإن المسألة تؤول فقط إلى تحديد الشكل الهندسي للتركيبة عندما يكون البعد $PO_2$ أعظمياً .

يلاحظ أن النقطة P تتحرك على طول الخط $PO_2$ ، لكن عند الوضع الحدي لنسبة سرعة عظمى أو صغرى ، فإن هذه النقطة يجب أن تكون متوقفة ، وسرعتها صفر آنياً على الخط $PO_2$ . وإذا عدّت النقطة P كنقطة من الوصلة 3 ، فإن سرعتها إذن عند هذه الشروط يجب أن تكون على طول الخط AB . إن هذا صحيح فقط عندما تتعامد الوصلة القارنة 3 أو امتدادها مع محور التسامت PQ ؛ لأن النقطة Q هي المركز اللحظي لدوران الوصلة 3 .

يمكن إذن استعمال نظرية فرودنشتاين (*Freudenstein*) هذه ؛ لتعيين أوضاع التركيبة الموافقة لنسب السرعات الحدية ، إلا أن الاستعمال الأكثر أهمية لهذه النظرية ، هو في إنشاء تركيبة رباعية تؤمن نسبة سرعة معينة ، عظمى أو صغرى ، كما سيتضح من المثال التالي .

**مسألة-9-3**

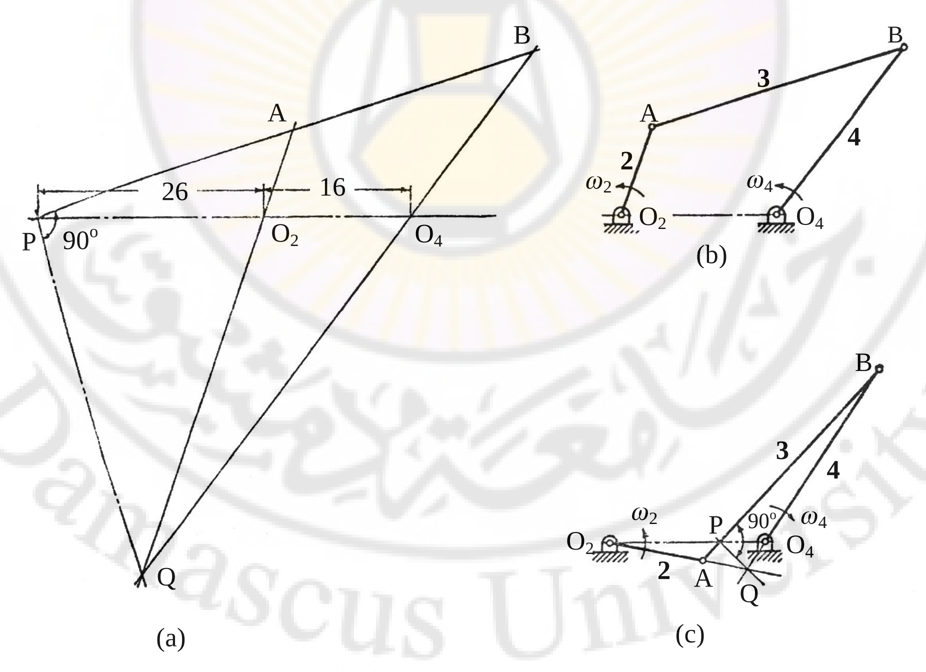
المطلوب إنشاء تركيبة رباعية القضبان بحيث تعطي نسبة سرعة عظمى قدرها 0.619 . علماً أن طول الوصلة الثابتة يساوي 16 cm ، وطول الوصلة القائدة لا يقل عن 4 cm .

**الحل:**

يعين موقع النقطة P على طول $O_2O_4$ من المعادلة (9-20) ، وعلى أساس نسبة سرعة عظمى حيث ينتج أن:

$$PO_2 = \frac{0.619 \times 16}{1 - 0.619} = 26 \, \text{cm}$$

نبدأ برسم التركيبة ، كما في a في (الشكل-9-12) ، وتحدد النقاط $O_2$ , $O_4$ , P وفقاً للبعدين $PO_2$ و $O_2O_4$ .




(الشكل-9-12) إنشاء تركيبة رباعية القضبان .

يتم بعدئذ رسم أي خطين PQ و PB متعامدين بعضهما على بعض . نختار نقطة ما Q على طول الخط PQ ، ونصل الخطين QB و QA ، حيث يمكن تغيير وضع النقطة Q ، والزاوية $APO_2$ ؛ للحصول على نسب أطوال مختلفة .

يبين الوضع b في (الشكل-9-12) التركيبة المصممة ؛ لتحقيق نسبة السرعة العظمى المطلوبة ، وشرط الحد الأدنى لطول الوصلة القائدة 2 .

رغم صحة الإنشاء ، فإنه يجب دراسة التركيبة الناتجة ؛ لبيان فيما إذا كان الوضع المنشأ يعطي نسبة عظمى أو صغرى أو نقطة انعطاف .

يبين الوضع c في (الشكل-9-12) التركيبة نفسها ، وقد صممت ؛ لتعطي قيمة حدية أخرى . إن نسبة السرعة في هذه الحالة سالبة ذات قيمة مطلقة أعلى من الحالة السابقة ، بحدود أربعة أمثالها .

يوجد تطوير آخر لنظرية القيم العظمى ، والصغرى لن نتطرق إلى مناقشته ؛ وإنما سنكتفي بذكر ما ينص عليه:

تحدث نسبة سرعة حدية للوصلة القارنة 3 بالنسبة للوصلة القائدة 2 ؛ أي $(\omega_3 / \omega_2)$ ، في تركيبة رباعية القضبان ، عندما يكون محور التسامت PQ عمودياً على الوصلة المقودة 4 .

## 9-6- إنشاء تركيبة ذات تماس مباشر تدحرجي

## *Synthesis of Rolling Contact Mechanism*

يمكن أحياناً تصميم تركيبات ذات تماس مباشر تدحرجي صرف ، لتوليد تابع ما يمثل العلاقة الحركية بين المنحنيين المشكلين لوصلتي التماس المباشر . سنوضح أسس الإنشاء من خلال مثال نموذجي .

لتكن العلاقة المطلوب تحقيقها ، هي:

$$y = 1.5\,x^2$$

في المجال من $(x = 1.0)$ إلى $(x = 5.0)$ .

المطلوب إنشاء منحنيي التماس المباشر ، حيث يمثل الدخل $x$ بالزاوية الموافقة $\Phi$ في المجال $(0 – 120^o)$ ، كما يمثل الخرج $y$ بالزاوية الموافقة $\psi$ في المجال نفسه .

يمكن إيجاد علاقة خطية بين كل من $\Phi$ , $x$ و $\psi$ , $y$ استناداً إلى المعادلتين (9-19) , (9-18) ، مع ملاحظة أن هاتين المعادلتين صحيحتان بشكل عام ؛ لأنهما تتعلقان بوصلتي الدخل والخرج بغض النظر عن نوع التركيبة . ينتج إذن أن:

$$f = 0^{o} + \frac{x-1}{5-1}120^{o} = 30(x-1) \qquad (21\text{-}9)$$

$$y = 0^{o} + \frac{y-1.5}{37.5-1.5}120^{o} = \frac{10}{3}(y-1.5) \qquad (22\text{-}9)$$

لأن:

$$x_s = 1.0 \quad , \quad y_s = 1.5 \quad , \quad x_f = 5.0 \quad , \quad y_f = 37.5$$

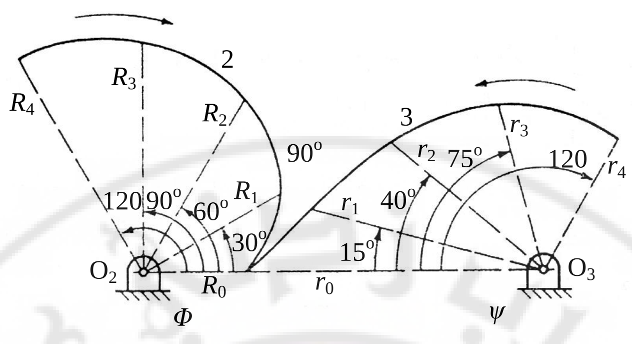
$$f_s = y_s = 0^{o} \quad , \quad \Delta f = \Delta y = 120^{o}$$

يمكن عندئذ حساب كل من $\psi$ , $\Phi$ بدلالة قيم كل من $x$ , $y$ على التتالي ضمن المجال المحدد للمتغير $x$ . يتم ذلك بإعطاء قيم معينة يكون عندها التابع المولّد صحيحاً وفقاً للدقة التي ستجري الحسابات على أساسها .

إذا فرضنا النقاط ($x$ = 1 , 2 , 3 , 4 , 5) ، فإنه ينتج من التعويض في المعادلتين (9-21) ، (9-22) ، وبعد تعيين قيم $y$ الموافقة لهذه النقاط من معادلة التابع ($y = 1.5\, x^2$) ، أن:

| $\Psi^{o}$ | $\Phi^{0}$ | $y$ | $x$ | الوضع |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 1.5 | 1 | 0 |
| 15 | 30 | 6 | 2 | 1 |
| 40 | 60 | 13.5 | 3 | 2 |
| 75 | 90 | 24 | 4 | 3 |
| 120 | 120 | 37.5 | 5 | 4 |

يبين (الشكل-9-13) التركيبة ، وقد رسمت عليه الزوايا $\Phi$ , $\psi$ عند الأوضاع الخمسة ، وبفرض أن المسافة بين مركزي الدوران معلومة ، ولتكن ($O_2O_3$ = 10 cm) .




(الشكل-9-13) إنشاء تركيبة ذات تماس مباشر تدحرجي

أوضحنا سابقاً في الفقرة (3-9-3) أن شرط حدوث تدحرج صرف بين الوصلتين المتماستين ، هو أن تقع نقطة التماس دوماً على الخط الواصل بين مركزي الدوران . وبالتالي فإنه ينتج من (الشكل-9-13) أنه يجب أن تتحقق العلاقة الآتية دوماً:

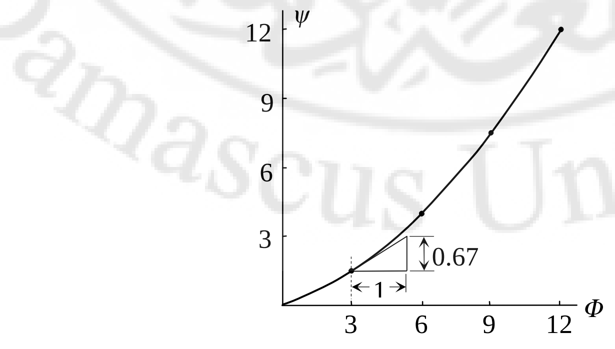
$$R + r = O_2O_3 \qquad (23\text{-}9)$$

أي: إن مجموع نصفي قطري انحناء الوصلتين ثابت دوماً عند نقطة التماس ، ويساوي في هذه الحالة 10 cm .

يمكن الحصول على العلاقة الرياضية لتغيرات $\psi$ بالنسبة إلى $\Phi$ من حلّ المعادلتين (9-22) , (9-21) ، بعد التعويض من قيمة $y$ بدلالة معادلة التابع ، حيث نحصل على:

$$y = 5\left(\frac{f}{30} + 1\right)^2 - 5 \qquad (24\text{-}9)$$

يبين (الشكل-9-14) التمثيل البياني للمعادلة (9-24) ضمن مجال تغيرات $\Phi$ , $\psi$ .




(الشكل-9-14) التمثيل البياني لمعادلة .

بما أن الزاويتين $\psi , \Phi$ تمثلان الأوضاع الزاوية لكل من الوصلتين 2 , 3 على التتالي ، فإن ميل (*Slope*) المماس لمنحني (الشكل-9-14) يمثل نسبة السرعة الزاوية للوصلة 3 إلى الوصلة 2 ؛ أي: إن:

$$dy\ /df = w_3/w_2 = R/r \qquad (25\text{-}9)$$

لأن نسبة السرعة الزاوية في حالة تدحرج صرف تتناسب عكسياً مع نصفي قطري نقطة تماس الوصلتين الفقرة (3-9-3) .

ينتج من حل المعادلتين (9-23) , (9-25) ، أن:

$$r = \frac{O_2O_3}{1+(dy\ /df)} \qquad (26\text{-}9)$$

يمكن عندئذ تنظيم الجدول التالي لقيم $d\psi /d\Phi , r , R$ عند الأوضاع الخمسة التي بينت في الجدول السابق على أساس أن ($O_2O_3 = 10$ cm) :

| الوضع | $d\psi/d\Phi$ | ***r*(cm)** | ***R*(cm)** |
|---|---|---|---|
| 0 | 0.33 | 7.5 | 2.5 |
| 1 | 0.67 | 6.0 | 4.0 |
| 2 | 1.00 | 5.0 | 5.0 |
| 3 | 1.33 | 4.3 | 5.7 |
| 4 | 1.67 | 3.8 | 6.2 |

وبالتالي فإنه يمكن رسم المنحنيين الممثلين لجانبيه تماس كل من الوصلتين ؛ لتحقيق التابع ($y = 1.5\, x^2$) ، حيث تمثل الوصلة 2 في (الشكل-9-13) تغيرات الدخل $x$ ، بينما تمثل الوصلة 3 تغيرات التابع $y$ .

من الواضح أن دقة التابع تتعلق بدقة رسم كل من المنحنيين المارين بالنقاط الخمس المعينة وفق الجدول أعلاه .

يتضح من هذا البحث الموجز في طرائق إنشاء التركيبات الآلية ، أنه من الصعب وضع منهجية عامة يمكن تطبيقها دوماً ، رغم أنه توجد بعض المبادئ الأساسية التي يمكن الاعتماد عليها في أغلب عمليات الإنشاء ، إلا أن كل تصميم له خصائصه التي يجب إدراكها جيداً ؛ لتحقيق نتائج أفضل .

## مسائل غير محلولة Problems

**م-9-1**

المطلوب إنشاء تركيبة رباعية القضبان تحقق ميزات الحركة الآنية الآتية:

$$w_2 = 6 \text{ rad/sec} \quad , \quad w_3 = 1 \text{ rad/sec} \quad , \quad w_4 = 4 \text{ rad/sec}$$
$$e_2 = 0 \text{ rad/sec}^2 \quad , \quad e_3 = 8 \text{ rad/sec}^2 \quad , \quad e_4 = 4 \text{ rad/sec}^2$$

ومن ثم رسم تخطيط للتركيبة على أساس أن كل واحد سنتمتر يساوي وحدة قياس .

*

**م-9-2**

المطلوب إنشاء تركيبة رباعية القضبان تحقق ميزات الحركة الآنية الآتية:

$$w_2 = -3 \text{ rad/sec} \quad , \quad w_3 = 1 \text{ rad/sec} \quad , \quad w_4 = 3 \text{ rad/sec}$$
$$e_2 = 0 \text{ rad/sec}^2 \quad , \quad e_3 = 10 \text{ rad/sec}^2 \quad , \quad e_4 = 6 \text{ rad/sec}^2$$

ومن ثم رسم تخطيط للتركيبة على أساس أن كل واحد سنتمتر يساوي 10 وحدة قياس .

*

**م-9-3**

المطلوب تعيين نسب الأطوال لتركيبة رباعية القضبان لتوليد التابع:

$$y = \tan x$$

في المجال من ($x = 0^o$) إلى ($x = 45^o$) ، باستعمال مفهوم تباعد نقاط الدقة (الفقرة-9-2) ، علماً أن:

$$f_s = 45^o \quad , \quad \Delta f = 90^o \quad , \quad y_s = 90^o \quad , \quad \Delta y = 90^o$$

ومن ثم رسم التركيبة على أساس أن طول الوصلة الثابتة 3 cm .

**م-9-4**

المطلوب تصميم تركيبة رباعية القضبان تحقق التابع:

$$y = 1/x$$

في المجال من ($x$ = 2.0) إلى ($x$ = 1.0) ، بحيث يكون التابع الناتج صحيحاً عند نقاط الدقة 2 , 1.5 , 1 . علماً أن الوصلة الثابتة تساوي 5 cm ، وأن:

$$f_s = 30^o \quad , \quad \Delta f = 100^o \quad , \quad y_s = 120^o \quad , \quad \Delta y = 90^o$$

ومن ثم رسم التركيبة بمقياس 1 : 1 عند أوضاع نقاط الدقة المطلوبة الثلاث .

*

**م-9-5**

تستعمل تركيبة ذات تماس مباشر في نظام تحكم آلي لتوليد التابع:

$$y = \ln x$$

في المجال من ($x$ = 1.0) إلى ($x$ = 2.0) .

المطلوب:

1. تصميم هذه التركيبة حيث $\Phi$ تتغير من ($0^o$ – $100^o$)، بينما $\psi$ تتغير من ($0^o$ – $150^o$) ، وذلك باستعمال تباعد متساوٍ قدره 0.2 ضمن مجال المتغير $x$ .
2. ارسم التركيبة في حالة البعد بين المركزين يساوي 8 cm .

*

## *References* المراجع العلمية


1. ***Anvoner, S***. *Solution of Problems in Theory of Machines*
   *Pitman,* 1970

2. ***Beggs, J. S***. *Mechanism*
   *McGraw - Hill,* 1965

3. ***Bevan, T.*** *Theory of Machines*
   *Longmans,* 1967

4. ***Black, P. H***. *Machine Design*
   *McGraw - Hill,* 1955

5. ***Carver, W.B. & B. E. Quinn***
   *An Analytical Method of Cam Design*
   *Mech. Eng. August* 1945

6. ***Dyson, F.*** *Principles of Mechanism*
   *Oxford University Press,* 1964

7. ***Faires, V. M.*** *Mechanism*
   *McGraw - Hill,* 1960

8. ***Freudenstein, F***. *Approximate Synthesis of Four-Bar linkages*
   *Trans, ASME, Vol.* 77, 1955

9. ***Frost,*** *Kinetics and Mechanism*
   *John Wiley,* 1986

10. ***Green, W. G.*** *Theory of Machines*
    *Blackie,* 1967

11. ***Ham, C. W. & E. J. Crane & W. L. Rogers***
    *Mechanics of Machinery*
    *McGraw - Hill,* 1958

12. ***Hannah, J. & R. C. Stephens***
*Mechanics of Machines*
*Arnold.* 1987

13. ***Hartenberg, R. S. & J. Denavit***
*Kinematic Synthesis of Linkages*
*McGraw - Hill,* 1964

14. ***Hinkle, R. T.*** *Kinematic of Machines*
*Prentice - Hill,* 1964

15. ***Hirschorn, J.*** *Kinetics & Dynamics of Plane Mechanisms*
*McGraw - Hill,* 1962

16. ***Howard, P. J.*** *Theory of Machines*
*Macdonald,* 1966

17. ***Kent, R. T.*** *Mechanical Engineers Handbook,*
*John Wiley,* 1987

18. ***Khurmi, R. S. & J. K. Gupta***
*Theory of Machines*
*Schand & Co ltd* 2005 *NewDelhi*

19. ***Kloomok, M. & R. V. Muffley***
*Plate Cam Design,*
*Prod. Eng. May/September* 1955

20. ***Le Borzec, R.*** *Principe de la Théorie des Mécanismes*
*Dunod,* 1975

21. ***Lent, D.*** *Analysis and Design of Mechanisms*
*Prentice - Hill,* 1970

22. ***Mabie, H. H. & C. F. Reinholtz***
*Mechanisms and Dynamics*
*of Plane Machinery*
*John Wiley,* 1987

**23.** ***Maleev, V. L. & J. B. Hartman***
*Machine Design*
*International Textbook Co.* 1960

**24.** ***Martin, G. H.*** *Kinematics & Dynamics of Machines*
*McGraw - Hill,* 1976

**25.** ***Rosenauer, N.*** *Complex Variable Method*
*for Synthesis of Four Bar Linkages*
*Australian J. Appl. Sci. Vol.* 5, *N*$^{o}$ 4, 1954

**26.** ***Rothbart, H. A.*** *Cams*
*John Wiley,* 1956

**27.** ***Shigley, J. E.*** *Theory of Machines*
*McGraw - Hill,* 1988

**28.** ***Shigley, J. E.*** *Kinematics Analysis of Mechanisms*
*McGraw - Hill,* 1969

**29.** ***Toft, L. & A. J. Kersey***
*Theory of Machines*
*Pitman,* 1959

**30.** ***Varnum, E. C.*** *Circular Monogram*
*Theory and Construction Technique*
*Prod. Eng. August* 1951

**31.** ***Winston, S. E.*** *Mechanisms*
*American Technical Society,* 1961

**32.** ***О.Н. Левит ская*** & ***Н.И. Левит ская***
*Курс Теории Механизмов и Машин*
*Москва,* "*Высшая Школа*" 1985

**33.** ***А.А. Яблонский***
*Сборник Заданий для Курсовых Работ по*
*Теорет ической Механике*
*Москва,* "*Высшая Школа*" 1985

ج. حنا & ر. س. ستيفنس – النظريات الأساسية في ميكانيكا الآلات – أمثلة ومسائل محلولة .

ترجمة أ. د. صلاح الدين محمد المهدي – أ. د.أحمد محمد حسين

الدار العربية للنشر والتوزيع - 1998

**انكليزي – عربي**

***A***

| | |
|---|---|
| *Abscissa* | إحداثي أفقي |
| *Absolute* | مطلق |
| *Acceleration* | تسارع |
| *Acceleration diagram* | مخطط تسارع |
| *Accuracy* | دقة |
| *Active* | فعال |
| *Addendum* | ساق السن |
| *Addendum angle* | زاوية الساق |
| *Addendum circle* | دائرة الساق |
| *Advance* | تقدم |
| *Alignment* | تسامت |
| *Amplitude* | سعة - مطال |
| *Analogue computer* | حاسب تمثيلي أو تشابهي |
| *Analysis* | تحليل |
| *Analytical* | تحليلي |
| *Analytical method* | طريقة تحليلية |
| *Angle* | زاوية |
| *Angle of action* | زاوية العمل |
| *Angle of advance* | زاوية التقديم أو التسبيق |
| *Angle of approach* | زاوية الاقتراب أو التجاوب |
| *Angle of friction* | زاوية الاحتكاك |
| *Angle of obliquity* | زاوية الميل |
| *Angle of recess* | زاوية الابتعاد أو الانحسار |
| *Angular* | زاوي |
| *Angular acceleration* | تسارع زاوي |
| *Angular displacement* | إزاحة زاوية |

| | |
|---|---|
| *Angular position* | وضع زاوي |
| *Angular velocity* | سرعة زاوية |
| *Annular* | حلقي |
| *Annular gear* | مسنن حلقي أو داخلي |
| *Annulus* | حلقة - طوق |
| *Anti - clockwise direction* | اتجاه عكس دوران عقارب الساعة |
| *Apex* | ذروة |
| *Apparatus* | جهاز |
| *Approximation* | تقريب |
| *Arc* | قوس |
| *Arc of approach* | قوس الاقتراب أو التجاوب |
| *Arc of contact ( action )* | قوس التماس أو العمل |
| *Arc of recess* | قوس الابتعاد أو الانحسار |
| *Argument of a vector* | زاوية شعاع - السعة الزاوية أو الطور |
| *Arm* | ذراع |
| *Arrangement* | ترتيب |
| *Assembly* | مجموعة - تجميع |
| *Assumption* | افتراض |
| *Asymmetry* | لا تماثل - لا تناظر |
| *Automatic* | آلي - تلقائي أو اوتوماتيكي |
| *Average* | معدل - متوسط |
| *Average velocity* | سرعة وسطية |
| *Axial* | محوري |
| *Axial pitch* | خطوة محورية |
| *Axial thrust* | دفع محوري |
| *Axis* | محور |
| *Axis of rotation* | محور الدوران |
| *Axis of symmetry* | محور التناظر |
| *Axle* | محور الدولاب - جزع |

### *B*

| | |
|---|---|
| *Back cone* | مخروط خلفي |
| *Backlash* | فوت |
| *Balance* | ميزان - توازن |
| *Balancing* | موازنة |
| *Ball* | كرة |
| *Ball bearing* | محمل الكرات أو خرادق |
| *Ball governor* | منظم سرعة ذو كرات |
| *Base circle* | دائرة الأساس - دائرة أساسية |
| *Basic Pitch* | خطوة أساسية |
| *Basic rack* | جريدة أساسية |
| *Bearing* | محمل |
| *Bell - crank lever* | رافعة مرفقية |
| *Belt* | سير |
| *Bending* | انحناء - ثني |
| *Bevel gear* | مسنن مخروطي |
| *Binary* | ثنائي |
| *Body* | جسم |
| *Brake* | مكبح |
| *Bull pump* | مضخة نطاحة |

### *C*

| | |
|---|---|
| *Cam* | كامة |
| *Cam follower* | تابع الكامة |
| *Cam lift* | رفع الكامة |
| *Cam lobe - Cam nose* | نتوء الكامة - أنف الكامة |
| *Cam profile* | جانبية الكامة |
| *Camshaft* | عمود الكامات |
| *Car steering gear* | تركيبة توجيه السيارة |
| *Casing* | غلاف - حوض |

| | |
|---|---|
| *Centre* | مركز |
| *Centre distance* | بعد مركزي |
| *Centre line* | خط المركز - خط التناظر |
| *Centre of curvature* | مركز الانحناء |
| *Centre of gravity* | مركز الثقل |
| *Centre of rotation* | مركز الدوران |
| *Centre of suspension* | مركز التعليق |
| *Centrifugal* | نابذ - طارد من المركز |
| *Centrifugal force* | قوة نابذة |
| *Centrifugal governor* | منظم نابذ - منظم بالطرد المركزي |
| *Centripetal acceleration* | تسارع ناظمي أو جاذب |
| *Chain* | سلسلة |
| *Characteristic* | ميزة - خاصة - مميز |
| *Circular* | دائري |
| *Circular motion* | حركة دائرية |
| *Circular path* | مسار دائري |
| *Circular pitch* | خطوة دائرية |
| *Clamp* | ممسك |
| *Clearance* | خلوص |
| *Clockwise direction* | اتجاه دوران عقارب الساعة |
| *Close fit* | توافق دقيق |
| *Co - axial* | متحد المحور |
| *Coefficient* | معامل |
| *Coefficient of fluctuation of energy* | معامل تراوح القدرة |
| *Coefficient of fluctuation of speed* | معامل تراوح السرعة |
| *Coefficient of friction* | معامل الاحتكاك |
| *Collineation axis* | محور التآلف - التسامت |
| *Common* | مشترك - مألوف |
| *Common axis* | محور مشترك |

| | |
|---|---|
| *Common normal* | ناظم مشترك |
| *Common tangent* | مماس مشترك |
| *Comparison* | مقارنة |
| *Compatibility* | إنسجام - ملاءمة - توافق |
| *Complex* | مركب - معقد التركيب |
| *Complex number* | عدد مركب |
| *Component* | مركبة |
| *Component of a vector* | مركبة شعاع |
| *Compound* | مركب - مجمع |
| *Compound Chain* | سلسلة مركبة |
| *Compound link* | وصلة مركبة |
| *Compound pendulum* | نواس مركب |
| *Compression* | ضغط - انضغاط |
| *Compression spring* | نابض انضغاط |
| *Compression stroke* | شوط الانضغاط |
| *Concentric* | متحد المركز |
| *Condition* | شرط |
| *Cone* | مخروط |
| *Cone angle* | زاوية المخروط |
| *Conjugate teeth* | أسنان مترافقة |
| *Connecting rod* | ذراع توصيل |
| *Connection* | توصيل - ربط |
| *Conservation of energy* | حفظ القدرة |
| *Constant* | ثابت |
| *Constrained motion* | حركة مقيدة |
| *Constraint* | قيد - تقييد |
| *Contact* | تماس |
| *Contact ratio* | نسبة التماس |
| *Continuous* | مستمر |

| | |
|---|---|
| *Control* | تحكم |
| *Controlling force* | قوة منظمة |
| *Coordinate* | إحداثي |
| *Coordinate axes* | محاور الإحداثيات |
| *Coordinate system* | جملة إحداثيات |
| *Copying Machine* | آلة ناسخة |
| *Coriolis acceleration* | تسارع كوريوليس |
| *Correction* | تصحيح |
| *Correction factor* | معامل تصحيح |
| *Correction torque* | عزم تصحيح |
| *Corresponding* | موافق - مناظر |
| *Corresponding lines* | خطوة متناظرة |
| *Corresponding points* | نقاط متناظرة |
| *Cosine motion* | حركة تجيبية |
| *Counter clockwise direction* | عكس اتجاه دوران عقارب الساعة |
| *Countershaft* | عمود مناولة - عمود وسيط |
| *Coupler* | وصلة قارنة |
| *Coupling* | قارنة |
| *Crank* | مرفق |
| *Crank pin* | مسمار أو وتد المرفق |
| *Crankshaft* | عمود المرفق |
| *Critical* | حدي - حرج |
| *Cross hatching* | ترقين عرضي - تهشير |
| *Crown gear* | مسنن تاجي |
| *Curvature* | انحناء |
| *Curve* | منحني |
| *Curvilinear motion* | حركة منحنية |
| *Cusp* | رأس مؤنف أو مدبب |
| *Cutting* | قطع |

| | |
|---|---|
| *Cutting angle* | زاوي القطع |
| *Cutting stroke* | شوط القطع |
| *Cutting tool* | عدة القطع |
| *Cycle* | دورة |
| *Cycloid* | منحني دويري أو سيكلويدي |
| *Cycloidal motion* | حركة دويرية |
| *Cylinder* | أسطوانة |
| *Cylinder block* | مجموعة الأسطوانات |
| *Cylinder casing* | غلاف الأسطوانة |
| *Cylindrical* | أسطواني |
| *Cylindrical Cam* | كامة أسطوانية |
| *Cylindrical surface* | سطح أسطواني |

***D***

| | |
|---|---|
| *Deal load* | حمل ميت |
| *Deal point* | نقطة ميتة |
| *Deal weight* | وزن ميت |
| *Deal weight governor* | منظم محمل بحمل ميت |
| *Deceleration* | تباطؤ |
| *Dedendum* | جذر السن |
| *Dedendum angle* | زاوية الجذر |
| *Dedendum circle* | دائرة الجذر |
| *Definition* | تعريف |
| *Degree* | درجة |
| *Degree of accuracy* | درجة الدقة |
| *Degree of freedom* | درجة الطلاقة |
| *Density* | كثافة |
| *Derivative* | مشتق |
| *Design* | تصميم |
| *Determinant* | محدد - معينة |

| | |
|---|---|
| *Deviation* | انحراف |
| *Diagram* | مخطط |
| *Diameter* | قطر |
| *Diametric* | قطري - باتجاه القطر |
| *Diametric increment* | فرق - زيادة قطرية |
| *Diametric pitch* | خطوة قطرية |
| *Diametric plane* | مستوي قطري |
| *Difference* | فرق |
| *Differential* | تفاضلي |
| *Differential equation* | معادلة تفاضلية |
| *Differential mechanism* | تركيبة تفاضلية |
| *Differential motion* | حركة تفاضلية |
| *Differential stroke engine* | آلة تفاضلية الشوط |
| *Differentiation* | مفاضلة - تفاضل |
| *Dimensional synthesis* | إنشاء بعدي |
| *Direct* | مباشر |
| *Direct contact* | تماس مباشر |
| *Direct method* | طريقة مباشرة |
| *Direction* | اتجاه |
| *Direction of force* | اتجاه القوة |
| *Direction of motion* | اتجاه الحركة |
| *Direction of rotation* | اتجاه الدوران |
| *Disc* | قرص |
| *Disc cam* | كامة قرصية |
| *Disc flywheel* | حذافة قرصية |
| *Displacement* | إزاحة |
| *Displacement curve* | منحني الإزاحة |
| *Displacement of follower* | إزاحة التابع |
| *Distance* | مسافة - بعد |

| | |
|---|---|
| *Distortion* | تشوه - تشويه |
| *Double crank* | مرفق مضاعف |
| *Double helical gear* | مسنن حلزوني مزدوج |
| *Double rocker* | متأرجح مضاعف |
| *Double slider - crank mechanism* | تركيبة المنزلقتين والمرفق |
| *Down-stroke* | شوط الخفض أو النزول |
| *Drive - Driving* | قيادة - إدارة |
| *Drive axle* | محور تدوير |
| *Drive belt* | سير نقل الحركة |
| *Drive gear* | مسنن قائد |
| *Drive mechanism* | آلية إدارة |
| *Drive motor* | محرك إدارة |
| *Drive ratio* | نسبة النقل |
| *Drive shaft* | عمود إدارة |
| *Drive wheel* | دولاب - عجلة إدارة |
| *Driven* | مقود - مدار |
| *Driven gear* | مسنن مقود |
| *Driven link* | وصلة مقودة |
| *Driving shaft* | عمود إدارة |
| *Driving wheel* | دولاب إدارة |
| *Driver* | قائد |
| *Dwell angle* | زاوية السكون |
| *Dynamic* | ديناميكي |
| *Dynamic analysis* | تحليل ديناميكي |
| *Dynamic balance* | اتزان ديناميكي |
| *Dynamic equilibrium* | توازن ديناميكي |
| *Dynamic load* | حمل ديناميكي |
| *Dynamics* | علم الديناميك |

***E***

| | |
|---|---|
| *Eccentric* | لا مركزي - مختلف المركز |
| *Eccentric circles* | دوائر لا مركزية |
| *Eccentric load* | حمل لا مركزي |
| *Eccentric shaft* | عمود إدارة لا مركزي |
| *Eccentricity* | لا مركزية |
| *Edge* | حرف - حافة |
| *Effective* | فعال |
| *Effective depth* | عمق فعال |
| *Effective force* | قوة فعالة |
| *Effective length* | طول فعال |
| *Effective torque* | عزم فعال |
| *Efficiency* | مردود |
| *Efficiency curve* | منحني المردود |
| *Efficiency of a machine* | مردود آلة |
| *Effort* | جهد |
| *Elasticity* | مرونة |
| *Element* | عنصر - جزء |
| *Ellipse* | قطع ناقص |
| *Elliptic trammel* ( *Ellipsograph* ) | راسم القطع الناقص |
| *Empirical* | تجريبي |
| *Energy* | طاقة - قدرة |
| *Energy input* | طاقة مبذولة |
| *Energy output* | طاقة ناتجة |
| *Energy transfer* | تحول أو انتقال الطاقة |
| *Engage* | عشق |
| *Engagement* | تعشيق |
| *Engine* | محرك - آلة |
| *Engine block* | مجموعة المحرك |

| | |
|---|---|
| *Engine efficiency* | مردود المحرك |
| *Engine frame* | هيكل المحرك |
| *Engine indicator* | راسم منحني المحرك |
| *Engine performance* | أداء المحرك |
| *Engine power* | قدرة ـ استطاعة المحرك |
| *Engine shaft* | عمود المحرك |
| *Engine speed* | سرعة المحرك |
| *Epicycle* | دويري |
| *Epicycle gear* ( *planet* ) | مسنن دويري أو كوكبي |
| *Equation* | معادلة |
| *Equation of equilibrium* | معادلة التوازن |
| *Equation of motion* | معادلة الحركة |
| *Equilibrium* | توازن |
| *Equilibrium conditions* | شروط التوازن |
| *Equilibrium of forces* | توازن القوى |
| *Equilibrium of moments* | توازن العزوم |
| *Equilibrium speed* | سرعة الاتزان |
| *Equilibrium state* | حالة التوازن أو الاتزان |
| *Equivalent* | مكافئ |
| *Equivalent dynamical systems* | جموعات متكافئة ديناميكياً |
| *Equivalent length* | طول مكافئ |
| *Equivalent mechanism* | تركيبة مكافئة |
| *Equivalent weight* | وزن مكافئ |
| *Error* | خطأ |
| *Exhaust* | العادم ـ غازات مستهلكة |
| *Exhaust pressure* | ضغط العادم |
| *Exhaust stroke* | شوط الانفلات |
| *Expansion* | تمدد ـ توسيع |
| *Expansion stroke* | شوط التمدد |

| | |
|---|---|
| *Experience* | خبرة |
| *Experiment* | تجربة - اختبار |
| *Exponent* | أس |
| *Expression* | عبارة - تعبير |
| *External* | خارجي |
| *External force* | قوة خارجية |
| *External gearing* | مسننات ذات تعشيق خارجي |
| *Extreme* | حدي - قصي |
| *Extreme position* | وضع حدي |
| *Extreme pressure* | ضغط حدي |
| *Extreme value* | قيمة حدية |

*F*

| | |
|---|---|
| *Face* | وجه - سطح خارجي |
| *Factor* | عامل |
| *Factor of safety* | عامل الأمان |
| *Feather key* | خابور انزلاقي متوازي |
| *Feed* | تغذية - تلقيم |
| *Feed gear* | آلية التغذية |
| *Feed rate* | معدل التغذية |
| *Field* | مجال - حقل |
| *Field of force* | مجال القوة |
| *Fit* | توافق - ازواج |
| *Flank* | جانب |
| *Flat* | مسطح - مستو |
| *Flat follower* | تابع مسطح |
| *Flat plate* | صفيحة مستوية |
| *Flexible* | لين - مرن - قابل للانثناء |
| *Flexible link* | وصلة مرنة |
| *Fluctuation* | تراوح - تذبذب |

| | |
|---|---|
| *Fluctuation of energy* | تراوح القدرة |
| *Fluctuation of speed* | تراوح السرعة |
| *Flywheel* | حذافة - دولاب معدل |
| *Follower* | تابع |
| *Force* | قوة |
| *Force closed* | مغلق قسريا |
| *Force of friction* | قوة الاحتكاك |
| *Force of gravity* | قوة الجاذبية |
| *Force polygon* | مضلع القوى |
| *Form* | شكل - صيغة |
| *Form closure* | إغلاق - تقييد بالشكل |
| *Formative* | تكويني - تشكيلي |
| *Forming* | تشكيل |
| *Forming cutter ( tool )* | عدة تشكيل |
| *Forming press* | مكبس تشكيل |
| *Four bar mechanism* | تركيبة رباعية القضبان |
| *Frame* | هيكل - إطار |
| *Free body diagram* | مخطط الجسم الحر |
| *Frequency* | تواتر - تردد |
| *Friction* | احتكاك |
| *Friction circle* | دائرة الاحتكاك |
| *Friction disk* | قرص احتكاك |
| *Friction drive* | آلية إدارة بالاحتكاك |
| *Friction force* | قوة الاحتكاك |
| *Friction torque* | عزم الاحتكاك |
| *Full - load* | حمل كلي - حمل كامل |
| *Function* | دالة - تابع |
| *Functional* | وظيفي |
| *Fundamental* | أساسي |

*G*

| | |
|---|---|
| *Gear* | مسنن |
| *Gear assembly* | جملة أو مجموعة مسننات |
| *Gear box* | علبة مسننات - علبة السرعة |
| *Gear cutter* | عدة قطع المسننات |
| *Gear drive* | آلية إدارة بالمسننات |
| *Gear features* | مقومات المسننات |
| *Gear tooth* | سن المسنن |
| *Gear train* | سلسلة أو مجموعة مسننات |
| *Gearing* | تعشيق أو مجموعة المسننات |
| *Gearing ratio* | نسبة التعشيق |
| *Generating* | توليد - تكوين |
| *Generating line* | خط مولد - راسم |
| *Generating set* | مجموعة توليد |
| *Generator* | مولد كهربائي |
| *Governor* | منظم - حاكم |
| *Governor arms* | أذرع المنظم |
| *Governor balls* | كرات المنظم |
| *Governor effort* | جهد المنظم |
| *Governor spindle* | عمود دوران أو محور المنظم |
| *Graph* | رسم منحني بياني |
| *Graphical* | تخطيطي |
| *Gravitational* | انجذابي - ثقالي |
| *Gravitational acceleration* | تسارع الجاذبية |
| *Gravitational force* | قوة الجاذبية أو الثقالة |
| *Gravity* | جاذبية - ثقالة |
| *Groove* | مجرى - اخدود |
| *Gudgeon pin* | إصبع المكبس |
| *Guide* | دليل - مرشد - موجه |

*H*

| | |
|---|---|
| *Harmonic* | توافقي |
| *Harmonic analysis* | تحليل توافقي |
| *Harmonic curve* | منحني الحركة التوافقية |
| *Harmonic frequency* | تواتر توافقي |
| *Harmonic function* | دالة توافقية |
| *Harmonic motion* | حركة توافقة |
| *Helical* | حلزوني - لولبي |
| *Helical gear* | مسنن حلزوني |
| *Helical motion* | حركة حلزونية أو لولبية |
| *Helical teeth* | أسنان حلزونية |
| *Helix* | حلزون |
| *Helix angle* | زاوية الحلزون |
| *Herringbone* (*Double helical*) *gear* | مسنن حلزوني مزدوج |
| *Higher pair* | ازدواج علوي |
| *Hinge* | مفصل |
| *Hob* | عدة تشكيل المسننات |
| *Hobbling machine* | آلة تشكيل المسننات |
| *Homogeneous* | متجانس |
| *Homogeneity* | تجانس |
| *Hooke Law* | قانون هوك |
| *Hub* | جزعة - صرة |
| *Hydraulic* | هيدروليكي |
| *Hydraulic control* | تحكم هيدروليكي |
| *Hydraulic drive* | إدارة هيدروليكية |
| *Hydraulic press* | مكبس هيدروليكي |
| *Hyperboloid* | سطح زائد دوراني |
| *Hypoid gear* | مسنن هيبودي |
| *Hysteresis* | تخلف - تأخر - مرن |

*I*

| | |
|---|---|
| *Identical* | مماثل - متطابق |
| *Identical degree of freedom* | درجات الطلاقة المتطابقة |
| *Idle* | عاطل - خامل |
| *Idle gear ( Idler )* | مسنن وسيط |
| *Idle shaft* | عمود إدارة وسيط أو مناول |
| *Idle stroke* | شوط عاطل |
| *Ignition* | إشعال |
| *Image* | خيال |
| *Imaginary* | تخيلي - خيالي |
| *Impact* | صدم |
| *Impulse* | نبضة - دفع |
| *Inclined plane* | مستوي مائل |
| *Incompressible* | غير قابل للانضغاط |
| *Increment* | زيادة - فرق |
| *Index* | دليل - مؤشر |
| *Index pin* | مسمار التعليم أو التأشير |
| *Index plate - wheel* | لوحة أو قرص التعليم |
| *Inertia* | عطالة |
| *Inertia force* | قوة العطالة |
| *Inertia governor* | منظم عطالي |
| *Inertia torque* | عزم عطالي - عزم قوة العطالة |
| *Initial* | ابتدائي - أولي |
| *Insensitiveness* | عدم الحساسية |
| *Instantaneous* | لحظي - آني |
| *Instantaneous centre* | مركز لحظي |
| *Instantaneous value* | قيمة آنية |
| *In-stroke* | شوط العودة أو الاقتراب |
| *Instrument* | جهاز قياس |

| | |
|---|---|
| *Integration* | تكامل - مكاملة |
| *Interchangeable* | قابل للتبادل |
| *Interference* | تداخل |
| *Intermediate* | متوسط - وسيط |
| *Intermediate shaft* | عمود إدارة وسيط |
| *Intermittent* | متقطع - متناوب |
| *Internal* | داخلي |
| *Internal combustion engine* | محرك احتراق داخلي |
| *Internal gearing* | مسننات ذات تعشيق داخلي |
| *Inverse* | عكسي - مقلوب |
| *Inverse cam* | كامة عكسية |
| *Inverse operation* | عملية عكسية |
| *Inversion* | انعكاس - انقلاب |
| *Inversion mechanism* | تركيبة عكسية - متحول تركيبة |
| *Inversion of motion* | انعكاس الحركة |
| *Inversion point* | نقطة الانقلاب |
| *Involute curve* | منحني انفليوتي |
| *Involute teeth* | أسنان انفليوتية |
| *Isochronism* | ثبات السرعة - تواقت |
| *Isochronous governor* | منظم وحيد السرعة |

*J*

| | |
|---|---|
| *Jack* | مرفاع السيارة |
| *Jam* | زنق - حشر |
| *Jamming* | صدْب - كربجة |
| *Jaw* | فك - لقمة |
| *Jerk* | رجفة - هزة شديدة - نخعة |
| *Jig borer* | مثقب حفر دقيق |
| *Joint* | مفصل - توصيلة |
| *Journal bearing* | محمل مقعد العمود-محمل قطري إنزلاقي |

*K*

| | |
|---|---|
| *Key* | خابور |
| *Kinematic* | حركي |
| *Kinematic analysis* | تحليل حركي |
| *Kinematic chain* | سلسلة حركية |
| *Kinematic diagram* | مخطط حركي |
| *Kinematic pair* | ازدواج حركي |
| *Kinematics* | علم الحركة |
| *Kinetic energy* | طاقة ـ قدرة حركية |
| *Kinetics* | علم التحريك |
| *Knife - edge* | حد السكين |
| *Knife follower* | تابع مدبب |
| *Knuckle joint* | وصلة مفصلية |

*L*

| | |
|---|---|
| *Lathe* | مخرطة |
| *Lay shaft* | عمود مناول أو وسيط |
| *Lead* | قودة ـ تقدم |
| *Lead angle* | زاوية القودة |
| *Left - hand spiral* | لولب يساري |
| *Left thread* | سن يساري اللولبة |
| *Length* | طول |
| *Level* | مستوي ـ منسوب |
| *Lift - Lift-stroke* | رفع ـ شوط الرفع |
| *Lift angle* | زاوية الرفع |
| *Limit* | حد ـ نهاية |
| *Limit load* | حمل حدي |
| *Line* | خط |
| *Line of action* | خط العمل |
| *Line of centers* | خط المراكز |

| | |
|---|---|
| *Line of contact* | خط التماس |
| *Line of stroke* | خط الشوط |
| *Linear* | خطي |
| *Linear motion* | حركة خطية |
| *Link* | وصلة - حلقة |
| *Linkage* | تركيبة مرفقية |
| *Locked chain* | سلسلة مقفلة |
| *Locking plate* | لوحة إحكام أو تثبيت |
| *Locknut* | عزقة تثبيت |
| *Locus* | محل هندسي |
| *Lower pair* | إزدواج سفلي |
| *Lubrication* | تزييت |

*M*

| | |
|---|---|
| *Machine* | آلة |
| *Machine design* | تصميم الآلات |
| *Machine foundation* | قاعدة تثبيت الآلة |
| *Machine tool* | آلة تشغيل |
| *Magnification* | تكبير |
| *Magnitude* | مقدار - قيمة مطلقة |
| *Major axis* | المحور الأكبر |
| *Mass* | كتلة |
| *Matching* | مواءمة - مطابقة |
| *Maximum value* | قيمة عظمى |
| *Mechanical drive* | آلية إدارة أو قيادة ميكانيكية |
| *Mechanism* | تركيبة آلية |
| *Milling machine* | آلة تفريز |
| *Minimum value* | قيمة دنيا أو صغرى |
| *Minor axis* | المحور الأصغر |
| *Miter gears* | مسننات مخروطية مشطوبة |

| | |
|---|---|
| *Model* | نموذج |
| *Module* | موديول - وحدة قياس |
| *Modulus of vector* | طويلة أو قيمة مطلقة لشعاع |
| *Moment* | عزم |
| *Moment of inertia* | عزم العطالة |
| *Momentum* | كمية الحركة أو الدفع |
| *Motion* | حركة |
| *Motor* | محرك |
| *Multi - cylinder engine* | محرك متعدد الأسطوانات |
| *Multiple pair* | ازدواج مضاعف |

*N*

| | |
|---|---|
| *Negative* | سالب |
| *Neutral* | محايد - حيادي |
| *Noise* | ضجيج - تشويش |
| *No - load* | لا حمل - بدون حمل |
| *Nominal* | اسمي |
| *Nominal value* | قيمة اسمية |
| *Nomogram* | نوموغرام - رسم بياني ثلاثي المتغيرات |
| *Normal* | ناظمي - متعامد |
| *Normal acceleration* | تسارع ناظمي |
| *Normal axis* | محور متعامد |
| *Normal component* | مركبة ناظمية أو عمودية |
| *Normal pitch* | خطوة ناظمية |
| *Normal plane* | مستوي ناظمي أو عمودي |
| *Number synthesis* | إنشاء عددي |
| *Nut* | عزقة - صامولة |

*O*

| | |
|---|---|
| *Oblique* | مائل |
| *Obvious centre* | مركز لحظي ابتدائي أو واضح |

| | |
|---|---|
| *Offset* | حيد - مجنب |
| *Offset follower* | تابع مجنب |
| *Operation* | عملية |
| *Opposite direction* | اتجاه معاكس أو مضاد |
| *Optimum* | أمثل - أفضل |
| *Ordinate* | إحداثي رأسي - ترتيب |
| *Original* | أصلي |
| *Orthogonal* | عمودي - متعامد |
| *Oscillation* | نوسان - تذبذب - تأرجح |
| *Out-stroke* | شوط الذهاب أو الابتعاد |
| *Overall* | كلي - اجمالي |
| *Overwinding* | لف زائد |

*P*

| | |
|---|---|
| *Pair* | إزدواج - زوج |
| *Pantograph* | منساخ أو بانتوغراف |
| *parallel* | موازي |
| *Parameter* | بارامتر - مقدار تغير القيمة - وسيط |
| *Path* | مسار - منحى |
| *Path of contact* | مسار التماس |
| *Path of motion* | مسار الحركة |
| *Pawl* | لسين إيقاف - ظفر |
| *Pendulum* | نواس |
| *Pendulum pump* | مضخة نواسة |
| *Performance* | أداء |
| *Period* | دور - زمن دورة |
| *Periodical* | دوري |
| *Permissible* | مسموح به |
| *Perpendicular* | عمودي - متعامد |
| *Phase* | طور |

| | |
|---|---|
| *Pin* | مسمار - وتد صغير |
| *Pinion* | تريس |
| *Piston* | مكبس - كباس |
| *Pitch* | خطوة |
| *Pitch circle* | دائرة الخطوة |
| *Pitch cone* | مخروط الخطوة |
| *Pitch cylinder* | اسطوانة الخطوة |
| *Pitch line* | خط الخطوة |
| *Pitch point* | نقطة الخطوة |
| *Pitch surface* | سطح الخطوة |
| *Pivot* | محور ارتكاز - مرتكز |
| *Pivot centre* | مركز لحظي مسندي |
| *Plane* | مستوي |
| *Plane mechanism* | تركيبة مستوية |
| *Plane motion* | حركة مستوية |
| *Plane of motion* | مستوي الحركة |
| *Plane of rotation* | مستوي الدوران |
| *Planetary* | كوكبي |
| *planetary gear train* | مجموعة مسننات كوكبية |
| *Planet carrier* ( *Arm* ) | حامل مسننات كوكبية |
| *Planimeter* | ممساح - جهاز قياس المساحات |
| *Polar* | قطبي |
| *Polar Coordinates* | إحداثيات قطبية |
| *Pole* | قطب |
| *Polynomial* | متعدد حدود |
| *Position* | وضع - موضع |
| *Positive* | موجب |
| *Potential energy* | طاقة أو قدرة كامنة |

| | |
|---|---|
| *Power* | قدرة - استطاعة |
| *Precision* | دقة - ضبط |
| *Press* | مكبس - آلة كبس |
| *Pressure angle* | زاوية الضغط |
| *Primary* | ابتدائي - أولي |
| *Primary centre* | مركز لحظي ابتدائي |
| *Prime circle* | دائرة أولية |
| *Principal* | رئيسي - رئيس |
| *Principle* | مبدأ |
| *Projection* | إسقاط |
| *Proportional* | تناسبي - متناسب |
| *Pulley* | بكرة |
| *Pulse* | نبضة |
| *Pump* | مضخة |
| *Punch* | عدة تخريم - سنبك |
| *Punch press* | مكبس تخريم |

*Q*

| | |
|---|---|
| *Quadrant* | ربع دائرة |
| *Quadratic* | تربيعي |
| *Quadratic Equation* | معادلة من الدرجة الثانية |
| *Quality* | نوعية - جودة |
| *Quantity* | كمية |
| *Quick* | سريع |
| *Quick return motion* | حركة سريعة الارتداد |
| *Quotient* | حاصل - خارج القسمة |

*R*

| | |
|---|---|
| *Rack* | جريدة مسننة |
| *Radial* | نصف قطري - باتجاه القطر أو المركز |
| *Radial cam* | كامة قرصية |

| | |
|---|---|
| *Radial component* | مركبة نصف قطرية أو ناظمية |
| *Radius* | نصف القطر |
| *Radius of curvature* | نصف قطر الانحناء |
| *Radius of gyration* | نصف قطر العطالة |
| *Ratchet* | سقاطة |
| *Ratchet mechanism* | تركيبة السقاطة |
| *Ratchet pawl* | لسين أو ظفر السقاطة |
| *Ratchet wheel* | دولاب أو ترس السقاطة |
| *Range* | مجال |
| *Rate* | معدل |
| *Reaction* | رد فعل |
| *Real* | حقيقي |
| *Reciprocating* | ترددي |
| *Reciprocating engine* | محرك ترددي |
| *Reciprocating motion* | حركة ترددية |
| *Reduction* | تصغير - تخفيض |
| *Reference* | مرجع - إسناد |
| *Reference axes* | محاور الاسناد |
| *Reference line* | خط إسناد |
| *Reference plane* | مستوي الاسناد |
| *Regulation* | تنظيم - ضبط |
| *Relative* | نسبي |
| *Relative error* | خطأ نسبي |
| *Relative motion* | حركة نسبية |
| *Relative position* | وضع نسبي |
| *Relative velocity* | سرعة نسبية |
| *Restoring torque* | عزم إرجاع |
| *Resultant* | محصلة - ناتج - محصل |
| *Resultant force* | قوة محصلة |

| | |
|---|---|
| *Resultant torque* | عزم محصل |
| *Return stroke* | شوط العودة |
| *Reverted gear train* | مجموعة مسننات مرتدة أو متعاكسة |
| *Revolution* | دورة - دوران |
| *Revolutions per minute ( r.p.m )* | عدد الدورات بالدقيقة |
| *Right - hand spiral* | لولب يميني |
| *Right - hand thread* | سن يميني اللولبة |
| *Rigid* | جاسئ - صلب |
| *Rigid body* | جسم صلب |
| *Rigid frame* | هيكل ثابت |
| *Ring* | حلقة |
| *Rock crusher* | كسارة صخور |
| *Rocker* | متأرجح - وصلة متأرجحة |
| *Rocker arm* | ذراع متأرجحة |
| *Rocker Crank* | مرفق متأرجح |
| *Roller* | دحروج |
| *Roller bearing* | محمل دحاريج |
| *Roller follower* | تابع دحروجي |
| *Rolling* | تدحرج |
| *Rolling contact* | تماس تدحرجي |
| *Rolling motion* | حركة تدحرجية |
| *Rolling pair* | ازدواج تدحرجي |
| *Root* | جذر |
| *Root circle* | دائرة الجذر في المسنن |
| *Rope* | حبل |
| *Rotary motion* | حركة دورانية |
| *Rotating* | دوّار |
| *Rotating body* | جسم دوّار |
| *Rotating polarity* | قطبية دوّارة |

| | |
|---|---|
| *Rotation* | دوران |
| *Rotor* | الجزء الدوّار في آلة |
| *Rubbing speed* | سرعة التحاك |

*S*

| | |
|---|---|
| *Sample* | عينة - نموذج |
| *Scalar* | عددي - غير موجه - سلّمي |
| *Scalar product* | جداء عددي أو سلّمي |
| *Scalar quantity* | كمية عددية أي غير موجهة |
| *Scale* | مقياس الرسم |
| *Scale factor* | عامل المقياس |
| *Screw* | لولب |
| *Screw pair* | ازدواج لولبي |
| *Screw thread* | سن اللولب |
| *Section* | قطاع - مقطع |
| *Selection* | انتقاء - اختيار |
| *Self - closed* | مغلق ذاتيا |
| *Sensitiveness - Sensitivity* | حساسية |
| *Series* | سلسلة متتالية |
| *Servo control* | تحكم مؤازر |
| *Servo drive* | آلية إدارة مؤازرة |
| *Set* | مجموعة |
| *Shaft* | عمود إدارة |
| *Shaft angle* | الزاوية بين محوري دوران |
| *Shaft governor* | منظم مرفقي |
| *Shaking couple* | عزم الارتجاج |
| *Shaking force* | قوة الارتجاج |
| *Shaper* | مقشطة |
| *Shear* | قص |

| | |
|---|---|
| *Shear stress* | إجهاد القص |
| *Simple* | بسيط |
| *Simple chain* | سلسلة بسيطة |
| *Simple harmonic motion* | حركة توافقية بسيطة |
| *Simple link* | وصلة بسيطة |
| *Simple pendulum* | نواس بسيط |
| *Simultaneous* | آني - متزامن |
| *Simultaneous equations* | معادلات آنية |
| *Sine motion* | حركي جيبية |
| *Size* | حجم - مقاس |
| *Skeleton diagram* | مخطط هيكلي أو حركي |
| *Skew* | متخالف |
| *Skew Shafts* | عمودان متخالفان |
| *Sleeve* | جلبة |
| *Slider* | منزلقة |
| *Slider crank mechanism* | تركيبة المنزلقة والمرفق |
| *Sliding* | انزلاقي - انزلاق |
| *Sliding pair* | ازدواج انزلاقي |
| *Slot* | شق ضيق - فرضه |
| *Slotted lever* | ذراع مشقوق |
| *Smooth* | أملس |
| *Smooth curve* | منحني أملس |
| *Space* | فراغ - حيز |
| *Spacing* | تباعد |
| *Spatial mechanism* | تركيبة فراغية |
| *Specific* | نوعي - محدد |
| *Specific gravity ( weight )* | الوزن النوعي |
| *Specific mass* | الكتلة النوعية |
| *Speed* | سرعة |

| | |
|---|---|
| *Speeder spring* | نابض تسريع - نابض تحكم مساعد |
| *Speed reducer* | مجموعة تخفيض السرعة |
| *Sphere* | كرة |
| *Spherical* | كروي |
| *Spherical joint* | وصلة كروية |
| *Spherical motion* | حركة كروية |
| *Spherical pair* | ازدواج كروي |
| *Spiral* | لولب - لولبي |
| *Spiral gear* | مسنن لولبي |
| *Spring* | نابض |
| *Spring Constant* | ثابت مرونة النابض أو عامل صلابته |
| *Spring loaded governor* | منظم محمل بنابض |
| *Spring rate* | معدل النابض أي معدل عامل صلابته |
| *Spur gear* | مسنن عدل |
| *Stability* | استقرار |
| *Stable* | مستقر |
| *Standard* | عياري - قياسي - معيار |
| *Standard gear* | مسنن ذو مقومات أي أبعاده عيارية |
| *Standard specification* | مواصفات قياسية |
| *Standard unit* | وحدة قياسية |
| *Static* | استاتي - ساكن |
| *Static analysis* | تحليل استاتي |
| *Static equilibrium* | توازن استاتي |
| *Static load* | حمل استاتي |
| *Statics* | علم التوازن أو السكون |
| *Stepped gear* | مسنن متدرج |
| *Stiffness coefficient* | عامل الصلابة أو الكزازة |
| *Stop* | إيقاف - توقيف |
| *Stop block* | كتلة إيقاف - مصد |

| | |
|---|---|
| *Stop gear* | آلية إيقاف |
| *Stop pawl* | سقاطة إيقاف أو لسين إيقاف |
| *Straight* | مستقيم |
| *Stress* | اجهاد |
| *Stroke* | شوط |
| *Structural error* | خطأ إنشائي |
| *Structure* | هيكل - منشأ |
| *Stub - tooth gear* | مسنن - أبتر الأسنان |
| *Suction* | سحب - شفط |
| *Suction stroke* | شوط السحب |
| *Sun gear* | مسنن شمسي |
| *Superposition* | تنضيد - تضام - تراكب |
| *Superposition principle* | مبدأ التنضيد أو التضام |
| *Surface* | سطح |
| *Surface of revolution* | سطح الدوران |
| *Synthesis* | إنشاء - تركيب |
| *System* | نظام - جملة - مجموعة |

*T*

| | |
|---|---|
| *Tangent* | مماس |
| *Tangent cam* | كامة مماسية |
| *Tangential* | مماسي |
| *Tangential component* | مركبة مماسية |
| *Tension* | شد |
| *Tension screw* | لولب شد |
| *Tension spring* | نابض شد |
| *Tension Stress* | اجهاد شد |
| *Theoretical* | نظري |
| *Thickness* | سماكة |

| | |
|---|---|
| *Thread* | سن اللولب |
| *Time* | زمن |
| *Time ratio* | النسبة الزمنية |
| *Toggle mechanism* | آلية ركبية أو مفصلية |
| *Tool* | عدة - أداة |
| *Tooth* | سن |
| *Tooth space* | فراغ السن |
| *Torque* | عزم |
| *Torsion* | فتل - التواء |
| *Transfer* | تحويل |
| *Transfer point* | نقطة التحويل |
| *Transient* | عابر |
| *Translation* | انتقال |
| *Translation cam* | كامة انتقالية |
| *Transmission* | نقل - آلية نقل الحركة |
| *Transmission angle* | زاوية النقل |
| *Transmission line* | خط نقل الحركة |
| *Transmission of motion* | نقل الحركة |
| *Transmission ratio* | نسبة النقل |
| *Transmission shaft* | عمود نقل الحركة |
| *Tribology* | علم الزيوت والاحتكاك |
| *Trigonometry* | علم المثلثات |
| *Turning* | دوران |
| *Turning moment* | عزم الدوران |
| *Turning pair* | إزدواج دوراني |
| *Type synthesis* | إنشاء نوعي |
| *Typewriter* | آلة كاتبة |
| *Typical* | نموذجي |
| *Tyre - Tire* | عجلة - إطار |

*U*

| | |
|---|---|
| *Unconstrained* | غير مقيد |
| *Undercut* | قطع سفلي |
| *Uniform* | منتظم |
| *Unit* | وحدة |
| *Unit vector* | وحدة قياس شعاع - شعاع قياسي |
| *Unstable* | غير مستقر |

*V*

| | |
|---|---|
| *Valve* | صمام |
| *Valve timing* | توقيت الصمامات |
| *Variation* | تغير - اختلاف |
| *Vector* | شعاع - كمية موجهة |
| *Vector analysis* | تحليل شعاعي |
| *Vector components* | مركبات شعاعية |
| *Vector equation* | معادلة شعاعية |
| *Velocity* | سرعة |
| *Velocity diagram* | مخطط السرعة |
| *Velocity vector* | شعاع السرعة |
| *Vertical* | عمودي |
| *Vibration* | اهتزاز |
| *Virtual* | افتراضي |
| *Volume* | حجم |

*W*

| | |
|---|---|
| *Wear* | تآكل |
| *Wedge* | إسفين |
| *Weight* | وزن |
| *Wheel* | دولاب - عجلة |
| *Width* | عرض |
| *Work* | عمل |

| | |
|---|---|
| *Working depth* | عمق فعال |
| *Worm* | دودة - بريمة |
| *Worm gear* | مسنن دودي |
| *Wrapping machine* | آلة تغليف أو آلة لف |
| *Wrench* | مفتاح ربط |

| | List of Symbols | جدول الرموز |
|---|---|---|
| $\boldsymbol{A}$ | - *Acceleration Vector* | - متجه التسارع |
| $\boldsymbol{A}_G$ | - *Acceleration of Mass Center* | - متجه تسارع مركز الكتل |
| $\boldsymbol{A}_a$ | - *Absolute Acceleration* | - متجه التسارع المطلق |
| $\boldsymbol{A}_c$ | - *Coriolis Acceleration* | - متجه تسارع كوريوليس |
| $\boldsymbol{A}_r$ | - *Relative Acceleration* | - متجه التسارع النسبي |
| $\boldsymbol{A}_{B/A}$ , $\boldsymbol{A}_{BA}$ | - *Relative Acceleration of* B *with Respect to* A | - متجه التسارع النسبي للنقطة B بالنسبة للنقطة A |
| $A$ | - *Section Area* | - مساحة مقطع |
| | - *Cone of Liner Length of Bevel Gear* | - طول راسم المخروط لمسنن مخروطي |
| $A_o$ | - *Maximum Acceleration of Follower in Lift-stroke* | - التسارع الأعظمي للتابع خلال شوط الرفع |
| $A_r$ | - *Maximum Acceleration of Follower in Down-stroke* | - التسارع الأعظمي للتابع خلال شوط الخفض |
| A , B, C , | - *Points* | - نقاط |
| $a$ | - *Semi major axis of ellipse* | - نصف المحور الكبير لقطع ناقص |
| | - *Addendum of Gear* | - ساق السن في المسنن |
| $B$ | - *Backlash of Gear* | - الفوت في المسنن |
| $b$ | - *Semi minor axis of ellipse* | - نصف المحور الصغير لقطع ناقص |
| | - *Dedendum of Gear* | - جذر السن في المسنن |
| $\boldsymbol{C}$ | - *Couple* | - مزدوجة |
| $C$ | - *Centric Distance between two Gears* | - البعد المركزي بين مسننين |
| $C_R$ | - *Carnal ratio* | - النسبة الزمنية |
| $c$ | - *Clearance of Gear* | - الخلوص في المسنن |
| $D$ | - *Pitch Circle Diameter of Gear* | - قطر دائرة الخطوة في المسنن |
| $D_W$ | - *Pitch Cylinder Diameter of Worm* | - قطر أسطوانة الخطوة لمسنن الدودة |
| $D_g$ | - *Pitch Circle Diameter of Worm Gear* | - قطر دائرة الخطوة للمسنن الدودي |
| $D$ , $d$ | - *Diameter of Circle* | - قطر دائرة |
| $d$ | - *Centric Distance between Base Circle and Nose Circle* | - البعد بين مركزي الدائرة الأساسية ودائرة أنف الكامة |
| $a$ , $b$, $c$, $d$ , | - *Distance* | - مسافة |
| $E_c$ | - *Kinetic Energy of a System* | - الطاقة الحركية لجملة مادية |
| $\boldsymbol{F}$ | - *Force* | - متجه قوة |
| $F$ | - *Face Width of Gear tooth* | - عرض وجه سن المسنن |

| | | |
|---|---|---|
| $\boldsymbol{F}^a$ | - *Active Force - Axial Force* | - متجه القوة الفاعلة - متجه القوة المحورية |
| $\boldsymbol{F}^c$ | - *Centrifugal Force* | متجه- القوة النابذة |
| $\boldsymbol{F}^e$ | - *External Force* | - متجه القوة الخارجية |
| $\boldsymbol{F}^i$ | - *Internal Force* | - متجه القوة الداخلية |
| $\boldsymbol{F}_f$ | - *Friction Force* | - متجه قوة الاحتكاك |
| $\boldsymbol{F}_k$ | - *Elastic Force* | - متجه قوة المرونة لنابض |
| $\boldsymbol{Fn}$ | - *Resultant Force - Normal Force* | - متجه القوة المحصلة - متجه القوة الناظمية |
| $\boldsymbol{F}_{\boldsymbol{r}}$ | - *Radial Force* | - متجه القوة النصف القطرية |
| $\boldsymbol{F}_{\boldsymbol{\tau}}$ | - *Tangential Force* | - متجه القوة المماسية |
| $\boldsymbol{F}^{in}$ | - *Inertia Force* | - متجه قوة العطالة |
| $f$ | - *Function - Coefficient of Friction* | - تابع - معامل الاحتكاك |
| $f_k$ | - *Coefficient of Kinetic Friction* | - معامل الاحتكاك الحركي او التحريكي |
| $f_s$ | - *Coefficient of Static Friction* | - معامل الاحتكاك السكوني |
| $G$ | - *Center of Gravity - Mass Center* | - مركز الثقالة - مركز الكتل - ثابت الجاذبية |
| $g$ | - *Acceleration of Gravity* | - تسارع الجاذبية |
| $H$ - $h$ | - *Height* | - ارتفاع |
| $h_k$ | - *Working Depth of Gear* | - العمق الفعال في المسنن |
| $h_t$ | - *Whole Depth of Gear* | - العمق الكلي في المسنن |
| $I$ | - *Instantaneous Center of Rotation* | - المركز الآني للدوران |
| $I_G$ | - *Mass Moment of Inertia about* G | - عزم العطالة لكتلة جسم حول مركز كتله G |
| $I_Z$ | - *Mass Moment of Inertia about* OZ | - عزم العطالة لكتلة جسم حول محور OZ |
| $i$ | - *Tooth Number of Worm* | - عدد أسنان مسنن الدودة |
| $\boldsymbol{i}$ , $\boldsymbol{j}$ , $\boldsymbol{k}$ | - *Unitary Vector for Axis* X , Y , Z | - المتجه الواحدي للمحاور الإحداثية |
| $k$ | - *Spring Constant - Proportion Factor* | - عامل المرونة لنابض - عامل تناسب |
| $L$ | - *Path of Contact Length*<br>- *Lead of Worm* | - طول مسار التماس في المسننات<br>- القودة لمسنن الدودة |
| $L$ , $l$ | - *Length* | - طول |
| $M$ , $m$ | - *Mass of System* | - كتلة جملة مادية – كتلة جسم صلب |
| $m$ | - *Module of Gear* | - موديول المسنن |
| $m_c$ | - *Contact Ratio of Gears* | - نسبة التماس في المسننات |
| $m_G$ | - *Ratio of Gear* | - نسبة التعشيق في المسننات |

| | | |
|---|---|---|
| $\boldsymbol{N}$ | - *Normal Component of Reaction* | ـ متجه مركبة رد الفعل الناظمي |
| N | - *Instantaneous Centers Number* | ـ عدد المراكز اللحظية |
| | - *Geneva Wheel Fissures Number* | ـ عدد الشقوق في دولاب جينيفا |
| $\boldsymbol{n}$ | - *Unitary Vector of Principal Normal* | ـ المتجه الواحدي للناظم الرئيسي |
| | - *Principal Normal Direction* | ـ اتجاه الناظم الرئيسي |
| $n$ | - *Number of Revolutions per Minute* | ـ عدد الدورات في الدقيقة |
| n | - *Number of Mechanism Links* | ـ عدد وصلات تركيبة |
| | - *Number of Engine Cylinders* | ـ عدد أسطوانات محرك |
| O | - *Origin of Coordinates - Pole* | ـ مبدأ الإحداثيات ـ قطب |
| $P$ | - *Power* | ـ القدرة ـ الاستطاعة |
| $p$ | - *Circular Pitch of Gear* | ـ الخطوة الدائرية في المسنن |
| | - *Axial Pitch of Worm* | ـ الخطوة المحورية لمسنن الدودة |
| $P_a$ | - *Axial Pitch of Helical Gear* | ـ الخطوة المحورية لمسنن حلزوني |
| $p_b$ | - *Base Pitch* | ـ الخطوة الأساسية لمسنن |
| $p_d$ | - *Diametric Pitch of Gear* | ـ الخطوة القطرية لمسنن |
| $p_n$ | - *Normal Circular Pitch of Helical Gear* | ـ الخطوة الدائرية الناظمية في المسنن الحلزوني |
| $p_{dn}$ | - *Normal Diametric Pitch of Helical Gear* | ـ الخطوة القطرية الناظمية في المسنن الحلزوني |
| $Q$ | - *Governor Effort* | ـ جهد المنظم |
| $\boldsymbol{R}$ | - *Reaction at Support - Resultant Force* | ـ متجه رد فعل مسند ـ متجه محصلة القوى |
| $\boldsymbol{R}^{in}$ | - *Resultant Vector of the Inertia Forces* | ـ المتجه الرئيسي لقوى العطالة |
| $R$ | - *Pitch Circle Radius of Gear* | ـ نصف قطر دائرة الخطوة في المسنن |
| | - *Base Circle Radius of Cam* | ـ نصف قطر الدائرة الأساسية في الكامة |
| $R_b$ | - *Base Circle Radius of Gear* | ـ نصف قطر الدائرة الأساسية في المسنن |
| $R_O$ | - *Addendum Circle Radius* | ـ نصف قطر دائرة الساق لمسنن |
| $R$ , $r$ | - *Radius of Circle* | ـ نصف قطر دائرة |
| $\boldsymbol{r}$ | - *Radius Vector - Position Vector* | ـ نصف القطر الموجَّه ـ متجه الموضع |
| $\boldsymbol{r}_G$ | - *Position of Mass Center* | ـ متجه موضع مركز الثقل |
| $r$ | - *Nose Circle Radius of Cam* | ـ نصف قطر دائرة أنف الكامة |
| $r_f$ | - *Fillet Radius of Gear* | ـ نصف قطر منحني الاتصال في المسنن |
| $r_o$ | - *Roller Radius of Follower* | ـ نصف قطر الدحروج لتابع |

| | | |
|---|---|---|
| $r_{av}$ | - *Average Radius of Pitch Cone* | - نصف القطر المتوسط لمخروط الخطوة |
| $S$ | - *Section - Tooth Space - Follower Stroke* | - مقطع - عرض فراغ سن المسنن - شوط التابع |
| $\boldsymbol{T}$ | - *Tension in the String* | - متجه قوة الشد لسلك |
| $T$ | - *Oscillation Period of a Pendulum*<br>- *Frame of Reference - Torque* | - دور الحركة النوسية<br>- جملة إحداثية - عزم دوران |
| $T_{\mathrm{O}}$ | - *Total Moment about Point* O | - العزم الحاصل حول نقطة O |
| $T_{\mathrm{X}}, T_{\mathrm{Y}}, T_{\mathrm{Z}}$ | - *Total Moment about Axis* X,Y,Z | - العزم الحاصل حول المحاور X , Y , Z |
| $T_{\mathrm{G}}^{in}$ | - *Resultant Couple of the Inertia Forces* | - العزم الرئيسي لقوى العطالة |
| $t$ | - *Time - Thickness - Tooth Thickness* | - زمن - سماكة - سماكة سن المسنن |
| $t_o$ | - *Follower Lift-stroke Time* | - زمن شوط رفع التابع |
| $t_r$ | - *Follower Down-stroke Time* | - زمن شوط خفض التابع |
| $\boldsymbol{V}$ | - *Velocity Vector* | - متجة السرعة |
| $\boldsymbol{V}_{\mathrm{G}}$ | - *Velocity of Mass Center* | - متجه سرعة مركز الكتل |
| $\boldsymbol{V}_S$ | - *Velocity of Slide of Gear* | - متجه سرعة الانزلاق لمسنن |
| $\boldsymbol{V}_a$ | - *Absolute velocity* | - متجه السرعة المطلقة |
| $\boldsymbol{V}_r$ | - *Relative Velocity* | - متجه السرعة النسبية |
| $\boldsymbol{V}_{\mathrm{B/A}}, \boldsymbol{V}_{\mathrm{BA}}$ | - *Relative Velocity of* B *with Respect to* A | - متجه السرعة النسبية للنقطة B بالنسبة للنقطة A |
| $V$ | - *Volume* | - الحجم |
| $V_{av}$ | - *Average velocity* | - السرعة الوسطية |
| $V_o$ | - *Maximum velocity of Follower in Lift-stroke* | - السرعة العظمى للتابع خلال شوط الرفع |
| $V_r$ | - *Maximum velocity of Follower in Down-stroke* | - السرعة العظمى للتابع خلال شوط الخفض |
| $\boldsymbol{W}$ | - *Weight* | - الوزن - قوة الثقالة |
| $w$ | - *Work - Specific Weight* | - العمل - الوزن النوعي |
| $Z$ | - *Gear tooth Number* | - عدد أسنان المسنن |
| $Z_e$ | - *Gear presumptive tooth Number* | - عدد الأسنان الافتراضي للمسنن |
| $Z_g$ | - *Worm Gear tooth Number* | - عدد أسنان المسنن الدودي |
| X , Y , Z | - *Rectangular Cartesian Coordinates* | - جملة محاور إحداثية ديكارتية قائمة |
| $x , y , z$ | - *Rectangular Cartesian Coordinates*<br>- *Distance* | - الإحداثيات الديكارتية القائمة<br>- المسافة |
| $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$ | - *First Time derivative of Coordinates x,y,z* | - المشتق الأول للإحداثيات الديكارتية |
| $\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}$ | - *Second Time Derivative of Coordinates x,y,z* | - المشتق الثاني للإحداثيات الديكارتية |

| | | |
|---|---|---|
| $\theta$ | - *Angular Coordinate* | - إحداثي زاوي |
| $\theta_o$ | - *Follower Lift-stroke Angle* | - زاوية شوط رفع التابع |
| $\theta_r$ | - *Follower Down-stroke Angle* | - زاوية شوط خفض التابع |
| $\alpha$ | - *Approach Angle of Gear*<br>- *Angle of Lift or Down-stroke of Follower* | - زاوية الاقتراب في المسنن<br>- زاوية شوط الرفع أو شوط الخفض للتابع |
| $\beta$ | - *Recess Angle of Gear* | - زاوية الابتعاد في المسنن |
| $\varphi$ | - *Angle of Friction* | - زاوية الاحتكاك |
| $\psi$ | - *Helix Angle of Helical Gear*<br>- *Follower Motion Angle in Contact with Flank Cam* | - زاوية الحلزون في المسنن الحلزوني<br>- زاوية حركة التابع على جانب كامة |
| $\Phi$ | - *Pressure Angle of Gear*<br>- *Pressure Angle of Cam* | - زاوية الضغط في المسنن<br>- زاوية الضغط في الكامة |
| $\Phi_a$ | - *Pressure Axial Angle of Helical Gear* | - زاوية الضغط المحورية في المسنن الحلزوني |
| $\Phi_\tau$ | -*Transverse Pressure Angle of Helical Gear* | - زاوية الضغط العرضية في المسنن الحلزوني |
| $\Phi_n$ | - *Pressure Normal Angle of Helical Gear* | - زاوية الضغط الناظمية في المسنن الحلزوني |
| $\gamma$ | - *Lead Angle of Helical Gear*<br>- *Follower Motion Angle in Contact with Nose in Tangent Cam* | - زاوية القودة للمسنن الحلزوني<br>- زاوية حركة التابع على أنف الكامة المماسية |
| $\lambda$ | - *Lead Angle of Worm* | - زاوية القودة لمسنن الدودة |
| $\Sigma$ | - *Shaft Angle of Crossed Helical Gears* | - زاوية بين محوري دوران متقاطعين لمسنين حلزونيين متصالبين |
| $\Gamma$ | - *Pitch Angle of Bevel Gear* | - زاوية الخطوة لمسنن مخروطي |
| $\alpha , \beta , \gamma , \theta$ | - *Angles* | - زوايا |
| $\Delta$ | - *Interval - Structural Error* | - تغير - الخطأ الإنشائي |
| $\Delta l$ | - *Elongation* | - استطالة نابض |
| $\rho$ | - *Radius of Curvature*<br>- *Radius of Inertia - Density*<br>- *Radius of Cam Flank* | - نصف قطر الانحناء<br>نصف قطر العطالة - الكثافة - الكتلة النوعية<br>- نصف قطر انحناء جانب كامة |
| $\boldsymbol{\tau}$ | - *Unitary Vector for Tangential Direction*<br>- *Tangential Direction* | - المتجه الواحدي للمماس<br>- اتجاه المماس |
| $\tau$ | - *Period - Periodic Time* | - الدور - الزمن الدوري |
| $\boldsymbol{\Omega}$ | - *Angular Velocity Vector* | - متجه السرعة الزاوية |
| $\omega$ | - *Angular Velocity* | - السرعة الزاوية |

| | | |
|---|---|---|
| E | - *Angular Acceleration Vector* | - متجه التسارع الزاوي |
| $\varepsilon$ | - *Angular Acceleration* | - التسارع الزاوي |
| $\eta$ | - *output* | - المردود |
| $\mu$ | - *Proportion Factor*<br>- *Coefficient of Friction between teeth* | - عامل تناسب<br>- معامل الاحتكاك بين الأسنان |
| $\mu_e$ | - *Efficacy Coefficient of Friction between teeth* | - معامل الاحتكاك الفعال بين الأسنان |
| $\mu_n$ | *Insensitiveness of Governor* | - عدم حساسية المنظم |
| $\mu_s$ | - *Sensitiveness of Governor* | - حساسية منظم |
| $\zeta$ | - *Addendum Coefficient of Gear* | - معامل الساق في المسنن |

# وحدات النظام العالمي المستخدمة في الميكانيك

## *Principal SI Units Used in Mechanics*

| *Formula* الصيغة | *Unit* الوحدة | *Symbol* الرمز | *Quantity* | الكمية |
|---|---|---|---|---|
| † | *Radian* | Rad | *Angle* | الزاوية |
| rad/$s^2$ | *Radian per second squared* | … | *Angular acceleration* | التسارع الزاوي |
| rad/s | *Radian per second* | … | *Angular velocity* | السرعة الزاوية |
| $m^2$ | *Square meter* | … | *Area* | المساحة |
| $m^4$ | *Double square meter* | … | *Area Moment of Inertia* | عزم العطالة للسطح |
| kg/$m^3$ | *Kilogram per cubic meter* | … | *Density* | الكثافة - الكتلة النوعية |
| N.m | *Joule* | J | *Energy* | الطاقة |
| kg.m/$s^2$ | *Newton* | N | *Force* | القوة |
| $s^{-1}$ | *Hertz* | Hz | *Frequency* | التردد (التواتر) |
| N.s | *Newton second* | … | *Impulse* | الدفع |
| ‡ | *Meter* | m | *Length* | الطول |
| m/$s^2$ | *Meter per squared second* | … | *Linear acceleration* | التسارع الخطي |
| kg.m/s | *Kilogram meter per second* | … | *Linear Momentum* | كمية الحركة الخطية |
| m/s | *Meter per second* | … | *Linear Velocity* | السرعة الخطية |
| ‡ | *Kilogram* | kg | *Mass* | الكتلة |
| Kg.$m^2$ | *Kilogram squared meter* | … | *Mass Moment of Inertia* | عزم العطالة للكتلة |
| N.m | *Newton meter* | … | *Moment of force* | عزم القوة |
| kg.$m^2$/s | *Kilogram squared meter per second* | … | *Moment of Momentum (Angular Momentum)* | العزم الحركي (العزم الزاوي) |
| J/s | *Watt* | W | *Power* | القدرة - الاستطاعة |
| N/$m^2$ | *Pascal* | Pa | *Pressure* | الضغط |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $N/m^3$ | *Newton per cubic meter* | … | *Specific weight* | الوزن النوعي |
| $N/m^2$ | *Pascal* | Pa | *Stress* | الإجهاد |
| ‡ | *Second* | s | *Time* | الزمن |
| $M^3$ | *Cubic meter* | … | *Volume solids* | الحجم (مادة صلبة) |
| $10^{-3}m^3$ | *Liter* | l | *Volume liquids* | الحجم (مادة سائلة) |
| N.m | *Joule* | J | *Work* | العمل |

†وحدة إضافية (1 *revolution* = 2π rad = 360°) ‡وحدة أساسية

## القيم النموذجية لمعامل الاحتكاك

## *Typical Values of Coefficient of Friction*

| ***Contacting Surface*** | ***Kinetic*** حركي | ***Static*** سكوني | **سطح الاحتكاك** |
|---|---|---|---|
| *Steel on Steel* (*Dry*) | 0.6 | 0.4 | فولاذ على فولاذ (جاف) |
| *Steel on Steel* (*Greasy*) | 0.1 | 0.05 | فولاذ على فولاذ (مشحم) |
| *Teflon on Steel* | 0.04 | 0.04 | تفلون على فولاذ |
| *Steel on Babbitt* (*Dry*) | 0.4 | 0.3 | فولاذ على سطح مبطن بمعدن(جاف) |
| *Steel on Babbitt* (*Greasy*) | 0.1 | 0.07 | فولاذ على سطح مبطن بمعدن(مشحم) |
| *Brass on Steel* (*Dry*) | 0.5 | 0.4 | نحاس على فولاذ(جاف) |
| *Brake lining on Cast iron* | 0.4 | 0.3 | بطانة مكبح على حديد صب |
| *Rubber tires on Smooth Pavement(Dry)* | 0.9 | 0.8 | إطار مطاطي على سطح ناعم (جاف) |
| *Wire rope on Iron pulley* (*Dry*) | 0.2 | 0.15 | سلك معدني ملفوف على بكرة حديد (جاف) |
| *Hemp rope on Metal* | 0.3 | 0.2 | حبل قنب على معدن |
| *Metal on Ice* | | 0.02 | معدن على ثلج |

**اللجنة العلمية**

**الأستاذ الدكتور محمد علي سلامة**

**الأستاذ الدكتور حسين تينة**

**الأستاذ الدكتور علي خلوف**

**المدقق اللغوي**

**الأستاذ الدكتور فخري بوش**